



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«МИРЭА – Российский технологический университет»

ИНСТИТУТ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА

КАФЕДРА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

Лабораторная работа 2

по курсу «Теория вероятностей и математическая статистика, часть 2»

ВАРИАНТ 14

Тема: **Проверка статистических гипотез с помощью критерия
хи-квадрат и критерия Колмогорова**

Выполнил:
Студент 4-го курса
Малов И. М.

Группа: КМБО-01-20

МОСКВА – 2023

Оглавление

Задания	3
Краткие теоретические сведения.....	9
Результаты расчетов.....	13
Задание 1. Проверка гипотезы о показательном распределении с помощью критерия χ^2	13
Задание 2. Проверка гипотезы о нормальном распределении с помощью критерия χ^2	17
Задание 3. Проверка гипотезы о равномерном распределении с помощью критерия χ^2	21
Задание 4. Проверка гипотезы о равномерном распределении с помощью критерия Колмогорова	25
Задание 5. Проверка гипотезы о показательном распределении с помощью критерия Колмогорова	27
Список литературы.....	30
Приложение.....	31

Задания

Задание 1. Проверка гипотезы о показательном распределении с помощью критерия χ^2

Взять из файла **МС_D_Exp** выборку $\{x_1, \dots, x_N\}$. Построить интервальный ряд (Таблица 1.1), положив $a_0 = 0$, $a_m = \max x_j$, $m = 1 + \lceil \log_2 200 \rceil = 8$.

Интервалы	n_i	w_i
$[a_0, a_1]$	n_1	w_1
$(a_1, a_2]$	n_2	w_2
...
$(a_{m-1}, a_m]$	n_m	w_m
	$\sum_{i=1}^m n_i$	$\sum_{i=1}^m w_i$

Таблица 1.1. Интервальный ряд

Найти методом моментов оценку $\tilde{\lambda}$ параметра λ показательного распределения.

Построить Таблицу 1.2.

k	a_k	$f(a_k, \tilde{\lambda})$	$F(a_k, \tilde{\lambda})$	p_k^*
0	0	$f(0, \tilde{\lambda})$	0	-
1	a_1	$f(a_1, \tilde{\lambda})$	$F(a_1, \tilde{\lambda})$	p_1^*
...
8	a_8	$f(a_8, \tilde{\lambda})$	$F(a_8, \tilde{\lambda})$	p_8^*
				$\sum_{i=1}^8 p_i^*$

Таблица 1.2. Вычисление p_k^* .

Построить график плотности показательного распределения $f(x, \tilde{\lambda})$, наложенный на гистограмму относительных частот.

Построить таблицу 1.3.

k	Интервал	w_k	p_k^*	$ w_k - p_k^* $	$\frac{N(w_k - p_k^*)^2}{p_k^*}$
1	$[a_0, a_1]$	w_1	p_1^*	$ w_1 - p_1^* $	$\frac{N(w_1 - p_1^*)^2}{p_1^*}$
2	$(a_1, a_2]$	w_2	p_2^*	$ w_2 - p_2^* $	$\frac{N(w_2 - p_2^*)^2}{p_2^*}$
...
8	$(a_7, a_8]$	w_8	p_8^*	$ w_8 - p_8^* $	$\frac{N(w_8 - p_8^*)^2}{p_8^*}$
		$\sum_{k=1}^8 w_k$	$\sum_{k=1}^8 p_k^*$	$\max w_k - p_k^* $	$\sum_{k=1}^8 \frac{N(w_k - p_k^*)^2}{p_k^*}$

Таблица 1.3. Вычисление выборочного значения критерия χ_B^2 .

Проверить с помощью критерия хи-квадрат гипотезу о соответствии выборки показательному распределению с параметром $\tilde{\lambda}$ при уровне значимости 0,05.

Задание 2. Проверка гипотезы о нормальном распределении с помощью критерия χ^2

Взять из файла **MC_D_Norm** выборку $\{x_1, \dots, x_N\}$. Построить интервальный ряд (Таблица 1.1), положив $a_0 = \min x_j$, $a_8 = \max x_j$.

Найти оценку математического ожидания \tilde{a} и дисперсии $\tilde{\sigma}^2$.

Построить Таблицу 2.2.

k	a_k	$\frac{a_k - \tilde{a}}{\tilde{\sigma}}$	$\frac{1}{\tilde{\sigma}} \varphi\left(\frac{a_k - \tilde{a}}{\tilde{\sigma}}\right)$	$\Phi\left(\frac{a_k - \tilde{a}}{\tilde{\sigma}}\right)$	p_k^*
0	0	$\frac{a_0 - \tilde{a}}{\tilde{\sigma}}$	$\frac{1}{\tilde{\sigma}} \varphi\left(\frac{a_0 - \tilde{a}}{\tilde{\sigma}}\right)$	$\Phi\left(\frac{a_0 - \tilde{a}}{\tilde{\sigma}}\right)$	-
1	a_1	$\frac{a_1 - \tilde{a}}{\tilde{\sigma}}$	$\frac{1}{\tilde{\sigma}} \varphi\left(\frac{a_1 - \tilde{a}}{\tilde{\sigma}}\right)$	$\Phi\left(\frac{a_1 - \tilde{a}}{\tilde{\sigma}}\right)$	p_1^*
...
8	a_8	$\frac{a_1 - \tilde{a}}{\tilde{\sigma}}$	$\frac{1}{\tilde{\sigma}} \varphi\left(\frac{a_8 - \tilde{a}}{\tilde{\sigma}}\right)$	$\Phi\left(\frac{a_8 - \tilde{a}}{\tilde{\sigma}}\right)$	p_8^*
					$\sum_{i=1}^8 p_i^*$

Таблица 2.2. Вычисление p_k^* .

Построить график плотности нормального распределения $N(\tilde{a}, \tilde{\sigma}^2)$, наложенный на гистограмму относительных частот.

Построить таблицу 2.3, аналогичную таблице 1.3.

Проверить с помощью критерия хи-квадрат гипотезу о соответствии выборки нормальному распределению $N(\tilde{a}, \tilde{\sigma}^2)$ при уровне значимости 0,05.

Задание 3. Проверка гипотезы о равномерном распределении с помощью критерия χ^2

Взять из файла **MC_D_Unif** выборку $\{x_1, \dots, x_N\}$ и значения a и b . Построить интервальный ряд (Таблица 1.1), положив $a_0 = a$, $a_8 = b$.

Построить Таблицу 3.2.

k	a_k	$f(a_k)$	$F(a_k)$	p_k^*
0	a_0	$f(a_0)$	$F(a_0)$	-
1	a_1	$f(a_1)$	$F(a_1)$	p_1^*
...
8	a_8	$f(a_8)$	$F(a_8)$	p_8^*
				$\sum_{i=1}^8 p_i^*$

Таблица 3.2. Вычисление p_k^* .

Построить Таблицу 3.3, аналогичную таблице 1.3.

Построить график плотности равномерного распределения на отрезке $[a, b]$, наложенный на гистограмму относительных частот.

Проверить с помощью критерия хи-квадрат гипотезу о соответствии выборки равномерному распределению на отрезке $[a, b]$ при уровне значимости 0,05.

Задание 4. Проверка гипотезы о равномерном распределении с помощью критерия Колмогорова

Взять из файла **MC_D_Unif** выборку $\{x_1, \dots, x_N\}$ и значения a и b .

Построить на одном рисунке график эмпирической функции распределения $F_N(x)$ данной выборки и график функции распределения $F(x)$ равномерного закона на отрезке $[a, b]$.

Построить таблицу 4.1

a	b	N	D_N	$D_N\sqrt{N}$	x^*	$F(x^*)$	$F_N(x^*)$	$F(x^* - 0)$

Таблица 4.1. Вычисление выборочного значения критерия Колмогорова.

Проверить гипотезу о соответствии выборки равномерному распределению на отрезке $[a, b]$ при уровне значимости 0,05 с помощью критерия Колмогорова.

Задание 5. Проверка гипотезы о показательном распределении с помощью критерия Колмогорова

Взять из файла **MC_D_Exp** выборку $\{x_1, \dots, x_N\}$ и значение λ из файла **MC_D_Lambda**.

Построить на одном рисунке график эмпирической функции распределения $F_N(x)$ данной выборки и график функции распределения $F(x)$ показательного закона с заданным параметром λ .

Построить таблицу 5.1

a	b	N	D_N	$D_N\sqrt{N}$	x^*	$F(x^*)$	$F_N(x^*)$	$F(x^* - 0)$

Таблица 5.1. Вычисление выборочного значения критерия Колмогорова.

Проверить гипотезу о соответствии выборки показательному распределению с заданным параметром λ при уровне значимости 0,05 с помощью критерия Колмогорова.

Краткие теоретические сведения

Показательное распределения

Плотность распределения: $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}, x \in [0, +\infty)$

Математическое ожидание: $MX = \frac{1}{\lambda}$

Дисперсия: $DX = \frac{1}{\lambda^2}$

Среднее квадратичное отклонение: $\sigma = \frac{1}{\lambda}$

Равномерное распределение на отрезке $[a, b]$

Плотность распределения: $f(x) = \frac{1}{b-a}, x \in [a, b]$

Математическое ожидание: $MX = \frac{a+b}{2}$

Дисперсия: $DX = \frac{(b-a)^2}{12}$

Среднее квадратичное отклонение: $\sigma = \frac{b-a}{2\sqrt{3}}$

Нормальное распределение

Плотность распределения: $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}, x \in (-\infty, +\infty)$

Математическое ожидание: $MX = a$

Дисперсия: $DX = \sigma^2$

Среднее квадратичное отклонение: $\sigma = \sigma$

Общая схема проверки гипотез с помощью критерия хи-квадрат

$$\chi_B^2 = \sum_{i=1}^m \frac{N(w_k - p_k^*)^2}{p_k^*}$$

Найденное значение χ_B^2 сравнивается с критическим значением $\chi_{кр,\alpha}^2(l)$, где α – уровень значимости, l – число степеней свободы.

Если вычисленное значение $\chi_B^2 < \chi_{кр,\alpha}^2(l)$, то гипотеза о соответствии выборки заданному распределению не противоречит экспериментальным данным при уровне значимости α .

Если вычисленное значение $\chi_B^2 > \chi_{кр,\alpha}^2(l)$, то гипотеза о соответствии выборки заданному распределению противоречит экспериментальным данным при уровне значимости α .

l	4	5	6	7
$\chi_{кр,\alpha}^2$	9,5	11,1	12,6	14,1

Таблица 6.1. Критические значения $\chi_{кр,\alpha}^2(l)$ при $\alpha = 0,05$.

Общая схема проверки гипотез с помощью критерия Колмогорова

Находим статистику Колмогорова

$$D_N = \max_{1 \leq j \leq m} \max(|F_N(x_{(j)}) - F(x_{(j)})|, |F_N(x_{(j)} - 0) - F(x_{(j)})|)$$

При проверке гипотезы с помощью критерия Колмогорова найденное значение критерия $D_N\sqrt{N}$ сравнивается с критическим значением k_α при уровне значимости α .

