|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | |  |  |  | | --- | --- | --- | |  |  |  | | Министерство образования и науки РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ | | |  Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  **«МИРЭА – Российский технологический университет»** | |
|  | |
|  | |
|  |  |

ИНСТИТУТ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА

КАФЕДРА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

Типовой расчет 2

 по курсу **«Специальные методы моделирования»**

Тема: **Моделирование непрерывных распределений**

Выполнил:

Студент 1-го курса магистратуры

Малов И. М.

Группа: КММО-11-24

МОСКВА 2025

**Задание 1.** Моделирование показательного распределения.

Получить две выборки из *N* = 200 псевдослучайных чисел, распределенных по

показательному закону с параметром *λ* :

1. используя метод обратной функции распределения и псевдослучайные числа, равномерно распределенные на интервале (0,1) ;
2. используя одну из функций Python, например, numpy.random.exponential(1/**λ**, *N*). Полученные выборки упорядочить по возрастанию, построить по ним группированные выборки.

Проверить при уровне значимости *α* = 0,05 гипотезы о соответствии каждой

выборки теоретическому распределению.

**Задание 2.** Моделирование гиперпоказательного распределения.

Получить выборку из *N* = 200 псевдослучайных чисел, распределенных по

гиперпоказательному закону с параметрами (*λ*1, *λ*2, *λ*3, *q*1, *q*2, *q*3) , используя метод

дискретной суперпозиции, псевдослучайные числа, равномерно распределенные на интервале (0,1) и формулы из лекций.

Полученную выборку упорядочить по возрастанию, построить по ней группированную выборку в форме таблицы 1 из **Указания**.

Проверить при уровне значимости *α* = 0,05 гипотезу о соответствии выборки теоретическому распределению.

**Краткие теоретические сведения**

В **Задании 1** рассматриваем показательное распределение:

функция распределения

плотность распределения

*F* (*x*) = ⎧0, *x*≤0;

⎩

⎨1−*e* −*λx* , *x*>0;

*f* (*x*) = ⎧0, *x*<0;

⎨*λe* −*λx* , *x*≥0;

⎩

математическое ожидание 1 ;

*λ*

дисперсия

1 .

*λ*2

метод обратной функции:

Выборка создается следующим алгоритмом:

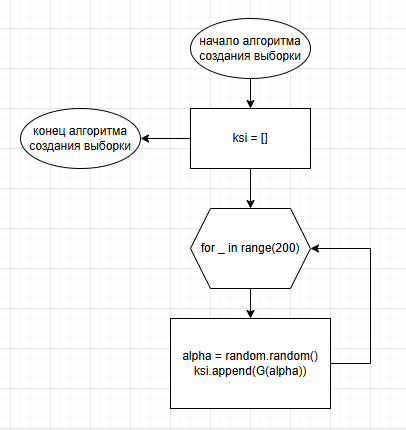


Рисунок 1. Алгоритм выборки от обратной функции

В **Задании 2** рассматриваем гиперпоказательное распределение:

функция распределения

*F* (*x*) = ⎧0, *x*≤0; −*λ x*

⎩ 1

⎨1−*q* 1*e*

−*q* 2*e*

−*λ* 2 *x*

−*q* 3*e*

−*λ* 3*x*

, *x*>0;

*λi* > 0 , *qi* > 0 , *q*1 + *q*2 + *q*3 =1;

плотность распределения

*f* (*x*) = ⎧0,*x*<0; −*λ x*

⎩ 1

⎨*q* 1*λ* 1*e*

+*q* 2*λ* 2*e*

−*λ* 2*x*

+*q* 3*λ* 3*e*

−*λ* 3*x*

, *x*≥0;

математическое ожидание

дисперсия

Обратные функции для метода дискретной суперпозиции:

Выборка создается следующим алгоритмом:

