

Seminar 3 MFA.pdf - Adobe Acrobat Reader DC (32-bit)

File Edit View Sign Window Help

Home Tools Seminar 3 MFA.pdf x

Mouse Select Text Draw Stamp Spotlight Eraser Format Undo Redo Clear Save

Debitur Creditur

Model de rambursare

1D = plata întregii datorii la scadență (plată unică)

2D = plata periodică a dobânzilor

3D = plata cotelor constante  $Q = \frac{\Delta}{n}$

4D = plata ratei constante (peste perioade constante)  $r = \frac{\Delta \cdot i}{1 - v^n}$

Matematici Financiare și Actuariale

Seminar 3: Rambursări directe

Lect. univ. dr. Alexandru-Darius Filip

Universitatea Babeș-Bolyai Cluj-Napoca

Facultatea de Științe Economice și Gestiunea Afacerilor

Departamentul de Statistică-Previțiuni-Matematică

Tabel de rambursare

k	$R_k$	$D_k$	$Q_k$	$n_k$
1				
2				
3				
4				

Suma datoriei în anul k

Dobânda Cost  $D_k = R_k \cdot i$

rata

Doc ENG 9:51 AM

Seminar 3 MFA.pdf - Adobe Acrobat Reader DC (32-bit)

File Edit View Sign Window Help

Home Tools Seminar 3 MFA.pdf x

Mouse Select Text Draw Stamp Spotlight Eraser Format Undo Redo Clear Save

Problema 1: O persoană împrumută suma de 10.000 u.m., pe timp de 4 ani, cu procentul anual 10%. La momentul efectuării împrumutului se stabilește că întreaga datorie (suma împrumutată și dobânda aferentă) se va rambursa la scadență. Construiți tabelul de rambursare a împrumutului.

Rezolvare:

$\Delta = 10000$  u.m.

$n = 4$  ani

$i = 10\% = 0,1$

k	$R_k$	$D_k$	$Q_k$	$n_k$
1	10000	1000	0	0
2	11000	1100	0	0
3	12100	1210	0	0
4	13310	1331	13310	14641

$S = \Delta \cdot (1+i)^n$

1D

Doc ENG 9:58 AM

Seminar 3 MFA.pdf - Adobe Acrobat Reader DC (32-bit)

File Edit View Sign Window Help

Home Tools Seminar 3 MFA.pdf x

Mouse Select Text Draw Stamp Spotlight Eraser Format Undo Redo Clear Save

Sign In

Problema 2: Se consideră un împrumut de 500 u.m., rambursabil pe timp de 5 ani, cu procentul anual 5%. La sfârșitul fiecărui an vor fi plătite dobânzile aferente, iar suma împrumutată se va rambursa la scadență. Construiți tabelul de rambursare a împrumutului. 2D

Rezolvare:

$\Delta = 500$  u.m.  
 $n = 5$  ani  
 $i = 5\% = 0,05$

k	$R_k$	$D_k$ $\oplus$	$Q_k$ $\oplus$	$\Rightarrow n_k$
1	500	25	0	25
2	500	25	0	25
3	500	25	0	25
4	500	25	0	25
5	500	25	500	525
	$\equiv$	$\oplus$	$\oplus$	$\equiv$

Windows taskbar: 10:05 AM

Seminar 3 MFA.pdf - Adobe Acrobat Reader DC (32-bit)

File Edit View Sign Window Help

Home Tools Seminar 3 MFA.pdf x

Mouse Select Text Draw Stamp Spotlight Eraser Format Undo Redo Clear Save

Sign In

Problema 3: În vederea achiziționării unui autoturism, o persoană împrumută de la bancă suma de 20.000 €, pe timp de 5 ani, cu procentul anual 10%, urmând ca la sfârșitul fiecărui an să ramburseze aceeași cotă din împrumut, la care se adaugă dobânda aferentă acelei perioade. Construiți tabelul de rambursare a împrumutului. 3D

Rezolvare:

$\Delta = 20.000$  €  
 $n = 5$  ani  
 $i = 10\% = 0,1$

$Q = \frac{\Delta}{n} = \frac{20.000}{5} = 4000$   
 mr. de liniu din tabel

k	$R_k$	$D_k$ $\oplus$	$Q_k$ $\oplus$	$\Rightarrow n_k$
1	20000	2000	4000	6000
2	16000	1600	4000	5600
3	12000	1200	4000	5200
4	8000	800	4000	4800
5	4000	400	4000	4400
	$\equiv$	$\oplus$	$\oplus$	$\equiv$

Windows taskbar: 10:12 AM

Seminar 3 MFA.pdf - Adobe Acrobat Reader DC (32-bit)

File Edit View Sign Window Help

Home Tools Seminar 3 MFA.pdf x

Mouse Select Text Draw Stamp Spotlight Eraser Format Undo Redo Clear Save

Problemă 4: În vederea achiziționării unui calculator, o persoană împrumută de la bancă suma de 12.000 lei, pe timp de 3 ani, cu procentul anual 10%, urmând ca la sfârșitul fiecărui semestru să ramburseze aceeași cotă din împrumut, la care se adaugă dobânda aferentă acelei perioade. Construiți tabelul de rambursare a împrumutului.

