Approximation, comparaison de croissances

Exercice 1 – Droite des moindres carrés

On considère la suite de points (1, 2), (2, 2), (3, 3), (4, 2), (5, 4).

- 1. Calculez la droite des moindres carrés.
- 2. Calculez les résidus.
- 3. Extrapolez la valeur du point d'abscisse 6.
- 4. Faites un graphique qui permet de tout observer.
- 5. Donnez la complexité du calcul des coefficients de la droite.

Exercice 2 - Comparaison de croissances

Rappel. Soient f(x) et g(x) deux fonctions définies sur \mathbb{R} , positives pour x assez grand. On dit que f est négligeable devant g en $+\infty$ si $\frac{f(x)}{g(x)} \underset{x \to +\infty}{\longrightarrow} 0$. Avec les notations de Landau, on note f(x) = o(g(x)).

Question. Classer les fonction suivantes en fonction de leur croissance en $+\infty$, au sens des o (chacune doit être négligeable par rapport à la suivante) :

$$x; \log_2 x; \sqrt{x}; 1; x^k; x^x; k^x; \ln x; x^{1/2}; k^{-x}$$

Exercice 3 – Manipulation de fonctions

Simplifier les expressions suivantes :

$$f_1(x) = \log x + \log (x^2)$$

$$f_2(x) = \log x - \log 1/x$$

$$f_3(x) = \log_2 x + \log_{10} x$$

$$f_4(x) = (e^x)^3$$

$$f_5(x) = e^{\log(x) + 3}$$

$$f_6(x) = e^{5\log(x)}$$