

Seminar 4 MFA.pdf - Adobe Acrobat Reader DC (32-bit)

File Edit View Sign Window Help

Home Tools Seminar 4 MFA.pdf x Numere de comuta...

Mouse Select Text Draw Stamp Spotlight Eraser Format Undo Redo Clear Save

! 1) Prob. de viață și de deces: $p(x, y)$, $q(x, y)$ $p(x, y) + q(x, y) = 1$ $p(x, y) = \frac{L_y}{L_x}$

${}_n p_x = p(x, x+n)$ $p_x = p(x, x+1)$

${}_n q_x = q(x, x+n)$ $q_x = q(x, x+1)$

${}_m | {}_n q_x = p(x, x+m) \cdot q(x+m, x+n)$

Matematici Financiare și Actuariale
Seminar 4: Funcții biometrice

! 2) Viața medie: $e_x = \frac{1}{2} + \frac{1}{L_x} (L_{x+1} + L_{x+2} + \dots + L_{100})$

Lect. univ. dr. Alexandru-Darius Filip

3) Tabele de mortalitate

Universitatea Babeș-Bolyai Cluj-Napoca
Facultatea de Științe Economice și Gestiunea Afacerilor
Departamentul de Statistică-Previziuni-Matematică

Doc 11:31 AM

Seminar 4 MFA.pdf - Adobe Acrobat Reader DC (32-bit)

File Edit View Sign Window Help

Home Tools Seminar 4 MFA.pdf x Numere de comuta...

Mouse Select Text Draw Stamp Spotlight Eraser Format Undo Redo Clear Save

Problema 1: Folosind tabelul numerelor de comutație cu 5%, calculați și interpretați probabilitățile de viață și de deces de mai jos:

a) ${}_2 p_{70}$; b) ${}_3 q_{67}$; c) p_{90} ; d) q_{82} ; e) ${}_3 / {}_4 q_{56}$.

Rezolvare:

a) ${}_2 p_{70} = p(70, 72) = \frac{L_{72}}{L_{70}} = \frac{48607}{54051} = 0,90 \approx 90\%$

${}_n p_x = p(x, x+n)$ $p(x, y) = \frac{L_y}{L_x}$

b) ${}_3 q_{67} = q(67, 70) = 1 - p(67, 70) = 1 - \frac{L_{70}}{L_{67}} = 1 - \frac{54051}{61036} = 0,11$

${}_n q_x = q(x, x+n)$ $p(x, y) + q(x, y) = 1$

Doc 11:41 AM

Problema 1: Folosind tabelul numerelor de comutație cu 5%, calculați și interpretați probabilitățile de viață și de deces de mai jos:

a) ${}_2p_{70}$; b) ${}_3q_{67}$; c) p_{90} ; d) q_{82} ; e) ${}_3/4q_{56}$.

Rezolvare:

c) $p_{90} = p(90, 91) = \frac{L_{91}}{L_{90}} = \frac{2168}{3059} = 0,71$ d) $q_{82} = q(82, 83) = 1 - p(82, 83) = 1 - \frac{L_{83}}{L_{82}} = 1 - \frac{16384}{19178} = 0,15$

$p_x = p(x, x+1)$ $p(x, y) = \frac{L_y}{L_x}$ $q_x = q(x, x+1)$

e) ${}_3/4q_{56} = p(56, 59) \cdot q(59, 60) = \frac{L_{59}}{L_{56}} \cdot (1 - p(59, 60)) = \frac{L_{59}}{L_{56}} \cdot \left(1 - \frac{L_{60}}{L_{59}}\right) = \frac{L_{59}}{L_{56}} \cdot \frac{L_{59} - L_{60}}{L_{59}} = \frac{L_{59} - L_{60}}{L_{56}} = \frac{73741 - 72581}{76735} = 0,015$

${}_m/{}_nq_x = p(x, x+m) \cdot q(x+m, x+n) = \frac{L_{x+m} - L_{x+n}}{L_x}$

Problema 2a) Care este probabilitatea ca o persoană în vârstă de 21 de ani, să decedeze între 80 și 90 de ani ? b) Dar să nu mai fie în viață la vârsta de 100 de ani ?

Rezolvare:

a)

$$p(21, 80) \cdot g(80, 90) = \frac{L_{80}}{L_{21}} \cdot (1 - p(80, 90)) = \frac{L_{80}}{L_{21}} \cdot \left(\frac{L_{80}}{1} - \frac{L_{90}}{L_{80}} \right) = \frac{L_{80} - L_{90}}{L_{21}} =$$

$$= \frac{25097 - 3059}{88470} = 0,25$$

b) $g(21, 100) = 1 - p(21, 100) = 1 - \frac{L_{100}}{L_{21}} = 1 - \frac{15}{88470} =$

$$= 0,9998 \approx 1.$$

$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$
↑
A, B independente

Seminar 4 MFA.pdf - Adobe Acrobat Reader DC (32-bit)

File Edit View Sign Window Help

Home Tools Seminar 4 MFA.pdf x Numere de comuta...

