IOV
Lesaantekeningen

Fordeyn Tibo

Inhoudstafel

1 Discrete informatiebronnen

> **Voorbeeld 1.0.1**
> Een voorbeeld waarin definitie (A1.1) geen problemen stelt. We versturen boodschappen bestaande uit 3 letters (l = 3) willekeurig gekozen uit een alfabet met 4 symbolen A, B, C, D (n = 4).

Volgens (A1.1) is de hoeveelheid informatie van elke boodschap H = 3 log 4 = 6 biti .

2 Broncodering

Bewijs 2.0.1:

Stelling:

$$L \cdot \log r \geq H(A).$$

met

$$L = \sum_{i=1}^{n} p_i \cdot l_i.$$

$$H(A) = -\sum_{i=1}^{n} p_i \cdot \log p_i.$$

$$H(A) - L \cdot \log r = \sum_{i=1}^{n} \left(p_i \cdot \log p_i + p_i l_i \log r\right).$$

$$\iff \sum_{i=1}^{n} \left(p_i \log \frac{1}{p_i r^{l_i}}\right).$$

$$\iff \sum_{i=1}^{n} p_i \frac{\ln\left(\frac{1}{p_i \cdot r^{l_i}}\right)}{\ln(2)}.$$

Herrinnering 2.0.1

$$\ln(a) \leq a - 1.$$

$$\iff \sum_{i=1}^{n} p_i \cdot \ln\left(\frac{1}{p_i r^{l_i}}\right) \leq \sum_{i=1}^{n} p_i \cdot \left(\frac{1}{p_i \cdot r^{l_i}} - 1\right).$$

Opmerking 2.0.1

Kraft zegt niets over efficientie **We kijken nu naar broncodes zonder verlies.**

Definitie 2.0.1: Efficientie

efficientie van broncodde

$$\epsilon = \frac{H(A)}{L \cdot \log r}.$$

$$\equiv \frac{\text{bit}_i/\text{symbool A}}{\text{bit/codewoord C}}.$$

Huffman codering werkt door altijd boom te nemen de kleinsten samente nemen;

Dan kun je efficientie bepalen

$$H(A) = \ldots [\text{bit}_i/\text{Symbool uit A}].$$

$$L = \ldots = [\text{bit/codewoord uit C}].$$

$$\epsilon = \frac{H(A)}{L \cdot \log r}.$$

Opmerking 2.0.2

Wat doe je als je drie symbolen hebt? Splitsen i ndrie ... Zorg vooral dat je zo'n boom op kunt stellen

Opmerking 2.0.3

$$P(1|0) + P(0|0) = 1.$$

Opmerking 2.0.4 Lempel

Dit is een manier om door de tekst tot een systematische manier leidt om code uit de tekst af gte leiden zonder dat je de statistiek moet kennen.

3 Continue informatiebronnen

3.1 Probleemstelling

We willen een geluidsbron karakteriseren.

Definitie 3.1.1: gemiddeld vermogen van een continue bron

Gedefinieerd als

$$P_X = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 p(x) dx.$$

"Het vermogen is de amplitude tot de tweede macht." p_x is de kans op die amplitude

Het vermogen van de normaalverdeling is de variantie Verdubbeling amplitude geeft factor vier in vermoen, voor je het weet wordt de telefoon veel te warm.

3.2 continue informtiebron met geheugen

Definitie 3.2.1: gemiddelde hoeveelhid informatie per bemonsterinv continue informatiebron na kwantisatie

;

$$H(x^\Delta) = -\sum_i p_i \log p_i.$$

delta de kwantisatiestap en $p_i = p(x_i)$

$$H(A) = -\int_{-A}^{0} p(x) \log p(x) dx.$$
$$\iff -\int_{-A}^{A} \frac{1}{2A} \log \frac{1}{2A} dx.$$
$$\iff \frac{1}{2A} \log(2A) x|_{-1}^{A}.$$