Если вычисленное значение $D_N\sqrt{N} < k_\alpha$, то гипотеза о соответствии выборки заданному распределению не противоречит экспериментальным данным при уровне значимости α .

Если вычисленное значение $D_N\sqrt{N} > k_\alpha$, то гипотеза о соответствии выборки заданному распределению противоречит экспериментальным данным при уровне значимости α .

α	0.01	0.05	0.1
k_α	1.63	1.36	1.22

Таблица 6.2. Критические значения k_α .

Средства языка программирования

В программе расчета был использован язык программирования *Python*. Работа осуществлялась в среде *Jupyter Notebook* с использованием библиотек *numpy*, *scipy* и *matplotlib*.

Были использованы стандартные функции и структуры данных, предоставляемые *Python* для вычисления функций распределения и плотностей распределений показательного и равномерного распределений, а также для вычислений промежуточных результатов.

Из *numpy* использовалась структура данных *numpy.array* и его методы для облегчения вычислений.

В библиотеке *scipy* использовались функции:

- *norm.cdf(z)* - кумулятивная функция нормального распределения с параметром z , где $z = \{z_0, \dots, z_k\}$, $z_k = \frac{a_k - \tilde{a}}{\tilde{\sigma}}$, $k = 0, 1, \dots, m$;
- *norm.pdf(x, loc = a, scale = Sigma)* - функция плотности нормального распределения с параметрами x , a , $Sigma$ где $x = \{a_0, \dots, a_m\}$, $a_i = \min(x_i)$, $a_m = \max(x_i)$; a - математическое ожидание; $Sigma$ - среднеквадратическое отклонение;
- *uniform.cdf(Alist, loc = A, scale = B - A)* - кумулятивная функция равномерного распределения на отрезке $[a, b]$ с параметрами *Alist*, A , $B - A$, где $Alist = \{a_0, \dots, a_m\}$, $a_0 = a$, $a_m = b$; $A = a$; $B - A = b - a$.

Библиотеки *matplotlib* использовались для построения графика: были использованы функции настройки фигуры, а также функция *matplotlib.pyplot.plot()* для построения графиков.

Результаты расчетов

Задание 1. Проверка гипотезы о показательном распределении с помощью критерия χ^2

Исходная выборка

0.03831	1.99390	1.75749	0.83132	0.44368	0.92487	0.01263	0.32409	1.36699	1.32663
2.15643	0.52915	0.00737	0.26019	0.20124	0.88694	0.09084	0.77248	0.28064	0.26812
0.73200	0.30424	0.00371	0.35170	0.43808	0.10628	0.97063	0.38108	0.13054	0.34366
0.41922	0.46499	0.20760	1.10989	0.23086	0.84005	0.08871	0.03526	1.42745	0.23672
0.54857	1.10164	0.19357	0.06395	0.68851	0.34886	1.58309	0.05896	0.33996	0.99490
0.52592	0.17315	0.54793	1.00859	0.42576	0.11374	0.38735	0.01057	0.28409	0.14969
1.63989	0.34595	0.28163	0.20084	0.36342	0.06039	1.08274	0.44348	0.59810	0.66873
0.97575	0.41090	0.08915	1.73129	0.28644	1.98440	0.32187	0.90052	0.45991	0.61350
0.21214	1.13386	1.42397	0.38005	0.33967	0.23907	0.65843	0.76727	0.16748	1.56087
0.18316	0.09041	1.60720	0.00024	0.10570	0.69568	0.01388	0.47348	0.75855	0.14924
0.15587	0.16766	0.53969	1.30469	1.12332	0.13048	0.30017	0.20918	0.30433	0.97278
0.26298	0.13318	0.03061	0.54104	0.04858	1.88315	1.30634	0.04419	0.37900	0.07483
1.25092	0.09856	0.02994	0.21810	1.42696	0.07844	0.76243	0.30648	0.26714	0.09175
0.47156	0.41122	0.41561	0.54057	0.86016	0.56421	0.83278	0.02004	0.55392	0.68775
0.26543	0.49556	0.03004	0.79407	0.18561	1.90278	0.19037	0.71683	2.04619	0.63442
0.06190	1.23059	0.04073	1.31419	1.10329	0.87922	0.46522	0.11748	0.42102	0.65062
0.87369	0.05259	0.68768	1.20483	0.46858	0.44509	1.26266	1.79317	0.34793	0.40176
0.10728	0.25320	0.35451	0.91385	0.55921	0.82112	0.02045	1.21651	0.57319	0.44340
0.92084	0.15479	0.96792	1.38229	0.87666	0.68033	1.16781	0.71739	0.09969	1.28052
0.87330	0.47276	1.77974	1.16630	0.26036	0.11399	1.72279	0.13832	0.19858	0.70776

Отсортированная выборка

0.00024	0.00371	0.00737	0.01057	0.01263	0.01388	0.02004	0.02045	0.02994	0.03004
0.03061	0.03526	0.03831	0.04073	0.04419	0.04858	0.05259	0.05896	0.06039	0.06190
0.06395	0.07483	0.07844	0.08871	0.08915	0.09041	0.09084	0.09175	0.09856	0.09969
0.10570	0.10628	0.10728	0.11374	0.11399	0.11748	0.13048	0.13054	0.13318	0.13832
0.14924	0.14969	0.15479	0.15587	0.16748	0.16766	0.17315	0.18316	0.18561	0.19037
0.19357	0.19858	0.20084	0.20124	0.20760	0.20918	0.21214	0.21810	0.23086	0.23672
0.23907	0.25320	0.26019	0.26036	0.26298	0.26543	0.26714	0.26812	0.28064	0.28163
0.28409	0.28644	0.30017	0.30424	0.30433	0.30648	0.32187	0.32409	0.33967	0.33996
0.34366	0.34595	0.34793	0.34886	0.35170	0.35451	0.36342	0.37900	0.38005	0.38108
0.38735	0.40176	0.41090	0.41122	0.41561	0.41922	0.42102	0.42576	0.43808	0.44340
0.44348	0.44368	0.44509	0.45991	0.46499	0.46522	0.46858	0.47156	0.47276	0.47348
0.49556	0.52592	0.52915	0.53969	0.54057	0.54104	0.54793	0.54857	0.55392	0.55921
0.56421	0.57319	0.59810	0.61350	0.63442	0.65062	0.65843	0.66873	0.68033	0.68768
0.68775	0.68851	0.69568	0.70776	0.71683	0.71739	0.73200	0.75855	0.76243	0.76727
0.77248	0.79407	0.82112	0.83132	0.83278	0.84005	0.86016	0.87330	0.87369	0.87666
0.87922	0.88694	0.90052	0.91385	0.92084	0.92487	0.96792	0.97063	0.97278	0.97575
0.99490	1.00859	1.08274	1.10164	1.10329	1.10989	1.12332	1.13386	1.16630	1.16781
1.20483	1.21651	1.23059	1.25092	1.26266	1.28052	1.30469	1.30634	1.31419	1.32663
1.36699	1.38229	1.42397	1.42696	1.42745	1.56087	1.58309	1.60720	1.63989	1.72279
1.73129	1.75749	1.77974	1.79317	1.88315	1.90278	1.98440	1.99390	2.04619	2.15643

Интервальный ряд

Интервалы	n_i	w_i
[0.00000, 0.26955]	68	0.34000
(0.26955, 0.53910]	45	0.22500
(0.53910, 0.80865]	29	0.14500
(0.80865, 1.07820]	20	0.10000
(1.07820, 1.34775]	18	0.09000
(1.34775, 1.61730]	8	0.04000
(1.61730, 1.88685]	7	0.03500
(1.88685, 2.15643]	5	0.02500
	200	1.00000

Оценка параметра $\tilde{\lambda}$

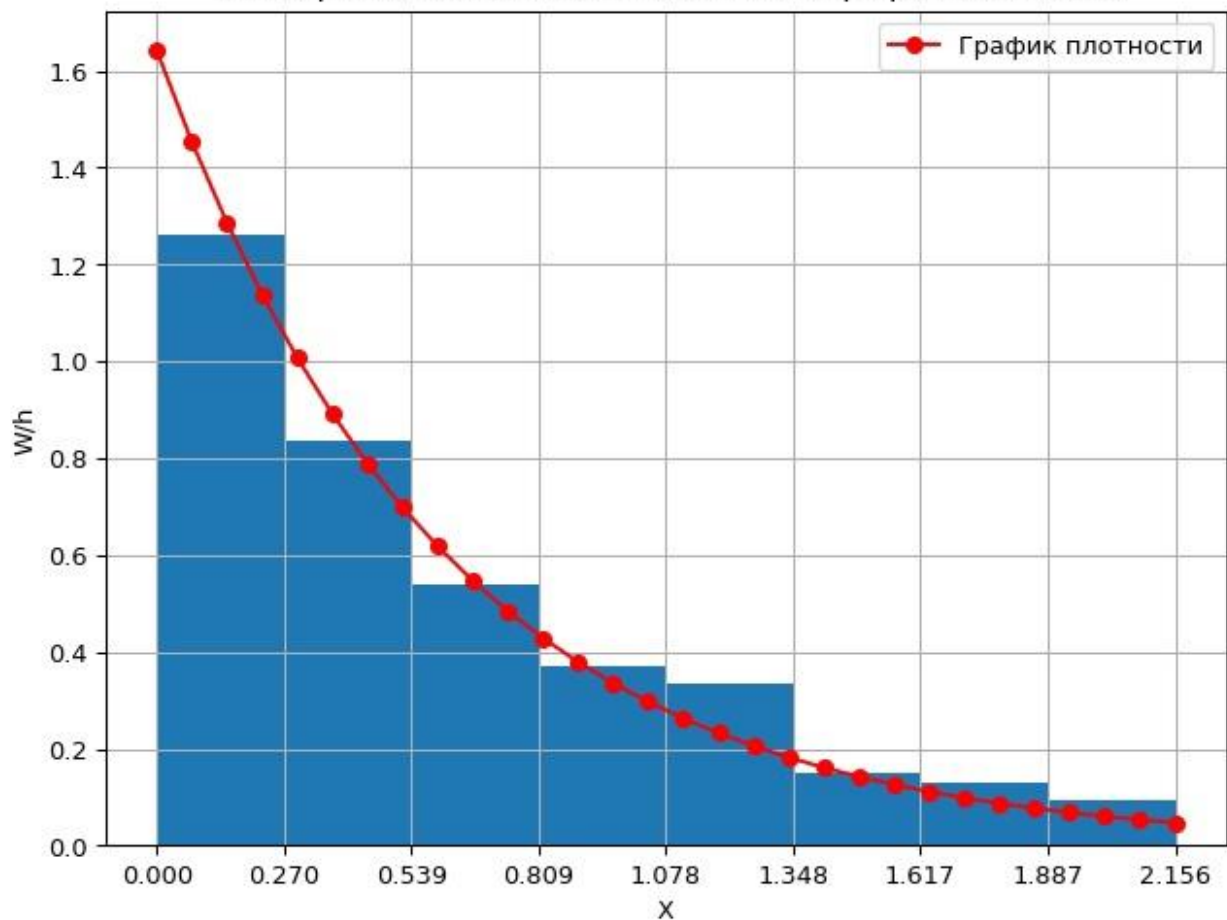
$$\tilde{\mu}_1 = \sum_{i=1}^8 w_i x_i^* = 0.60919$$

$$\tilde{\lambda} = \frac{1}{\tilde{\mu}_1} = 1.64152$$

Вычисление p_k^*

k	a_k	$f(a_k, \tilde{\lambda})$	$F(a_k, \tilde{\lambda})$	p_k^*
0	0.00000	1.64152	0.00000	-
1	0.26955	1.05459	0.35755	0.35755
2	0.53910	0.67752	0.58726	0.22971
3	0.80865	0.43527	0.73484	0.14758
4	1.07820	0.27964	0.82965	0.09481
5	1.34775	0.17965	0.89056	0.06091
6	1.61730	0.11542	0.92969	0.03913
7	1.88685	0.07415	0.95483	0.02514
8	2.15643	0.04763	0.97098	0.04517
				1.00000