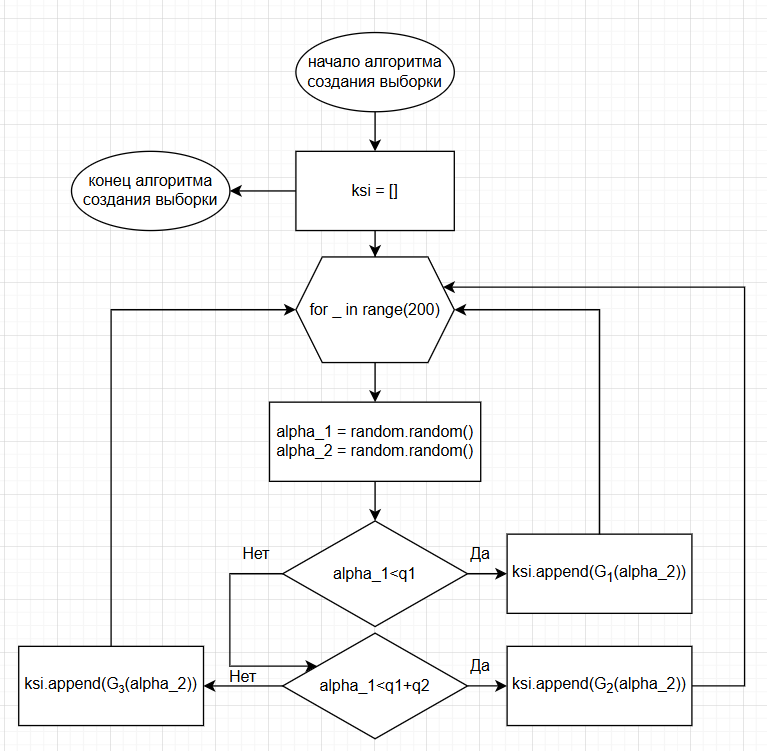


Рисунок 2. Алгоритм выборки от метода дискретной суперпозиции

**Результаты расчетов**

**Вариант 8**

**Задание 1**

lambda = 0.81

Данные, полученные с помощью обратной функции:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1.04597 | 1.42953 | 0.21000 | 0.65997 | 1.07939 | 0.66227 | 0.20592 | 1.36872 | 0.55934 | 0.37779 |
| 0.69157 | 1.33859 | 0.31357 | 0.34775 | 0.61143 | 0.04439 | 0.33450 | 0.18803 | 1.21839 | 0.71946 |
| 1.06539 | 0.17616 | 0.65742 | 0.39651 | 2.51448 | 0.00350 | 1.19167 | 1.11629 | 1.21793 | 0.51584 |
| 0.28493 | 1.80286 | 0.04645 | 1.18565 | 1.38133 | 0.94644 | 1.43409 | 3.11171 | 0.29038 | 1.60077 |
| 2.07206 | 4.98841 | 0.84738 | 0.24269 | 0.34110 | 0.06407 | 1.27025 | 0.26316 | 1.16176 | 0.81350 |
| 2.14190 | 4.30416 | 2.10328 | 0.15709 | 0.91998 | 0.12016 | 1.09632 | 0.53158 | 2.56651 | 0.73083 |
| 1.30839 | 1.17306 | 1.32423 | 0.75101 | 2.98012 | 0.14215 | 2.18342 | 0.10260 | 2.53156 | 0.80023 |
| 0.21559 | 0.05589 | 0.94131 | 0.22253 | 0.90642 | 0.74726 | 0.80481 | 0.26727 | 1.30409 | 0.80711 |
| 0.90786 | 0.00502 | 2.38505 | 1.29159 | 1.13774 | 6.07191 | 2.03472 | 0.28743 | 0.08982 | 1.44447 |
| 0.49032 | 0.17758 | 0.20019 | 2.12430 | 0.08004 | 0.81938 | 4.04886 | 0.12460 | 0.68001 | 1.57089 |
| 0.35516 | 3.49414 | 1.03403 | 1.85541 | 0.82980 | 0.75762 | 0.70563 | 10.00643 | 0.11511 | 1.99375 |
| 3.77002 | 0.44539 | 0.57862 | 0.80763 | 0.76402 | 0.70816 | 2.41716 | 2.69766 | 0.07017 | 0.64151 |
| 7.00174 | 0.56288 | 1.13526 | 0.52723 | 0.63298 | 0.85849 | 1.56384 | 0.76935 | 0.36292 | 1.94771 |
| 0.05627 | 2.82063 | 0.14792 | 0.70422 | 0.67343 | 0.73155 | 2.71032 | 1.68076 | 0.75360 | 4.12915 |
| 2.42872 | 0.46594 | 1.84437 | 0.00620 | 1.08558 | 1.59928 | 0.05844 | 1.46694 | 1.75879 | 6.01602 |
| 1.14111 | 0.98302 | 0.12543 | 1.53924 | 0.95511 | 2.81754 | 3.01603 | 0.91246 | 1.22361 | 1.57446 |
| 0.59337 | 0.70711 | 0.22464 | 0.49747 | 0.83104 | 1.47765 | 1.79756 | 0.67995 | 0.40983 | 0.08362 |
| 0.41178 | 0.08297 | 2.03382 | 0.47508 | 0.22380 | 0.67957 | 4.04962 | 1.34674 | 1.46626 | 2.31999 |
| 1.38743 | 1.08442 | 3.64277 | 0.10284 | 0.71880 | 1.29442 | 4.91391 | 1.00105 | 0.87191 | 2.23541 |
| 0.75350 | 2.29424 | 0.70099 | 0.73371 | 4.27585 | 2.96649 | 0.41500 | 0.38160 | 0.87447 | 0.02031 |

Отсортированные данные, полученные с помощью обратной функции:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0.00350 | 0.00502 | 0.00620 | 0.02031 | 0.04439 | 0.04645 | 0.05589 | 0.05627 | 0.05844 | 0.06407 |
| 0.07017 | 0.08004 | 0.08297 | 0.08362 | 0.08982 | 0.10260 | 0.10284 | 0.11511 | 0.12016 | 0.12460 |
| 0.12543 | 0.14215 | 0.14792 | 0.15709 | 0.17616 | 0.17758 | 0.18803 | 0.20019 | 0.20592 | 0.21000 |
| 0.21559 | 0.22253 | 0.22380 | 0.22464 | 0.24269 | 0.26316 | 0.26727 | 0.28493 | 0.28743 | 0.29038 |
| 0.31357 | 0.33450 | 0.34110 | 0.34775 | 0.35516 | 0.36292 | 0.37779 | 0.38160 | 0.39651 | 0.40983 |
| 0.41178 | 0.41500 | 0.44539 | 0.46594 | 0.47508 | 0.49032 | 0.49747 | 0.51584 | 0.52733 | 0.53158 |
| 0.55934 | 0.56288 | 0.57862 | 0.59337 | 0.61143 | 0.63298 | 0.64151 | 0.65742 | 0.65997 | 0.66227 |
| 0.67343 | 0.67957 | 0.67995 | 0.68001 | 0.69157 | 0.70099 | 0.70422 | 0.70563 | 0.70711 | 0.70816 |
| 0.71880 | 0.71946 | 0.73083 | 0.73155 | 0.73371 | 0.74726 | 0.75101 | 0.75350 | 0.75360 | 0.75762 |
| 0.76402 | 0.76935 | 0.80023 | 0.80481 | 0.80711 | 0.80763 | 0.81350 | 0.81938 | 0.82980 | 0.83104 |
| 0.84738 | 0.85849 | 0.87191 | 0.87447 | 0.90642 | 0.90786 | 0.91246 | 0.91998 | 0.94131 | 0.94644 |
| 0.95511 | 0.98302 | 1.00105 | 1.03403 | 1.04597 | 1.06539 | 1.07939 | 1.08442 | 1.08558 | 1.09632 |
| 1.11629 | 1.13526 | 1.13774 | 1.14111 | 1.16176 | 1.17306 | 1.18565 | 1.19167 | 1.21793 | 1.21839 |
| 1.22361 | 1.27025 | 1.29159 | 1.29442 | 1.30409 | 1.30839 | 1.32423 | 1.33859 | 1.34674 | 1.36872 |
| 1.38133 | 1.38743 | 1.42953 | 1.43409 | 1.44447 | 1.46626 | 1.46694 | 1.47765 | 1.53924 | 1.56384 |
| 1.57089 | 1.57446 | 1.59928 | 1.60077 | 1.68076 | 1.75879 | 1.79756 | 1.80286 | 1.84437 | 1.85541 |
| 1.94771 | 1.99375 | 2.03382 | 2.03472 | 2.07206 | 2.10328 | 2.12430 | 2.14190 | 2.18342 | 2.23541 |
| 2.29424 | 2.31999 | 2.38505 | 2.41716 | 2.42872 | 2.51448 | 2.53156 | 2.56651 | 2.69766 | 2.71032 |
| 2.81754 | 2.82063 | 2.96649 | 2.98012 | 3.01603 | 3.11171 | 3.49414 | 3.64277 | 3.77002 | 4.04886 |
| 4.04962 | 4.12915 | 4.27585 | 4.30416 | 4.91391 | 4.98841 | 6.01602 | 6.07191 | 7.00174 | 10.00643 |