3.3 analoog spectrum

Periodisch $\longrightarrow$ f is discreet, reel $\longrightarrow$ complex toegevogd symmetrisch. Als het reel signaal even is dan is het spectrum symmetrisch. Imaginair deel valt weg.q

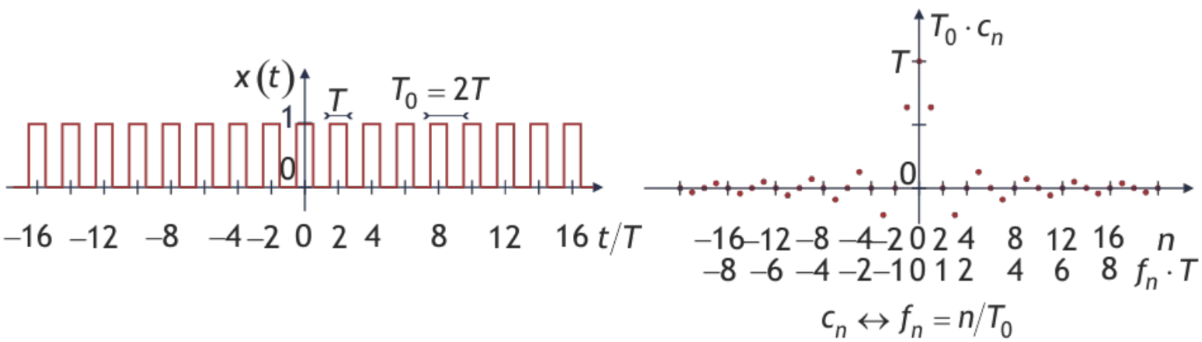
Definitie 3.3.1: complexe fourier reeks

;

$$x(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} c_n e^{j2\pi\nu f_0 t}.$$

en

$$c_n = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{+\frac{T_0}{2}} x(t) e^{-j2\pi\nu f_0 t} dt.$$



$$x(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} c_n e^{j2\pi f_0 t}, f_n = n \cdot f_0 = \frac{n}{T_0}.$$

Voorbeeld 3.3.1 (Oefening als voorbeeld)

$$C_n = f(n f_0) = \frac{1}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} X(t) e^{-j2\pi\nu f_0 t} dt.$$

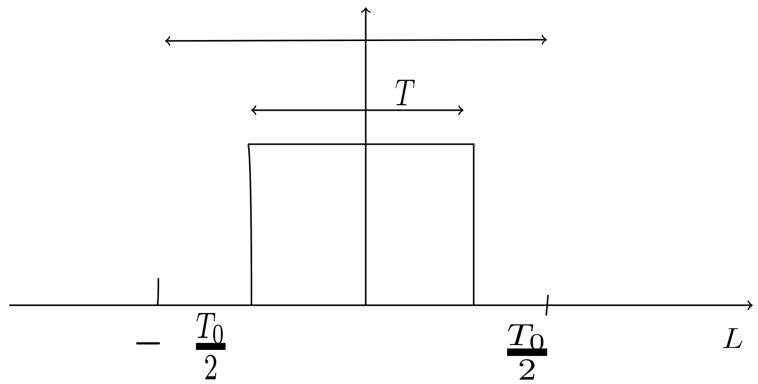


Figure 3.1: representatie

$$\iff \frac{1}{T_0}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} e^{-j2\pi n f_0 t} dt.$$

$$\iff \frac{1}{T_0}\frac{1}{-j2\pi n f_0}\left[e^{-j2\pi n f_0 \frac{T}{2}} - e^{-j2\pi n f_0 \frac{T}{2}}\right].$$

$$\iff \frac{T}{T_0}\frac{\sin\left(\pi f_n T\right)}{n f_n T}.$$

Opmerking 3.3.1 Wat als T_0 groter wordt?

Hoe groter de periode hoe kleiner de stapjes. n wordt meegeschaald met T_0. f_n wordt meer en meer continu.

