

Seminar 2 MFA.pdf - Adobe Acrobat Reader DC (32-bit)

File Edit View Sign Window Help

Home Tools Seminar 2 MFA.pdf x

Excel: $= (1 - 0,99502487^{24}) / 0,005$

Problema 1: Dorim să cumpărăm un laptop în valoare de 7500 lei, plătind timp de 2 ani, la sfârșitul fiecărei luni, câte o rată constantă, cu un procent anual de 6%. Care este valoarea ratei?

Rezolvare:

$V(0) = 7500 \text{ lei}$
 $n = 2 \text{ ani}$
 $i = 6\% = 0,06$
 $r = ?$

(a.c.f.p.)
 rate
 rate egale
 lună
 de lună
 sfârșit
 (m=12)

$V(t) = r \cdot \frac{1 - v_m^n}{i_m} \cdot u_m \cdot t$
 $= r \cdot \frac{1 - v_{12}^{n \cdot 12}}{i_{12}} \cdot u_{12} \cdot t$
 $i_{12} = \frac{i}{12} = \frac{0,06}{12} = 0,005$
 $u_{12} = 1 + i_{12} = 1,005$
 $v_{12} = \frac{1}{u_{12}} = \frac{1}{1,005} = 0,99502487$
 $1 \text{ an} \dots m \text{ sup.}$
 $n \text{ ani} \dots x$

$V(0) = r \cdot \frac{1 - v_{12}^{24}}{i_{12}} \cdot u_{12} \cdot 1$
 $7500 = r \cdot \frac{(1 - 0,99502487^{24})}{0,005} \cdot 1$
 $\Leftrightarrow 7500 = r \cdot 22,56289028 \Rightarrow r = 3324 \text{ €}$

Seminar 2 MFA.pdf - Adobe Acrobat Reader DC (32-bit)

File Edit View Sign Window Help

Home Tools Seminar 2 MFA.pdf x

$S = n(1+i)^n$

Problema 2: Ce sumă se acumulează într-un cont, dacă la începutul fiecărui an, timp de trei ani, se depun 1000 €, cu procentul anual 5%?

Rezolvare:

$r = 1000 \text{ €}$
 $i = 5\% = 0,05$
 $n = 3 \text{ ani}$
 $FIN = V(n) = V(3) = ?$

(a.c.i.a.)
 $i = 0,05$
 $u = 1 + i = 1,05$
 $v = \frac{1}{1+i} = \frac{1}{1,05} = 0,9523809$

$V(t) = r \cdot \frac{1 - v^n}{i} \cdot u^{t+1}$
 $V(3) = r \cdot \frac{1 - v^3}{i} \cdot u^4 = 1000 \cdot \frac{(1 - 0,9523809^3)}{0,05} \cdot 1,05^4 = 3310,13 \text{ €}$

$S = n(1+i)^n$
 $S = FIN$

Seminar 2 MFA.pdf - Adobe Acrobat Reader DC (32-bit)

File Edit View Sign Window Help

Home Tools Seminar 2 MFA.pdf x

Mouse Select Text Draw Stamp Spotlight Eraser Format Undo Redo Clear Save

Problema 3: În cât timp se poate amortiza un credit în valoare de 1000 u.m. prin plata anuală a unei rate de 284,31 u.m., la sfârșitul fiecărui an, la o dobândă unitară anuală de 13% ?

Rezolvare:

(a.e.î.p.)

