BÀI TẬP MẢNG VÀ CHUỖI

Bài tập 1: Cho một ma trận nguyên kích thước m*n. Tính:

- Tổng tất cả các phần tử của ma trận.
- Tổng tất cả các phần tử dương của ma trận.
- Tổng tất cả các phần tử âm của ma trận.
- Tổng tất cả các phần tử chẵn của ma trận.
- Tổng tất cả các phần tử lẻ của ma trận.

Bài tập 2:

Phương pháp Cramer

Nội dung của phương pháp này cũng chính là định lý sau:

1.1 Định lý: *Cho hệ Cramer*

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \ldots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases} \quad (2)\ \textit{trong đó}$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \ldots & a_{nn} \end{bmatrix}$$ *là ma trận các hệ số. Khi đó,*

- *Nếu* $\det A \neq 0$ *thì hệ phương trình có nghiệm duy nhất xác định bởi công thức sau:*

$x_i = \dfrac{\det A_i}{\det A}$, *trong đó* A_i *chính là ma trận thu được ma trận A bằng cách thay cột i bởi cột hệ số tự do* $\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$

- *Nếu detA = 0 và tồn tại* $j \in \{1, 2, ..., n\}$ *sao cho* $|A_j| \neq 0$ *thì hệ phương trình vô nghiệm*
- *Nếu detA = 0 và* $|A_j| = 0, \forall j = \overline{1, n}$ *thì hệ phương trình không có nghiệm duy nhất (nghĩa là vô nghiệm hoặc vô số nghiệm). Nếu xảy ra trường hợp này thì ta sẽ dùng phương pháp Gauss (được nêu trong phần tiếp theo) để giải hệ phương trình này.*

Ví dụ 1: Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} ax_1 + bx_2 = c \\ cx_2 + ax_3 = b \\ cx_1 + bx_3 = a \end{cases}$ (1) với a, b, c là các số khác 0.

Giải:

Ta có $\det A = \begin{vmatrix} a & b & 0 \\ 0 & c & a \\ c & 0 & b \end{vmatrix} = 2abc \neq 0$ nên đây là hệ Cramer. Hơn nữa

$$\det A_1 = \begin{vmatrix} c & b & 0 \\ b & c & a \\ a & 0 & b \end{vmatrix} = (a^2 - b^2 + c^2)b$$

$$\det A_2 = \begin{vmatrix} a & c & 0 \\ 0 & b & a \\ c & a & b \end{vmatrix} = (-a^2 + b^2 + c^2)a$$

$$\det A_3 = \begin{vmatrix} a & b & c \\ 0 & c & b \\ c & 0 & a \end{vmatrix} = (a^2 + b^2 - c^2)c$$

Do đó, hệ có nghiệm duy nhất

$$x_1 = \frac{\det A_1}{\det A} = \frac{a^2 - b^2 + c^2}{2ac}; \ x_2 = \frac{\det A_2}{\det A} = \frac{-a^2 + b^2 + c^2}{2bc}; \ x_3 = \frac{\det A_3}{\det A} = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \ \blacksquare$$

Hãy sử dụng kiến thức đã học về lập trình Java viết thuật toán giải hệ phương trình tuyến tính theo phương pháp **Cramer** đã được nêu ở phần trên.

Bài tập 3:

Trong toán học, **giai thừa** là một toán tử một ngôi trên tập hợp các số tự nhiên. Cho n là một số tự nhiên dương, "*n giai thừa*", kí hiệu *n!* là tích của *n* số tự nhiên dương đầu tiên:

n! = n.(n-1).(n-2)....4.3.2.1

Đặc biệt, với n = 0, người ta quy ước *0!* = 1.

Hãy lập trình tính giai thừa với giao diện là nhập vào là giá trị số n. Thực hiện tính toán và hiển thị kết quả tương ứng trên form.

Bài tập 4:

Thực hiện lập trình tính toán bằng ngôn ngữ Java các công thức toán học sau:

1. Công thức tính số các chỉnh hợp lặp chập k của n phần tử là $F(n,k) = n^k$
2. Công thức tính số các chỉnh hợp chập k của n phần tử là $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$
3. Công thức tính số các hoán vị của n phần tử là $P(n) = n!$
4. Công thức tính số các hoán vị vòng quanh của n phần tử là $Q(n) = (n-1)!$
5. Công thức tính số các tổ hợp chập k của n phần tử là $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

Bài tập 5:

Cho cách giải phương trình bậc ba như sau:

Phương pháp tổng hợp và lượng giác cho mọi trường hợp

Đây là phần tóm tắt kết quả bài giải phương trình bậc ba: $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0 (a <> 0)$

Đặt các giá trị:

$$\Delta = b^2 - 3ac$$
$$k = \frac{9abc - 2b^3 - 27a^2d}{2\sqrt{|\Delta|^3}} (\Delta <> 0)$$

