

Purcel Tiberiu Claudiu
MATEMATICI ACTUARIALE

Temă

Plăti viagere

1. Calculați prin două metode valoarea actualei a unei plăti de 1.000 lei către o persoană cu vîrstă de 51 de ani în cadrul în care aceasta răspunde 58 de ani. Calculați de asemenea E_{45} și E_{37} .

$$E_{51} = \frac{D_{x+n}}{D_x} = \frac{D_{58}}{D_{51}} = \frac{4415,80}{6685,70} = [0,66048]$$

$$E_{45} = \frac{D_{x+n}}{D_x} = \frac{D_{65}}{D_{45}} = \frac{2729,34}{9244,34} = [0,29429]$$

$$E_{37} = \frac{D_{x+n}}{D_x} = \frac{D_{49}}{D_{37}} = \frac{7471,89}{14083,42} = [0,53059]$$

2. Precizați semnificația și calculați valoarea medie actuală pentru anumitele:

$$a_{39} = \frac{N_{x+1}}{D_x} = \frac{193870,81}{12694,26} = 15,2687 - \text{a.v.i.p. imediată și uelimiinată}$$

$$101a_{40} = \frac{N_{x+n+1}}{D_x} = \frac{N_{51}}{D_{40}} = \frac{90603,82}{12053,29} = 7,5169 - \text{a.v.c.p. amânată cu 10 ani, uelimiinată}$$

$$a_{47.15} = \frac{N_{x+1} - N_{x+n+1}}{D_x} = \frac{N_{48} - N_{63}}{D_{47}} = \frac{113038,04 - 31538,07}{121369,98}$$

$$= 0,6415 - \text{a.v.i.p imediata, limitata la 15 ani}$$

$$\ddot{a}_{53} = \frac{N_x}{D_x} = \frac{74600,93}{5964,02} = 13,01151 - \text{a.v.i.a, imediata si relinuitata}$$

$$7\ddot{a}_{51} = \frac{N_{x+n}^{(58)}}{D_x^{(51)}} = \frac{51047,05}{6685,70} = 7,6304 - \text{a.v.i.a}$$

anumata cu 7 ani,
relinuitata

$$\ddot{a}_{29.30} = \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x^{(29)}} = \frac{376829,13 - 46601,25}{21186,13} = -15,5869$$

a.v.i.a
imediată
limitată la 30 ani

$$a_{47}^{(12)} = a_x + \frac{m-1}{2m} = \frac{N_x + 1}{D_x} + \frac{12-1}{24} = \frac{113038,04}{8831,94} + \frac{11}{24} =$$

$= 16,0251$ a.v.f.p, imediata și relinuitata

$$\ddot{a}_{38}^{(4)} = \frac{N_{38}}{D_{38}} - \frac{4-1}{2 \cdot 4} = \frac{219942,02}{13373,94} - \frac{3}{8} = 16,0705$$

a.v.f.a imediata și
relinuitata

$$8| a_{41}^{(4)} = \frac{N_{50}}{D_{41}} + \frac{4-1}{2 \cdot 4} \left(1 - \frac{D_{43}}{D_{41}} \right) = \frac{94674,03}{11440,90} + \frac{3}{8} \left(1 - \frac{7471,83}{11440,90} \right)$$

$= 8,6673$ a.v.f.p anumata cu 8 ani, relinuitata

$$5) \quad \overset{(12)}{a}_{46} = \frac{N_{x+n}}{D_x} - \frac{m-1}{2^m} \left(\frac{D_{x+n}}{D_x} \right)^{\frac{m-1}{2}} = \frac{90603,88}{8792,53} - \frac{11}{2^4} \left(\frac{8792,53}{8792,53} \right)$$

$$= 9,956 \quad \text{a.v. f.a. anumărată cu 5 ani, neelimitată}$$

$$\overset{(2)}{a}_{59, \overline{51}} = \overset{(2)}{a}_{59} + \overset{(2)}{g_1} \overset{(2)}{a}_{59} = \overset{(2)}{a}_{59, \overline{51}} + \frac{m-1}{2^m} \left(1 - \frac{D_{68}}{D_{59}} \right)$$

$$= \frac{N_{60} - N_{61}}{D_{59}} + \frac{2-1}{4} \left(1 - \frac{D_{68}}{D_{59}} \right)$$

$$= \frac{42456,09 - 38570,43}{4145,15} + \frac{1}{4} \left(1 - \frac{2131,92}{4145,15} \right)$$