Гистограмма относительных частот и график плотности
Гистограмма относительных частот и график плотности



Вычисление выборочного значения χ_B^2

k	Интервалы	w_k	p_k^*	$ w_k - p_k^* $	$\frac{N(w_k - p_k^*)^2}{p_k^*}$
1	[0.00000, 0.26955]	0.34000	0.35755	0.01755	0.17228
2	(0.26955, 0.53910]	0.22500	0.22971	0.00471	0.01931
3	(0.53910, 0.80865]	0.14500	0.14758	0.00258	0.00902
4	(0.80865, 1.07820]	0.10000	0.09481	0.00519	0.05682
5	(1.07820, 1.34775]	0.09000	0.06091	0.02909	2.77862
6	(1.34775, 1.61730]	0.04000	0.03913	0.00087	0.00387
7	(1.61730, 1.88685]	0.03500	0.02514	0.00986	0.77343
8	(1.88685, 2.15643]	0.02500	0.04517	0.02017	1.80132
		1.00000	1.00000	0.02909	5.61467

Вывод о справедливости гипотезы

Количество степеней свободы $l = 6$.

Уровень значимости $\alpha = 0.05$.

Тогда критическое значение $\chi^2_{\text{кр},\alpha}(l) = 12.6$.

Так как $\chi^2_B = 5.61467 < \chi^2_{\text{кр},\alpha}(l)$, можно заключить, что гипотеза не противоречит экспериментальным данным при уровне значимости $\alpha = 0.05$.

Задание 2. Проверка гипотезы о нормальном распределении с помощью критерия χ^2

Исходная выборка

3.07322	1.51317	2.66889	1.69027	1.61792	4.53249	1.00039	1.45211	1.18106	2.02999
-0.10746	3.77444	3.23707	3.46607	0.51233	0.34678	1.75835	2.62872	1.60979	-1.75805
1.03037	2.94085	2.32005	-1.17101	2.2909	0.19134	0.2211	3.61842	-0.76848	1.80263
1.30789	-0.43326	0.45885	1.22019	1.50355	2.14861	2.91317	0.4132	0.93691	-0.60361
2.11064	0.77484	2.23477	1.9352	1.47329	0.10958	2.684	-1.31468	1.10351	0.88195
0.7864	3.68868	1.90816	1.15383	0.95597	3.40988	1.85901	2.41428	1.91771	2.04167
2.75693	2.15845	2.51318	2.15179	0.73757	1.04824	0.48467	1.85362	2.78221	-1.58881
1.6277	1.91635	0.15174	2.15217	1.83219	1.33583	0.21219	2.88235	2.50937	-0.8695
-0.85593	0.34195	1.18587	2.26795	1.9771	0.52612	2.3479	0.29688	1.13899	2.8124
2.31516	-0.7214	4.12085	0.84705	3.54214	0.20605	2.46063	0.73522	0.2268	-0.2779
2.82519	4.27775	0.82446	2.3978	1.91237	2.36101	1.99381	0.44223	0.44911	1.4176
2.46365	2.61969	3.84731	1.90402	2.51901	2.07746	1.30448	2.83651	2.32106	-1.05057
-0.80371	0.01518	1.29065	0.42748	2.01109	0.71323	2.47833	2.89614	1.58286	1.54792
1.94523	-0.09015	3.73881	1.87609	1.77059	2.23566	3.06231	2.01678	0.78148	2.15279
1.41523	2.40287	0.06417	0.64122	3.20735	1.42562	1.8375	1.7357	2.48238	0.44692
2.18339	2.42114	2.94856	0.76231	-0.35111	-0.52467	2.63768	3.50376	3.05184	1.88235
0.21111	1.91159	1.85086	2.01751	1.36994	2.68434	3.59545	1.88455	0.89913	3.71749
3.85282	3.08921	3.29263	0.89357	2.85372	1.38879	0.01689	2.05015	-0.14222	2.21352
2.33274	1.30498	2.84197	2.32149	1.50217	0.51577	-1.68204	1.72212	0.44626	1.342
0.8821	2.26056	1.78507	2.77368	2.2638	2.2243	1.64919	0.26547	3.978	2.25793

Отсортированная выборка

-1.75805	-1.68204	-1.58881	-1.31468	-1.17101	-1.05057	-0.8695	-0.85593	-0.80371	-0.76848
-0.7214	-0.60361	-0.52467	-0.43326	-0.35111	-0.2779	-0.14222	-0.10746	-0.09015	0.01518
0.01689	0.06417	0.10958	0.15174	0.19134	0.20605	0.21111	0.21219	0.2211	0.2268
0.26547	0.29688	0.34195	0.34678	0.4132	0.42748	0.44223	0.44626	0.44692	0.44911
0.45885	0.48467	0.51233	0.51577	0.52612	0.64122	0.71323	0.73522	0.73757	0.76231
0.77484	0.78148	0.7864	0.82446	0.84705	0.88195	0.8821	0.89357	0.89913	0.93691
0.95597	1.00039	1.03037	1.04824	1.10351	1.13899	1.15383	1.18106	1.18587	1.22019
1.29065	1.30448	1.30498	1.30789	1.33583	1.342	1.36994	1.38879	1.41523	1.4176
1.42562	1.45211	1.47329	1.50217	1.50355	1.51317	1.54792	1.58286	1.60979	1.61792
1.6277	1.64919	1.69027	1.72212	1.7357	1.75835	1.77059	1.78507	1.80263	1.83219
1.8375	1.85086	1.85362	1.85901	1.87609	1.88235	1.88455	1.90402	1.90816	1.91159
1.91237	1.91635	1.91771	1.9352	1.94523	1.9771	1.99381	2.01109	2.01678	2.01751
2.02999	2.04167	2.05015	2.07746	2.11064	2.14861	2.15179	2.15217	2.15279	2.15845
2.18339	2.21352	2.2243	2.23477	2.23566	2.25793	2.26056	2.2638	2.26795	2.2909
2.31516	2.32005	2.32106	2.32149	2.33274	2.3479	2.36101	2.3978	2.40287	2.41428
2.42114	2.46063	2.46365	2.47833	2.48238	2.50937	2.51318	2.51901	2.61969	2.62872
2.63768	2.66889	2.684	2.68434	2.75693	2.77368	2.78221	2.8124	2.82519	2.83651
2.84197	2.85372	2.88235	2.89614	2.91317	2.94085	2.94856	3.05184	3.06231	3.07322
3.08921	3.20735	3.23707	3.29263	3.40988	3.46607	3.50376	3.54214	3.59545	3.61842
3.68868	3.71749	3.73881	3.77444	3.84731	3.85282	3.978	4.12085	4.27775	4.53249

Интервальный ряд

Интервалы	n_i	w_i
[-1.75805,-0.97173]	6	0.03000
(-0.97173,-0.18541]	10	0.05000
(-0.18541,0.60091]	29	0.14500
(0.60091,1.38723]	32	0.16000
(1.38723,2.17355]	53	0.26500
(2.17355,2.95987]	47	0.23500
(2.95987,3.74619]	16	0.08000
(3.74619,4.53249]	7	0.03500
	200	1.00000

Оценка параметров \tilde{a} и $\tilde{\sigma}^2$.

$$\tilde{a} = \tilde{\mu}_1 = 1.60740$$

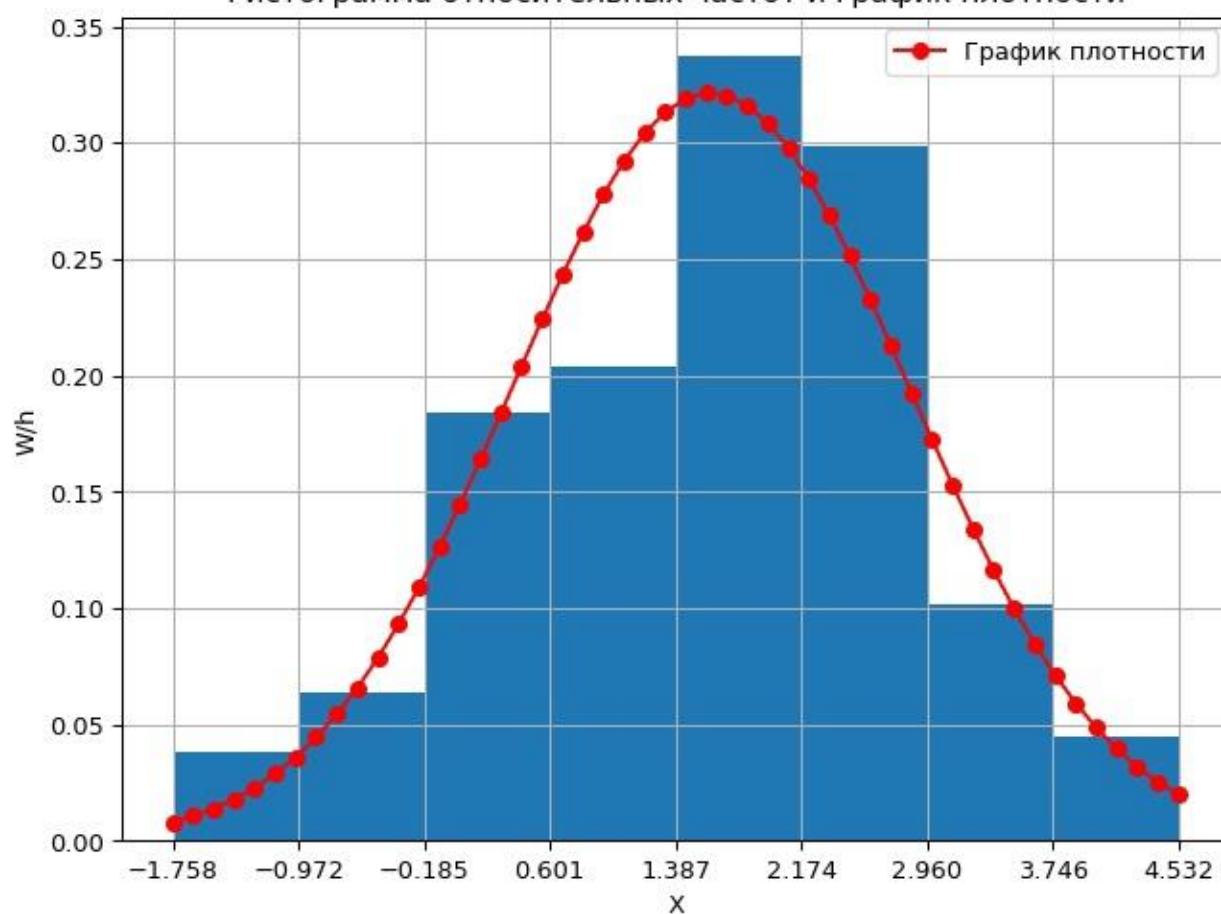
$$\tilde{\sigma}^2 = \tilde{\mu}_2^0 = 1.54055$$

