МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«МИРЭА – Российский технологический университет»

ИНСТИТУТ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА

КАФЕДРА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

Лабораторная работа 3

по курсу «**Теория вероятностей и математическая статистика, часть 2**»

ВАРИАНТ 14

Тема: **Проверка статистических гипотез о математических ожиданиях и дисперсиях выборок из нормальных распределений**

Выполнил:
Студент 4-го курса
Малов И. М.

Группа: КМБО-01-20

МОСКВА – 2023

Оглавление

Задания

Задание 1. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий с использованием распределения Стьюдента

Проверить гипотезу о равенстве математических ожиданий с использованием распределения Стьюдента при уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ для всех трёх пар наблюдаемых нормально распределенных случайных величин, выборки которых находятся в столбцах двумерного массива $\{u_{i,j} | 1 \leq i \leq N, 1 \leq j \leq 3\}$.

Задание 2. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий с использованием однофакторного дисперсионного анализа

Проверить с использованием однофакторного дисперсионного анализа гипотезу о равенстве математических ожиданий при уровне значимости $0{,}05$ трёх наблюдаемых нормально распределенных случайных величин, выборки которых находятся в столбцах двумерного массива $\{u_{i,j} | 1 \leq i \leq N, 1 \leq j \leq 3\}$.

Задание 3. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий с помощью функций, в которых реализован t – критерий Стьюдента

Проверить гипотезу о равенстве математических ожиданий при уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ для всех трёх пар наблюдаемых нормально распределенных случайных величин, выборки которых находятся в столбцах двумерного массива U, с помощью функций, в которых реализован t-критерий Стьюдента:

для Octave $pval = t\_test\_2\ (X, Y)$;
для Python $pval = scipy.stats.ttest\_ind(X, Y, equal\_var = True)$;
X, Y – произвольная пара столбцов массива U.

Задание 4. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий с помощью функций, в которых реализован t-критерий Уэлча

Проверить гипотезу о равенстве математических ожиданий при уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ для всех трёх пар наблюдаемых нормально распределенных случайных величин, выборки которых находятся в столбцах двумерного массива U, с помощью функций, в которых реализован t-критерий Уэлча:

для Octave $pval = welch\_test\ (X, Y)$;
для Python $pval = scipy.stats.ttest\_ind(X, Y, equal\_var\ = False)$;
X, Y – произвольная пара столбцов массива U.

Задание 5. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий с помощью функций, в которых реализован однофакторный дисперсионный анализ

Проверить гипотезу о равенстве математических ожиданий при уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ для трёх наблюдаемых нормально распределенных случайных величин, выборки которых находятся в столбцах двумерного массива U, с помощью функций, в которых реализован однофакторный дисперсионный анализ:
для Octave $\quad pval = anova\ (U)$;
для Python $\quad pval = scipy.stats.f\_oneway\ (X, Y, Z)$;
X, Y, Z – столбцы массива U.

Задание 6. Проверка гипотезы о равенстве дисперсий с использованием распределения Фишера-Снедекора

Проверить гипотезу о равенстве дисперсий при уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ для всех трёх пар наблюдаемых нормально распределенных случайных величин, выборки которых находятся в столбцах двумерного массива U, с использованием распределения Фишера-Снедекора.

Задание 7. Проверка гипотезы о равенстве дисперсий с помощью функций, в которых реализован критерий Бартлетта

Проверить гипотезу о равенстве дисперсий при уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ для наблюдаемых нормально распределенных случайных величин, выборки которых находятся в столбцах двумерного массива U, с помощью функций, в которых реализован критерий Бартлетта:
для Octave $\quad pval = bartlett\_test\ (X, Y, Z)$;
для Python $\quad pval = scipy.stats.bartlett\ (X, Y, Z)$;
X, Y, Z – столбцы массива U.

В качестве данных двумерного массива $U = \{u_{i,j} \mid 1 \le i \le N, 1 \le j \le 3\}$ следует взять первые три столбца из соответствующей номеру варианта таблицы файла **MC_D_Norm**. Таким образом, в данной лабораторной работе N = 20.

Результаты вычислений приводить в отчете с точностью до 0,00001.