= 1,0588 a.v. f.p. imediată, limitată la 3 ani

$$\overset{(12)}{a}_{55, \overline{71}} = \overset{(12)}{a}_{55, \overline{71}} - \frac{12-1}{2^4} \left(1 - \frac{D_{66}}{D_{55}} \right)$$

$$= \frac{N_{55} - N_{66}}{D_{55}} - \frac{11}{2^4} \left(1 - \frac{D_{66}}{D_{55}} \right)$$

$$= \frac{66010,99 - 22700,89}{5302,33} - \frac{11}{2^4} \left(1 - \frac{2521,26}{5302,33} \right)$$

= 7,9277 a.v. f.a., imediată, limitată la 11 ani.

3. Calculati valoarea medie actuală a anuității viagere constante în fazi participante imediate în cazul unei persoane de 32 de ani care plătește ratele viagere anuale participante de 700 lei fixe pe de 17 ani. Considerand valoarea medie actuală a anuității viagere constante în fazi participante imediate calculată anterior determinați cum se modifică valoarea ratei dacă ratele sunt plătite de 17 ani?

a.v. i.p., imediate, limitată la 17 ani

$$a_{x+n} = \frac{N_{x+1} - N_{x+n+1}}{D_x}$$

$$a_{32:17} = \frac{N_{33} - N_{50}}{D_{32}} = \frac{298143,62 - 94644,03}{18130,78} = 11,0220$$

$$700 \cdot a_{32:17} = 7715,4312$$

$$a_{32:21T} = \frac{N_{33} - N_{55}}{D_{32}} = 12,4533$$

$$\text{rata} = 7715,4312 / 12,4533 \\ = 619,5451$$

Plăti în caz de deces

1. Calculați prin două metode factorii de actualizare de deces D_{63} și d_{51} . Interpretați.

$$D_x = \frac{\sqrt{u} (v \cdot D_{x+n} - D_{x+n+1})}{D_x} = \frac{n/n+1}{A_x}$$

$$D_{63} = \frac{M_{x+n} - M_{x+n+1}}{D_x} = \frac{M_{75} - M_{76}}{D_{63}} = \frac{739,88 - 667,33}{3169,98} = 0,0229$$

$$d_{51} = \frac{M_{x+n} - M_{x+n+1}}{D_x} = \frac{M_{60} - M_{61}}{D_{51}} = \frac{1929,97 - 1844,09}{5685,70} = 0,0098$$

2. Care este valoarea medie actuală a unei plăti de 7400 €, ce se va face dacă o persoană actualmente de 61 ani, decedează între 85 și 86 ani? Dacă decesul are loc până la 85 de ani?

$$S_o \text{ sau } A_x = \frac{M_{x+n} - M_{x+n+1}}{D_x} = 7400 \cdot \frac{151,65 - 117,97}{3636,34}$$

$$= 68,5392 \text{ €}$$

$$S \cdot A_{\overline{x:n}} = \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x}$$

$$7400 = S \cdot A_{\overline{61:86}} = \frac{M_{61} - M_{85}}{D_{61}} = S \cdot \frac{1844,09 - 151,65}{3636,34}$$

$$\Rightarrow S = 7400 \cdot 0,4564 \Rightarrow \boxed{S = 3444,1377 \text{ €}}$$

3. O persoană în vîrstă de 37 ani depune la o firmă de asigurări sumă de 4500 lei. Calculați suma pe care o va primi familia acestei persoane în momentul decesului acestuia.

$$A_x = \frac{M_x}{D_x}$$

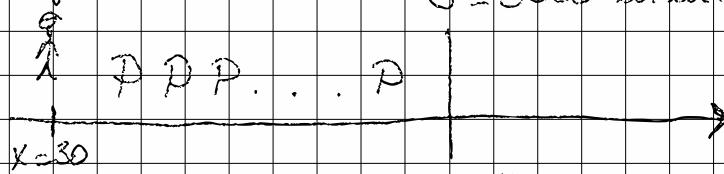
$$A_{37} = \frac{M_{37}}{D_{37}} = \frac{3011,94}{14083,42} = 0,21386$$

$$S = P / A_{37} \Rightarrow S = 4500 \cdot 0,21386 \Rightarrow \boxed{S = 21041,3852 \text{ lei}}$$