Данные, полученные с помощью np.random.exponential:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0.20670 | 1.78556 | 0.63195 | 1.04886 | 1.25236 | 0.60060 | 0.26276 | 4.27350 | 1.17410 | 3.14669 |
| 1.66329 | 0.02596 | 6.57573 | 2.00886 | 2.44923 | 1.11815 | 0.635988 | 2.55329 | 1.18934 | 2.64434 |
| 0.37728 | 0.17934 | 0.24134 | 0.14888 | 3.50751 | 1.16504 | 1.908313 | 3.01157 | 0.01660 | 0.06468 |
| 0.94199 | 0.15260 | 4.05679 | 0.40063 | 0.72829 | 1.13005 | 0.361448 | 0.22989 | 1.05473 | 1.84122 |
| 0.01813 | 0.45792 | 0.67091 | 1.26707 | 1.36856 | 0.46220 | 0.143155 | 0.47035 | 1.85634 | 0.13819 |
| 3.09900 | 1.37417 | 0.68116 | 0.83793 | 3.18689 | 0.08943 | 3.295018 | 0.34171 | 3.69553 | 2.91118 |
| 2.85156 | 0.78667 | 0.76794 | 0.87203 | 1.19268 | 1.99150 | 0.166812 | 0.83360 | 1.49872 | 1.09439 |
| 0.04197 | 2.09103 | 0.57773 | 0.76402 | 0.48083 | 2.99260 | 1.146769 | 0.96931 | 0.15251 | 5.46958 |
| 3.88318 | 0.42211 | 0.77338 | 2.77945 | 0.47518 | 0.26730 | 0.423040 | 0.64192 | 0.34958 | 0.69108 |
| 0.18220 | 1.63084 | 0.04420 | 1.14919 | 0.42536 | 0.29197 | 1.215946 | 1.67455 | 0.67025 | 1.22697 |
| 0.41214 | 1.49723 | 0.10869 | 1.14162 | 3.89668 | 0.58508 | 1.329962 | 1.27417 | 1.23427 | 1.84860 |
| 1.15014 | 0.48995 | 1.62804 | 0.72439 | 0.64297 | 0.63652 | 0.086579 | 1.32948 | 0.12388 | 0.37143 |
| 3.56350 | 0.50301 | 1.24834 | 0.80743 | 3.61620 | 2.67206 | 0.542212 | 0.19951 | 0.61087 | 1.25758 |
| 2.36485 | 4.71526 | 0.03494 | 2.70773 | 2.40277 | 0.27882 | 0.503152 | 1.69472 | 0.47970 | 2.16458 |
| 0.00279 | 1.20953 | 0.44064 | 0.28867 | 1.44164 | 0.67041 | 0.241253 | 1.26627 | 4.38486 | 0.90950 |
| 0.90929 | 3.70620 | 0.30809 | 3.57141 | 0.00407 | 1.28890 | 0.009920 | 0.43722 | 4.29589 | 0.68209 |
| 0.99142 | 1.80094 | 0.06987 | 0.09421 | 2.84398 | 0.88483 | 0.012955 | 0.58189 | 1.67939 | 0.93476 |
| 0.82015 | 2.15188 | 0.91451 | 1.11635 | 3.11610 | 0.50150 | 1.123405 | 5.52665 | 0.90021 | 3.60292 |
| 1.80444 | 0.64439 | 0.66480 | 0.03907 | 0.00732 | 1.86076 | 0.109181 | 0.52161 | 0.22185 | 8.92283 |
| 0.21631 | 0.74101 | 0.06101 | 1.35110 | 1.27137 | 0.17967 | 0.468287 | 0.51944 | 3.68326 | 1.37218 |

Отсортированные данные, полученные с помощью np.random.exponential:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0.00279 | 0.00407 | 0.00738 | 0.00992 | 0.01296 | 0.01660 | 0.01813 | 0.02596 | 0.03494 | 0.03907 |
| 0.04197 | 0.04420 | 0.06101 | 0.06468 | 0.06987 | 0.08658 | 0.08943 | 0.09421 | 0.10869 | 0.10918 |
| 0.12388 | 0.13819 | 0.14316 | 0.14888 | 0.15251 | 0.15260 | 0.16681 | 0.17934 | 0.17967 | 0.18220 |
| 0.19951 | 0.20670 | 0.21631 | 0.22185 | 0.22989 | 0.24125 | 0.24134 | 0.26276 | 0.26730 | 0.27882 |
| 0.28867 | 0.29197 | 0.30809 | 0.34171 | 0.34958 | 0.36145 | 0.37143 | 0.37728 | 0.40063 | 0.41214 |
| 0.42211 | 0.42304 | 0.42536 | 0.43722 | 0.44064 | 0.45792 | 0.46220 | 0.46829 | 0.47035 | 0.47518 |
| 0.47970 | 0.48083 | 0.48995 | 0.50150 | 0.50301 | 0.50315 | 0.51944 | 0.52161 | 0.54221 | 0.57773 |
| 0.58189 | 0.58508 | 0.60060 | 0.61087 | 0.63195 | 0.63599 | 0.63652 | 0.64192 | 0.64297 | 0.64439 |
| 0.66480 | 0.67025 | 0.67041 | 0.67091 | 0.68116 | 0.68209 | 0.69108 | 0.72439 | 0.72829 | 0.74101 |
| 0.76402 | 0.76794 | 0.77338 | 0.78667 | 0.80743 | 0.82015 | 0.83360 | 0.83793 | 0.87203 | 0.88483 |
| 0.90021 | 0.90929 | 0.90950 | 0.91451 | 0.93476 | 0.94199 | 0.96931 | 0.99142 | 1.04886 | 1.05473 |
| 1.09439 | 1.11635 | 1.11815 | 1.12341 | 1.13005 | 1.14162 | 1.14677 | 1.14919 | 1.15014 | 1.16504 |
| 1.17410 | 1.18934 | 1.19268 | 1.20953 | 1.21595 | 1.22697 | 1.23427 | 1.24834 | 1.25236 | 1.25758 |
| 1.26627 | 1.26707 | 1.27137 | 1.27417 | 1.28890 | 1.32948 | 1.32996 | 1.35110 | 1.36856 | 1.37218 |
| 1.37417 | 1.44164 | 1.49723 | 1.49872 | 1.62804 | 1.63084 | 1.66329 | 1.67455 | 1.67455 | 1.69472 |
| 1.78556 | 1.80094 | 1.80444 | 1.84122 | 1.84860 | 1.85634 | 1.86076 | 1.90831 | 1.99150 | 2.00886 |
| 2.09103 | 2.15188 | 2.16458 | 2.36485 | 2.40277 | 2.44923 | 2.55329 | 2.64434 | 2.67206 | 2.70773 |
| 2.77945 | 2.84398 | 2.85156 | 2.91118 | 2.99260 | 3.01157 | 3.09900 | 3.11610 | 3.14669 | 3.18689 |
| 3.29502 | 3.50751 | 3.56350 | 3.57141 | 3.60292 | 3.61620 | 3.68326 | 3.69553 | 3.70620 | 3.88318 |
| 3.89668 | 4.05679 | 4.27350 | 4.29589 | 4.38486 | 4.71526 | 5.46958 | 5.52665 | 6.57573 | 8.92283 |

