

Seminar 7: Funcții biometrice

a) Probabilități de viață și de deces

x ani
 x = vârsta pers.
 $x \in \{0, 1, \dots, 100\}$

$p(x, y)$ = prob. de viață (prob. ca o pers în vârstă de x ani să fie în viață la y ani, $x \leq y$)

$q(x, y)$ = prob. de deces (prob. ca o pers în vârstă de x ani să nu mai fie în viață la y ani, $x \leq y$)

$p(x, y) + q(x, y) = 1$

Pt. a calcula probabilitatea de viață, se folosește formula:

$$p(x, y) = \frac{L_y}{L_x}$$

unde L_x, L_y sunt valori ale funcției de supraviețuire L , care se citesc din tabelul numerelor de comutație.

Obs: L_x = ne arată nr. de indivizi care sunt în viață la vârsta de x ani!

1) Care este probabilitatea ca o persoană în vârstă de 45 de ani să fie în viață la 65 de ani? (Procentul de actualizare este 5%).

Rezolvare:

$$p(x, y) = p(45, 65) = \frac{L_{65}}{L_{45}} = \frac{65068}{83330} = 0,78 = 78\%$$

tabel cu nr. de comutație cu 5%.

2) Ce șanse sunt ca o persoană de 80 de ani să nu mai fie în viață la 100 de ani? Procentul de actualizare este 5%.

Rezolvare:

$$q(x, y) = 1 - p(x, y) = 1 - \frac{L_y}{L_x} = \frac{L_x - L_y}{L_x}$$

$$q(80, 100) = 1 - p(80, 100) = 1 - \frac{L_{100}}{L_{80}} = 1 - \frac{15}{25037} = 0,9994 = 99,94\%$$

Blank PDF.pdf - Adobe Acrobat Reader DC (32-bit)

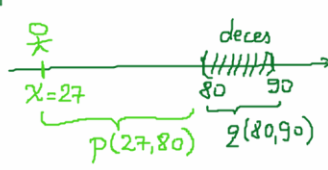
File Edit View Sign Window Help

Home Tools Blank PDF.pdf x Numere de comuta... Numere de comuta...

Mouse Select Text Draw Stamp Spotlight Eraser Format Undo Redo Clear Save

③ Care este probabilitatea ca o persoană de 27 de ani, să decedă între 80 și 90 de ani?

Rezolvare:



Fie ev: A = „pers de 27 ani trăiește până la 80 ani”
 B = „pers. decedată între 80 și 90 de ani”

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = p(27,80) \cdot q(80,90)$$

„si”
 A, B independente

$$p(27,80) = \frac{L_{80}}{L_{27}} = \frac{25097}{87527} = 0,2867$$

$$q(80,90) = 1 - p(80,90) = 1 - \frac{L_{90}}{L_{80}} = 1 - \frac{3059}{25097} = 0,8781$$

$$P(A \cap B) = 0,2867 \cdot 0,8781 = 0,2517 = 25,17\%$$

Blank PDF.pdf - Adobe Acrobat Reader DC (32-bit)

File Edit View Sign Window Help

Home Tools Blank PDF.pdf x Numere de comuta... Numere de comuta...


Mouse Select Text Draw Stamp Spotlight Eraser Format Undo Redo Clear Save

Alte notatii pentru probabilitati de viață și de deces

${}_n p_x = p(x, x+n)$ - prob. ca o pers. în vârstă de x ani, să fie în viață peste n ani
 $p_x = p(x, x+1)$ - prob. ca o pers. în vârstă de x ani, să fie în viață peste 1 an

${}_n q_x = q(x, x+n)$ - prob. ca o pers. în vârstă de x ani, să nu mai fie în viață peste n ani
 $q_x = q(x, x+1)$ - prob. ca o pers. în vârstă de x ani, să nu mai fie în viață peste 1 an.

${}_m/n q_x$ - prob. ca o pers. în vârstă de x ani, să decedă între $x+m$ și $x+n$ ani



$${}_m/n q_x = p(x, x+m) \cdot q(x+m, x+n)$$

Blank PDF.pdf - Adobe Acrobat Reader DC (32-bit)

File Edit View Sign Window Help

Home Tools Blank PDF.pdf x Numere de comuta... Numere de comuta...