Краткие теоретические сведения

Нормальное распределение

Плотность распределения:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}, x \in (-\infty, +\infty)$$

Функция распределения:

$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{(t-a)^2}{2\sigma^2}} dt$$

Математическое ожидание:

$$M(X) = a$$

Дисперсия:

$$D(X) = \sigma^2$$

Распределение хи-квадрат

Плотность распределения:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{2^{\frac{n}{2}}\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} e^{-\frac{x}{2}}, & \text{если } x \geq 0 \\ 0, & \text{если } x < 0 \end{cases}$$

$$\Gamma(y) = \int_{0}^{+\infty} e^{-t} t^{\gamma-1} dt$$

Математическое ожидание:

$$M(\chi_n^2) = n$$

Дисперсия:

$$D(\chi_n^2) = 2n$$

Свойства распределения Стьюдента с n степенями свободы t(n) (t-распределение)

Плотность распределения $t(n)$:

$$f_\xi(x) = \frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\sqrt{n\pi}\,\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)\left(1 + \frac{x^2}{n}\right)^{\frac{n+1}{2}}}$$

Математическое ожидание:

$$M\xi = 0 \text{ при } n \geq 2$$

Дисперсия:

$$D\xi = \frac{n}{n-2} \text{ при } n \geq 3$$

Если $\xi \sim N(0,1)$ и $\eta \sim \chi^2(N)$ независимы, то $\xi\sqrt{\frac{N}{\eta}} \sim t(N)$.

Если $X_i \sim N(0,1)$ $(i = 1, \dots, N)$ и X_i независимы, то $\frac{x_0}{\sqrt{\overline{\boldsymbol{X}^2}}} \sim t(N)$,

где $\overline{\boldsymbol{X}^2} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} {X_i}^2$.

Если $X_i \sim N(0,1)$ $(i = 1, \dots, N)$ и X_i независимы, то $\frac{\overline{\boldsymbol{X}} - a}{S}\sqrt{N} \sim t(N-1)$,

где $\overline{\boldsymbol{X}} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X_i$, $S = \sqrt{S^2}$, $S^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(X_i - \overline{\boldsymbol{X}})^2$.

Свойства распределения Фишера-Снедекора

Плотность распределения:

$$f_\xi(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \dfrac{\Gamma\left(\frac{k_1 + k_2}{2}\right) {k_1}^{\frac{k_1}{2}} {k_2}^{\frac{k_2}{2}}}{\Gamma\left(\frac{k_1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{k_2}{2}\right)} x^{\frac{k_1}{2}-1}(k_1 x + k_2)^{-\frac{k_1+k_2}{2}}, & x > 0 \end{cases}$$

Математическое ожидание:

$$M\xi = \frac{k_2}{k_2 - 2} \text{ при } k_2 \geq 3$$

Дисперсия:

$$D\xi = \frac{2{k_2}^2(k_1 + k_2 - 2)}{k_2(k_2-2)^2(k_2-4)} \text{ при } k_2 \geq 5$$

Если для всех $\xi \sim \chi^2(k_1)$ и $\eta \sim \chi^2(k_2)$ независимы, то $\frac{\xi/k_1}{\eta/k_2} \sim F(k_1, k_2)$.

Если выборки $X = (X_1, \dots, X_N)$ и $Y = (Y_1, \dots, Y_M)$ независимы, $X_i \sim N(a_1, \sigma^2)$ и X_i независимы, $Y_i \sim N(a_2, \sigma^2)$ и Y_i независимы, то верны свойства:

1) $\frac{\overline{\boldsymbol{X}^2}}{\overline{\boldsymbol{Y}^2}} \sim F(N, M)$, где $\overline{\boldsymbol{X}^2} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} {X_i}^2$, $\overline{\boldsymbol{Y}^2} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M} {Y_i}^2$;

2) $\frac{S_1^2}{S_2^2} \sim F(N-1, M-1)$, где $S_1^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(X_i - \overline{\boldsymbol{X}})^2 = \frac{N}{N-1}\left(\overline{\boldsymbol{X}^2} - (\overline{\boldsymbol{X}})^2\right)$,

$$S_2^2 = \frac{1}{M-1}\sum_{i=1}^{M}(Y_i - \bar{\boldsymbol{Y}})^2 = \frac{M}{M-1}\left(\overline{\boldsymbol{Y}^2} - (\bar{\boldsymbol{Y}})^2\right).$$

Общая схема проверки гипотезы о равенстве математических ожиданий с использованием распределения Стьюдента

Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий двух случайных величин по выборкам $\{x_1, \dots, x_N\}$ и $\{y_1, \dots, y_M\}$ с использованием распределения Стьюдента с числом степеней свободы $N + M - 2$ проводится следующим образом:

