

频率派 vs 贝叶斯 默认都是

x 表示数据 $X = (x_1, x_2, \dots, x_N)^T = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1p} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{N1} & x_{N2} & \dots & x_{Np} \end{pmatrix}$

θ 表示参数

$x \sim p(x|\theta)$

频率派: θ 是未知常量, 数据是 r.v.

极大似然估计 $\hat{\theta} = \arg\max_{\theta} \log p(x|\theta)$

统计机器学习 \rightarrow 优化

① 模型

② loss function

③ 优化算法

$x_i \stackrel{iid}{\sim} p(x_i|\theta)$ 独立同分布 $\Rightarrow p(x|\theta) = \prod_{i=1}^N p(x_i|\theta)$

$$\Rightarrow \log p(x|\theta) = \sum_{i=1}^N \log p(x_i|\theta)$$

贝叶斯派: θ r.v. $\theta \sim p(\theta)$ 这称为先验

贝叶斯定理: 将先验、后验和似然联系起来

$$p(\theta|x) = \frac{p(x|\theta) \cdot p(\theta)}{p(x)} \quad \text{后验} \quad \text{似然} \quad \text{先验}$$

\downarrow 积分 $\int_{\theta} p(x|\theta) p(\theta) d\theta$

引入参数估计方法 MAP: 最大后验估计

MAP vs MLE: 让后验概率取到最大, 认为 θ 是服从分布的

在分布中找到可以让后验概率最大的点来做为估计

$$\theta_{MAP} = \arg\max_{\theta} p(\theta|x) = \arg\max_{\theta} p(x|\theta) \cdot p(\theta)$$

在根据 θ 的分布去估计后验概率时, 完全和 $p(x)$ 无关

严格上来讲 MAP 不是标准的贝叶斯估计

\downarrow 就是要求 $\frac{p(x|\theta) \cdot p(\theta)}{\int_{\theta} p(x|\theta) p(\theta) d\theta}$

求这个 $p(\theta|x)$ 的目的是: 贝叶斯预测

现在样本 x , 如果现在有了新的数据 \tilde{x} $p(\tilde{x}|x) = \int_{\theta} p(\tilde{x}, \theta|x) d\theta$

$$x \rightarrow \theta \rightarrow \tilde{x} \quad \text{要在整个积分空间上积分, 做不出}$$

$$= \int_{\theta} p(\tilde{x}, \theta|x) p(\theta|x) d\theta$$

\downarrow 后验

\Rightarrow 有新的计算方法

贝叶斯 \rightarrow 概率图模型

\hookrightarrow 求积分 \rightarrow MCMC

\hookrightarrow Monte Carlo Method

学习资料的介绍

频率派 \rightarrow 统计机器学习

贝叶斯 \rightarrow 概率图模型

\leftarrow PRML: 模式识别与机器学习

MLAPP 以概率图模型为基础

ESL: 统计学习的元素

Deep learning 花书

中译版 张松海

李航 统计学习方法: 感知机决策

支持向量机

PRML: 模式识别与机器学习

回归分析

周志华 机器学习

boost, 随机森林