Mouse Select Text Draw Stamp Spotlight Eraser Format Undo Redo Clear Save

Sign In

Problema 3: Câți ani mai are de trăit în medie o persoană în vârstă de 94 de ani ?
Construiți arborescența viageră și de deces pentru această persoană, folosind rezultatul obținut la întrebarea precedentă.

Rezolvare:

Viața medie:

$$e_x = \frac{1}{2} + \frac{1}{L_x} \cdot (L_{x+1} + L_{x+2} + \dots + L_{100})$$

$$e_{94} = \frac{1}{2} + \frac{1}{L_{94}} (L_{95} + L_{96} + \dots + L_{100})$$

$$= 0,5 + \frac{1}{628} (384 + 224 + 125 + 66 + 33 + 15)$$

$$= 1,85 \text{ ani.}$$

Arborescența viageră și de deces:

$$p_{94} = p(94, 95) = \frac{L_{95}}{L_{94}} = 0,61$$

$$q_{95} = 1 - p_{95} = 1 - p(95, 96) = 1 - \frac{L_{96}}{L_{95}} = 0,42$$

Seminar 4 MFA.pdf - Adobe Acrobat Reader DC (32-bit)

File Edit View Sign Window Help

Home Tools Seminar 4 MFA.pdf x Numere de comuta...

Mouse Select Text Draw Stamp Spotlight Eraser Format Undo Redo Clear Save

Sign In

Problema 4: Completați cu valori corecte următorul tabel de mortalitate:

x	L_x	d_x	q_x	p_x	e_x
0	5000	250	0,05	0,95	3,95
1	4750	618	0,13	0,87	3,13
2	4132	702	0,17	0,83	2,52
3	3430	1029	0,3	0,7	1,94
4	2401	936	0,39	0,61	1,56
5	1465	733	0,5	0,5	1,23
6	732	454	0,62	0,38	0,96
7	278	220	0,79	0,21	0,72
8	58	55	0,95	0,05	0,55
9	3	3	1	0	0,5

Rezolvare:

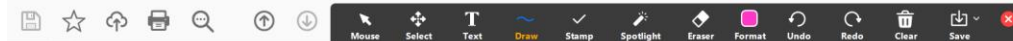
Din $d_x = L_x \cdot q_x \Rightarrow q_x = \frac{d_x}{L_x}$

$$q_0 = \frac{d_0}{L_0} = \frac{250}{5000} = 0,05$$

$$q_4 = \frac{d_4}{L_4} = \frac{936}{2401} = 0,39$$

Handwritten notes:

- $p_x + q_x = 1$
- $L_{x+1} = L_x - d_x$
- $d_x = L_x \cdot q_x$ (mr. pers. care decedază)
- $e_x = \frac{1}{2} + \frac{1}{L_x} \cdot (L_{x+1} + \dots + L_9)$
- $e_5 = \frac{1}{2} + \frac{1}{L_5} (L_6 + L_7 + L_8 + L_9)$
- $= \frac{1}{2} + \frac{1}{1465} (732 + 278 + 58 + 3)$
- $= 1,23 \text{ ani}$



Problema 5: În studiul duratei de viață a persoanelor asigurate care au depășit vârsta de 80 de ani, s-au constatat următoarele probabilități: $p_{81} = 0,9$, $p_{82} = 0,7$, $p_{83} = 0,5$, $p_{84} = 0,4$, $p_{85} = 0,2$. Construiți un tabel de mortalitate pentru asigurații cu vârsta cuprinsă între 81 și 85 de ani, știind că la vârsta de 81 de ani, erau în viață 10.000 de persoane asigurate.

Rezolvare:

x	L_x	d_x	p_x	q_x	e_x
81	10 000	1 000	0,9	0,1	2,47
82	9 000	2 700	0,7	0,3	1,69
83	6 300	3 150	0,5	0,5	1,2
84	3 150	1 890	0,4	0,6	0,9
85	1 260	1 008	0,2	0,8	0,5

$$p_x + q_x = 1$$

$$d_x = L_x \cdot q_x$$

$$L_{x+1} = L_x - d_x$$

$$e_x = \frac{1}{2} + \frac{1}{L_x} (L_{x+1} + \dots + L_{85})$$

$$e_{81} = \frac{1}{2} + \frac{1}{L_{81}} (L_{82} + L_{83} + L_{84} + L_{85})$$

$$= 2,47 \text{ ani}$$

$$e_{85} = \frac{1}{2} + \frac{1}{L_{85}} (???) = 0,5$$