

# Mechanica II

## Lesaantekeningen

Fordeyn Tibo

# INHOUDSTAFEL

<b>1</b>	<b>Inleidende kinematica</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Samengestelde beweging</b>	<b>3</b>
2.1	Versnelling . . . . .	3
<b>3</b>	<b>Dynamica</b>	<b>4</b>
3.1	materiele systemen . . . . .	4
3.2	Impulsmoment . . . . .	6

# **1 Inleidende kinematica**

## 2 Samengestelde beweging

### 2.1 Versnelling

- sleepveersnelling
- relatieve versnelling
- complementaire versnelling

absolute versnelling volgt uit de afgeleide van absolute snelheid

#### Definitie 2.1.1: absolute versnelling

We definiëren absolute versnelling

$$\begin{aligned}\vec{a}_P &= \frac{d\vec{v}_P}{dt} \\ \iff \frac{d^2}{dt^2} (\vec{r}_A + \vec{r}'_P).\end{aligned}$$

#### Definitie 2.1.2: coriolisversnelling

$$\begin{aligned}\vec{a}_{P,cor} &= -\vec{a}_{P,compl} \\ \iff -2(\vec{\omega} \times \vec{v}_{P,rel}). \\ &2(\vec{v}_{P,rel} \times \vec{\omega}).\end{aligned}$$

#### Opmerking 2.1.1

Wat is dit? We kunnen zeggen dat de versnelling van een punt P gelijk is aan een sleepversnelling van dat punt. Versnelling dat dat punt zou hebben als het vast zou hangen aan het assenstelsel. Er is een relatieve versnelling  $\vec{a}_P$ . Ten slotte komt die complementaire versnelling als er

1. het assenstelsel roteert
2. het punt beschrijft beweging tov dta assenstelsel

Dit wordt geschreven als

$$\vec{a}_{slp,P} + \vec{a}_{rel,P} - a_{cor,P}.$$

als ik kijk vanuit referentie assenstelsel, en je weet dat je punt geen versnelling heeft. Dan moet er een correctieterm komen, dat is wat die coriolis term moet zijn. Je neemt het niet waar, maar het is een correctieterm.

# 3 Dynamica

## 3.1 materiele systemen

### impulswet

van een puntmassa

$$\vec{F} = m\vec{a} = \frac{d\vec{p}}{dt} \implies \vec{p} = m\vec{v}.$$

snelheid van het voorwerp gewogen met de massa stelt een hoeveelheid van beweging voor.

#### Opmerking 3.1.1

momentum in het engels niet te verwarren met moment

voor een materiaal systeem

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \sum_{i=1}^n m\vec{a}_i = \frac{d\vec{p}}{dt}.$$
$$\sum_{i=1}^n \vec{p}_i.$$

gebruik van derde postlaet.

**Stelling:** Formulering van uit het massacentrum

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt} \sum_{i=1}^n m\vec{v}_i.$$

#### Opmerking 3.1.2

soort gewogen gemiddelde van alle coördinaten van het systeem en dat geeft het coördinaat van het massacentrum.

$$\iff \frac{d}{dt} \left( \frac{d}{dt} \left( \sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i \right) \right).$$

neem totale massa en vermenigvuldig met positie coördinaat, dat afleiden naar de tijd geeft het impuls

$$\iff \frac{d}{dt} (m\vec{v}_c) = \frac{d\vec{p}_c}{dt}.$$

$$\implies \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = m\vec{a}_c.$$

$$\Rightarrow \vec{r}_c = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{m}$$

Als de positie van een systeem veranderd, en ook als het massacentrum van het voorwerp veranderd, dat beschrijft de valparabool. Er is een rotatiebeweging bezig rond het massacentrum dat irrelevant is, de valparabool wordt uitgevoerd. dus formulering vanuit het massacentrum;

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = m \vec{a}_c = m \vec{a}_c = \frac{d\vec{p}_c}{dt}.$$

### Eindig tijdsinterval

$$\vec{N} = \int_{t_I}^{t_{II}} \vec{F} dt = \vec{p}_{II} - \vec{p}_I = m \vec{v}_{II} - m \vec{v}_I.$$

Hiervoor moeten we het hebben over het begrip stoot;

#### Opmerking 3.1.3 stoot

We hebben een kracht die werkt over een bepaald tijdsinterval, als we dat integreren over de tijd, dan krijgen we integraal van de stoot of de integraal van de kracht over tijdsinterval.

Als een kracht heel snel in de tijd evolueert, bijvoorbeeld bij een botsing.

#### Voorbeeld 3.1.1 (Voorbeeld stoot)

Gemiddelde kracht maal tijdsinterval moet gelijk zijn aan geleverde stoot, beschouw een auto die tegen muur rijdt zoals afbeelding hieronder

$$\vec{N} = \vec{P}_{II} - \vec{P}_I.$$

$$N_x = mv = \dots = \dots N.$$

$$\vec{F}_{\text{gem}} \cdot \Delta t = \int_{t_I}^{t_{II}} \vec{F} dt = \vec{p}_{II} - \vec{p}_I = \vec{N}.$$

$$\Longleftrightarrow F_x = \frac{N_x}{\Delta t}.$$

du je ziet dat een lange voorkant van een auto ervoor zorgt dat de botsing uiteindelijk veel trager gebeurt

**Stelling:** behoud van impuls

$$\vec{p}_{II} - \vec{p}_I = \vec{0}.$$

#### Voorbeeld 3.1.2 (Schaatser)

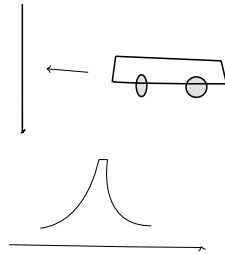
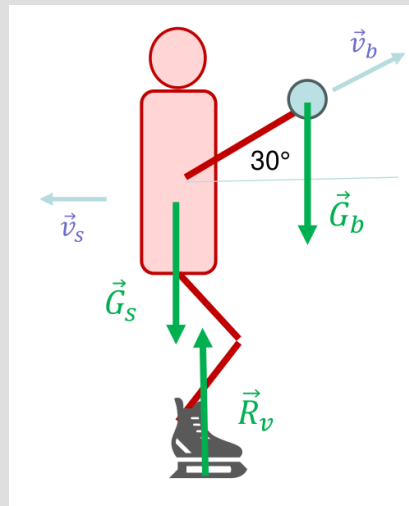


Figure 3.1: auto



$$\begin{bmatrix} 0 \\ N_{G_s} + N_{G_b} + N_{R_v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M(-v_s) & +mv_b \cos 30^\circ \\ 0 & +mv_b \sin 30^\circ \end{bmatrix}$$

## 3.2 Impulsmoment

Kennisclip