

FPT UNIVERSITY

ACM-ICPC OLYMPIC 2013

Hanoi, 12th October, 2013

Problem Set Overviews

ID	Name	Time Limit
A	Chọn kẹo	10s
B	Cúm ong C101	10s
C	Số cân bằng	10s
D	Số bất đối xứng	10s
E	Sắp xếp chèn	10s
F	Chuỗi lặp	10s
G	Đếm phân số	10s
H	Tam giác nhỏ nhất	10s
I	Trò chơi sắp xếp	10s
J	Chia đội kéo co	10s

A. CHỌN KẸO

Thầy Phong đã chuẩn bị N gói kẹo để thưởng cho 3 bạn đạt kết quả cao nhất trong cuộc thi Olympic FU năm nay. Gói kẹo thứ i có A_i viên kẹo.

3 bạn này mỗi người sẽ được chọn **ngẫu nhiên** một gói kẹo. Sau khi nhận kẹo xong, 3 bạn ấy chắc chắn sẽ gộp 3 gói kẹo mà mỗi người nhận được lại, và mời tất cả các bạn khác cùng liên hoan.

Phần $N - 3$ gói kẹo còn lại thì để dành cho các thầy cô trưởng đoàn.

Vì các bạn học sinh rất thích kẹo (nhất là miễn phí nữa) nên dự tính cần ít nhất X cái kẹo thì mới thỏa mãn được tinh thần ăn uống của các bạn.

Bạn hãy tính xem có **bao nhiêu cách chọn** kẹo của 3 bạn đứng đầu mà thỏa mãn được tinh thần ăn uống của tất cả các bạn.

Hai cách chọn được coi là khác nhau nếu có ít nhất một bạn chọn hai gói khác nhau. Ví dụ 3 bạn chọn các gói kẹo $\{4, 7, 8\}$ khác với $\{4, 7, 9\}$ hay $\{7, 8, 4\}$...

Input

Dòng đầu tiên ghi số nguyên T là số lượng bộ test.

Với mỗi test:

- Dòng đầu tiên ghi hai số nguyên dương N, X
- Dòng thứ hai ghi N số nguyên dương A_i .

Output

Gồm T dòng, mỗi dòng in ra một số duy nhất là số cách bốc kẹo thỏa mãn.

Constraints

$$1 \leq T \leq 50$$

$$1 \leq N \leq 5000$$

$$1 \leq A_i \leq 10^9$$

$$1 \leq X \leq 10^{12}$$

Example

Input	Output
2	60
5 300	0
100 100 100 100 100	
5 301	
100 100 100 100 100	

B. CÚM ONG C101

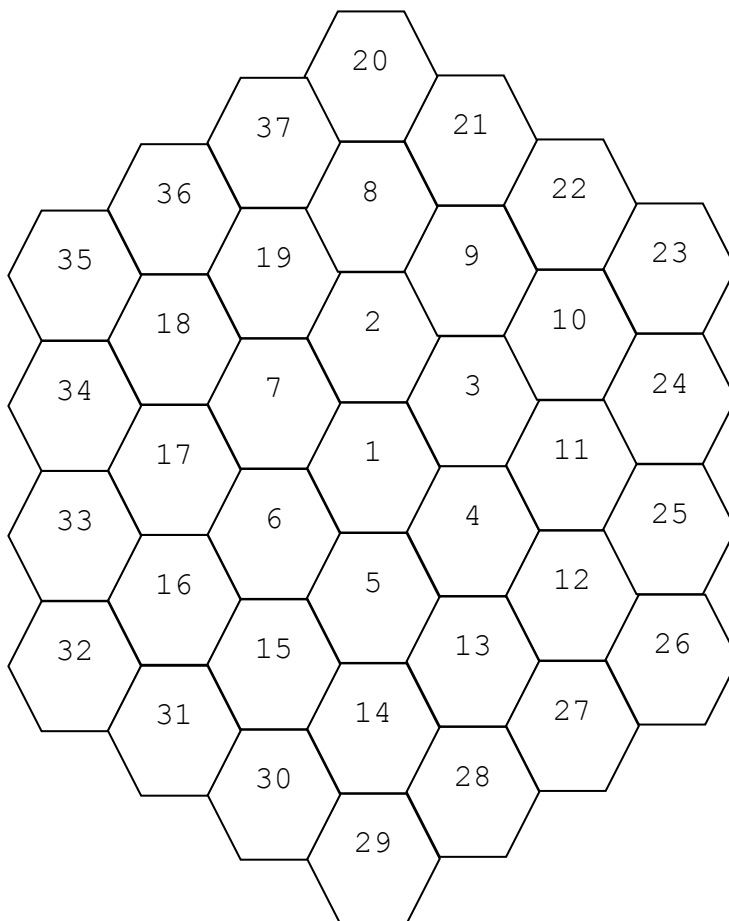
Sau một đời dạy học vất vả, ông Dũng về hưu và mở một trang trại nuôi ong. Trang trại của ông nổi tiếng trong khắp cả nước về quy mô và quy trình sản xuất cực kì tiên tiến. Trang trại của ông có nhiều tổ ong với kích thước rất đa dạng.