Рассчитывается значение критерия $T_{N,M}$:

$$S_x^2(N-1) = N\left(\overline{x^2} - \bar{x}^2\right)$$
$$S_y^2(M-1) = M\left(\overline{y^2} - \bar{y}^2\right)$$
$$T_{N,M} = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{S_x^2(N-1) + S_y^2(M-1)}}\sqrt{\frac{MN(N+M-2)}{N+M}}$$

Если гипотеза о равенстве математических ожиданий нормально распределенных случайных величин X и Y верна, то $T_{N,M}$ имеет распределение $t(N + M - 2)$ – распределение Стьюдента с числом степеней свободы $N + M - 2$.

По уровню значимости α находится критическое значение $t_{\text{кр},\alpha}(N + M - 2)$ распределения Стьюдента с числом степеней свободы $N + M - 2$.

Вычисленное значение $T_{N,M}$ сравнивается с критическим значением двустороннего критерия $t_{\text{кр},\alpha}(N + M - 2)$.

Если $\left|T_{N,M}\right| \le t_{\text{кр},\alpha}(N + M - 2)$, то гипотеза о равенстве математических ожиданий не противоречит экспериментальным данным (верна) при уровне значимости α.

Если $\left|T_{N,M}\right| > t_{\text{кр},\alpha}(N + M - 2)$, то гипотеза о равенстве математических ожиданий противоречит экспериментальным данным (неверна) при уровне значимости α.

Общая схема проверки гипотезы о равенстве математических ожиданий с использованием однофакторного дисперсионного анализа

Проверка гипотезы проводится по следующей схеме:

Расчет общего среднего значения и групповых средних

$$\bar{u} = \frac{1}{Nm}\sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{N} u_{ij}\,, \bar{u}_{.j} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} u_{ij}\,, j = 1, \dots, m.$$

Расчет общей суммы квадратов отклонений

$$S_{\text{общ}} = \sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{N}\left(u_{ij} - \bar{u}\right)^2.$$

Расчет факторной суммы квадратов отклонений

$$S_{\text{факт}} = N\sum_{j=1}^{m}\left(u_{.j} - \bar{u}\right)^2.$$

Расчет остаточной суммы квадратов отклонений

$$S_{\text{ост}} = \sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{N}\left(u_{ij} - u_{.j}\right)^2 = S_{\text{общ}} - S_{\text{факт}}\,.$$

Расчет значения критерия $F_{N,m}$:

$$F_{N,m} = \frac{S_{\text{факт}}^2}{S_{\text{ост}}^2}, \text{где } S_{\text{факт}}^2 = \frac{S_{\text{факт}}}{m-1}, S_{\text{ост}}^2 = \frac{S_{\text{ост}}}{m(N-1)}\,.$$

Если гипотеза о равенстве математических ожиданий m нормально распределенных случайных величин верна, то $F_{N,m}$ имеет распределение Фишера-Снедекора с числом степеней свободы $(k_1, k_2), k_1 = m - 1,$
$k_1 = m(N - 1).$

Вычисленное значение $F_{N,m}$ нужно сравнить с критическим значением z_a при уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ и сделать вывод о справедливости гипотезы.

Если $F_{N,m} \leq z_a$, то гипотеза о равенстве математических ожиданий трёх случайных величин, выборки которых находятся в столбцах массива $U = \left\{u_{i,j} \middle| 1 \leq i \leq N, 1 \leq j \leq 3\right\}$, не противоречит экспериментальным данным (верна) при уровне значимости α.

Если $F_{N,m} > z_a$, то гипотеза о равенстве математических ожиданий трёх случайных величин противоречит экспериментальным данным (неверна) при уровне значимости α.