Сравнение относительных частот данных, полученных из обратной функции:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Интервал |  |  |  |  |
| [0, 1.25080] | 131 | 0.655 | 0.63693 | 0.01807 |
| (1.25080, 2.50161] | 44 | 0.22 | 0.23125 | 0.01125 |
| (2.50161, 3.75241] | 13 | 0.065 | 0.08396 | 0.01896 |
| (3.75241, 5.00322] | 8 | 0.04 | 0.03048 | 0.00952 |
| (5.00322, 6.25402] | 2 | 0.01 | 0.01107 | 0.00107 |
| (6.25402, 7.50482] | 1 | 0.005 | 0.00402 | 0.00098 |
| (7.50482, 8.75563] | 0 | 0.0 | 0.00146 | 0.00146 |
| (8.75563, 10.00643] | 1 | 0.005 | 0.00053 | 0.00447 |
|  | 200 | 1.0 | 0.9997 | 0.01896 |



Рисунок 1.

Сравнение относительных частот данных, полученных из numpy:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Интервал |  |  |  |  |
| [0, 1.11535] | 111 | 0.555 | 0.59482 | 0.03982 |
| (1.11535, 2.23071] | 52 | 0.26 | 0.24101 | 0.01899 |
| (2.23071, 3.34606] | 18 | 0.09 | 0.09765 | 0.00765 |
| (3.34606, 4.46142] | 14 | 0.07 | 0.03957 | 0.03043 |
| (4.46142, 5.57677] | 3 | 0.015 | 0.01603 | 0.00103 |
| (5.57677, 6.69213] | 1 | 0.005 | 0.00650 | 0.0015 |
| (6.69213, 7.80748] | 0 | 0.0 | 0.00263 | 0.00263 |
| (7.80748, 8.92283] | 1 | 0.005 | 0.00107 | 0.00393 |
|  | 200 | 1.0 | 0.99928 | 0.03982 |

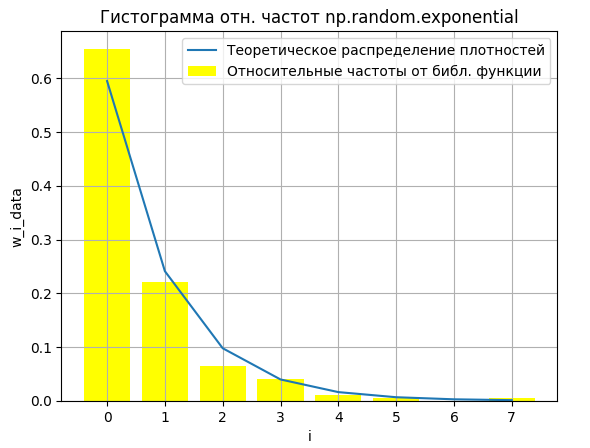


Рисунок 2.

Расчет хи-квадрат для смоделированной выборки:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i |  | F() |  |  |  |
| 0 | 0 | 0 |  |  |  |
| 1 | 1.25080 | 0.63693 | 0.655 | 0.63693 | 0.10253 |
| 2 | 2.50161 | 0.86818 | 0.22 | 0.23125 | 0.10946 |
| 3 | 3.75241 | 0.95214 | 0.065 | 0.08396 | 0.85632 |
| 4 | 5.00322 | 0.98262 | 0.04 | 0.03048 | 0.59469 |
| 5 | 6.25402 | 0.99369 | 0.01 | 0.01107 | 0.02068 |
| 6 | 7.50482 | 0.99771 | 0.005 | 0.00402 | 0.04778 |
| 7 | 8.75563 | 0.99917 | 0.0 | 0.00146 | 0.292 |
| 8 | 10.00643 | 0.9997 | 0.005 | 0.00053 | 7.53996 |
|  |  |  | 1.0 | 0.9997 | 9.56342 |

Значение хи-квадрат смоделированной выборки: 9.56342

Критическое значение: 14.06714

Вывод: Не можем отвергнуть нулевую гипотезу. Данные согласуются с показательным распределением.

Расчет хи-квадрат для выборки, полученной с помощью numpy:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i |  | F() |  |  |  |
| 0 | 0 | 0 |  |  |  |
| 1 | 1.11535 | 0.59482 | 0.555 | 0.59482 | 0.53315 |
| 2 | 2.23071 | 0.83583 | 0.26 | 0.24101 | 0.29926 |
| 3 | 3.34606 | 0.93348 | 0.09 | 0.09765 | 0.11986 |
| 4 | 4.46142 | 0.97305 | 0.07 | 0.03957 | 4.68024 |
| 5 | 5.57677 | 0.98908 | 0.015 | 0.01603 | 0.01324 |
| 6 | 6.69213 | 0.99558 | 0.005 | 0.00650 | 0.06923 |
| 7 | 7.80748 | 0.99821 | 0.0 | 0.00263 | 0.526 |
| 8 | 8.92283 | 0.99928 | 0.005 | 0.00107 | 2.8869 |
|  |  |  | 1.0 | 0.99928 | 9.12788 |

Значение хи-квадрат выборки, полученной с помощью numpy: 9.12788

Критическое значение: 14.06714

Вывод: Не можем отвергнуть нулевую гипотезу. Данные согласуются с показательным распределением