Mỗi tổ ong là $3 \times n \times (n - 1) + 1$ khoang hình lục giác ghép lại với nhau theo lớp. Lớp thứ nhất (trong cùng) gồm 1 hình lục giác, lớp thứ hai gồm 6 hình lục giác, lớp thứ k gồm $6 \times (k - 1)$ hình lục giác. Độ lớn của tổ ong được thể hiện bằng số lớp n .

Các khoang của tổ ong được đánh số từ 1 đến $3 \times n \times (n - 1) + 1$ theo quy tắc như sau:

- Các khoang ở lớp trong được đánh số nhỏ hơn các khoang ở lớp ngoài.
- Các khoang trên cùng một lớp được đánh số liên tiếp **theo chiều kim đồng hồ**, bắt đầu từ khoang có độ cao lớn nhất.

Hình vẽ dưới đây là hình dạng và cách đánh số của tổ ong với 4 lớp.



Mới đây, ông Dũng đã phát hiện ra rằng tại **K** khoang của một tổ ong có những triệu chứng cúm ong C101. Đây là một dịch bệnh mới xuất hiện và chưa có phương pháp điều trị.

Mỗi ngày, bệnh từ các khoang đã bị nhiễm sẽ loang sang các khoang **kề cạnh**.

Bạn hãy giúp ông Dũng xác định xem, sau bao nhiêu lâu thì **toàn bộ** tổ ong sẽ bị nhiễm bệnh.

Input

Dòng đầu tiên ghi số nguyên **T** là số lượng bộ test.

Mỗi test được ghi với định dạng sau:

- Dòng đầu tiên ghi hai số nguyên **N, K** .
- Dòng thứ hai ghi **K** số, là số hiệu của các tổ ong đã bị nhiễm bệnh.

Output

Gồm T dòng, mỗi dòng in ra một số duy nhất là kết quả của bộ test tương ứng.

Constraints

$$1 \leq T \leq 50$$

$$2 \leq N \leq 10^5$$

$$1 \leq K < 3 \times N \times (N - 1) + 1$$

$$K \leq 1000$$

Example

Input	Output
2	3
4 6	3
20 23 26 29 32 35	
4 2	
1 29	

C. SỐ CÂN BẰNG

Một số nguyên dương được gọi là **số cân bằng** nếu nó thoả mãn cả 2 điều kiện sau:

- **Số lượng** chữ số chẵn bằng **số lượng** chữ số lẻ.
- **Tổng** các chữ số chẵn bằng **tổng** các chữ số lẻ.

Ví dụ: 1982, 11822989 là các số cân bằng.

Cho 2 số nguyên dương L và R. Tính **số lượng số cân bằng** nằm trong khoảng từ L đến R (tính cả 2 đầu).

Input

Dòng đầu chứa số nguyên T là số bộ test. Tiếp theo là T dòng, mỗi dòng gồm 2 số nguyên dương L và R.

Output

Gồm T dòng, mỗi dòng ghi một số nguyên duy nhất là **số lượng số cân bằng** nằm trong khoảng từ L đến R (tính cả 2 đầu).

Constraint

$$T \leq 100$$

$$1 \leq L \leq R \leq 10^{12}$$

Example

Input	Output
2	450
1 10000	29993
45645 10987656	

D. SỐ BẤT ĐỐI XỨNG

Một chuỗi được gọi là **đối xứng** nếu đọc xuôi hay đọc ngược thì nội dung của nó không thay đổi, ví dụ: 12321.

Một số nguyên được gọi là **bất đối xứng** nếu nó không chứa bất kỳ một chuỗi đối xứng nào có độ dài lớn hơn 1 làm chuỗi con (các chữ số liên tiếp).

Ví dụ: 96276 là số bất đối xứng, còn 1732398 không phải là số bất đối xứng vì nó chứa một chuỗi con đối xứng "323"

Cho hai số nguyên L và R. Hãy tính **số lượng số bất đối xứng** nằm trong khoảng từ L đến R (tính cả 2 đầu).

Input

Dòng đầu chứa số nguyên T là số bộ test. Tiếp theo là T dòng, mỗi dòng gồm 2 số nguyên dương L và R.