Вычисление p_k^*

k	a_k	$\frac{a_k - \tilde{a}}{\tilde{\sigma}}$	$\frac{1}{\tilde{\sigma}} \varphi\left(\frac{a_k - \tilde{a}}{\tilde{\sigma}}\right)$	$\Phi\left(\frac{a_k - \tilde{a}}{\tilde{\sigma}}\right)$	p_k^*
0	-1.75805	-2.71147	0.00814	0.00335	0.00000
1	-0.97173	-2.07795	0.03711	0.01886	0.01886
2	-0.18541	-1.44443	0.11325	0.07431	0.05545
3	0.60091	-0.81091	0.23136	0.20871	0.13440
4	1.38723	-0.17739	0.31640	0.42960	0.22089
5	2.17355	0.45613	0.28966	0.67585	0.24625
6	2.95987	1.08966	0.17752	0.86207	0.18622
7	3.74619	1.72318	0.07283	0.95757	0.09550
8	4.53249	2.35668	0.02000	0.99078	0.04243
					1.00000

Гистограмма относительных частот и график плотности

Гистограмма относительных частот и график плотности



Вычисление выборочного значения χ_B^2

k	Интервалы	w_k	p_k^*	$ w_k - p_k^* $	$\frac{N(w_k - p_k^*)^2}{p_k^*}$
1	[-1.75805,-0.97173]	0.03000	0.01886	0.01114	1.31601
2	(-0.97173,-0.18541]	0.05000	0.05545	0.00545	0.10713
3	(-0.18541,0.60091]	0.14500	0.13440	0.01060	0.1672
4	(0.60091,1.38723]	0.16000	0.22089	0.06089	3.35696
5	(1.38723,2.17355]	0.26500	0.24625	0.01875	0.28553
6	(2.17355,2.95987]	0.23500	0.18622	0.04878	2.55557
7	(2.95987,3.74619]	0.08000	0.09550	0.01550	0.50314
8	(3.74619,4.53249]	0.03500	0.04243	0.00743	0.26022
		1.00000	1.00000	0.06089	8.55176

Вывод о справедливости гипотезы

Количество степеней свободы $l = 5$.

Уровень значимости $\alpha = 0.05$.

Тогда критическое значение $\chi_{\text{кр},\alpha}^2(l) = 11.1$.

Так как $\chi_B^2 = 8.55176 < \chi_{\text{кр},\alpha}^2(l)$, можно заключить, что гипотеза не противоречит экспериментальным данным при уровне значимости $\alpha = 0.05$.

Задание 3. Проверка гипотезы о равномерном распределении с помощью критерия χ^2

$$a = 1.00, \quad b = 4.96$$

Исходная выборка

3.51687	4.05063	1.77749	4.74328	2.33043	2.95210	4.24435	3.66604	4.06175	2.62750
3.64088	3.36143	1.99505	1.82302	1.75987	3.96520	3.00644	1.26149	3.53987	2.91435
2.89411	1.98526	3.16140	4.27638	4.85133	3.52446	4.94871	4.25455	1.77332	4.01822
3.86461	2.09143	2.94380	3.36261	4.32828	3.53073	2.74141	4.85472	3.33193	3.48820
2.92503	1.51256	4.71199	1.49402	1.76374	4.63188	1.97677	3.15310	2.32820	1.55198
1.32570	3.86404	4.63660	1.01120	2.65818	1.45140	1.33765	2.26005	1.08421	1.71602
4.29228	3.15236	2.50072	3.64025	2.15976	1.67440	4.74236	2.58086	1.20563	2.46480
2.33728	3.49302	2.79035	2.57739	3.20591	1.25415	1.95123	3.70488	4.33865	2.66935
1.96401	4.50587	1.28367	4.02908	1.08001	4.86510	3.74129	2.34013	1.78742	4.15212
4.81908	1.44684	4.47325	2.12201	1.93652	2.25753	4.25459	3.11624	4.64493	3.31302
2.11023	4.52491	2.65462	3.86836	4.58482	3.97488	3.91100	2.07712	1.14157	2.15659
1.40292	4.42270	1.79204	4.05178	2.65154	2.81380	1.86968	3.07552	3.31623	4.12368
3.68707	4.28501	1.20940	2.48208	2.36188	2.42847	1.02765	2.31736	2.81067	3.56933
4.75935	4.71010	3.56257	1.66278	3.66185	3.77176	2.63887	1.21644	3.97450	2.50841
3.02069	3.47235	3.66301	3.82304	3.40543	3.49106	3.76764	4.49597	2.47042	2.82377
3.35506	3.23822	3.26701	3.56698	3.45578	4.60823	3.08491	2.36952	3.84338	3.29891
1.31730	1.01583	1.93844	1.23506	2.04345	3.83865	2.42030	1.06687	2.72820	2.58106
4.92277	2.48321	2.37840	1.44650	1.87803	1.50820	1.19504	1.53912	3.02258	1.66717
2.05610	3.59636	1.11950	1.63308	3.93154	3.50915	2.01284	1.34883	4.88234	2.20411
3.34684	4.60970	2.81798	4.34640	2.71090	1.48328	4.12771	3.50736	3.28723	3.31746

Отсортированная выборка

1.01120	1.01583	1.02765	1.06687	1.08001	1.08421	1.11950	1.14157	1.19504	1.20563
1.20940	1.21644	1.23506	1.25415	1.26149	1.28367	1.31730	1.32570	1.33765	1.34883
1.40292	1.44650	1.44684	1.45140	1.48328	1.49402	1.50820	1.51256	1.53912	1.55198
1.63308	1.66278	1.66717	1.67440	1.71602	1.75987	1.76374	1.77332	1.77749	1.78742
1.79204	1.82302	1.86968	1.87803	1.93652	1.93844	1.95123	1.96401	1.97677	1.98526
1.99505	2.01284	2.04345	2.05610	2.07712	2.09143	2.11023	2.12201	2.15659	2.15976
2.20411	2.25753	2.26005	2.31736	2.32820	2.33043	2.33728	2.34013	2.36188	2.36952
2.37840	2.42030	2.42847	2.46480	2.47042	2.48208	2.48321	2.50072	2.50841	2.57739
2.58086	2.58106	2.62750	2.63887	2.65154	2.65462	2.65818	2.66935	2.71090	2.72820
2.74141	2.79035	2.81067	2.81380	2.81798	2.82377	2.89411	2.91435	2.92503	2.94380
2.95210	3.00644	3.02069	3.02258	3.07552	3.08491	3.11624	3.15236	3.15310	3.16140
3.20591	3.23822	3.26701	3.28723	3.29891	3.31302	3.31623	3.31746	3.33193	3.34684
3.35506	3.36143	3.36261	3.40543	3.45578	3.47235	3.48820	3.49106	3.49302	3.50736
3.50915	3.51687	3.52446	3.53073	3.53987	3.56257	3.56698	3.56933	3.59636	3.64025
3.64088	3.66185	3.66301	3.66604	3.68707	3.70488	3.74129	3.76764	3.77176	3.82304
3.83865	3.84338	3.86404	3.86461	3.86836	3.91100	3.93154	3.96520	3.97450	3.97488
4.01822	4.02908	4.05063	4.05178	4.06175	4.12368	4.12771	4.15212	4.24435	4.25455
4.25459	4.27638	4.28501	4.29228	4.32828	4.33865	4.34640	4.42270	4.47325	4.49597
4.50587	4.52491	4.58482	4.60823	4.60970	4.63188	4.63660	4.64493	4.71010	4.71199
4.74236	4.74328	4.75935	4.81908	4.85133	4.85472	4.86510	4.88234	4.92277	4.94871

