=

Trường Đại Học Bách Khoa Tp HCM  
Khoa Điện - Điện Tử  
Ngành Điện Tử - Viễn Thông

**PHƯƠNG PHÁP TỐI ƯU VÀ ỨNG DỤNG**

**BÀI TẬP VỀ NHÀ**

Lê Quang Phan An

1670518

**Đề thi ngày 01/07/2017**

**Câu 1**:

*Cho bài toán tối ưu*

*min *

**

*Hãy tìm nghiệm tối ưu bằng phương pháp lặp Newton , cho điểm khởi đầu ,  và điều kiện kết thúc vòng lặp là (chú ý là độ lớn của vector gradient của hàm )*

***Giải***:





 🡪 Không thỏa

* **Lần lặp 1**:











 🡪 Không thỏa

* **Lần lặp 2**:













* **Lần lặp 3**:











 🡪 Thỏa

Vậy nghiệm tối ưu của bài toán: 

**Câu 2:**

1. Bài toán tối ưu (quy hoạch) tuyến tính có dạng chính tắc như sau:

P1: 

Trong đó  và nghĩa là các phần tử của ***z*** không âm, ma trậnvà các vector có số chiều phù hợp. Cho bài toán tối tối ưu sau:

P2: 

Biểu diễn bài toán tối ưu P2 về dạng P1. Xác định các giá trị của A, c, b

***Giải:***

Xét 2 biến , ta được:



Đặt ta được:



Đặt 

Ta biểu diễn được bài toán tối ưu tuyến tính P2 thành dạng chính tắc P1



1. Cho bài toán tối ưu:

****

Với A là ma trận có số chiều phù hợp. Rút ra biểu thức nghiệm tối ưu x

***Giải*:**

Dạng chuẩn của bài toán: ****

Hàm Lagrangian : 

Điều kiện cần :

* 



Kết quả trên thể hiện rằng, nếu tồn tại nghiệm tối ưu  thì nó phải là vector riêng của ma trận và hệ số nhân Lagrangian  là trị riêng tương ứng với 

* 



Giả sử,  và  là nghiệm tối ưu. Vì  nên



Vậy min   min . Do đó,  là trị riêng nhỏ nhất của ma trận 

**Câu 3:**

1. Cho bài toán tối ưu sau:

****

Trong đó, , tìm nghiệm tối ưu x

***Giải:***

Dạng chuẩn của bài toán: ****

Hàm Lagrangian : 

Điều kiện cần :

* 



* 



1. (2)  

Thế lại vào (1): 

* Kiểm tra lại điều kiện:  nếu thỏa thì  là nghiệm tối ưu của bài toán

1. Mô hình ước lượng kênh truyền tuyến tính có quan hệ sau:



Với  là vector tín hiệu thu, là vector chứa các hệ số kênh cần ước lượng,  chứa các ký hiệu huấn luyện, và  là vector nhiễu. Phương pháp ước lượng bình phương tối thiểu (LS: Least Square) là tìm **h** để tối thiểu tổng bình phương sai số



Rút ra biểu thức tối ưu ?

***Giải:***



Hiệu bình phương sai số:



Vậy biểu thức tối ưu: 

**Câu 4:**

Một bộ lọc có đáp ứng tần số:



Người ta muốn thiết kế một bộ lọc thông cao có đáp ứng biên độ mong muốn



với các điều kiện là sai số trong dải chắn và trong dải thông không được lớn hơn. Hãy biểu diễn vấn đề thiết kế bộ lọc dưới dạng bài toán tối ưu theo biến để tối thiểu sai số  và từ đó đề xuất phương pháp giải?

***Giải:***



Biên độ bộ lọc là: 

Đặt  và 

Đáp ứng biên độ bộ lọc được viết thành 

Sai số : 

Bài toán trở thành : 

Đây là bài toán tối ưu không điều kiện ràng buộc. Để giải bài toán, ta tìm nghiệm của phương trình: 

**Đề thi ngày 14/06/2014**

**Câu 1:**

Cho hàm số với .

1. Chứng minh rằng là điểm cực tiểu duy nhất?
2. Cho điểm bắt đầu , hãy dùng phương pháp lặp Newton để tìm điểm cực tiểu , với điều kiện kết thúc vòng lặp khi ? Cho biết

.

***Giải***

1. Chứng minh rằng là điểm cực tiểu duy nhất ?

**Tìm cực trị của f(x) bằng cách lấy đạo hàm=0 ta có**

****

****

****

**Vậy hàm có duy nhất 1 cực trị.**

Thế giá trị vừa tìm được vào phương trình  mà ta lại có



Vậy hàm  nên cực trị duy nhất chính là điểm cực tiểu duy nhất.

** b)** Cho điểm bắt đầu , hãy dùng phương pháp lặp Newton để tìm điểm cực tiểu , với điều kiện kết thúc vòng lặp khi .

Ta dùng phương pháp Newton cho hàm nhiều biến. 

**Trong đó:**

****

****

**Với giá trị khởi đầu ta có**

****

****

**Xét điều kiện dừng** :

>, không thỏa điều kiện, tìm tiếp .

**Tìm , với **



****

**Xét điều kiện dừng**

, không thỏa điều kiện dừng.