Output

Gồm T dòng, mỗi dòng ghi một số nguyên duy nhất là số lượng số **bất đối xứng** nằm trong khoảng từ L đến R (tính cả 2 đầu).

Constraint

$$T \leq 100$$

$$0 \leq L \leq R \leq 10^{18}$$

Example

Input	Output
2	153
123 321	167386971
123456789 987654321	

E. SẮP XẾP CHÈN

Heo mập vừa được học về các thuật toán sắp xếp. Trong số đó, cậu hứng thú nhất với thuật toán sắp xếp chèn vì sự đơn giản và đẹp dễ của nó.

Thuật toán sắp xếp chèn để sắp xếp một dãy số $a[1..N]$ thành một dãy không giảm được thực hiện qua N bước. Tại bước thứ i ($1 \leq i \leq N$), ta sẽ tìm vị trí thích hợp trong khoảng từ 1 đến i để chèn $a[i]$ vào, sao cho dãy số $a[1..i]$ là một dãy không giảm.

Ví dụ:

Sắp xếp dãy $a = [3, 1, 2, 5, 4]$ thành dãy không giảm

- Bước 1: $a = [\underline{3}, 1, 2, 5, 4]$ (Xét phần tử đầu tiên là 3 \Rightarrow chèn vào vị trí 1)
- Bước 2: $a = [\underline{1}, 3, 2, 5, 4]$ (Xét phần tử thứ hai là 1 \Rightarrow chèn vào vị trí 1)
- Bước 3: $a = [\underline{1}, 2, 3, 5, 4]$ (Xét phần tử thứ ba là 2 \Rightarrow chèn vào vị trí 2)
- Bước 4: $a = [\underline{1}, 2, 3, 5, 4]$ (Xét phần tử thứ tư là 5 \Rightarrow chèn vào vị trí 4)
- Bước 5: $a = [\underline{1}, 2, 3, 4, 5]$ (Xét phần tử thứ năm là 4 \Rightarrow chèn vào vị trí 4)

Như vậy, việc tìm được vị trí chèn thích hợp cho mỗi phần tử $a[i]$ tại mỗi bước là chính là chìa khoá của thuật toán này.

Tại mỗi bước của thuật toán, Heo mập muốn tìm ra vị trí chèn thích hợp một cách nhanh nhất. Bạn hãy giúp cậu ấy giải quyết bài toán này nhé!

Yêu cầu

Cho một dãy số nguyên $a[]$ có N phần tử, đánh số từ 1 đến N .

Hãy in ra N số nguyên $b[1..N]$, lần lượt theo thứ tự, số thứ i thể hiện vị trí chèn thích hợp cho $a[i]$ tại bước thứ i trong thuật toán sắp xếp chèn, để đảm bảo rằng dãy $a[1..i]$ là một dãy không giảm.

Nếu có nhiều vị trí chèn đều thoả mãn $a[1..i]$ là dãy không giảm thì in ra vị trí lớn nhất.

Nếu dãy $a = [3, 1, 2, 5, 4]$ như ví dụ thì bạn cần in ra dãy $b = [1, 1, 2, 4, 4]$.

Nếu dãy $a = [2, 3, 1, 1, 2]$ thì bạn cần in ra dãy $[1, 2, 1, 2, 4]$.

Lưu ý

Để tránh xử lý trước dữ liệu, dãy số nguyên $a[]$ sẽ được sinh ra trong quá trình bạn tính toán kết quả.

Bạn sẽ được cho trước N , $a[1]$, và dãy số nguyên $d[1..N-1]$. Sau khi bạn tính được $b[i]$ là kết quả cho bước thứ i ($1 \leq i \leq N-1$) thì $a[i+1]$ sẽ được tính theo công thức: $a[i+1] = b[i] + d[i]$.

Input

Dòng đầu chứa số nguyên T là số bộ test.

Tiếp theo là T dòng. Mỗi dòng gồm các số nguyên theo thứ tự như sau: Bắt đầu là N thể hiện số phần tử của dãy $a[]$. Tiếp theo là giá trị của $a[1]$. Cuối cùng là $N-1$ số nguyên thể hiện dãy $d[1..N-1]$.

Output

In ra T dòng, mỗi dòng gồm N số nguyên là kết quả của bộ test tương ứng.

Constraints

$T \leq 10$

$N \leq 100000$

$-10^9 \leq a[i], d[i] \leq 10^9$

Time limit: **5s**

Example

Input	Output
2	1 1 2 4 4
5 3 0 1 3 0	1 2 1 2 4
5 2 2 -1 0 0	

F. CHUỖI LẶP

Bất kỳ chuỗi có độ dài n nào cũng có 2^n chuỗi con, được tạo thành bằng cách xoá đi một số kí tự của nó. Nhưng các chuỗi con này có thể không phân biệt nhau.

