

10. \LaTeX -gyakorlat

Tómacs Tibor

Eszterházy Károly Katolikus Egyetem
Matematikai és Informatikai Intézet

Eger, 2025. november 9.

Feladat

Készítsen \LaTeX -kódot, melynek ez a prezentáció az eredménye!

Feladat

Készítsen \LaTeX -kódot, melynek ez a prezentáció az eredménye!

A megformálandó szöveg letölthető innen:

<https://tibortomacs.github.io/latex-tutorial-hu/latexgyak-text#10-gyakorlat>

Feladat

Készítsen \LaTeX -kódot, melynek ez a prezentáció az eredménye!

A megformálandó szöveg letölthető innen:

<https://tibortomacs.github.io/latex-tutorial-hu/latexgyak-text#10-gyakorlat>

A megoldás letölthető innen:

<https://tibortomacs.github.io/latex-tutorial-hu/latex-gyak10.zip>

Nagy számok Bernoulli-féle törvénye

Nagy számok Bernoulli-féle törvénye

Csebisev 1866

Nagy számok Bernoulli-féle törvénye

Csebisev 1866

Legyen G_n egy adott A esemény gyakorisága n kísérlet után.

Nagy számok Bernoulli-féle törvénye

Csebisev 1866

Legyen G_n egy adott A esemény gyakorisága n kísérlet után. Ekkor minden $\varepsilon > 0$ esetén

$$P\left(\left|\frac{G_n}{n} - P(A)\right| \geq \varepsilon\right) \leq \frac{P(A)P(\bar{A})}{n\varepsilon^2}.$$

Nagy számok gyenge törvénye

Nagy számok gyenge törvénye

Legyenek $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ olyan valószínűségi változók, melyek

Nagy számok gyenge törvénye

Legyenek $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ olyan valószínűségi változók, melyek

- páronként függetlenek,

Nagy számok gyenge törvénye

Legyenek $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ olyan valószínűségi változók, melyek

- páronként függetlenek,
- azonos eloszlásúak,

Nagy számok gyenge törvénye

Legyenek $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ olyan valószínűségi változók, melyek

- páronként függetlenek,
- azonos eloszlásúak,
- véges szórásúak.

Nagy számok gyenge törvénye

Legyenek $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ olyan valószínűségi változók, melyek

- páronként függetlenek,
- azonos eloszlásúak,
- véges szórásúak.

Ekkor minden $\varepsilon > 0$ esetén

$$P\left(\left|\frac{X_1 + \dots + X_n}{n} - E(X_1)\right| \geq \varepsilon\right) \leq \frac{D^2(X_1)}{n\varepsilon^2}.$$

Nagy számok erős törvénye

Nagy számok erős törvénye

Kolmogorov 1933

Nagy számok erős törvénye

Kolmogorov 1933

Legyenek $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ olyan valószínűségi változók, melyek

Nagy számok erős törvénye

Kolmogorov 1933

Legyenek $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ olyan valószínűségi változók, melyek

- függetlenek,

Nagy számok erős törvénye

Kolmogorov 1933

Legyenek $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ olyan valószínűségi változók, melyek

- függetlenek,
- azonos eloszlásúak,

Nagy számok erős törvénye

Kolmogorov 1933

Legyenek $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ olyan valószínűségi változók, melyek

- függetlenek,
- azonos eloszlásúak,
- véges várható értékűek.

Nagy számok erős törvénye

Kolmogorov 1933

Legyenek $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ olyan valószínűségi változók, melyek

- függetlenek,
- azonos eloszlásúak,
- véges várható értékűek.

Ekkor

$$P \left(\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{X_1 + \dots + X_n}{n} = E(X_1) \right) = 1.$$

Nagy számok erős törvénye

Kolmogorov 1933

Legyenek $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ olyan valószínűségi változók, melyek

- függetlenek,
- azonos eloszlásúak,
- véges várható értékűek.

Ekkor

$$P \left(\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{X_1 + \dots + X_n}{n} = E(X_1) \right) = 1.$$

Másképpen fogalmazva, ekkor $\frac{X_1 + \dots + X_n}{n}$ majdnem biztosan konvergál $E(X_1)$ -hez.

Megjegyzések

Megjegyzések

Ha a nagy számok gyenge törvényében X_i egy esemény indikátorváltozója, akkor a Bernoulli-féle nagy számok törvényét kapjuk.

Megjegyzések

Ha a nagy számok gyenge törvényében X_i egy esemény indikátorváltozója, akkor a Bernoulli-féle nagy számok törvényét kapjuk.

A nagy számok Kolmogorov-féle erős törvényének állítása páronkénti függetlenség esetén is igaz marad.

Határeloszlási tételek

Határeloszlási tételek

Centrális határeloszlási tétel

Legyenek $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ független, azonos eloszlású, pozitív szórású valószínűségi változók. Ekkor $X_1 + \dots + X_n$ standardizáltjának határeloszlása standard normális.

Határelloszlási tételek

Centrális határelloszlási tétel

Legyenek $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ független, azonos eloszlású, pozitív szórású valószínűségi változók. Ekkor $X_1 + \dots + X_n$ standardizáltjának határelloszlása standard normális.

Moivre – Laplace-tétel

Ha az X_i valószínűségi változók azonos karakterisztikus eloszlásúak, akkor a centrális határelloszlási tételből speciálisan az úgynevezett Moivre – Laplace-tételt kapjuk.

KÖSZÖNÖM A FIGYELMET!