10. LaTeX-gyakorlat

Tómács Tibor

Eszterházy Károly Katolikus Egyetem
Matematikai és Informatikai Intézet

Eger, 2025. február 25.

Feladat

Készítsen LaTeX-kódot, melynek ez a prezentáció az eredménye!

Feladat

Készítsen LaTeX-kódot, melynek ez a prezentáció az eredménye!

A megoldás letölthető innen:

`https://tibortomacs.github.io/latex-tutorial-hu/latex-gyak10.zip`

Nagy számok Bernoulli-féle törvénye

Nagy számok Bernoulli-féle törvénye

Csebisev 1866

Nagy számok Bernoulli-féle törvénye

Csebisev 1866

Legyen G_n egy adott A esemény gyakorisága n kísérlet után.

Nagy számok Bernoulli-féle törvénye

Csebisev 1866

Legyen G_n egy adott A esemény gyakorisága n kísérlet után. Ekkor minden $\varepsilon > 0$ esetén

$$\mathrm{P}\left(\left|\frac{G_n}{n} - \mathrm{P}(A)\right| \geq \varepsilon\right) \leq \frac{\mathrm{P}(A)\,\mathrm{P}(\overline{A})}{n\varepsilon^2}.$$

Nagy számok gyenge törvénye

Nagy számok gyenge törvénye

Legyenek $X_1, X_2, \ldots, X_n, \ldots$ olyan valószínűségi változók, melyek

Nagy számok gyenge törvénye

Legyenek $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ olyan valószínűségi változók, melyek

- páronként függetlenek,

Nagy számok gyenge törvénye

Legyenek $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ olyan valószínűségi változók, melyek

- páronként függetlenek,
- azonos eloszlásúak,

Nagy számok gyenge törvénye

Legyenek $X_1, X_2, \ldots, X_n, \ldots$ olyan valószínűségi változók, melyek

- páronként függetlenek,
- azonos eloszlásúak,
- véges szórásúak.

Nagy számok gyenge törvénye

Legyenek $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ olyan valószínűségi változók, melyek

- páronként függetlenek,
- azonos eloszlásúak,
- véges szórásúak.

Ekkor minden $\varepsilon > 0$ esetén

$$\mathrm{P}\left(\left|\frac{X_1 + \cdots + X_n}{n} - \mathrm{E}(X_1)\right| \geq \varepsilon\right) \leq \frac{\mathrm{D}^2(X_1)}{n\varepsilon^2}.$$

EGER 1774
ESZTERHÁZY KÁROLY KATOLIKUS EGYETEM

Nagy számok erős törvénye

Nagy számok erős törvénye

Kolmogorov 1933

Nagy számok erős törvénye

Kolmogorov 1933

Legyenek $X_1, X_2, \ldots, X_n, \ldots$ olyan valószínűségi változók, melyek

Nagy számok erős törvénye

Kolmogorov 1933

Legyenek $X_1, X_2, \ldots, X_n, \ldots$ olyan valószínűségi változók, melyek

- függetlenek,

Nagy számok erős törvénye

Kolmogorov 1933

Legyenek $X_1, X_2, \ldots, X_n, \ldots$ olyan valószínűségi változók, melyek

- függetlenek,
- azonos eloszlásúak,

Nagy számok erős törvénye

Kolmogorov 1933

Legyenek $X_1, X_2, \ldots, X_n, \ldots$ olyan valószínűségi változók, melyek

- függetlenek,
- azonos eloszlásúak,
- véges várható értékűek.

Nagy számok erős törvénye

Kolmogorov 1933

Legyenek $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ olyan valószínűségi változók, melyek

- függetlenek,
- azonos eloszlásúak,
- véges várható értékűek.

Ekkor

$$P\left(\lim_{n\to\infty} \frac{X_1 + \cdots + X_n}{n} = E(X_1)\right) = 1.$$

Nagy számok erős törvénye

Kolmogorov 1933

Legyenek $X_1, X_2, \ldots, X_n, \ldots$ olyan valószínűségi változók, melyek

- függetlenek,
- azonos eloszlásúak,
- véges várható értékűek.

Ekkor

$$\mathrm{P}\left(\lim_{n\to\infty} \frac{X_1 + \cdots + X_n}{n} = \mathrm{E}(X_1)\right) = 1.$$

Másképpen fogalmazva, ekkor $\frac{X_1+\cdots+X_n}{n}$ majdnem biztosan konvergál $\mathrm{E}(X_1)$-hez.

Megjegyzések

Megjegyzések

Ha a nagy számok gyenge törvényében X_i egy esemény indikátorváltozója, akkor a Bernoulli-féle nagy számok törvényét kapjuk.

Megjegyzések

Ha a nagy számok gyenge törvényében X_i egy esemény indikátorváltozója, akkor a Bernoulli-féle nagy számok törvényét kapjuk.

A nagy számok Kolmogorov-féle erős törvényének állítása páronkénti függetlenség esetén is igaz marad.

Határeloszlási tételek

Határeloszlási tételek

Centrális határeloszlási tétel

Legyenek $X_1, X_2, \ldots, X_n, \ldots$ független, azonos eloszlású, pozitív szórású valószínűségi változók. Ekkor $X_1 + \cdots + X_n$ standardizáltjának határeloszlása standard normális.

Határeloszlási tételek

Centrális határeloszlási tétel

Legyenek $X_1, X_2, \ldots, X_n, \ldots$ független, azonos eloszlású, pozitív szórású valószínűségi változók. Ekkor $X_1 + \cdots + X_n$ standardizáltjának határeloszlása standard normális.

Moivre – Laplace-tétel

Ha az X_i valószínűségi változók azonos karakterisztikus eloszlásúak, akkor a centrális határeloszlási tételből speciálisan az úgynevezett Moivre – Laplace-tételt kapjuk.

KÖSZÖNÖM A FIGYELMET!