# Analyse III
# lesaantekeningen

Fordeyn Tibo

# Inhoudstafel

# 1 Belangrijke differentiaalvergelijkingen

We zullen PDV's later omzetten naar gewone differentiaalvergelijkingen, daarom moeten we drie vormen herhalen.

- differentiaalvergelijkingen constante coefficiënten
- Differentiaalvergelijking van Euler
- Differentiaalvergelijking van Bessel

En de gamma functie komt ook aan bod voor herhaling.

## 1.1 Differentiaalvergelijking constante coefficienten en Euler

**Stelling:** oplossen met karakteristieke veelterm

$$a_0 y'' + a_1 y' + a_2 y = 0.$$

We vinden de karakteristieke vergelijking

$$\rho(\nu) = a_0 \nu^2 + a_1 \nu + a_2.$$

met mogelijke oplossingen

$$\begin{cases} \nu_1 \neq \nu_2 \in \mathbb{R} \implies y(x) = c_1 e^{\nu_1 x} + c_2 e^{\nu_2 x} \\ \nu_1 = \nu_2 \implies y(x) = c_1 e^{\nu_1 x} + c_2 x e^{\nu_1 x} \\ \nu_{1,2} = \alpha \pm \beta x \implies y(x) = c_1 e^{\alpha x} \cos\left(\beta x\right) + c_2 e^{\alpha x} \sin\left(\beta x\right) \end{cases}.$$

**Opmerking 1.1.1** $\nu$ in plaats van $\lambda$

Lambda krijgt later een andere betekenis

**Voorbeeld 1.1.1**

$$y'' = \lambda y.$$

waarbij lambda geïnterpreteerd wordt als een parameter

$$p(\nu) = \nu^2 - \lambda.$$

$$\begin{cases} \lambda = 0 \implies \nu_1 = \nu_2 \implies y(x) = c_1 + c_2 x \\ \lambda \in \mathbb{R}^+ \implies \nu_{1,2} = \pm\sqrt{\lambda} \implies y(x) = c_1 e^{\sqrt{\lambda} x} + c_2 e^{-\sqrt{\lambda} x} \\ \lambda \in \mathbb{R}^- \implies \end{cases}.$$

**Herrinnering 1.1.1** Hyperbolische functies

Merk op dat de hyperboligsche functies lineaire combinaties zijn van die exponentiële functies dus als lambda positief is vinden we ook

$$y(x) = d_1 \cosh\left(\sqrt{\lambda}x\right) + d_2 \sinh\left(\sqrt{\lambda}x\right).$$