1) Nếu $\Delta > 0$

1.1) |k| ≤ 1: Phương trình có ba nghiệm

$$x_1 = \frac{2\sqrt{\Delta}\cos(\frac{arccos(k)}{3}) - b}{3a}$$
$$x_2 = \frac{2\sqrt{\Delta}\cos(\frac{arccos(k)}{3} - \frac{2\pi}{3}) - b}{3a}$$
$$x_3 = \frac{2\sqrt{\Delta}\cos(\frac{arccos(k)}{3} + \frac{2\pi}{3}) - b}{3a}$$

1.2) |k| > 1: Phương trình có một nghiệm duy nhất

$$x = \frac{\sqrt{\Delta}|k|}{3ak}(\sqrt[3]{|k| + \sqrt{k^2 - 1}} + \sqrt[3]{|k| - \sqrt{k^2 - 1}}) - \frac{b}{3a}$$

2) Nếu $\Delta = 0$: Phương trình có một nghiệm bội

$$x = \frac{-b + \sqrt[3]{b^3 - 27a^2d}}{3a}$$

3) Nếu $\Delta < 0$: Phương trình có một nghiệm duy nhất

$$x = \frac{\sqrt{|\Delta|}}{3a}(\sqrt[3]{k + \sqrt{k^2 + 1}} + \sqrt[3]{k - \sqrt{k^2 + 1}}) - \frac{b}{3a}$$

Hãy viết chương trình giải phương trình này bằng ngôn ngữ Java nhập vào các hệ số a, b, c, d và sau đó thực hiện tính toán thì sẽ hiển thị ra kết quả.

Bài tập 6:

Cho một ma trận có dạng như sau:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

Khi đó giá trị của ma trận sẽ được tính như sau:

A = a11*a22*a33 + a21*a32*a13 + a12*a23*a31 – (a13*a22*a31 + a21*a12*a33 + a32*a23*a11)

Hãy lập trình bằng ngôn ngữ Java thực hiện tính toán ma trận này.

Bài tập 7:

Cho các thông tin mô tả thực hiện tính toán ma trận như sau:

Phép cộng ma trận

Có thể cộng hai hoặc nhiều ma trận có cùng kích thước m x n. Cho các ma trận cấp m x n A và B, **tổng** $A+B$ là ma trận cùng cấp m x n nhận được do cộng các phần tử tương ứng (nghĩa là $A+B=(a_{i,j})_{1\le i\le m;1\le j\le n}+(b_{i,j})_{1\le i\le m;1\le j\le n}=(a_{i,j}+b_{i,j})_{1\le i\le m;1\le j\le n}$). Chẳng hạn:

$$\begin{bmatrix}1&3&2\\1&0&0\\1&2&2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0&0&5\\7&5&0\\2&1&1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1+0&3+0&2+5\\1+7&0+5&0+0\\1+2&2+1&2+1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&3&7\\8&5&0\\3&3&3\end{bmatrix}$$

Phép nhân ma trận với một số

Cho ma trận A và số c, **tích** cA được tính bằng cách nhân tất cả các phần tử của A với số c (nghĩa là $(cA)_{i,j}=c\cdot a_{i,j}$). Chẳng hạn:

$$2\cdot\begin{bmatrix}1&8&-3\\4&-2&5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2\cdot1&2\cdot8&2\cdot-3\\2\cdot4&2\cdot-2&2\cdot5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2&16&-6\\8&-4&10\end{bmatrix}$$

Phép nhân ma trận

Phép nhân hai ma trận chỉ thực hiện được khi số cột của ma trận bên trái bằng số dòng của ma trận bên phải. Nếu ma trận A có kích thước m x n và ma trận B có kích thước n x p, thì **ma trận tích** AB có kích thước m xp có phần tử đứng ở hàng thứ i, cột thứ j xác định bởi:

$$c_{i,j}=a_{i,1}b_{1,j}+a_{i,2}b_{2,j}+\ldots+a_{i,n}b_{n,j}$$

với mọi cặp (i,j)=1..m; j =1..p.

Chẳng hạn:

$$\begin{bmatrix}1&0&2\\-1&3&1\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}3&1\\2&1\\1&0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}(1\times3+0\times2+2\times1)&(1\times1+0\times1+2\times0)\\(-1\times3+3\times2+1\times1)&(-1\times1+3\times1+1\times0)\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}5&1\\4&2\end{bmatrix}$$

Hãy thực hiện lập trình xử lý tính toán các công thức tương ứng trên bao gồm: Phép cộng ma trận, phép nhân ma trận với một số, phép nhân ma trận bằng ngôn ngữ lập trình Java

Bài tập 8: Nhập xâu họ tên, in ra họ, tên dưới dạng viết hoa.