**Задание 2**

Данные, полученные с помощью ДСП:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 3.41847 | 0.15747 | 0.3192 | 0.83133 | 0.05229 | 1.77183 | 0.00113 | 0.68368 | 5.28247 | 0.09709 |
| 1.41746 | 1.49994 | 0.99706 | 0.4557 | 0.36621 | 0.47726 | 1.119 | 0.0395 | 2.54048 | 0.10999 |
| 6.14291 | 0.73547 | 0.66417 | 1.71365 | 3.46747 | 1.61039 | 5.85027 | 0.47549 | 0.50554 | 1.67179 |
| 1.44699 | 0.60019 | 0.30907 | 0.80592 | 0.26719 | 0.01605 | 2.20966 | 2.81061 | 0.09987 | 2.15062 |
| 2.42405 | 0.82561 | 1.62906 | 0.32865 | 1.44375 | 0.01789 | 5.36719 | 4.21566 | 2.28506 | 0.29694 |
| 3.70963 | 0.11922 | 0.35478 | 0.22715 | 0.52236 | 0.32768 | 0.47428 | 1.59669 | 5.0052 | 5.2975 |
| 3.3519 | 0.04647 | 0.02667 | 0.15353 | 1.78237 | 0.03853 | 1.36266 | 0.57947 | 0.32429 | 1.16731 |
| 0.88849 | 0.11139 | 4.18322 | 0.12544 | 0.90828 | 0.03277 | 2.30694 | 2.21717 | 0.42075 | 6.75081 |
| 2.27159 | 1.90103 | 0.45864 | 1.8124 | 0.64488 | 6.51164 | 3.55556 | 5.09386 | 0.28778 | 0.01548 |
| 0.12079 | 10.23586 | 0.10062 | 11.37828 | 0.38024 | 0.22785 | 2.03878 | 0.11541 | 1.99361 | 1.25954 |
| 3.73231 | 0.05706 | 0.72202 | 4.77024 | 0.43557 | 0.97236 | 1.31677 | 3.63095 | 2.26426 | 2.35032 |
| 0.33811 | 0.7484 | 0.49027 | 1.43449 | 0.18407 | 2.89468 | 6.82099 | 1.45657 | 0.07259 | 3.65668 |
| 5.51002 | 0.51069 | 1.484 | 0.13542 | 0.56406 | 2.59731 | 1.9127 | 2.81188 | 0.03893 | 0.05142 |
| 3.93336 | 0.4981 | 1.70774 | 0.33306 | 2.47746 | 4.39359 | 1.87989 | 1.08804 | 1.17853 | 1.91945 |
| 0.0192 | 1.09481 | 0.31955 | 0.11824 | 10.9386 | 0.36896 | 1.74878 | 2.44651 | 0.5798 | 1.41821 |
| 0.51431 | 0.59927 | 1.85634 | 0.55151 | 1.54713 | 0.72067 | 3.41491 | 1.12718 | 1.42865 | 0.48462 |
| 0.03743 | 0.1365 | 0.03934 | 1.83437 | 2.85656 | 1.06161 | 1.26547 | 0.25076 | 0.59451 | 13.10246 |
| 1.2042 | 1.31324 | 1.08568 | 0.47743 | 0.10086 | 4.24355 | 7.42753 | 4.28484 | 0.10492 | 0.0919 |
| 0.58928 | 0.12106 | 5.16118 | 0.41686 | 1.8871 | 0.22112 | 0.04493 | 0.28825 | 0.03441 | 0.07959 |
| 0.54529 | 1.58488 | 0.5069 | 0.01365 | 0.37163 | 0.30846 | 0.703 | 1.24244 | 0.13635 | 0.43952 |

Отсортированные данные ДСП:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0.00113 | 0.01365 | 0.01548 | 0.01605 | 0.01789 | 0.0192 | 0.02667 | 0.03277 | 0.03441 | 0.03743 |
| 0.03853 | 0.03893 | 0.03934 | 0.0395 | 0.04493 | 0.04647 | 0.05142 | 0.05229 | 0.05706 | 0.07259 |
| 0.07959 | 0.0919 | 0.09709 | 0.09987 | 0.10062 | 0.10086 | 0.10492 | 0.10999 | 0.11139 | 0.11541 |
| 0.11824 | 0.11922 | 0.12079 | 0.12106 | 0.12544 | 0.13542 | 0.13635 | 0.1365 | 0.15353 | 0.15747 |
| 0.18407 | 0.22112 | 0.22715 | 0.22785 | 0.25076 | 0.26719 | 0.28778 | 0.28825 | 0.29694 | 0.30846 |
| 0.30907 | 0.3192 | 0.31955 | 0.32429 | 0.32768 | 0.32865 | 0.33306 | 0.33811 | 0.35478 | 0.36621 |
| 0.36896 | 0.37163 | 0.38024 | 0.41686 | 0.42075 | 0.43557 | 0.43952 | 0.4557 | 0.45864 | 0.47428 |
| 0.47549 | 0.47726 | 0.47743 | 0.48462 | 0.49027 | 0.4981 | 0.50554 | 0.5069 | 0.51069 | 0.51431 |
| 0.52236 | 0.54529 | 0.55151 | 0.56406 | 0.57947 | 0.5798 | 0.58928 | 0.59451 | 0.59927 | 0.60019 |
| 0.64488 | 0.66417 | 0.68368 | 0.703 | 0.72067 | 0.72202 | 0.73547 | 0.7484 | 0.80592 | 0.82561 |
| 0.83133 | 0.88849 | 0.90828 | 0.97236 | 0.99706 | 1.06161 | 1.08568 | 1.08804 | 1.09481 | 1.119 |
| 1.12718 | 1.16731 | 1.17853 | 1.2042 | 1.24244 | 1.25954 | 1.26547 | 1.31324 | 1.31677 | 1.36266 |
| 1.41746 | 1.41821 | 1.42865 | 1.43449 | 1.44375 | 1.44699 | 1.45657 | 1.484 | 1.49994 | 1.54713 |
| 1.58488 | 1.59669 | 1.61039 | 1.62906 | 1.67179 | 1.70774 | 1.71365 | 1.74878 | 1.77183 | 1.78237 |
| 1.8124 | 1.83437 | 1.85634 | 1.87989 | 1.8871 | 1.90103 | 1.9127 | 1.91945 | 1.99361 | 2.03878 |
| 2.15062 | 2.20966 | 2.21717 | 2.26426 | 2.27159 | 2.28506 | 2.30694 | 2.35032 | 2.42405 | 2.44651 |
| 2.47746 | 2.54048 | 2.59731 | 2.81061 | 2.81188 | 2.85656 | 2.89468 | 3.3519 | 3.41491 | 3.41847 |
| 3.46747 | 3.55556 | 3.63095 | 3.65668 | 3.70963 | 3.73231 | 3.93336 | 4.18322 | 4.21566 | 4.24355 |
| 4.28484 | 4.39359 | 4.77024 | 5.0052 | 5.09386 | 5.16118 | 5.28247 | 5.2975 | 5.36719 | 5.51002 |
| 5.85027 | 6.14291 | 6.51164 | 6.75081 | 6.82099 | 7.42753 | 10.23586 | 10.9386 | 11.37828 | 13.10246 |