$V(0) = 1000 \text{ u.m.}$
 $r = 284,31 \text{ u.m.}$
 $i = 13\% = 0,13$
 $n = ? \text{ (ani)}$

$V(t) = r \cdot \frac{1-v^n}{i} \cdot u^t$

$V(0) = r \cdot \frac{1-v^n}{i} \cdot u^0 = 1$

$\Leftrightarrow 1000 = 284,31 \cdot \frac{1-0,8849557^n}{0,13}$

$\Leftrightarrow \frac{1-0,8849557^n}{0,13} \cdot 284,31 = 1000 \quad | : 284,31$

$\Leftrightarrow \frac{1-0,8849557^n}{0,13} = 3,5172874 \quad \Leftrightarrow 1-0,8849557^n = 0,13 \cdot 3,5172874$

$\Leftrightarrow -0,8849557^n = 0,457247 - 1$

$\Leftrightarrow -0,8849557^n = -0,542753 \quad | \cdot (-1) \quad | \ln \Rightarrow \ln 0,8849557^n = \ln 0,542753 \Rightarrow n = \frac{\ln 0,542753}{\ln 0,8849557}$

$n = 5 \text{ ani}$

Seminar 2 MFA.pdf - Adobe Acrobat Reader DC (32-bit)

File Edit View Sign Window Help

Home Tools Seminar 2 MFA.pdf x

Mouse Select Text Draw Stamp Spotlight Eraser Format Undo Redo Clear Save

Problema 4: Valoarea unei anuități constante, întregi, posticipate, după trei ani de la achiziționarea unui apartament este de 10.000 €, iar după încă trei ani, de 12.000 €. Aflați valoarea unei rate, știind că ratele se plătesc timp de 20 de ani.

Rezolvare:

(a.e.î.p.)

$V(3) = 10.000 \text{ €}$
 $V(6) = 12.000 \text{ €}$
 $n = 20 \text{ ani}$
 $r = ?$

$V(t) = r \cdot \frac{1-v^n}{i} \cdot u^t$

$V(3) = r \cdot \frac{1-v^n}{i} \cdot u^3 = 10.000 \quad (1)$

$V(6) = r \cdot \frac{1-v^n}{i} \cdot u^6 = 12.000 \quad (2)$

$(:)$

Din (2): (1) avem:

$\frac{r \cdot \frac{1-v^n}{i} \cdot u^6}{r \cdot \frac{1-v^n}{i} \cdot u^3} = \frac{12.000}{10.000} \quad \Leftrightarrow u^3 = 1,2 \quad \Leftrightarrow u = \sqrt[3]{1,2} = 1,2^{1/3} = 1,0626585$

$i = 0,0626585$
 $u = 1,0626585$
 $v = \frac{1}{1+i} = \frac{1}{u} = 0,94103609$

Înlocuind în (1) avem:

$r \cdot \frac{1-0,94103609^{20}}{0,0626585} \cdot 1,0626585^3 = 10.000$

$13,4717104$

$r = 742,3 \text{ €}$

Seminar 2 MFA.pdf - Adobe Acrobat Reader DC (32-bit)

File Edit View Sign Window Help

Home Tools Seminar 2 MFA.pdf x

Mouse Select Text Draw Stamp Spotlight Eraser Format Undo Redo Clear Save

Sign In

Problema 5: Care este valoarea finală a unei anuități, dacă se plătesc rate de 100 € în primii patru ani, la sfârșitul fiecărui trimestru, cu procentul anual 4% și 200 € în următorii doi ani, la sfârșitul fiecărui an, cu procentul anual 6%?

Rezolvare:

$Fin = S + V(2) = 1939,095 + 412,00599 = 2351,09 \text{ €}$

$Fin = V(m) = V(6) = ?$

$r_1 = 100 \text{ €}$
 $n = 4 \text{ ani}$
 a.c.f.p. ($m = 4$)
 $i = 4\% = 0,04$

$r_2 = 200 \text{ €}$
 $n = 2 \text{ ani}$
 a.c.î.p.
 $i = 6\% = 0,06$

$V(t) = r_1 \cdot \frac{1 - v_1^{n_1}}{i_1} \cdot u_1^{t \cdot \frac{1}{n_1}}$

$i_1 = \frac{i}{4} = \frac{0,04}{4} = 0,01$; $u_1 = 1 + i_1 = 1,01$
 $v_1 = \frac{1}{u_1} = \frac{1}{1,01} = 0,990099$
 $\Rightarrow V(4) = 100 \cdot \frac{(1 - 0,990099^{16})}{0,01} \cdot 1,01^{16}$
 $= 1725,788049 \text{ €}$