Общая схема проверки гипотезы о равенстве дисперсий двух наблюдаемых нормально распределенных случайных величин с использованием распределения Фишера-Снедекора

При проверке гипотезы о равенстве дисперсий используются следующие формулы расчета характеристик выборок $\{x_1, \dots, x_N\}$ и $\{y_1, \dots, y_M\}$:

Выборочное среднее:

$$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i \,, \bar{y} = \frac{1}{M}\sum_{j=1}^{M} y_j$$

Выборочная несмещенная дисперсия:

$$\overline{x^2} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i^2 \,, \qquad \overline{y^2} = \frac{1}{M}\sum_{j=1}^{M} y_j^2$$

$$S_x^2 = \frac{N}{N-1}\left(\overline{x^2} - \bar{x}\right), \qquad S_y^2 = \frac{M}{M-1}\left(\overline{y^2} - \bar{y}\right)$$

Для проверки гипотезы о равенстве дисперсий двух нормально распределенных случайных величин по выборкам $\{x_1, \dots, x_N\}$ и $\{y_1, \dots, y_M\}$ рассчитывается значение критерия $F_{N,M}$ по формуле:

$$F_{N,M} = \frac{S_{max}^2}{S_{min}^2}, \text{где } S_{max}^2 = \max\left(S_x^2, S_y^2\right), S_{min}^2 = \min(S_x^2, S_y^2)$$

Если гипотеза о равенстве дисперсий двух нормально распределенных случайных величин верна, то $F_{N,M}$, имеет распределение Фишера-Снедекора с числом степеней свободы (k_1, k_2), где

$$k_1 = \begin{cases} N-1, \; S_{max}^2 = S_x^2 \\ M-1, \; S_{max}^2 = S_y^2 \end{cases}, \qquad k_2 = \begin{cases} N-1, \; S_{min}^2 = S_x^2 \\ M-1, \; S_{min}^2 = S_y^2 \end{cases}$$

Для каждой пары случайных величин, выборки которых находятся в столбцах массива U, нужно сравнить вычисленное соответствующее значение $F_{N,M}$, с критическим значением z_a и сделать вывод о справедливости гипотезы.

Если $F_{N,M} \leq z_a$, то гипотеза о равенстве дисперсий соответствующей пары случайных величин не противоречит экспериментальным данным (верна) при уровне значимости α.

Если $F_{N,M} > z_a$, то гипотеза о равенстве дисперсий соответствующей пары случайных величин противоречит экспериментальным данным (неверна) при уровне значимости α.

Средства языка программирования

В программе расчёта был использован интерпретируемый язык программирования *Python* и его библиотеки *scipy, numpy*. Работа осуществлялась в среде *Jupyter Notebook*.

В программе расчёта используются следующие средства:

- *scipy.stats.t.ppf(x, n)* – критическое значение $t_{\text{кр},x}(n)$ *;*
- *scipy.stats.f.ppf(a, k_1, k_2)* – критическое значение $z_a = F_{\text{кр},a}(k_1, k_2)$;
- *scipy.stats.ttest_ind (X_1, X_2, equal_var = True)* – t-критерий Стьюдента;
- *scipy.stats.ttest_ind (X_1, X_2, equal_var = False)* – t-критерий Уэлча;
- *scipy.stats.f_oneway(X_1, X_2, X_3)* – однофакторный дисперсионный анализ;
- *scipy.stats.bartlett(X_1, X_2, X_3)* – критерий Бартлетта;
- *numpy* – библиотека для работы с массивами.

Результаты расчетов

Исходная выборка

3.07322	1.51317	2.66889
-0.10746	3.77444	3.23707
1.03037	2.94085	2.32005
1.30789	-0.43326	0.45885
2.11064	0.77484	2.23477
0.7864	3.68868	1.90816
2.75693	2.15845	2.51318
1.6277	1.91635	0.15174
-0.85593	0.34195	1.18587
2.31516	-0.7214	4.12085
2.82519	4.27775	0.82446
2.46365	2.61969	3.84731
-0.80371	0.01518	1.29065
1.94523	-0.09015	3.73881
1.41523	2.40287	0.06417
2.18339	2.42114	2.94856
0.21111	1.91159	1.85086
3.85282	3.08921	3.29263
2.33274	1.30498	2.84197
0.8821	2.26056	1.78507

Таблица 1. Исходная выборка

Задание 1. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий с использованием распределения Стьюдента

	$\bar{x}$	$\bar{y}$	$\overline{x^2}$	$\overline{y^2}$	S_x^2	S_y^2	$T_{N,N}$
(1,2)	1.56763	1.80834	4.00021	5.26821	1.62394	2.10328	-0.55759
(1,3)	1.56763	2.1642	4.00021	6.09577	1.62394	1.48611	-1.51284
(2,3)	1.80834	2.1642	5.26821	6.09557	2.10328	1.48611	-0.84001