Ví dụ, chuỗi “zoo” chỉ có 6 chuỗi con phân biệt:

- Các chuỗi “z”, “oo”, và “zoo” xuất hiện đúng 1 lần
- Chuỗi rỗng xuất hiện đúng 1 lần
- Các chuỗi “o” và “zo”, mỗi chuỗi xuất hiện 2 lần

Giả sử chuỗi S có k chuỗi con phân biệt, và chuỗi thứ i xuất hiện f_i lần. Khi đó, độ lặp của chuỗi S được tính bằng $\sum_{i=1}^k f_i^2$

Ví dụ, độ lặp của chuỗi “zoo” là: $1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 2^2 + 2^2 = 12$

Cho xâu S và số nguyên M . Hãy tính **phần dư** độ lặp của S khi chia cho M .

Input

Dòng đầu chứa số nguyên T là số bộ test. Theo sau là T bộ test.

Mỗi bộ test gồm một dòng chứa chuỗi S (không quá 10 000 kí tự), sau đó là một dòng chứa số nguyên M ($2 \leq M \leq 1\,000\,000\,000$).

S chỉ chứa các kí tự có mã ASCII nằm trong khoảng từ **33** đến **126** (các kí tự in được, không chứa dấu cách).

Output

Với mỗi bộ test, in ra phần dư khi chia độ lặp của S cho M .

Constraints

$$T \leq 50$$

$$|S| \leq 10,000$$

$$2 \leq M \leq 1,000,000,000$$

Example

Input	Output
2	2
zoo	16
10	
@#\$%	
1000000	

G. ĐẾM PHÂN SỐ

Có vô số **phân số tối giản** nằm giữa 0 và 1. Chúng ta sắp xếp chúng theo thứ tự **tăng dần** của **mẫu số**. Nếu 2 phân số tối giản có cùng mẫu số thì sắp xếp **tăng dần** theo **tử số**.

Ví dụ, một số phần tử đầu tiên của dãy vô hạn các phân số tối giản nằm giữa 0 và 1 được sắp xếp như sau:

$$\frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{2}{3} \frac{1}{4} \frac{3}{4} \frac{1}{5} \frac{2}{5} \frac{3}{5} \frac{4}{5} \frac{1}{6} \frac{5}{6} \frac{1}{7} \dots$$

Cho một phân số tối giản, hãy **tìm vị trí** của phân số đó trong dãy sắp xếp tăng dần trên (phân số $\frac{1}{2}$ ở vị trí 1).

Input

Dòng đầu chứa số nguyên **T** là số bộ test.

Tiếp theo là **T** dòng, mỗi dòng ghi 2 số nguyên **a, b** thể hiện phân số a/b . Dữ liệu đảm bảo a luôn nằm trong khoảng từ 1 đến $(b-1)$; b nằm trong khoảng từ 2 đến 1000, và ước chung lớn nhất của a và b bằng 1.

Output

In ra **T** dòng, mỗi dòng chứa 1 số nguyên là **vị trí** của phân số tương ứng trong input.

Constraint

$$T \leq 100$$

$$1 \leq a \leq b-1$$

$$2 \leq b \leq 1000$$

Ước chung lớn nhất của a và b bằng 1

Example

Input	Output
3	1
1 2	11
5 6	304191
999 1000	

H. TAM GIÁC NHỎ NHẤT

Cho một **lục giác đều** (đa giác có 6 cạnh bằng nhau), mỗi cạnh có độ dài **L**.

Chúng ta cần vẽ **3 đường chéo không cắt nhau** theo một cách nào đó. Ba đường chéo này sẽ chia lục giác thành **4 tam giác** nhỏ.

Sau đó, chúng ta tìm ra tam giác có **diện tích nhỏ nhất** trong số 4 tam giác trên và ghi diện tích đó ra một mảnh giấy.

Hãy **tính giá trị lớn nhất** mà ta có thể ghi lại được trong số tất cả các cách vẽ đường chéo.

Input

Dòng đầu chứa số nguyên **T** là số bộ test.

Tiếp theo là **T** dòng, mỗi dòng ghi một số nguyên **L** là độ dài các cạnh của lục giác đều.

Output

Gồm **T** dòng, mỗi dòng ghi ra một **số thực** được làm tròn đến **3 chữ số** sau dấu chấm, là diện tích lớn nhất mà ta có thể ghi lại được trong số tất cả các cách vẽ đường chéo.