Сравнение относительных частот данных, полученных с помощью ДСП:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Интервал |  |  |  |  |
| [0, 1.63781] | 134 | 0.67 | 0.70559 | 0.03559 |
| (1.63781, 3.27562] | 33 | 0.165 | 0.15673 | 0.00827 |
| (2.91166, 4.91342] | 16 | 0.08 | 0.0671 | 0.0129 |
| (4.91342, 6.55123] | 10 | 0.05 | 0.03305 | 0.01695 |
| (6.55123, 8.18904] | 3 | 0.015 | 0.01703 | 0.00203 |
| (8.18904, 9.82685] | 0 | 0.0 | 0.00906 | 0.00906 |
| (9.82685, 11.46465] | 3 | 0.015 | 0.00495 | 0.01005 |
| (11.46465, 13.10246] | 1 | 0.005 | 0.00276 | 0.00224 |
|  | 200 | 1.0 | 0.99627 | 0.03559 |

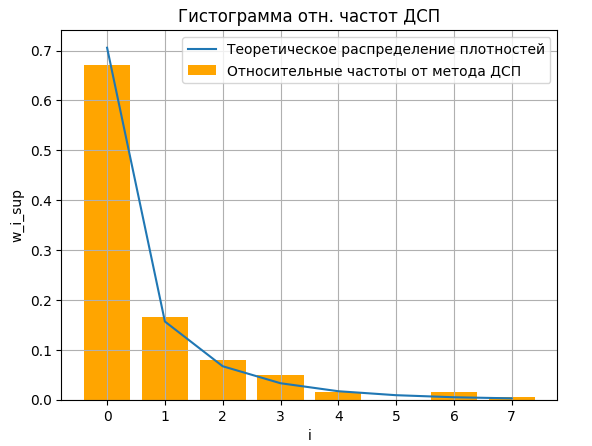


Рисунок 4.

Расчет хи-квадрат для выборки ДСП:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i |  | F() |  |  |  |
| 0 | 0 | 0 |  |  |  |
| 1 | 1.63781 | 0.70559 | 0.67 | 0.70559 | 0.35903 |
| 2 | 3.27562 | 0.86232 | 0.165 | 0.15673 | 0.08727 |
| 3 | 4.91342 | 0.92942 | 0.08 | 0.0671 | 0.49601 |
| 4 | 6.55123 | 0.96247 | 0.05 | 0.03305 | 1.73859 |
| 5 | 8.18904 | 0.9795 | 0.015 | 0.01703 | 0.0484 |
| 6 | 9.82685 | 0.98856 | 0.0 | 0.00906 | 1.812 |
| 7 | 11.46465 | 0.99351 | 0.015 | 0.00495 | 4.08091 |
| 8 | 13.10246 | 0.99627 | 0.005 | 0.00276 | 0.36359 |
|  |  |  | 1.0 | 0.99627 | 8.98580 |

Значение хи-квадрат смоделированной выборки: 8.98580

Критическое значение: 14.06714

Вывод: Не можем отвергнуть нулевую гипотезу. Данные согласуются с гиперпоказательным распределением.

**Список литературы**

|  |  |
| --- | --- |
| 1. | Лобузов А.А. Статистическое моделирование [Электронный ресурс]: методические указания. – М.: МИРЭА – Российский технологический университет, 2023. |
| 2. | Ермаков С.М., Михайлов Г.А. Статистическое моделирование. –  М.: Наука, 1982 г. – 296 с. |
| 3. | Соболь И.М. Численные методы Монте-Карло. – М.: Наука,  1973 г. – 312 с. |
| 4. | Бусленко Н.П., Голенко Д. И., Соболь И. М., Срагович В. Г.,  Шрейдер Ю.А. Метод статистических испытаний (метод Монте-Карло). – М.: Гос. изд-во физико-математической литературы, 1962 г. – 332 с. |

**Приложение**

#Задание1

**import** numpy **as** np

**import** matplotlib**.***pyplot* **as** plt

**import** math

**import** random

**import** scipy**.***stats*

#8 вариант

lamb **=** 0.81

**def** f\_exp**(**x**):**

**return** lamb**\***math**.***exp***(-(**lamb**\***x**))**

**def** my\_exp**(**x**):**

**return** 1**-**math**.***exp***(-**lamb**\***x**)**

**def** reverse\_exp**(**y**):**

**return** **round(-**math**.***log***(**1**-**y**)/(**lamb**),**8**)**

**def** generate\_ksi\_exp**(**size **=** 200**):**

ksi **=** **[]**

**for** \_ **in** **range(**size**):**

alpha **=** random**.***random***()**

ksi**.***append***(round(**reverse\_exp**(**alpha**),**5**))**

**return** ksi

random**.***seed***(**10**)**

ksi\_exp **=** generate\_ksi\_exp**()**

ksi\_exp **=** np**.***array***(**ksi\_exp**)**

output\_ksi **=** "\n"**.***join***(map(**'{:.5f}'**.format,** ksi\_exp**))**

**print(**f"Сгенерированная выборка САМНР: \n {output\_ksi}"**)**

ksi\_exp**.***sort***()**

**print(**ksi\_exp**)**

output\_ksi **=** "\n"**.***join***(map(**'{:.5f}'**.format,** ksi\_exp**))**

**print(**f"\n Отсортированная выборка САМНР: \n {output\_ksi}\n"**)**

ksi\_exp\_E\_x **=** **sum(**ksi\_exp**)/**200

**print(**f"Матожидание выборки САМНР: {ksi\_exp\_E\_x}"**)**

squares **=** **[(**x**-**ksi\_exp\_E\_x**)\*\***2 **for** x **in** ksi\_exp**]**

ksi\_exp\_D\_x **=** **sum(**squares**)/**199

**print(**f"Дисперсия выборки САМНР: {ksi\_exp\_D\_x }"**)**

np**.***random***.***seed***(**12**)**

data\_exp **=** np**.***random***.***exponential***(**1**/**lamb**,**200**)**

output\_data **=** "\n"**.***join***(map(**'{:.6f}'**.format,** data\_exp**))**

**print(**f"Сгенерированная выборка numpy: \n {output\_data}"**)**

data\_exp**.***sort***()**

output\_data **=** "\n"**.***join***(map(**'{:.6f}'**.format,** data\_exp**))**

**print(**f"\n Отсортированная выборка numpy: \n {output\_data}\n"**)**

data\_exp\_E\_x **=** **sum(**data\_exp**)/**200

**print(**f"Матожидание выборки САМНР: {data\_exp\_E\_x}"**)**

squares **=** **[(**x**-**data\_exp\_E\_x**)\*\***2 **for** x **in** data\_exp**]**