Таблица 2.1. Рассчитанные значения для Задания 1

	$\lvert T_{N,M} \rvert$	$t_{\text{кр},a}(2N-2)$	ВЫВОД
(1,2)	0.55759	2.02439	ВЕРНА
(1,3)	1.51284	2.02439	ВЕРНА
(2,3)	0.84001	2.02439	ВЕРНА

Таблица 2.2. Результаты проверки гипотез о равенстве математических ожиданий для Задания 1

Задание 2. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий с использованием однофакторного дисперсионного анализа

$S_{общ}$	$S_{факт}$	$S_{ост}$	$S^2_{факт}$	$S^2_{ост}$	k_1	k_2	$F_{N,m}$
102.65619	3.60320	99.05299	1.8016	1.73777	2.00000	57.00000	1.03673

Таблица 3.1. Рассчитанные значения для Задания 2

$F_{N,m}$	α	$F_{кр,a}(k_1, k_2)$	ВЫВОД
1.03673	0.05	3.15884	ВЕРНА

Таблица 3.2. Результаты проверки гипотез о равенстве математических ожиданий для Задания 2

Задание 3. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий с помощью функций, в которых реализован t – критерий Стьюдента

	pval	α	ВЫВОД
(1,2)	0.58039	0.05	ВЕРНА
(1,3)	0.1386	0.05	ВЕРНА
(2,3)	0.40617	0.05	ВЕРНА

Таблица 4. Результаты проверки гипотез о равенстве математических ожиданий для Задания 3

Задание 4. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий с помощью функций, в которых реализован t-критерий Уэлча

	pval	α	ВЫВОД
(1,2)	0.58044	0.05	ВЕРНА
(1,3)	0.13862	0.05	ВЕРНА
(2,3)	0.40632	0.05	ВЕРНА

Таблица 5. Результаты проверки гипотез о равенстве математических ожиданий для Задания 4

Задание 5. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий с помощью функций, в которых реализован однофакторный дисперсионный анализ

pval	α	ВЫВОД
0.36122	0.05	ВЕРНА

Таблица 6. Результаты проверки гипотез о равенстве математических ожиданий для Задания 5

Задание 6. Проверка гипотезы о равенстве дисперсий с использованием распределения Фишера-Снедекора

	S_1^2	S_2^2	k_1	k_2	$F_{N,M}$
(1,2)	1.62394	2.10328	19	19	1.29517
(1,3)	1.62394	1.48611	19	19	1.09275
(2,3)	2.10328	1.48611	19	19	1.41529

Таблица 7.1. Рассчитанные значения для Задания 6

	$F_{N,M}$	z_a	ВЫВОД
(1,2)	1.29517	2.52645	ВЕРНА
(1,3)	1.09275	2.52645	ВЕРНА
(2,3)	1.41529	2.52645	ВЕРНА

Таблица 7.2. Результаты проверки гипотез о равенстве математических ожиданий для Задания 6

Задание 7. Проверка гипотезы о равенстве дисперсий с помощью функций, в которых реализован критерий Бартлетта

pval	α	ВЫВОД
0.73408	0.05	ВЕРНА

Таблица 8. Результаты проверки гипотез о равенстве математических ожиданий для Задания 7

Список литературы

1. Математическая статистика [Электронный ресурс]: метод. указания по в ыполнению лаб. работ / А.А. Лобузов — М.: МИРЭА, 2017.
2. Боровков А.А. Математическая статистика. – СПб.: Лань, 2021.
3. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Юрайт, 2020.
4. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и м атематической статистике. – М.: Юрайт, 2020.
5. Емельянов Г.В., Скитович В.П. Задачник по теории вероятностей и мат ематической статистике. – СПб.: Лань, 2019.
6. Кобзарь А.И. Прикладная математическая статистика: для инженеров и научных работников – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006.
7. Письменный Д.Т. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам: учеб. пособие для вузов. – М.: Айрис-пресс, 2020.