Интервальный ряд

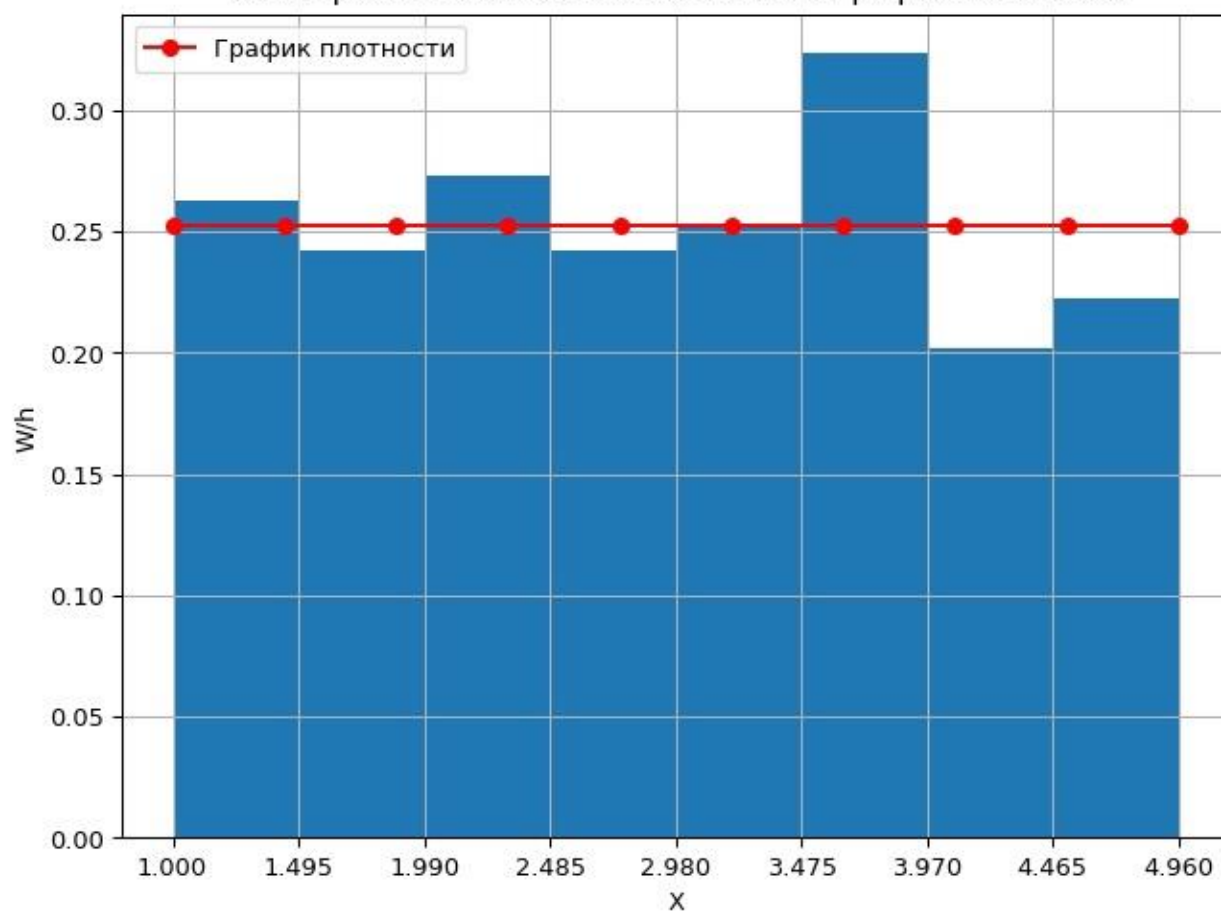
Интервалы	n_i	w_i
[1.00000, 1.49500]	26	0.13000
(1.49500, 1.99000]	24	0.12000
(1.99000, 2.48500]	27	0.13500
(2.48500, 2.98000]	24	0.12000
(2.98000, 3.47500]	25	0.12500
(3.47500, 3.97000]	32	0.16000
(3.97000, 4.46500]	20	0.10000
(4.46500, 4.96000]	22	0.11000
	200	1.00000

Вычисление p_k^*

k	a_k	$f(a_k, \tilde{\lambda})$	$F(a_k, \tilde{\lambda})$	p_k^*
0	1.00000	0.25253	0.00000	-
1	1.49500	0.25253	0.12500	0.12500
2	1.99000	0.25253	0.25000	0.12500
3	2.48500	0.25253	0.37500	0.12500
4	2.98000	0.25253	0.50000	0.12500
5	3.47500	0.25253	0.62500	0.12500
6	3.97000	0.25253	0.75000	0.12500
7	4.46500	0.25253	0.87500	0.12500
8	4.96000	0.25253	1.00000	0.12500
				1.00000

Гистограмма относительных частот и график плотности

Гистограмма относительных частот и график плотности



Вычисление выборочного значения χ^2_B

k	Интервалы	w_k	p_k^*	$ w_k - p_k^* $	$\frac{N(w_k - p_k^*)^2}{p_k^*}$
1	[1.00000, 1.49500]	0.13000	0.12500	0.00500	0.04000
2	(1.49500, 1.99000]	0.12000	0.12500	0.00500	0.04000
3	(1.99000, 2.48500]	0.13500	0.12500	0.01000	0.16000
4	(2.48500, 2.98000]	0.12000	0.12500	0.00500	0.04000
5	(2.98000, 3.47500]	0.12500	0.12500	0.00000	0.00000
6	(3.47500, 3.97000]	0.16000	0.12500	0.03500	1.96000
7	(3.97000, 4.46500]	0.10000	0.12500	0.02500	1.00000
8	(4.46500, 4.96000]	0.11000	0.12500	0.01500	0.36000
		1.00000	1.00000	0.03500	3.60000

Вывод о справедливости гипотезы

Количество степеней свободы $l = 7$.

Уровень значимости $\alpha = 0.05$.

Тогда критическое значение $\chi_{\text{кр},\alpha}^2(l) = 14.1$.

Так как $\chi_B^2 = 3.60000 < \chi_{\text{кр},\alpha}^2(l)$, можно заключить, что гипотеза не противоречит экспериментальным данным при уровне значимости $\alpha = 0.05$.

Задание 4. Проверка гипотезы о равномерном распределении с помощью критерия Колмогорова

$$a = 1.00, \quad b = 4.96$$

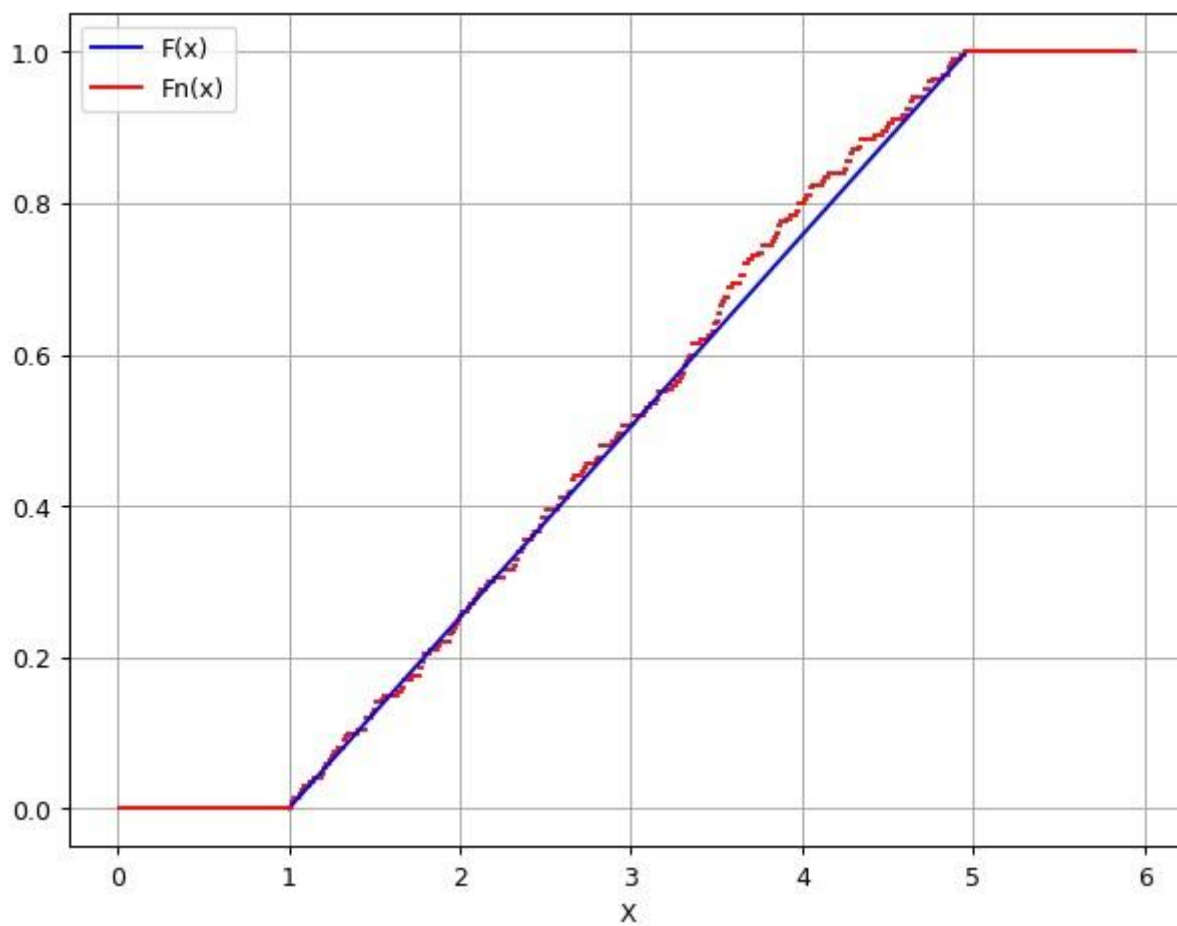
Исходная выборка

3.51687	4.05063	1.77749	4.74328	2.33043	2.95210	4.24435	3.66604	4.06175	2.62750
3.64088	3.36143	1.99505	1.82302	1.75987	3.96520	3.00644	1.26149	3.53987	2.91435
2.89411	1.98526	3.16140	4.27638	4.85133	3.52446	4.94871	4.25455	1.77332	4.01822
3.86461	2.09143	2.94380	3.36261	4.32828	3.53073	2.74141	4.85472	3.33193	3.48820
2.92503	1.51256	4.71199	1.49402	1.76374	4.63188	1.97677	3.15310	2.32820	1.55198
1.32570	3.86404	4.63660	1.01120	2.65818	1.45140	1.33765	2.26005	1.08421	1.71602
4.29228	3.15236	2.50072	3.64025	2.15976	1.67440	4.74236	2.58086	1.20563	2.46480
2.33728	3.49302	2.79035	2.57739	3.20591	1.25415	1.95123	3.70488	4.33865	2.66935
1.96401	4.50587	1.28367	4.02908	1.08001	4.86510	3.74129	2.34013	1.78742	4.15212
4.81908	1.44684	4.47325	2.12201	1.93652	2.25753	4.25459	3.11624	4.64493	3.31302
2.11023	4.52491	2.65462	3.86836	4.58482	3.97488	3.91100	2.07712	1.14157	2.15659
1.40292	4.42270	1.79204	4.05178	2.65154	2.81380	1.86968	3.07552	3.31623	4.12368
3.68707	4.28501	1.20940	2.48208	2.36188	2.42847	1.02765	2.31736	2.81067	3.56933
4.75935	4.71010	3.56257	1.66278	3.66185	3.77176	2.63887	1.21644	3.97450	2.50841
3.02069	3.47235	3.66301	3.82304	3.40543	3.49106	3.76764	4.49597	2.47042	2.82377
3.35506	3.23822	3.26701	3.56698	3.45578	4.60823	3.08491	2.36952	3.84338	3.29891
1.31730	1.01583	1.93844	1.23506	2.04345	3.83865	2.42030	1.06687	2.72820	2.58106
4.92277	2.48321	2.37840	1.44650	1.87803	1.50820	1.19504	1.53912	3.02258	1.66717
2.05610	3.59636	1.11950	1.63308	3.93154	3.50915	2.01284	1.34883	4.88234	2.20411
3.34684	4.60970	2.81798	4.34640	2.71090	1.48328	4.12771	3.50736	3.28723	3.31746