Rezolvare:

$\Delta = 12.000$  lei  
 $n = 3$  ani  
 $i = 10\% = 0,1$

Semestru

1 an 1 sem. 1 an 1 sem. 1 an 1 sem.

(3 ani = 3 x 2 sem = 6 sem = 6 linii în tabel!)

$i_2 = \frac{i}{2} = \frac{0,1}{2} = 0,05$

$Q = \frac{\Delta}{n} = \frac{12.000}{6} = 2.000$  lei

k	$R_k$	$D_k$	$Q_k$	$\pi_k$
an 1	1 12.000	600	2.000	2.600
	2 10.000	500	2.000	2.500
an 2	3 8.000	400	2.000	2.400
	4 6.000	300	2.000	2.300
an 3	5 4.000	200	2.000	2.200
	6 2.000	100	2.000	2.100

3D fractionat

Seminar 3 MFA.pdf - Adobe Acrobat Reader DC (32-bit)

File Edit View Sign Window Help

Home Tools Seminar 3 MFA.pdf x

Mouse Select Text Draw Stamp Spotlight Eraser Format Undo Redo Clear Save

Problemă 5: Construiți planul de amortizare pentru un împrumut de 500 u.m., pe timp de 4 ani, cu dobânda unitară anuală de 12%, dacă rambursarea are loc prin plăți periodice constante la sfârșitul fiecărui an.

Rezolvare:

$\Delta = 500$  u.m.  
 $n = 4$  ani  
 $i = 12\% = 0,12$

k	$R_k$	$D_k$	$Q_k$	$\pi_k$
1	500	60	104,62	164,62
2	395,38	47,45	117,17	164,62
3	278,21	33,38	131,24	164,62
4	146,97	17,64	146,98	164,62

4D

$Q_k = \pi_k - D_k$

$\pi = \frac{\Delta \cdot i}{1 - v^n} = \frac{500 \cdot 0,12}{(1 - 0,892857^4)} = 164,62$

nr. de linii din tabel

$v = \frac{1}{1+i} = \frac{1}{1+0,12} = 0,892857...$

Seminar 3 MFA.pdf - Adobe Acrobat Reader DC (32-bit)

File Edit View Sign Window Help

Home Tools Seminar 3 MFA.pdf x

Mouse Select Text Draw Stamp Spotlight Eraser Format Undo Redo Clear Save

Problemă 6: Construiți planul de amortizare pentru un împrumut de 500 u.m., pe timp de un an, cu dobânda unitară anuală de 12%, dacă rambursarea are loc prin plăți periodice constante la sfârșitul fiecărui trimestru. (4D)

Rezolvare:

$\Delta = 500$  u.m.  
 $n = 1$  an  
 $i = 12\% = 0,12$

trimestru (1 an = 1 x 4 trim = 4 luni în tabel)

1 an  $i\%$

$i_4 = \frac{i}{4} = \frac{0,12}{4} = 0,03$

k	$R_k$	$D_k$	$Q_k$	$\Rightarrow r_k$
1	500	15	119,51	134,51
2	380,49	11,41	123,1	134,51
3	257,39	6,72	126,79	134,51
4	130,6	3,92	130,59	134,51

$r_k = \frac{\Delta \cdot i}{1 - v^n} = \frac{500 \cdot 0,03}{(1 - 0,97087378^4)} = 134,51$  u.m.

$v = \frac{1}{1+i} = \frac{1}{1+0,03} = \frac{1}{1,03} = 0,97087378$

Seminar 3 MFA.pdf - Adobe Acrobat Reader DC (32-bit)

File Edit View Sign Window Help

Home Tools Seminar 3 MFA.pdf x

Mouse Select Text Draw Stamp Spotlight Eraser Format Undo Redo Clear Save

Problemă 7: O persoană dorește să acumuleze într-un cont suma de 5000 €, în decurs de 4 ani, plătiind la sfârșitul fiecărui an câte o rată constantă, cu procentul anual 2%. Aflați valoarea unei rate și construiți fondul de acumulare. (F.A.)

Rezolvare:

$S = 5000$  €  
 $n = 4$  ani  
 $i = 2\% = 0,02$

$r = \frac{S \cdot i}{u^n - 1} = \frac{5000 \cdot 0,02}{(1,02^4 - 1)} = 1213,12$

$u = 1 + i = 1 + 0,02 = 1,02$

k	$r_k$	$S_k^{in}$	$D_k$	$S_k^{fin}$	$C_k = 5000$ €
1	1213,12	0	0	1213,12	$5000 - 1213,12 = 3786,88$
2	1213,12	1213,12	24,26	2450,5	$5000 - 2450,5 = 2549,5$
3	1213,12	2450,5	49,01	3712,63	$5000 - 3712,63 = 1287,37$
4	1213,12	3712,63	74,25	5000	0