Приложение

```
import numpy as np
from scipy.stats import t
from scipy.stats import f
from scipy.stats import ttest_ind
from scipy.stats import f_oneway
from scipy.stats import bartlett

def process_file(input_file, output_file):
    # Открытие входного файла для чтения
    with open(input_file, 'r') as f_in:
        # Чтение данных из входного файла
        lines = f_in.readlines()

        # Извлечение первых трёх столбцов и формирование нового массива
        data = []
        for line in lines:
            # Разделение строки по пробелам и преобразование каждого
элемента в число
            row = [float(x) for x in line.strip().split()]
            # Извлечение первых трёх элементов
            extracted_row = row[:3]
            data.append(extracted_row)

    # Открытие выходного файла для записи
    with open(output_file, 'w') as f_out:
        # Запись данных в выходной файл
        for row in data:
            # Преобразование элементов строки в строковый формат с точностью
до 6 знаков после запятой
            formatted_row = ['%.6f' % x for x in row]
            # Соединение элементов строки через пробел
            line = ' '.join(formatted_row)
            # Запись строки в файл
            f_out.write(line + '\n')


#process_file('norm_unsorted.txt', 'output2.txt')

def process_file_1(input_file, output_file):
    # Открытие входного файла для чтения
    with open(input_file, 'r') as f_in:
        # Чтение данных из входного файла
        lines = f_in.readlines()

        # Формирование нового массива
        data = []
        for line in lines:
            # Разделение строки по пробелам и преобразование каждого
элемента в число
            row = [float(x) for x in line.strip().split()]
            data.extend(row)

    # Открытие выходного файла для записи
    with open(output_file, 'w') as f_out:
        # Запись данных в выходной файл
        for item in data:
            # Преобразование элемента в строковый формат с точностью до 6
знаков после запятой
            formatted_item = '%.6f' % item
            # Запись элемента в файл
            f_out.write(formatted_item + '\n')
```

```python
#process_file_1('output2.txt', 'output3.txt')

with open('norm.txt', 'r') as file:
    norm_data = np.array([float(row.strip()) for row in file])

N = len(norm_data)//3
m = 3
norm_data = norm_data.reshape(N,3)
with open('normTable.txt','w') as file:
    for row in norm_data:
        for x in row:
            file.write(str(x)+"\t")
        file.write("\n")

print(norm_data)

X1, X2, X3 = norm_data[:,0], norm_data[:,1], norm_data[:,2]


#Задание1
def getMean(Xlist):
    return round(Xlist.sum()/N, 5)

def getMean2(Xlist):
    res=(Xlist**2).sum()/N
    return round(res,5)

def getS2(mean, mean2):
    res=N/(N-1)*(mean2 - mean**2)
    return round(res,5)

def getT_NM(mean1, S1, mean2, S2):
    res=(mean1 - mean2)/np.sqrt( S1*(N-1)+S2*(N-1) )
    res *= np.sqrt( (N*N*(N+N-2))/(N+N) )
    return round(res,5)

meanX1, mean2X1 = getMean(X1), getMean2(X1)
meanX2, mean2X2 = getMean(X2), getMean2(X2)
meanX3, mean2X3 = getMean(X3), getMean2(X3)

S1 = getS2(meanX1, mean2X1)
S2 = getS2(meanX2, mean2X2)
S3 = getS2(meanX3, mean2X3)

T12 = getT_NM(meanX1, S1, meanX2, S2)
T13 = getT_NM(meanX1, S1, meanX3, S3)
T23 = getT_NM(meanX2, S2, meanX3, S3)

t_kr = round( t.ppf(0.975, 2*N-2), 5)

def table1():
    print(f"\nТаблица 1")