Отсортированная выборка

1.01120	1.01583	1.02765	1.06687	1.08001	1.08421	1.11950	1.14157	1.19504	1.20563
1.20940	1.21644	1.23506	1.25415	1.26149	1.28367	1.31730	1.32570	1.33765	1.34883
1.40292	1.44650	1.44684	1.45140	1.48328	1.49402	1.50820	1.51256	1.53912	1.55198
1.63308	1.66278	1.66717	1.67440	1.71602	1.75987	1.76374	1.77332	1.77749	1.78742
1.79204	1.82302	1.86968	1.87803	1.93652	1.93844	1.95123	1.96401	1.97677	1.98526
1.99505	2.01284	2.04345	2.05610	2.07712	2.09143	2.11023	2.12201	2.15659	2.15976
2.20411	2.25753	2.26005	2.31736	2.32820	2.33043	2.33728	2.34013	2.36188	2.36952
2.37840	2.42030	2.42847	2.46480	2.47042	2.48208	2.48321	2.50072	2.50841	2.57739
2.58086	2.58106	2.62750	2.63887	2.65154	2.65462	2.65818	2.66935	2.71090	2.72820
2.74141	2.79035	2.81067	2.81380	2.81798	2.82377	2.89411	2.91435	2.92503	2.94380
2.95210	3.00644	3.02069	3.02258	3.07552	3.08491	3.11624	3.15236	3.15310	3.16140
3.20591	3.23822	3.26701	3.28723	3.29891	3.31302	3.31623	3.31746	3.33193	3.34684
3.35506	3.36143	3.36261	3.40543	3.45578	3.47235	3.48820	3.49106	3.49302	3.50736
3.50915	3.51687	3.52446	3.53073	3.53987	3.56257	3.56698	3.56933	3.59636	3.64025
3.64088	3.66185	3.66301	3.66604	3.68707	3.70488	3.74129	3.76764	3.77176	3.82304
3.83865	3.84338	3.86404	3.86461	3.86836	3.91100	3.93154	3.96520	3.97450	3.97488
4.01822	4.02908	4.05063	4.05178	4.06175	4.12368	4.12771	4.15212	4.24435	4.25455
4.25459	4.27638	4.28501	4.29228	4.32828	4.33865	4.34640	4.42270	4.47325	4.49597
4.50587	4.52491	4.58482	4.60823	4.60970	4.63188	4.63660	4.64493	4.71010	4.71199
4.74236	4.74328	4.75935	4.81908	4.85133	4.85472	4.86510	4.88234	4.92277	4.94871

Графики функции распределения и эмпирической функции распределения



Вычисление выборочного значения критерия Колмогорова

a	b	N	D_N	$D_N\sqrt{N}$	x^*	$F(x^*)$	$F_N(x^*)$	$F(x^* - 0)$
1.00	4.96	200	0.05183	0.73299	4.06175	0.77317	0.82500	0.82000

Вывод о справедливости гипотезы

Уровень значимости $\alpha = 0.05$.

Тогда критическое значение $k_\alpha = 1.36$.

Так как $0.73299 < k_\alpha$, можно заключить, что гипотеза не противоречит экспериментальным данным при уровне значимости $\alpha = 0.05$.

Задание 5. Проверка гипотезы о показательном распределении с помощью критерия Колмогорова
 $\lambda = 1.57$

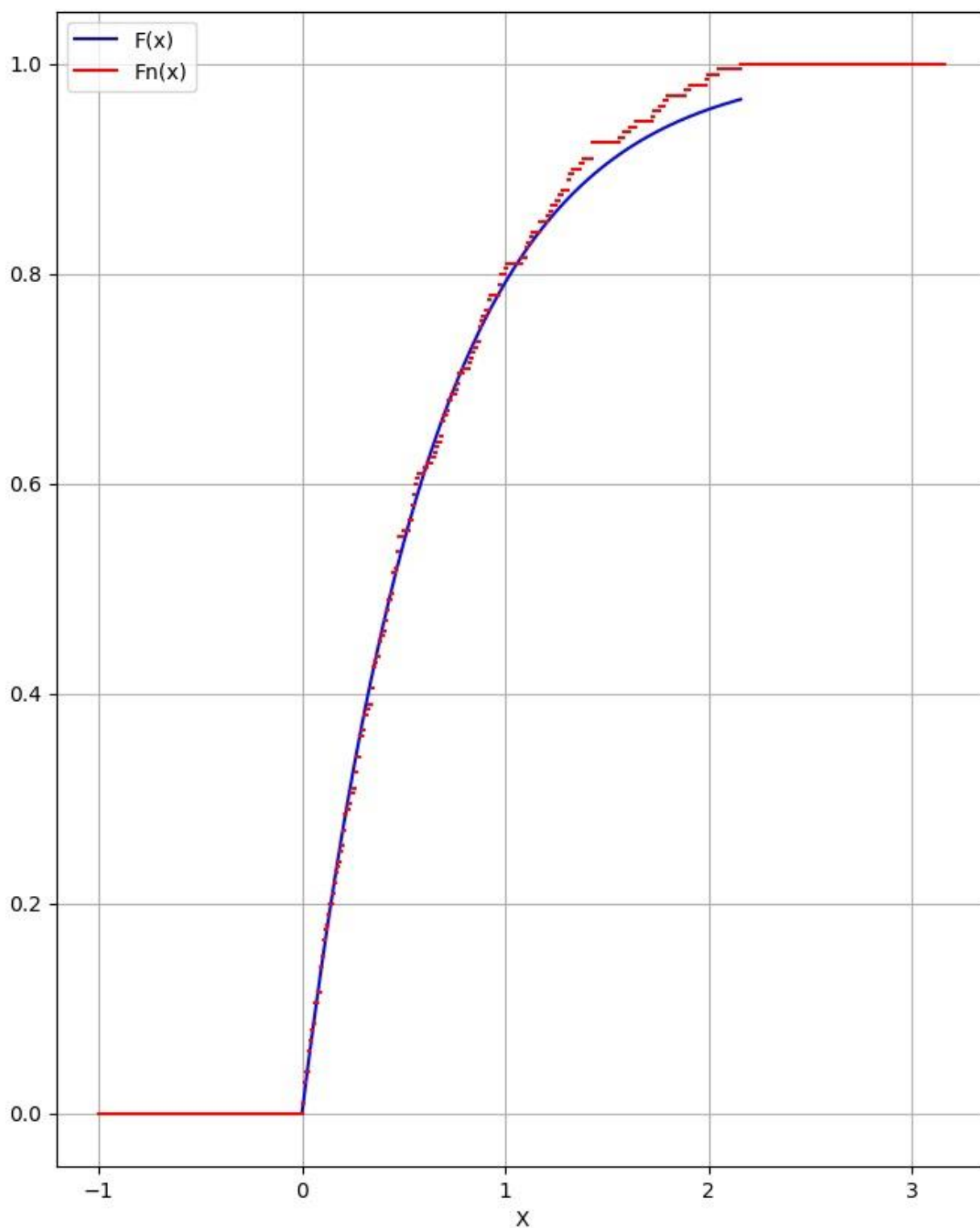
Исходная выборка

0.03831	1.99390	1.75749	0.83132	0.44368	0.92487	0.01263	0.32409	1.36699	1.32663
2.15643	0.52915	0.00737	0.26019	0.20124	0.88694	0.09084	0.77248	0.28064	0.26812
0.73200	0.30424	0.00371	0.35170	0.43808	0.10628	0.97063	0.38108	0.13054	0.34366
0.41922	0.46499	0.20760	1.10989	0.23086	0.84005	0.08871	0.03526	1.42745	0.23672
0.54857	1.10164	0.19357	0.06395	0.68851	0.34886	1.58309	0.05896	0.33996	0.99490
0.52592	0.17315	0.54793	1.00859	0.42576	0.11374	0.38735	0.01057	0.28409	0.14969
1.63989	0.34595	0.28163	0.20084	0.36342	0.06039	1.08274	0.44348	0.59810	0.66873
0.97575	0.41090	0.08915	1.73129	0.28644	1.98440	0.32187	0.90052	0.45991	0.61350
0.21214	1.13386	1.42397	0.38005	0.33967	0.23907	0.65843	0.76727	0.16748	1.56087
0.18316	0.09041	1.60720	0.00024	0.10570	0.69568	0.01388	0.47348	0.75855	0.14924
0.15587	0.16766	0.53969	1.30469	1.12332	0.13048	0.30017	0.20918	0.30433	0.97278
0.26298	0.13318	0.03061	0.54104	0.04858	1.88315	1.30634	0.04419	0.37900	0.07483
1.25092	0.09856	0.02994	0.21810	1.42696	0.07844	0.76243	0.30648	0.26714	0.09175
0.47156	0.41122	0.41561	0.54057	0.86016	0.56421	0.83278	0.02004	0.55392	0.68775
0.26543	0.49556	0.03004	0.79407	0.18561	1.90278	0.19037	0.71683	2.04619	0.63442
0.06190	1.23059	0.04073	1.31419	1.10329	0.87922	0.46522	0.11748	0.42102	0.65062
0.87369	0.05259	0.68768	1.20483	0.46858	0.44509	1.26266	1.79317	0.34793	0.40176
0.10728	0.25320	0.35451	0.91385	0.55921	0.82112	0.02045	1.21651	0.57319	0.44340
0.92084	0.15479	0.96792	1.38229	0.87666	0.68033	1.16781	0.71739	0.09969	1.28052
0.87330	0.47276	1.77974	1.16630	0.26036	0.11399	1.72279	0.13832	0.19858	0.70776

Отсортированная выборка

0.00024	0.00371	0.00737	0.01057	0.01263	0.01388	0.02004	0.02045	0.02994	0.03004
0.03061	0.03526	0.03831	0.04073	0.04419	0.04858	0.05259	0.05896	0.06039	0.06190
0.06395	0.07483	0.07844	0.08871	0.08915	0.09041	0.09084	0.09175	0.09856	0.09969
0.10570	0.10628	0.10728	0.11374	0.11399	0.11748	0.13048	0.13054	0.13318	0.13832
0.14924	0.14969	0.15479	0.15587	0.16748	0.16766	0.17315	0.18316	0.18561	0.19037
0.19357	0.19858	0.20084	0.20124	0.20760	0.20918	0.21214	0.21810	0.23086	0.23672
0.23907	0.25320	0.26019	0.26036	0.26298	0.26543	0.26714	0.26812	0.28064	0.28163
0.28409	0.28644	0.30017	0.30424	0.30433	0.30648	0.32187	0.32409	0.33967	0.33996
0.34366	0.34595	0.34793	0.34886	0.35170	0.35451	0.36342	0.37900	0.38005	0.38108
0.38735	0.40176	0.41090	0.41122	0.41561	0.41922	0.42102	0.42576	0.43808	0.44340
0.44348	0.44368	0.44509	0.45991	0.46499	0.46522	0.46858	0.47156	0.47276	0.47348
0.49556	0.52592	0.52915	0.53969	0.54057	0.54104	0.54793	0.54857	0.55392	0.55921
0.56421	0.57319	0.59810	0.61350	0.63442	0.65062	0.65843	0.66873	0.68033	0.68768
0.68775	0.68851	0.69568	0.70776	0.71683	0.71739	0.73200	0.75855	0.76243	0.76727
0.77248	0.79407	0.82112	0.83132	0.83278	0.84005	0.86016	0.87330	0.87369	0.87666
0.87922	0.88694	0.90052	0.91385	0.92084	0.92487	0.96792	0.97063	0.97278	0.97575
0.99490	1.00859	1.08274	1.10164	1.10329	1.10989	1.12332	1.13386	1.16630	1.16781
1.20483	1.21651	1.23059	1.25092	1.26266	1.28052	1.30469	1.30634	1.31419	1.32663
1.36699	1.38229	1.42397	1.42696	1.42745	1.56087	1.58309	1.60720	1.63989	1.72279
1.73129	1.75749	1.77974	1.79317	1.88315	1.90278	1.98440	1.99390	2.04619	2.15643

Графики функции распределения и эмпирической функции распределения



Вычисление выборочного значения критерия Колмогорова

a	b	N	D_N	$D_N\sqrt{N}$	x^*	$F(x^*)$	$F_N(x^*)$	$F(x^* - 0)$
0	2.15643	200	0.035255	0.49858	2.04619	0.95974	0.99500	0.99000

Вывод о справедливости гипотезы

Уровень значимости $\alpha = 0.05$.