Constraints

$$T \leq 100$$

$$1 \leq L \leq 1,000,000$$

Example

Input	Output
3	10.825
5	43.301
10	4330127018.922
100000	

I. TRÒ CHƠI SẮP XẾP

Cho một **hoán vị** của dãy số nguyên liên tiếp từ 1 đến N .

Tại mỗi lượt đi, bạn có thể chọn K phần tử **liên tiếp** của dãy hiện tại, và **đảo ngược thứ tự** của chúng. Mục tiêu của trò chơi là sắp xếp hoán vị ban đầu thành một dãy **tăng dần**.

Cho hoán vị $A[1..N]$ là dãy số ban đầu, và số nguyên K . Hãy tính **số lượt đi ít nhất** để kết thúc trò chơi (sắp xếp dãy A thành dãy tăng dần), hoặc in ra **-1** nếu không thể thực hiện được điều đó.

Input

Dòng đầu chứa số nguyên T là số lượng bộ test.

Tiếp theo là mô tả cho từng test:

- Dòng đầu chứa 2 số nguyên N và K .
- Dòng thứ hai chứa N số nguyên $A[1..N]$ là một hoán vị của các số nguyên liên tiếp nằm trong khoảng từ 1 đến N .

Output

Gồm T dòng, mỗi dòng ghi ra số lượt đi ít nhất để sắp xếp dãy A thành tăng dần, hoặc -1 nếu không thể thực hiện được.

Constraints

$$T \leq 100$$

$$2 \leq N \leq 8$$

$$2 \leq K \leq N$$

Example

Input	Output
5	0
3 3	1
1 2 3	10
3 3	-1
3 2 1	7
5 2	
5 4 3 2 1	
5 4	
3 2 4 1 5	
8 4	
7 2 1 6 8 4 3 5	

J. CHIA ĐỘI KÉO CO

Để rèn luyện sức khoẻ cho các bạn sinh viên FU sắp tham dự kỳ thi Olympic, huấn luyện viên DũngHA đã quyết định cho các bạn ấy “**thi kéo co**”.

Tổng cộng có N bạn, mỗi bạn có một **chỉ số sức mạnh** là $S[i]$. Các bạn sẽ được chia thành **2 đội** theo phương pháp như sau:

- Đầu tiên HLV đã chỉ định sẵn Hiếu và Quang làm đội trưởng của 2 đội thi.
- Sau đó, 2 bạn đội trưởng này sẽ **lần lượt** chọn thành viên cho đội mình. Do rất hào phóng nên Quang đã nhường cho Hiếu được chọn trước.
- Vì ai cũng muốn tạo được đội hình mạnh nhất, nên các đội trưởng sẽ **luôn luôn chọn người có chỉ số sức mạnh cao nhất** trong số những người còn lại.

Sau khi tất cả các bạn sinh viên đều đã được chọn, chỉ số sức mạnh của cả đội sẽ được tính bằng **tổng** chỉ số sức mạnh của các thành viên trong đội đó.

Hãy tính **độ chênh lệch** sức mạnh giữa đội Hiếu và đội Quang (tính giá trị tuyệt đối).

Ví dụ: $S = \{5, 7, 8, 4, 2\}$.

Thì Hiếu sẽ chọn SV có chỉ số sức mạnh là 8, sau đó Quang sẽ chọn bạn có chỉ số sức mạnh là 7, Hiếu sẽ chọn tiếp 5, Quang sẽ chọn tiếp 4, và cuối cùng Hiếu chọn nốt bạn có chỉ số sức mạnh là 2.

Như vậy, chỉ số sức mạnh của đội Hiếu là $8+5+2=15$, và chỉ số sức mạnh của đội Quang là $7+4=11$.

Độ chênh lệch sức mạnh giữa 2 đội sẽ là $(15 - 11) = 4$.

Input

Dòng đầu chứa số nguyên T là số bộ test.

Tiếp theo là mô tả của từng test:

- Đầu tiên là một dòng chứa số nguyên N thể hiện tổng số bạn SV.
- Tiếp theo là một dòng chứa N số nguyên $S[1..N]$ thể hiện chỉ số sức mạnh của từng bạn.

Output

Gồm **T** dòng, mỗi dòng chứa một số nguyên thể hiện độ chênh lệch sức mạnh giữa 2 đội.

Constraints

$$T \leq 100$$

$$1 \leq N \leq 50$$

$$1 \leq S[i] \leq 1000$$

Example

Input	Output
5	4
5	100
5 7 8 4 2	0
1	2
100	0
2	
1000 1000	
4	
9 8 7 6	
6	
1 5 10 1 5 10	