## §2.6 单纯形表格

\*单纯形法是一个反复迭代的过程，有一定的规律可以遵循，便于化为表上作业，它实际上是一种启发式的算法。

把线性规划问题用以下符号描述：

问题为：

约束条件：

其中:

列出下表(见图2.11)

(1)计算

如果，不可能使目标函数有所改进，故问题的最优解是：

这时目标函数值即为。

(2) 假若不然，进入基的选取，应满足

当n很大时，取最大值增加了许多计算，所以也可以选第1个

。确定了进入基后，计算

确定退出的基。

(3) 表中第k行第j列元素取作主元素，作行变换，对第j列进行消元：

, ,

把所得的结果填入下表(见图2.12)，返回(2)。这样周而复始，直到达到最优。

例2.9：

引进松驰变量

表见图2.13

故最优解为 目标函数为。

## §2.7 单纯形法的矩阵表示

设是S的顶点，线性无关。

令, ，其中为基变量，N为非基变量部分。

由于线性无关，故存在。以左乘于(2.1)式两端得

(2.2)式说明S上的点，两部分间的约束关系，特别当时，。于是

是S的顶点。(2.2)式中的N为属于的下标序号集合。对应于顶点

的目标函数为

其中

## §2.7 对偶原理

### 一．对偶概念

问题(P)：

问题(D)：

用矩阵形式表达如下：

问题(P)： 问题(D)：

其中：， ，

，

### 二．对偶问题的经济意义

有n种不同的食物，第k种食物含营养素j的百分比为，其中，。假如配一食谱要求第j种营养的量不低于，而第k种食物的单位价格为，消费者希望费用最低。

(D)

其中。

从营养素制造商的角度来分析，第i种营养素的单位价格设为，它必须服从下列条件：

(P)

在以上价格约束下，使制造的营养素能卖出的价格尽可能高。

定义：问题(D)称为是问题(P)的对偶问题。

问题(P)和问题(D)用下面的图表示：(见图2.14)

### 三．对偶问题的性质

求w = Yb的最小值可以转为求的最大值，故问题(D)改为

其对偶问题为

即

即问题(D)是问题(P)的对偶问题。问题(D)的对偶问题是问题(P)，问题(P)与问题(D)互为对偶问题。

### 四．对偶定理

##### 定理2.6：设X, Y分别是问题(P), (D)的允许解，则。特别当时，X和Y分别是问题(P), (D)的最优解。

证：由于

即假定

， 则

若当成立，而X不是(P)的最优解，则必存在，使

，这跟的结果相矛盾。

同样可证Y是(D)的最优解。

##### 定理2.7：若X,Y分别是问题(P), (D)的最优解，则 。

证：X是(P)的最优解，故

同理，Y满足

引进松弛变量，问题(P)为

设B为由问题(P)的最优解的基所对应的列构成的矩阵。

令，可以证明即为问题(D)的最优解。

由于是(P)的最优解，故，即

由于

故满足问题(D)的约束条件，即是问题(D)的允许解。

此时

依据本节前一定理，可知是问题(D)的最优解。证毕。

\*对偶原理不仅证明了问题(P)，(D)的解满足等式：

实际上还给出，若(P)的解，则(D)的解为

。

例2.10：给出线性规划问题：

用对偶问题求解：

对偶问题：

引进松驰变量

单纯形表格见图2.15

最优基向量 ，故

原问题的最优解为

对偶问题的单纯形表格最后一行实际上是

项给出了原问题的解。