Тогда критическое значение $k_\alpha = 1.36$.

Так как $0.49858 < k_\alpha$, то мы можем заключить, что гипотеза не противоречит экспериментальным данным при уровне значимости $\alpha = 0.05$.

Список литературы

1. Математическая статистика [Электронный ресурс]: метод. указания по выполнению лаб. работ / А.А. Лобузов — М.: МИРЭА, 2017.
2. Боровков А.А. Математическая статистика. — СПб.: Лань, 2021.
3. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. — М.: Юрайт, 2020.
4. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. — М.: Юрайт, 2020.
5. Кибзун А.И., Горяинова Е.Р., Наумов А.В. Теория вероятностей и математическая статистика. Базовый курс с примерами и задачам. Учебное пособие — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005.
6. Кобзарь А.И. Прикладная математическая статистика: для инженеров и научных работников — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006.
7. Письменный Д.Т. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам: учеб. пособие для вузов. — М.: Айрис-пресс, 2020.

Приложение

```
import scipy as sp
from scipy import stats
from scipy.stats import norm
from scipy.stats import uniform
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from matplotlib.pyplot import figure

import warnings
warnings.filterwarnings('ignore')
'''
def write_numbers_to_file(input_file, output_file):
    with open(input_file, 'r') as file:
        numbers = file.read().replace('\n', ' ').split()

    with open(output_file, 'w') as file:
        for num in numbers:
            file.write(num + '\n')
input_file = 'u38.txt'
output_file = 'output.txt'

write_numbers_to_file(input_file, output_file)

def sort_numbers_in_file(input_file, output_file):
    with open(input_file, 'r') as file:
        lines = file.readlines()

    numbers = []
    for line in lines:
        line_numbers = line.strip().split()
        numbers.extend(line_numbers)

    sorted_numbers = sorted(numbers, key=float)

    with open(output_file, 'w') as file:
        for i, num in enumerate(sorted_numbers):
            file.write(num)
            if (i + 1) % 1 == 0:
                file.write('\n')
            elif i < len(sorted_numbers) - 1:
                file.write(' ')

input_file = 'u38.txt'
output_file = 'output1.txt'

sort_numbers_in_file(input_file, output_file)
'''

#Проверка статистических гипотез с помощью критерия  $\chi^2$  и критерия
Колмогорова

n = 10
N = 200
V = 14

def get_ni(data):
    myDict={}
    for x in data:
        if x in myDict:
            myDict[x]+=1
```

```

        else:
            myDict[x]=1
        return myDict

color='c'

def get_wi(data):
    W={}
    for xi, ni in data.items():
        W[xi]=round(ni/N, 5)
    return W

def get_si(W):
    S={}
    s=0
    for xi, wi in W.items():
        s+=wi
        S[xi]=round(s,5)
    return S

def get_lists(W, N):
    xlist, wlist, nlist=[], [], []
    for xi, wi in W.items():
        xlist.append(xi)
        wlist.append(wi)
        nlist.append(N[xi])
    return np.array(xlist), np.array(wlist), np.array(nlist)

def printStRyad(xlist, nlist, wlist):
    print("\nСтатист. ряд")
    print("xi\tni\twi")
    for i in range(len(xlist)):
        print(f"{xlist[i]}\t{nlist[i]}\t{wlist[i]}")
    print("Сумма {0} {1} ".format(nlist.sum(), wlist.sum().round(5)))

def draw_polygons(Xlist, Wlist, plist):
    figure(figsize=(8, 6), dpi=90)
    plt.xlabel("X")
    plt.ylabel("W|P")
    plt.plot(Xlist, Wlist, marker='o', color='r', label='Полигон отн. частот')
    plt.plot(Xlist, plist, marker='o', color='b', label='Полигон теор. вероятностей')
    plt.grid(color='color', linestyle='-', linewidth=0.3)
    plt.legend()
    plt.show()

def getMean(Xlist, Wlist):
    return round((Xlist * Wlist).sum(), 5)

def getDisp(Xlist, Wlist, mean, h):
    return round(((Xlist-mean)**2 * Wlist).sum(), 5)

def getSigma(D):
    sigma=D**0.5
    return round(sigma, 5)

def printIntRyad(Alist, Nlist, Wlist):
    print("Интервальный ряд:\n")
    for i in range(1, len(Alist)):
        print("{0},{1}]\t{2}\t{3:1.3f}".format(Alist[i-1], Alist[i], Nlist[i-1], Wlist[i-1]))
    print("Сумма:\t{0}\t{1}".format(Nlist.sum(), Wlist.sum()))

```



```

def table1(Xlist, Wlist, Plist):
    print("\nСравнение wi и pi:")
    print("Xi\twi\tpi\t|wi-pi|\tN(w-p)^2/p")
    absD=np.zeros(len(Plist))
    # Wlist=np.array(newWlist)
    Xi = (N*(Wlist-Plist)**2 / (Plist)).round(5)
    absD=(np.abs(Wlist-Plist)).round(5)
    for i in range(len(Plist)):
        print("{0}\t{1}\t{2}\t{3}\t{4}".format(Xlist[i], Wlist[i], Plist[i],
absD[i], Xi[i]))

    res=Xi.sum().round(5)
    print("\t{0}\t{1}\t{2}".format(Wlist.sum().round(5), round(Plist.sum(),
5), absD.max()), res)
    return len(Plist), res

def getLists(Data, Type="Norm", a=None, b=None):
    N=len(Data)
    m=1 + int(np.log2(N))

    a0=Data[0]
    aM=Data[-1]

    if Type == "Norm":
        a0=Data[0]
        aM=Data[-1]
    elif Type == "Expon":
        a0, aM=0, Data[-1]
    else:
        a0, aM=a, b
    h=round((aM-a0)/m,5)
    Alist=[]
    ai=a0
    while ai <= aM+0.0001:
        Alist.append(round(ai,5))
        ai+=h
    Alist[-1]=aM

    Nlist=np.zeros(len(Alist)-1, dtype=np.int64)
    i,j=0,1
    try:
        k=0
        while k < len(Data):
            num=Data[k]
            if num > Alist[j-1] - 0.0001 and num <= Alist[j]+0.0001:
                Nlist[i]+=1
            else:
                j+=1
                i+=1
                k-=1
            k+=1
    except:
        print(Alist)
        print(k, j, i)
        # if num > Alist[j-1] and num <= Alist[j]+0.0001:
    # Nlist[i]+=1

    Wlist=np.round(Nlist/N,5)

    Xlist=np.zeros(len(Alist)-1)
    for i in range(1,len(Alist)):

```

```

        Xlist[i-1]=round((Alist[i-1] + Alist[i])/2,5)

    return Alist, Nlist,Wlist, Xlist, h

def plotHist(Data, Alist, xlist, ylist):
    plt.figure(figsize=(8, 6), dpi=93)
    plt.hist(Data, bins = Alist, density=True)
    plt.xlabel('X')
    plt.ylabel('W/h')
    plt.title('❖"истограмма относительных частот и график плотности')

    plt.plot(xlist, ylist, marker='o', color='r', label='❖"график
плотности')
    plt.xticks(Alist)
    plt.legend()
    plt.grid(True)
    plt.show()

def Table2(Alist, Wlist, Plist):
    print("\nТаблица")
    Xi=(N*(Wlist-Plist)**2/Plist).round(5)
    absD=np.abs(Wlist-Plist).round(5)
    for i in range(1, len(Alist)):
        print("{0}\t{1}\t{2}\t{3}\t{4}\t{5}\t{6}".format(i, Alist[i-1],
Alist[i], Wlist[i-1], Plist[i-1],absD[i-1], Xi[i-1]))

    res=Xi.sum().round(5)

    print("\t\t\t\t{0}\t{1}\t{2}\t{3}".format(round(Wlist.sum(),5),
round(Plist.sum(),5), absD.max(), res))

    return len(Plist), res

def f(x, L):
    return round(L* np.exp(-L*x), 5)

def F(x, L):
    return round(1-np.exp(-L*x), 5)

def exponTable1(alist, l):
    print("\nk\ta\tf(a, l)\tF(a,l)\tp*")
    print("{0}\t{1}\t{2}\t{3}\t{4}".format(0,0, f(0,l), 0, '-'))
    plist=np.zeros(len(alist)-1, float)
    flist=np.array([f(a, l) for a in alist ])
    Flist=[F(a, l) for a in alist ]
    for i in range(1,len(alist)-1):
        plist[i-1]=round(Flist[i]-Flist[i-1], 5)
        print("{0}\t{1}\t{2}\t{3}\t{4}".format(i, alist[i], flist[i],
Flist[i], plist[i-1]))

    i=len(alist)-1
    plist[i-1]=round(1-Flist[i-1], 5)
    print("{0}\t{1}\t{2}\t{3}\t{4}".format(i, alist[i], flist[i], Flist[i],
plist[i-1]))

    print("\t\t\t\t{0}".format(plist.sum().round(5)))
    return plist

with open('expon.txt', 'r') as file:
    expon_data = np.array([float(row.strip()) for row in file])

with open('expon_unsorted.txt','w') as file:

```

```

    for row in expon_data.reshape(20,10):
        for x in row:
            file.write(str(x)+"\t")
        file.write("\n")
    expon_data.sort()
    with open('expon_sorted.txt','w') as file:
        for row in expon_data.reshape(20,10):
            for x in row:
                file.write(str(x)+"\t")
            file.write("\n")

    exponAlist, exponNlist, exponWlist, exponXlist, h=getLists(expon_data,
    Type="Expon")
    Mean=getMean(exponXlist, exponWlist)
    L = round(1/Mean, 5)

    printIntRyad(exponAlist, exponNlist, exponWlist)

    print(Mean, "\nОценка лямбда L = ", L)

    exponPlist =exponTable1(exponAlist, L)

    xlist = np.linspace(exponAlist[0], exponAlist[-1], 30)
    ylist = np.array([f(x, L) for x in xlist])
    plotHist(expon_data, exponAlist, xlist, ylist)

    exponM, exponXi=Table2(exponAlist, exponWlist, exponPlist)
    print("\nВыборочное  $\chi^2$ ", exponXi)

    "Задание 2 - проверка гипотезы о нормальном распределении"

    def fi(x, a, sigma):
        return 1/(2*np.pi)**0.5 *np.exp(-x**2/2)

    def Fi(z):
        return norm.cdf(z)

    def normTable1(alist, a, sigma):
        zlist=np.array([(ak-a)/sigma for ak in alist]).round(5)
        filist=np.array([1/sigma*fi(z,a, sigma) for z in zlist]).round(5)
        Filist=np.array([Fi(z) for z in zlist]).round(5)
        print("\nk\ta\tZ\t1/sigma*fi(z)\tPhi(z)\tp*")
        print("{0}\t{1}\t{2}\t{3}\t{4}\t{5}".format(0,alist[0], zlist[0],
        filist[0], Filist[0], '-'))
        plist=np.zeros(len(alist)-1, float)
        # print("Ответ:",round(Filist[0], 5))
        for i in range(1,len(alist)-1):
            plist[i-1]=round(Filist[i]-Filist[i-1], 5)
            plist[0]=Filist[1]
            print("{0}\t{1}\t{2}\t{3}\t{4}\t{5}".format(i, alist[i], zlist[i],
            filist[i], Filist[i], plist[i-1]))
            i=len(alist)-1
            plist[i-1]=round(1-Filist[i-1], 5)
            print("{0}\t{1}\t{2}\t{3}\t{4}\t{5}".format(i, alist[i], zlist[i],
            filist[i], Filist[i], plist[i-1]))
            print("\t"*4, plist.sum().round(5))
        return plist

    with open('norm.txt', 'r') as file:
        norm_data = np.array([float(row.strip()) for row in file])
    with open('norm_unsorted.txt','w') as file:

```

```

        for row in norm_data.reshape(20,10):
            for x in row:
                file.write(str(x)+"\t")
            file.write("\n")
norm_data.sort()
with open('norm_sorted.txt','w') as file:
    for row in norm_data.reshape(20,10):
        for x in row:
            file.write(str(x)+"\t")
        file.write("\n")

normAlist, normNlist, normWlist, normXlist, h=getLists(norm_data)
printIntRyad(normAlist, normNlist, normWlist)
Mean=getMean(normXlist, normWlist)
Disp=getDisp(normXlist, normWlist, Mean, h)
Sigma=getSigma(Disp)
a = Mean
print("\na =", a, "Sigma^2 =", Disp )

normPlist=normTable1(normAlist, a, Sigma)

xlist=np.linspace(normAlist[0], normAlist[-1], 50)
ylist=[norm.pdf(x, loc=a, scale=Sigma) for x in xlist]
plotHist(norm_data, normAlist,xlist,ylist)

normM, normXi=Table2(normAlist, normWlist, normPlist)
print("\nВыборочное  $\chi^2$ ", normXi)

"Задание 3 - проверка гипотезы о равномерном распределении"

def getUniformPlist(Alist, A, B):
    P=np.zeros(len(Alist)-1)
    for i in range(1, len(Alist)):
        pi=uniform.cdf(Alist[i],loc=A, scale=B-A ) - uniform.cdf(Alist[i-1],
loc=A, scale=B-A)
        P[i-1]=pi
    return P.round(5)

def uniTable1(alist, a, b):
    filist = np.array([1/(b-a) for i in alist]).round(5)
    Filist = np.array([(ak-a)/(b-a) for ak in alist]).round(5)

    print("\nk\ta\tf\tF\tp*")
    print("{0}\t{1}\t{2}\t{3}\t{4}".format(0, alist[0], filist[0],
Filist[0], '-'))

    plist=np.zeros(len(alist)-1, float)
    for i in range(1,len(alist)-1):
        plist[i-1]=round(Filist[i]-Filist[i-1], 5)
        plist[0]=Filist[1]
        print("{0}\t{1}\t{2}\t{3}\t{4}".format(i, alist[i], filist[i],
Filist[i], plist[i-1]))

    i=len(alist)-1
    plist[i-1]=round(1-Filist[i-1], 5)
    print("{0}\t{1}\t{2}\t{3}\t{4}".format(i, alist[i], filist[i],
Filist[i], plist[i-1]))

    print("\t"*4, plist.sum().round(5))
    return plist

```

```

A = 1.00
B = 4.96

with open('uni.txt', 'r') as file:
    uni_data = np.array([float(row.strip()) for row in file])
with open('uni_unsorted.txt', 'w') as file:
    for row in uni_data.reshape(20,10):
        for x in row:
            file.write(str(x)+"\t")
        file.write("\n")
uni_data.sort()
with open('uni_sorted.txt', 'w') as file:
    for row in uni_data.reshape(20,10):
        for x in row:
            file.write(str(x)+"\t")
        file.write("\n")

uniAlist, uniNlist, uniWlist, uniXlist, h=getLists(uni_data, Type="uni",
a=A,b=B)
printIntRyad(uniAlist, uniNlist, uniWlist)

uniPlist=getUniformPlist(uniAlist,A,B)
uniM, uniXi=Table2(uniAlist, uniWlist, uniPlist)

unilist=uniTable1(uniAlist, A, B)

xlist=np.linspace(A,B,10)
ylist=np.zeros(10)+1/(B-A)
plotHist(uni_data, uniAlist,xlist,ylist)

print("\nВыборочное  $\chi^2$ ", uniXi)

"Задание 4 - проверка гипотезы о равномерном распределении"

def plotF(X, xlist, ylist):
    plt.figure(figsize=(8, 6), dpi=90)
    for i in range(1, len(X)):
        xl=np.linspace(X[i-1], X[i],3)
        yl=np.zeros(3)+i/N
        plt.plot(xl, yl,color='r')

    plt.plot(xlist, ylist, color='b', label='F(x)')
    xl=np.linspace(X[0]-1, X[0],3)
    yl=np.zeros(3)
    plt.plot(xl, yl,color='r')
    xl=np.linspace(X[-1], X[-1]+1,3)
    yl=np.ones(3)
    plt.plot(xl, yl,color='r', label='Fn(x)')
    plt.xlabel("X")
    plt.grid(True)
    plt.legend()
    plt.show()

xlist=np.linspace(A,B,20)
ylist=np.array([(x-A)/(B-A) for x in xlist])
plotF(uni_data, xlist, ylist)

Fnlist=np.array([j/N for j in range(1, N+1)])
Fnlist0=np.array([j/N for j in range(0, N)])
Flist=np.array([(x-A)/(B-A) for x in uni_data])

res1=abs(Fnlist-Flist).round(5)
res2=abs(Fnlist0-Flist).round(5)

```

```

j=res1.argmax()
Dn1=round(max(res1.max(), res2.max()),5)

x=uni_data[j]
DnN1=round(Dn1 * N**0.5, 5)
print("❖'ычисление выборочного значения")
print(f"{A}\t{B}\t{N}\t{Dn1}\t{DnN1}\t{x}\t{round((x-A)/(B-A),5)}\t{round((j+1)/N,5)}\t{round(j/N,5)}")

"❖-адание 5 - проверка гипотезы о показательном распределении"

l = 1.57

def F(x):
    return 1 - np.exp(-1.57 * x)

def plotF(X, xlist, ylist):
    plt.figure(figsize=(8, 10), dpi=100)

    xll = np.linspace(0, max(X), 10000)
    fs = [F(val) for val in xll]
    plt.plot(xll, fs, color = 'b', label = 'F(x)')

    for i in range(1, len(X)):
        xl=np.linspace(X[i-1], X[i],3)
        yl=np.zeros(3)+i/N
        plt.plot(xl, yl,color='r')

    xl=np.linspace(X[0]-1, X[0],3)
    yl=np.zeros(3)
    plt.plot(xl, yl,color='r')
    xl=np.linspace(X[-1], X[-1]+1,3)
    yl=np.ones(3)
    plt.plot(xl, yl,color='r', label='Fn(x)')
    plt.xlabel("X")

    plt.grid(True)
    plt.legend()
    plt.show()

xlist=np.linspace(exponAlist[0], exponAlist[-1], 3)
ylist=np.array([f(x, L) for x in xlist])
plotF(expon_data, xlist, ylist)

A = 0
B = 2.04619

Fnlist=np.array([j/N for j in range(1, N+1)])
Fnlist0=np.array([j/N for j in range(0, N)])
Flist=np.array([1 - np.exp(-l*x) for x in expon_data])

res1=abs(Fnlist-Flist).round(5)
res2=abs(Fnlist0-Flist).round(5)
j=res1.argmax()
print(j)
Dn2=round(max(res1.max(), res2.max()),5)

x=expon_data[j]
print(x)
DnN2=round(Dn2 * N**0.5, 5)
print("❖'ычисление выборочного значения")
print(f"{A}\t{B}\t{N}\t{Dn2}\t{DnN2}\t{x}\t{round(1 - np.exp(-l*x),5)}\t{round((j+1)/N,5)}\t{round(j/N,5)}")

```

```

def checkCriteria():
    pCrit=[0, 3.8, 6.0, 7.8, 9.5, 11.1, 12.6, 14.1, 15.5]

    l=exponM-2
    if exponXi <= pCrit[l]:
        print("Показательное не противоречит")
    else:
        print("Показательное противоречит")
    print("◆'ыборочное:{0} l:{1} Критическое:{2}\n".format(exponXi, l,
pCrit[l]))

    l=normM-3
    if normXi <= pCrit[l]:
        print("Нормальное не противоречит")
    else:
        print("Нормальное противоречит")
    print("◆'ыборочное:{0} l:{1} Критическое:{2}\n".format(normXi, l,
pCrit[l]))

    l=uniM-1
    if uniXi <= pCrit[l]:
        print("Равномерное не противоречит")
    else:
        print("Равномерное противоречит")
    print("◆'ыборочное:{0} l:{1} Критическое:{2}\n".format(uniXi, l,
pCrit[l]))

    if DnN1 <= 1.36:
        print("Равномерное не противоречит критерию Колмогорова ")
    else:
        print("Равномерное противоречит критерию Колмогорова ")
    print("Dn1*sqrtN:{0} Критическое:{1}\n".format(DnN1, 1.36))

    if DnN2 <= 1.36:
        print("Равномерное не противоречит критерию Колмогорова ")
    else:
        print("Равномерное противоречит критерию Колмогорова ")
    print("Dn2*sqrtN:{0} Критическое:{1}\n".format(DnN2, 1.36))
checkCriteria()

```