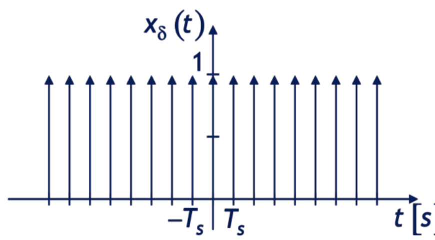
4 Digitalisering van continue informatiebronnen

Opmerking 4.0.1 Tijd en spectrum

- Verandering van tijd naar spectrum transformeert periodisch naar discreet en omgekeerd, dit is de duale eigenschap.
- De schaling;

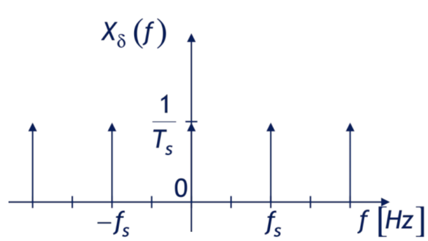
$$\Delta t \text{ stijgt } \longrightarrow B \text{ daalt} \approx \frac{\Delta}{\Delta t}.$$

$$x_\delta(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - k \cdot T_s).$$



We voeren hierop de fourier transformatie uit om een digitaal signaal te krijgen!!

$$X_\delta(f) = \frac{1}{T_s} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(f - k \cdot f_s).$$



Opmerking 4.0.2

Fourier transformaties schrijven we altijd met hoofdletters!!

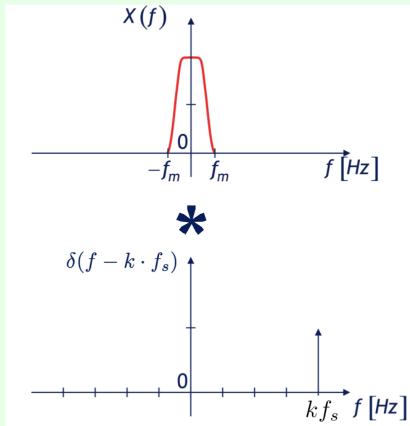
$$X_\delta(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_s) \to^{\mathscr{F}} X_\delta(f) = \frac{1}{T_s} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(f - kf_s), f_s = \frac{1}{T_s}.$$

4.1 Bemonsteren; het spectrum

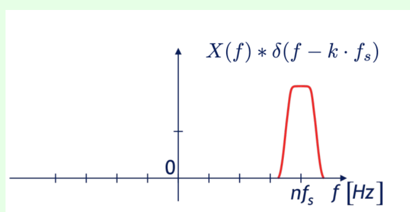
$$X(f) * \delta(f - k \cdot f_s) = X(f - k \cdot f_s).$$

Herrinnering 4.1.1 Convoluties

Demontratie van een convolutie



dat wordt



$$(f * g)(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau) g(t - \tau) d\tau.$$

je moet eigenlijk niet weten wat het is gewoon kunnen toepassen.

$$X(f) * \delta(f - kf_0).$$

$$\iff \int_{-\infty}^{+\infty} X(\tau)\delta(f - kf_0 - \tau) d\tau.$$

$$\implies X(t_0) = X(f - \delta h).$$

Je krijgt een schuif eigenschap met convoluties. Je verschuift het spectrum.

Bewijs 4.1.1: Bemonsteringstheorema van Nyquist

Convolutie van een spectrum met een Dirac-delta Als je die diract delta vermenigvuldig met een functie van t da nkrijg ik de waarde van die functie op een tijdstip t_0

$$\mathscr{F}\left\{x(t)\cdot x_{\delta}(t)\right\}.$$

$$\Longleftrightarrow \mathscr{F}\left\{x(t)\right\} * \mathscr{F}\left\{x_{\delta}(t)\right\}.$$

$$X(f) * X_{\delta}(f).$$

$$X(f) * \left[\frac{1}{T_s}\sum_{k=-\infty}^{\infty}\delta(f-k\cdot f_s)\right].$$

$$\Longleftrightarrow \frac{1}{T_s}\sum_{k=-\infty}^{\infty}X(f-k\cdot f_s).$$