data\_exp\_D\_x **=** **sum(**squares**)/**199

**print(**f"Дисперсия выборки САМНР: {data\_exp\_D\_x}"**)**

**print(**"KSI\_EXP"**)**

m **=** **8**

a\_0 **=** 0

a\_m **=** **max(**ksi\_exp**)**

interval **=** **(**a\_m **-** a\_0**)/**m

a\_i\_ksi **=** **[round(**a\_0 **+** i**\***interval**,**7**)** **for** i **in** **range(**1**,**m**+**1**)]**

**print(**a\_i\_ksi**)**

n\_i **=** np**.***zeros***(len(**a\_i\_ksi**))**

count **=** 0

**for** ksi **in** ksi\_exp**:**

i **=** 0

**while** ksi **>** a\_i\_ksi**[**i**]:**

i**+=**1

n\_i**[**i**]+=**1

w\_i\_ksi **=** **[round(**n\_i**[**i**]/**200**,**7**)** **for** i **in** **range(len(**n\_i**))]**

**print(**n\_i**)**

**print(**w\_i\_ksi**,**"\n"**)**

**print(**"DATA\_EXP"**)**

a\_0 **=** 0

a\_m **=** **max(**data\_exp**)**

interval **=** **(**a\_m **-** a\_0**)/**m

a\_i\_data **=** **[round(**a\_0 **+** i**\***interval**,**7**)** **for** i **in** **range(**1**,**m**+**1**)]**

**print(**a\_i\_data**)**

n\_i **=** np**.***zeros***(len(**a\_i\_data**))**

count **=** 0

**for** ksi **in** data\_exp**:**

i **=** 0

**while** ksi **>** a\_i\_data**[**i**]:**

i**+=**1

n\_i**[**i**]+=**1

w\_i\_data **=** **[**n\_i**[**i**]/**200 **for** i **in** **range(len(**n\_i**))]**

**print(**n\_i**)**

**print(**w\_i\_data**)**

prob **=** **[round(**my\_exp**(**i**+**1**)-**my\_exp**(**i**),**7**)** **for** i **in** **range(len(**w\_i\_ksi**))]**

**print(**prob**)**

**print(sum(**prob**))**

x1 **=** **[**k **for** k **in** **range(len(**w\_i\_ksi**))]**

y1 **=** **[**s **for** s **in** w\_i\_ksi**]**

x2 **=** **[**k **for** k **in** **range(len(**w\_i\_data**))]**

y2 **=** **[**s **for** s **in** w\_i\_data**]**

x3 **=** **[**k **for** k **in** **range(len(**prob**))]**

y3 **=** **[**s **for** s **in** prob**]**

plt**.***plot***(**x1**,**y1**,**marker **=**'o'**,**label**=**'САМНР'**,** color **=** 'red'**)**

plt**.***plot***(**x2**,**y2**,**marker **=**'o'**,**label**=**'np.exp'**,** color **=** 'green'**)**

plt**.***plot***(**x3**,**y3**,**marker **=**'o'**,**label**=**'Теор.зн'**,** color **=** 'blue'**)**

plt**.***title***(**"Показательное распределение"**)**

plt**.***xlabel***(**"Промежутки"**)**

plt**.***ylabel***(**"Относительная частота"**)**

plt**.***legend***()**

plt**.***grid***()**

plt**.***show***()**

ksi\_exp\_dif **=** **[round(**w\_i\_ksi**[**i**]-**prob**[**i**],**7**)** **for** i **in** **range(len(**w\_i\_ksi**))]**

**print(**ksi\_exp\_dif**)**

data\_exp\_dif **=** **[round(**w\_i\_data**[**i**]-**prob**[**i**],**7**)** **for** i **in** **range(len(**w\_i\_data**))]**

**print(**data\_exp\_dif**)**

hi\_ksi **=** **[**200**\***ksi\_exp\_dif**[**i**]\*\***2**/**prob**[**i**]** **for** i **in** **range(len(**ksi\_exp\_dif**))]**

**print(**hi\_ksi**)**

hi\_data **=** **[**200**\***data\_exp\_dif**[**i**]\*\***2**/**prob**[**i**]** **for** i **in** **range(len(**data\_exp\_dif**))]**

**print(**hi\_data**)**

**print(**f"Хи-квадрат САМНР {**sum(**hi\_ksi**)**}"**)**

**print(**f"Хи-квадрат numpy {**sum(**hi\_data**)**}"**)**

scipy**.***stats***.***chi2***.***ppf***(**0.95**,**m**-**1**)**

plt**.***bar***([**x **for** x **in** **range(len(**w\_i\_ksi**))],**w\_i\_ksi**,**color **=** 'red'**,**label **=** 'Относительные частоты от обратной функции'**)**

plt**.***plot***([**x **for** x **in** **range(len(**prob**))],**prob**,**label **=** 'Теоретическое распределение плотностей'**)**

plt**.***title***(**"Гистограмма отн. частот обратной функции"**)**

plt**.***xlabel***(**"i"**)**

plt**.***ylabel***(**"w\_i\_ksi"**)**

plt**.***grid***()**

plt**.***legend***()**

plt**.***show***()**

plt**.***bar***([**x **for** x **in** **range(len(**w\_i\_ksi**))],**w\_i\_ksi**,**color **=** 'Yellow'**,**label **=** 'Относительные частоты от библ. функции'**)**

plt**.***plot***([**x **for** x **in** **range(len(**prob**))],**prob**,**label **=** 'Теоретическое распределение плотностей'**)**

plt**.***title***(**"Гистограмма отн. частот np.random.exponential"**)**

plt**.***xlabel***(**"i"**)**

plt**.***ylabel***(**"w\_i\_data"**)**

plt**.***grid***()**

plt**.***legend***()**

plt**.***show***()**

**for** a **in** a\_i\_ksi**:**

**print(round(**my\_exp**(**a**),**5**))**

**for** a **in** a\_i\_data**:**

**print(round(**my\_exp**(**a**),**5**))**

#Задание2

**import** numpy **as** np

**import** matplotlib**.***pyplot* **as** plt

**import** math

**import** random

**import** scipy**.***stats*

**from** docx **import** Document

lambda1 **=** 0.55

lambda2 **=** 1.87

lambda3 **=** 0.32

q1 **=** 0.34

q2 **=** 0.43

q3 **=** 0.23

**def** f**(**x**):**

**return** q1**\***lambda1**\***math**.***exp***(-**lambda1**\***x**)+**q2**\***lambda2**\***math**.***exp***(-**lambda2**\***x**)+**q3**\***lambda3**\***math**.***exp***(-**lambda3**\***x**)**