**Tìm , Với giá trị **



****

**Xét điều kiện dừng**

 thỏa

**Vậy điểm cực tiểu của bài toán xảy ra khi** 

**Câu 2:**

Cho bài toán tối ưu toàn phương có điều kiện ràng buộc sau:





Trong đó ,  và 

1. Bài toán tối ưu trên là tối ưu lồi (convex) hay không lồi (nonconvex)? Chứng minh?
2. Sử dụng phương pháp Lagrange vàđiều kiện KKT để tìm điểm tối ưu?

**Giải**

1. Bài toán tối ưu trên là tối ưu lồi (convex) hay không lồi (nonconvex)? Chứng minh?

Ta có hàm là dạng toàn phương nên Hessian của f(x)



Mà **Q** là ma trận bán xác định dương do vậy  và điều kiện ràng buộc là phương trình tuyến tính nên bài toán này là bài toán tối ưu lồi.

1. Sử dụng phương pháp Lagrange vàđiều kiện KKT để tìm điểm tối ưu ?



, ,

**Triển khai hàm f(x), thế ma trận c và Q vào hàm f(x)**



**Viết phương trình Lagrange:**



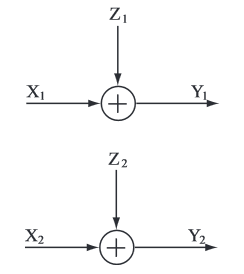
**Điều kiện KTT:**



Giải hệ phương trình 3 ẩn ta tìm được nghiệm:



Vậy điểm tối ưu 

**Câu 3:**

Cho 2 kênh nhiễu Gauss song song như Hình 1, trong đó

, i=1,2

Zi là nhiễu có phân bố Gauss với trung bình bằng 0 và phương sai Ni. Đặt Pi≥0 là công suất cung cấp đến bộ phát tín hiệu Xi. Tổng công suất phát ràng buộc bởi điều kiện



Với βi là chi phí cho một đơn vị công suất, và β là giới hạn chi phí. Tổng dung lượng của hệ thống là:



1. Vấn đề thiết kế là tìm công suất phát Pi với các điều kiện ràng buộc nêu trên để tối đa dung lượng kênh. Hãy biểu diễn vấn đề thiết kế dưới dạng bài toán tối ưu có điều kiện ràng buộc? Viết các phương trình biểu diễn điều kiện KKT ?
2. Cho β1=1; β2=2, β=10, N1=3 và N2=2. Xác định giá trị tối ưu của P1, P2 và dung lượng kênh C tối đa ?

**Giải:**

1. Vấn đề thiết kế là tìm công suất phát Pi với các điều kiện ràng buộc nêu trên để tối đa dung lượng kênh. Hãy biểu diễn vấn đề thiết kế dưới dạng bài toán tối ưu có điều kiện ràng buộc? Viết các phương trình biểu diễn điều kiện KKT ?

**Ta biểu diễn thiết kế dưới dạng bài toán tối ưu:**

,

**Viết phương trình Lagrange:**



**Điều kiện KKT:**



1. Cho β1=1; β2=2, β=10, N1=3 và N2=2. Xác định giá trị tối ưu của P1, P2 và dung lượng kênh C tối đa ?

Thế các giá trị trên vào các phương trình điều kiện KKT:



Gỉa sử ta có:



Thỏa giả thuyết nên ta có



Vậy dung lượng kênh tối đa bằng 1.295

**Câu 4:**

1. Mô hình ước lượng kênh truyền tuyến tính có quan hệ sau:



Với  là vector tín hiệu thu, là vector chứa các hệ số kênh cần ước lượng,  chứa các ký hiệu huấn luyện, và  là vector nhiễu. Phương pháp ước lượng bình phương tối thiểu (LS: Least Square) là tìm **h** để tối thiểu tổng bình phương sai số



Rút ra biểu thức tối ưu ?

1. Cho kênh thông tin vô tuyến có quan hệ giữa tín hiệu phát x(t) và thu y(t) như sau:



với n(t) là nhiễu, và ,  là độ lợi của kênh truyền. Để ước lượng các hệ số độ lợi kênh truyền, người ta phát tín hiệu huấn luyện  (với δ(t) là hàm Dirac). Tín hiệu thu y(t) đo được như sau:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| t | 5μs | 6μs | 7μs | 8μs |
| y(t) | y5=5 | y6=7 | y7=10 | y8=4 |

Đặt và , tín hiệu thu được biểu diễn bởi  trong đó **n** là vector nhiễu. Hãy tìm giá trị của ma trận **X**? Áp dụng kết quả câu 4a tìm giá trị ước lượng **h**?

**Giải**

1. 

Hiệu bình phương sai số:



1. Quan hệ gữa thu và phát



**Giá trị đo được tại bên thu y(t)**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| t | 5μs | 6μs | 7μs | 8μs |
| y(t) | y5=5 | y6=7 | y7=10 | y8=4 |



.

**Giá trị chuỗi huấn luyện x(t)**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| t | 0μ | 1μ | 2μ |
| x(t) |  |  |  |





Ta đi tính lần lượt từng tích của 2 ma trận.



Vậy giá trị ước lượng 