A sigurări de persoane

1. Domnul Traudafit, în vîrstă de 30 de ani, încheie un contract de asigurare la o societate de asigurări. Asiguratul se obligă să plătească domnului Traudafit suma 5000 lei. m. dacă decesul va fi în viață la vîrsta de 50 de ani. Pe de altă parte, în ceea ce privește contractului de asigurare încheiat, domnul Traudafit se obligă să plătească și prima de asigurare, timp de 20 de ani, anual anticipat. Cât este prima de asigurare?

$$S = 5000 \text{ lei. m.}$$



$$x+n = 50$$

$$x+k = 50$$

30 20

$$P. a_{x+k}^{\lceil n \rceil} = S \cdot u^{\lceil n \rceil}$$

$$P. \frac{N_x^{(30)} - N_{x+k}^{(50)}}{D_x^{(30)}} = S \cdot \frac{u^{(50)}}{D_x^{(30)}}$$

$$P. \frac{355643,00 - 97674,03}{20138,17} = 5000 \cdot \frac{7070,22}{20138,17}$$

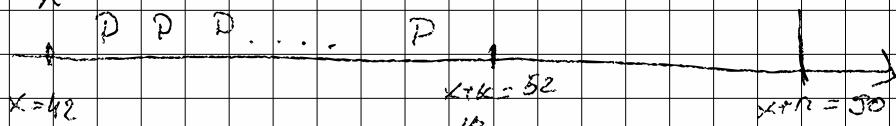
$$\Rightarrow P. 12,8039 = 1753,42 \Rightarrow P = 137,0362$$

$$\boxed{P = 137}$$

2) Să se calculeze valoarea primei premium de să o plătească o persoană de 42 de ani, fără de 10 ani, anual anticipat, pentru ca familia să garanteze suma de 120.000. Deocamdată persoana interesează să înainte că aceasta să împărtășească viața sa de 80 de ani.

$P = \text{a.v.c.} \cdot \text{i.a}$ imediată
 σ
 \uparrow

$S = \text{a.v.c.} \cdot \text{i}$ imed.
 Bună la
 n ani
 $S = 120$



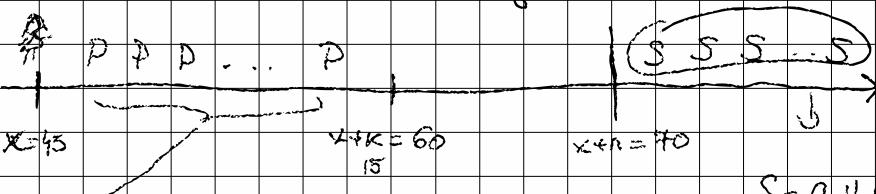
$$P \cdot \frac{a}{x+k} = S \cdot A_{x+n}$$

$$P \cdot \frac{\frac{m_x}{d_x} - \frac{m_{x+k}}{d_{x+k}}}{\frac{52}{42}} = 120 \cdot \frac{\frac{m_x}{d_x} - \frac{m_{x+n}}{d_{x+n}}}{\frac{90}{42}}$$

$$\Rightarrow P \cdot \frac{170376,62 - 88918,12}{10858,35} = 120 \cdot \frac{2812,97 - 33,71}{10858,35}$$

$$\Rightarrow P = 3,8574$$

3) Dna. Margareta, în vîrstă de 45 de ani, doresc ca la închiderea vîrstei de 70 de ani să primească unul o pensie de 1000 lei. Pentru aceasta, ea apelează la o agentie de asigurare unde încheie un contract de asigurare. Agentia se obligă să plătească pensia dorită de dñsa. Margareta, doar dacă dânsa ajunge să împlinăscă vîrsta de 70 de ani. Ce fel de asigurare a încheiat dñsa. Margareta? Ce primă trebuie să plătească anual anticipat, timp de 15 ani, în vederea satisfacerii acestei obligații pe care dânsa o are închisă în contractul de asigurare?



$P = \text{a.v.c.i.a}$

imediată

line la k anii

$S = \text{a.v.c.i.a}$

- anumătă cu
- n anii
- uelicitată

$$\Leftrightarrow P \cdot \frac{\ddot{a}_{x+n}^{(45)} - S \cdot \ddot{a}_{x+n}^{(60)}}{D_x} = S \cdot \frac{\ddot{a}_{x+n}^{(70)}}{D_x^{(45)}}$$

$$\Leftrightarrow P \cdot \frac{139436,85 - 12156,09}{9274,34} = 1000 \cdot \frac{13775,38}{9274,34}$$

$$\Leftrightarrow P \cdot 10,4568 = 1485,3218 \Rightarrow \boxed{P = 148,042 \text{ lei}}$$