**def** F**(**x**):**

**return** 1 **-** q1**\***math**.***exp***(-**lambda1**\***x**)** **-** q2**\***math**.***exp***(-**lambda2**\***x**)** **-** q3**\***math**.***exp***(-**lambda3**\***x**)**

**def** G\_1**(**y**):**

**return** math**.***log***(**1**-**y**)/(-**lambda1**)**

**def** G\_2**(**y**):**

**return** math**.***log***(**1 **-** y**)** **/** **(-**lambda2**)**

**def** G\_3**(**y**):**

**return** math**.***log***(**1**-**y**)/(-**lambda3**)**

**def** superpos**():**

ksi**=** **[]**

**for** \_ **in** **range(**200**):**

alpha\_1 **=** random**.***random***()**

alpha\_2 **=** random**.***random***()**

**if** alpha\_1**<**q1**:**

ksi**.***append***(round(**G\_1**(**alpha\_2**),**5**))**

**elif** alpha\_1**<**q1**+**q2**:**

ksi**.***append***(round(**G\_2**(**alpha\_2**),**5**))**

**else:**

ksi**.***append***(round(**G\_3**(**alpha\_2**),**5**))**

**return** ksi

random**.***seed***(**1**)**

ksi\_sup **=** superpos**()**

**print(**ksi\_sup**)**

doc **=** Document**()**

doc**.***add\_heading***(**'Таблица случайных чисел (20x10)'**,** level**=**1**)**

table **=** doc**.***add\_table***(**rows**=**20**,** cols**=**10**)**

**for** i **in** **range(**20**):**

**for** j **in** **range(**10**):**

index **=** i **\*** 10 **+** j

table**.***cell***(**i**,** j**).***text* **=** **str(**ksi\_sup**[**index**])**

doc**.***save***(**'случайные\_числа.docx'**)**

**print(**"Документ создан и сохранен как 'случайные\_числа.docx'"**)**

ksi\_sup**.***sort***()**

**print(**ksi\_sup**)**

doc **=** Document**()**

doc**.***add\_heading***(**'Таблица случайных чисел (20x10)'**,** level**=**1**)**

table **=** doc**.***add\_table***(**rows**=**20**,** cols**=**10**)**

**for** i **in** **range(**20**):**

**for** j **in** **range(**10**):**

index **=** i **\*** 10 **+** j

table**.***cell***(**i**,** j**).***text* **=** **str(**ksi\_sup**[**index**])**

doc**.***save***(**'случайные\_числа.docx'**)**

**print(**"Документ создан и сохранен как 'случайные\_числа.docx'"**)**

**print(**"ksi\_sup"**)**

m **=** **8**

a\_0 **=** 0

a\_m **=** **max(**ksi\_sup**)**

interval **=** **(**a\_m **-** a\_0**)/**m

a\_i\_sup **=** **[round(**a\_0 **+** i**\***interval**,**7**)** **for** i **in** **range(**1**,**m**+**1**)]**

**print(**a\_i\_sup**)**

n\_i **=** np**.***zeros***(len(**a\_i\_sup**))**

count **=** 0

**for** ksi **in** ksi\_sup**:**

i **=** 0

**while** ksi **>** a\_i\_sup**[**i**]:**

i**+=**1

n\_i**[**i**]+=**1

w\_i\_sup **=** **[**n\_i**[**i**]/**200 **for** i **in** **range(len(**n\_i**))]**

**print(**n\_i**)**

**print(**w\_i\_sup**)**

prob **=** **[round(**F**(**i**+**1**)-**F**(**i**),**7**)** **for** i **in** **range(len(**w\_i\_sup**))]**

**print(**prob**)**

**print(sum(**prob**))**

x1 **=** **[**k **for** k **in** **range(len(**w\_i\_sup**))]**

y1 **=** **[**s **for** s **in** w\_i\_sup**]**

x2 **=** **[**k **for** k **in** **range(len(**prob**))]**

y2 **=** **[**s **for** s **in** prob**]**

plt**.***plot***(**x1**,**y1**,**marker **=**'o'**,**label**=**'Дискретная суперпозиция'**,** color **=** 'red'**)**

plt**.***plot***(**x2**,**y2**,**marker **=**'o'**,**label**=**'Теор. значения'**,** color **=** 'green'**)**

plt**.***title***(**"Гиперпоказательное распределение"**)**

plt**.***xlabel***(**"Промежутки"**)**

plt**.***ylabel***(**"Относительная частота"**)**

plt**.***legend***()**

plt**.***grid***()**

plt**.***show***()**

ksi\_hyperexp\_dif **=** **[round(**w\_i\_sup**[**i**]-**prob**[**i**],**7**)** **for** i **in** **range(len(**w\_i\_sup**))]**

**print(**ksi\_hyperexp\_dif**)**

hi\_ksi **=** **[**200**\***ksi\_hyperexp\_dif**[**i**]\*\***2**/**prob**[**i**]** **for** i **in** **range(len(**ksi\_hyperexp\_dif**))]**

**print(**hi\_ksi**)**

**print(**f"Хи-квадрат ДСП {**sum(**hi\_ksi**)**}"**)**

scipy**.***stats***.***chi2***.***ppf***(**0.95**,**m**-**1**)**

plt**.***bar***([**x **for** x **in** **range(len(**w\_i\_sup**))],**w\_i\_sup**,**color **=** 'Orange'**,**label **=** 'Относительные частоты от метода ДСП'**)**

plt**.***plot***([**x **for** x **in** **range(len(**prob**))],**prob**,**label **=** 'Теоретическое распределение плотностей'**)**

plt**.***title***(**"Гистограмма отн. частот ДСП"**)**

plt**.***xlabel***(**"i"**)**

plt**.***ylabel***(**"w\_i\_sup"**)**

plt**.***grid***()**

plt**.***legend***()**

plt**.***show***()**

**for** a **in** a\_i\_sup**:**

**print(round(**F**(**a**),**5**))**