Mouse Select Text Draw Stamp Spotlight Eraser Format Undo Redo Clear Save

Ex: Calculați și interpretați probabilitățile de mai jos, folosind numerele de comutație cu 5% :

a) ${}_1P_{36}$; b) ${}_2Z_{28}$; c) ${}_{13}P_{49}$; d) ${}_3Z_{66}$; e) ${}_5/6Z_{80}$

Rezolvare:

a) ${}_1P_{36} = p(36, 36+1) = p(36, 37) = \frac{L_{37}}{L_{36}} = \frac{85647}{85877} = 0,9973 \in [0,1]$
 Prob. ca o pers. în vârstă de 36 ani să fie în viață peste un an este de 0,9973.

b) ${}_2Z_{28} = q(28, 28+1) = q(28, 29) = 1 - p(28, 29) = 1 - \frac{L_{29}}{L_{28}} = 1 - \frac{87205}{87368} = 1 - 0,9981 = 0,0019 = 0,19\%$
 Există 0,19% șanse ca o pers. de 28 ani să nu mai fie în viață la 29 ani.

c) ${}_{13}P_{49} = p(49, 49+13) = p(49, 62) = \frac{L_{62}}{L_{49}} = \frac{69937}{81603} = 0,8570 = 85,7\%$
 Șansele ca o pers. de 49 ani să fie în viață peste 13 ani sunt de 85,7%.

d) ${}_3Z_{66} = q(66, 66+3) = q(66, 69) = 1 - p(66, 69) = 1 - \frac{L_{69}}{L_{66}} = 1 - \frac{56508}{63112} = 0,1046 = 10,46\%$
 Prob. ca o pers. de 66 ani, să nu mai fie în viață peste 3 ani este 0,1046.

Doc ENG 3:04 PM

Blank PDF.pdf - Adobe Acrobat Reader DC (32-bit)

File Edit View Sign Window Help

Home Tools Blank PDF.pdf x Numere de comuta... Numere de comuta...

Mouse Select Text Draw Stamp Spotlight Eraser Format Undo Redo Clear Save

Ex: Calculați și interpretați probabilitățile de mai jos, folosind numerele de comutație cu 5% :

a) ${}_1P_{36}$; b) ${}_2Z_{28}$; c) ${}_{13}P_{49}$; d) ${}_3Z_{66}$; e) ${}_5/6Z_{80}$

Rezolvare:

e) ${}_5/6Z_{80} = p(80, 85) \cdot q(85, 86) = \frac{L_{85}}{L_{80}} \cdot (1 - p(85, 86)) = \frac{L_{85}}{L_{80}} \left(1 - \frac{L_{86}}{L_{85}}\right) = \frac{L_{85}}{L_{80}} \cdot \frac{L_{85} - L_{86}}{L_{85}} =$
 $= \frac{L_{85} - L_{86}}{L_{80}} = \frac{11338 - 9155}{25097} = 0,08698 = 8,7\%$
 Șansele ca o pers. în vârstă de 80 ani, să dea deosebit între 85 și 86 de ani sunt de 8,7%.

c) ${}_{13}P_{49} = p(49, 49+13) = p(49, 62) = \frac{L_{62}}{L_{49}} = \frac{69937}{81603} = 0,8570 = 85,7\%$
 Șansele ca o pers. de 49 ani să fie în viață peste 13 ani sunt de 85,7%.

d) ${}_3Z_{66} = q(66, 66+3) = q(66, 69) = 1 - p(66, 69) = 1 - \frac{L_{69}}{L_{66}} = 1 - \frac{56508}{63112} = 0,1046 = 10,46\%$
 Prob. ca o pers. de 66 ani, să nu mai fie în viață peste 3 ani este 0,1046.

Doc ENG 3:10 PM

b) Viata medie

- ne arată nr. mediu de ani pe care îi mai are de trăit o persoană în vârstă de x ani.

$$e_x = \frac{1}{2} + \frac{1}{L_x} (L_{x+1} + L_{x+2} + \dots + L_{100})$$

Ex: Calculați viața medie pentru o persoană în vârstă de 95 de ani, folosind procentul de actualizare de 5%.

Rezolvare:

$$\begin{aligned} e_{95} &= \frac{1}{2} + \frac{1}{L_{95}} (L_{96} + L_{97} + L_{98} + L_{99} + L_{100}) \\ &= 0,5 + \frac{1}{384} (224 + 125 + 66 + 33 + 15) = 1,7057 \text{ ani.} \end{aligned}$$