$V(t) = r_2 \cdot \frac{1 - v_2^{n_2}}{i_2} \cdot u_2^{t \cdot \frac{1}{n_2}}$

$i_2 = 0,06$; $u_2 = 1 + i_2 = 1,06$
 $v_2 = \frac{1}{u_2} = \frac{1}{1,06} = 0,943396$
 $\Rightarrow V(2) = 200 \cdot \frac{(1 - 0,943396^2)}{0,06} \cdot 1,06^2$
 $= 412,00599 \text{ €}$

$S = r_1 \cdot (1 + i_1)^2 = V(4) \cdot (1 + i_1)^2 = 1725,788049 \cdot 1,06^2 = 1939,095$

Seminar 2 MFA.pdf - Adobe Acrobat Reader DC (32-bit)

File Edit View Sign Window Help

Home Tools Seminar 2 MFA.pdf x

Mouse Select Text Draw Stamp Spotlight Eraser Format Undo Redo Clear Save

Sign In

Problema 6: Un magazin de mobilă vinde o canapea în valoare de 950 €. Canapeaua poate fi cumpărată cu un avans de 50 € și nicio rată timp de trei luni. La sfârșitul celor trei luni se poate achita prima rată din cele 21 de rate care trebuie plătite. Dacă dobânda unitară lunară este de 12%, care este valoarea unei rate?

Rezolvare:

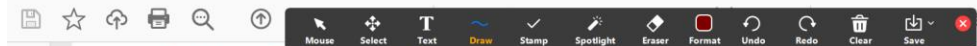
$pret = 950 \text{ €}$
 $avans = 50 \text{ €}$
 $V(0) = rest = 900 \text{ €}$
 $i_{12} = 12\% = 0,12$
 21 rate
 $r = ?$

$S = r \cdot (1 + i)^n$
 $V(0) = V(0) \cdot (1 + i_{12})^3$
 $= 900 \cdot (1,12)^3$
 $= 1264,4352$
 $\Rightarrow r = 149,29 \text{ €}$

$V(t) = r \cdot \frac{1 - v^{n-t}}{i} \cdot u^{t \cdot \frac{1}{n}}$

$i_{12} = 0,12$
 $u_{12} = 1 + i_{12} = 1,12$
 $v_{12} = \frac{1}{u_{12}} = \frac{1}{1,12} = 0,892857$

$V(0) = r \cdot \frac{1 - v_{12}^{21}}{i_{12}} \cdot u_{12}^{0 \cdot \frac{1}{21}}$
 $1264,4352 = r \cdot \frac{(1 - 0,892857^{21})}{0,12} \cdot 1,12^0$
 $8,469444$



Problema 7: Cât ar trebui să economisească anual o companie de transport pentru ca, în 10 ani, să aibă la dispoziție suma de 10.000.000 €, necesară modernizării, dacă depunerile se fac la început de an, iar procentul anual este de 3%?

Rezolvare:

$n = 10$ ani
 $FV = 10.000.000$ €
 $i = 3\%$
 $r = ?$

(a.c.i.a.) $\frac{10}{10}$

$$V\left(\frac{t}{10}\right) = r \cdot \frac{1-v^n}{i} \cdot u^{t+1}$$

$i = 0,03$
 $u = 1+i = 1,03$
 $v = \frac{1}{u} = \frac{1}{1,03} = 0,9708737$

$V(10) = r \cdot \frac{1-v^{10}}{i} \cdot u^{11}$
 $10.000.000 = r \cdot \frac{(1-0,9708737^{10})}{0,03} \cdot 1,03^{11}$
 $11,807826$
 $r = 84.6895,95$ €.