    print(f"{meanX1}\t{meanX2}\t{mean2X1}\t{mean2X2}\t{S1}\t{S2}\t{T12}")
    print(f"{meanX1}\t{meanX3}\t{mean2X1}\t{mean2X3}\t{S1}\t{S3}\t{T13}")
    print(f"{meanX2}\t{meanX3}\t{mean2X2}\t{mean2X3}\t{S2}\t{S3}\t{T23}\n")

def table2():
    t12, t13, t23 =abs(T12), abs(T13), abs(T23)
    res1="ВЕРНА" if t12 <= t_kr else "НЕВЕРНА"
    res2="ВЕРНА" if t13 <= t_kr else "НЕВЕРНА"
    res3="ВЕРНА" if t23 <= t_kr else "НЕВЕРНА"
    print(f"\nТаблица 2")
```

```
    print(f"{t12}\t{t_kr}\t{res1}")
    print(f"{t13}\t{t_kr}\t{res2}")
    print(f"{t23}\t{t_kr}\t{res3}\n")

table1()
table2()


#Задание 2

def getU():
    u = round(norm_data.sum()/(m*N), 5)
    u_vect = np.zeros(m, float)
    for i in range(m):
        u_vect[i] = norm_data[:,i].sum()/N
    return u, u_vect.round(5)

u, u_vec = getU()
S_ob = ((norm_data-u)**2).sum().round(5)
S_fc = N*((u_vec-u)**2).sum().round(5)
S_ost = round(S_ob-S_fc, 5)

s_fc = round(S_fc/(m-1), 5)
s_ost = round(S_ost/(m*(N-1)), 5)

F_Nm = round(s_fc/s_ost, 5)
k1, k2 = m-1, m*(N-1)

Z = f.ppf(0.95, k1, k2).round(5)

def table3():
    print(f"\nТаблица 3")
    print(f"{S_ob}\t{S_fc}\t{S_ost}\t{s_fc}\t{s_ost}\t{k1}\t{k2}\t{F_Nm}\n")

def table4():
    res="ВЕРНА" if F_Nm <= Z else "НЕВЕРНА"
    print(f"\nТаблица 4\n{F_Nm}\t{0.05}\t{Z}\t{res}\n")

table3()
table4()


#Задание 3

pval12 = ttest_ind(X1, X2, equal_var = True).pvalue.round(5)
pval13 = ttest_ind(X1, X3, equal_var = True).pvalue.round(5)
pval23 = ttest_ind(X2, X3, equal_var = True).pvalue.round(5)
a = 0.05
def table5():
    res1 = "ВЕРНА" if pval12 >= a else "НЕВЕРНА"
    res2 = "ВЕРНА" if pval13 >= a else "НЕВЕРНА"
    res3 = "ВЕРНА" if pval23 >= a else "НЕВЕРНА"
    print(f"\nТаблица 5")
    print(f"{pval12}\t{a}\t{res1}")
    print(f"{pval13}\t{a}\t{res2}")
    print(f"{pval23}\t{a}\t{res3}\n")
table5()


#Задание 4

pval12 = ttest_ind(X1, X2, equal_var = False).pvalue.round(5)
pval13 = ttest_ind(X1, X3, equal_var = False).pvalue.round(5)
```

```
pval23 = ttest_ind(X2, X3, equal_var = False).pvalue.round(5)
a = 0.05
def table6():
    res1 = "ВЕРНА" if pval12 >= a else "НЕВЕРНА"
    res2 = "ВЕРНА" if pval13 >= a else "НЕВЕРНА"
    res3 = "ВЕРНА" if pval23 >= a else "НЕВЕРНА"
    print(f"\nТаблица 6")
    print(f"{pval12}\t{a}\t{res1}")
    print(f"{pval13}\t{a}\t{res2}")
    print(f"{pval23}\t{a}\t{res3}\n")
table6()


#Задание 5

pval = f_oneway(X1, X2, X3).pvalue.round(5)
a = 0.05
def table7():
    res = "ВЕРНА" if pval >= a else "НЕВЕРНА"
    print(f"\nТаблица 7")
    print(f"{pval}\t{a}\t{res}\n")
table7()



#Задание 6

k1, k2 = N-1, N-1
F_Nm1 = round(max(S1, S2)/min(S1,S2), 5)
F_Nm2 = round(max(S1, S3)/min(S1,S3), 5)
F_Nm3 = round(max(S2, S3)/min(S2,S3), 5)


Z = f.ppf(0.975, k1,k2).round(5)

def table8():
    print(f"\nТаблица 8")
    print(f"{S1}\t{S2}\t{k1}\t{k2}\t{F_Nm1}")
    print(f"{S1}\t{S3}\t{k1}\t{k2}\t{F_Nm2}")
    print(f"{S2}\t{S3}\t{k1}\t{k2}\t{F_Nm3}")

def table9():
    res1="ВЕРНА" if F_Nm1 <= Z else "НЕВЕРНА"
    res2="ВЕРНА" if F_Nm2 <= Z else "НЕВЕРНА"
    res3="ВЕРНА" if F_Nm3 <= Z else "НЕВЕРНА"
    print(f"\nТаблица 9")
    print(f"{F_Nm1}\t{Z}\t{res1}")
    print(f"{F_Nm2}\t{Z}\t{res2}")
    print(f"{F_Nm3}\t{Z}\t{res3}\n")

table8()
table9()



#Задание 7

pval = bartlett(X1, X2, X3).pvalue.round(5)
a = 0.05
def table10():
    res = "ВЕРНА" if pval >= a else "НЕВЕРНА"
    print(f"\nТаблица 10")
    print(f"{pval}\t{a}\t{res}\n")
```

```
table10()
```