

Chương 2

ĐỘNG LỰC HỌC CHẤT ĐIỂM

1. Phương trình Niuton

$$\frac{d\vec{K}}{dt} = \vec{F}, \quad (2-1)$$

trong đó \vec{F} là lực tổng hợp tác dụng lên chất điểm, $\vec{K} = m\vec{v}$ là vector động lượng của chất điểm có khối lượng m và vận tốc \vec{v} .

Trường hợp khối lượng không đổi :

$$m\vec{a} = \vec{F}, \quad (2-2)$$

\vec{a} là vectơ gia tốc của chất điểm.

2. Trọng lực tác dụng lên vật có khối lượng m

$$\vec{P} = m\vec{g} \quad (2-3)$$

Lực hướng tâm :

$$F_n = m \frac{v^2}{R}, \quad (2-4)$$

R là bán kính cong của quỹ đạo.

3. Định lí về động lượng

$$\Delta\vec{K} = \vec{K}_2 - \vec{K}_1 = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt. \quad (2-5)$$

Lực va chạm (đàn hồi) của một quả cầu lên tường :

$$F = \frac{2mv \cos \alpha}{\Delta t}, \quad (2-6)$$

α là góc hợp bởi vectơ vận tốc của quả cầu và pháp tuyến của tường, Δt là thời gian va chạm.

4. Lực ma sát trượt (khô)

$$f_{ms} = kN, \quad (2-7)$$

trong đó k là hệ số ma sát, N là độ lớn của phản lực pháp tuyến.

5. Định lí về mômen động lượng

Đối với một chất điểm

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}. \quad (2-8)$$

Trường hợp chất điểm chuyển động tròn với vận tốc góc $\vec{\omega}$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d}{dt}(I\vec{\omega}), \quad (2-9)$$

với $I = mr^2 =$ mômen quán tính của chất điểm đối với O .

6. Phương trình Niuton trong hệ quy chiếu chuyển động (tịnh tiến)

$$m\vec{a}' = \vec{F} + \vec{F}_{qt}, \quad (2-10)$$

với $\vec{F}_{qt} = -m\vec{A}$, \vec{A} là gia tốc tịnh tiến của hệ quy chiếu chuyển động.

Bài tập thí dụ 2.1

Một vật được đặt trên một mặt phẳng nghiêng hợp với mặt phẳng nằm ngang một góc $\alpha = 4^\circ$. Hỏi :

a) Giới hạn của hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng nghiêng để vật có thể trượt xuống được trên mặt phẳng nghiêng đó ;

b) Nếu hệ số ma sát bằng 0,03 thì gia tốc của vật bằng bao nhiêu ? Khi đó muốn trượt hết quãng đường $s = 100\text{m}$, vật phải mất thời gian bao lâu ?

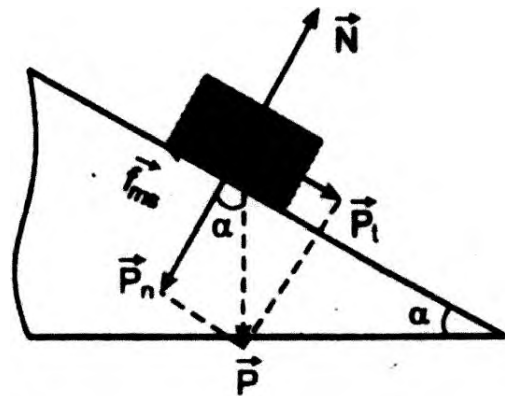
c) Trong điều kiện của câu hỏi (b), vận tốc của vật ở cuối quãng đường 100m bằng bao nhiêu ?

Bài giải :

$$\text{Cho } \begin{cases} \alpha = 4^\circ, \\ k = 0,03, \\ s = 100\text{m}. \end{cases}$$

$$\text{Hỏi : } \begin{cases} k_{gh} ? \\ t ? \\ v ? \end{cases}$$

a) Vật trượt trên mặt phẳng nghiêng dưới tác dụng của ba lực : trọng lực $\vec{P} = m\vec{g}$, phản lực pháp tuyến \vec{N} và lực ma sát \vec{f}_{ms} hướng ngược chiều chuyển động (hình 2-1).



Hình 2-1

Tổng hợp lực đặt lên vật :

$$\vec{F} = \vec{P} + \vec{N} + \vec{f}_{ms}. \quad (1)$$

Có thể phân tích \vec{P} thành hai thành phần \vec{P}_t và \vec{P}_n :

$$\vec{P} = \vec{P}_t + \vec{P}_n;$$

\vec{P}_t nằm dọc theo mặt phẳng nghiêng ; \vec{P}_n nằm vuông góc với mặt phẳng nghiêng. Thành phần \vec{P}_n này triệt tiêu phản lực pháp tuyến \vec{N} . Do đó (1) được viết lại thành :

$$\vec{F} = \vec{P}_t + \vec{f}_{ms}.$$

Vì \vec{P}_t và \vec{f}_{ms} cùng phương nhưng ngược chiều nhau nên về trị số $F = P_t - f_{ms}$, trong đó $P_t = P \sin \alpha = mg \sin \alpha$;

$$f_{ms} = k P_n = k P \cos \alpha = k mg \cos \alpha.$$

Từ đó : $F = mg \sin \alpha - k mg \cos \alpha$

Để vật có thể trượt xuống trên mặt phẳng nghiêng, phải có điều kiện :

$$F = mg \sin \alpha - k mg \cos \alpha \geq 0$$

hay $k \leq \tan \alpha.$

Vậy giới hạn của hệ số ma sát k (giá trị lớn nhất của k) để vật có thể trượt xuống trên mặt phẳng nghiêng là :

$$k_{gh} = \tan \alpha = \tan 4^\circ = 0,07.$$

b) Khi vật trượt xuống trên mặt phẳng nghiêng, gia tốc của vật bằng :

$$a = \frac{F}{m} = \frac{mg \sin \alpha - kmg \cos \alpha}{m}$$

$$a = g(\sin \alpha - k \cos \alpha),$$

Với $k = 0,03$; $\sin \alpha \approx 0,07$; $\cos \alpha \approx 1$,

$$a = 9,8 (0,07 - 0,03 \cdot 1) = 0,39 \text{ m/s}^2.$$

Từ phương trình chuyển động $s = \frac{1}{2}at^2$ (vì $v_0 = 0$), ta tính được thời gian để vật đi hết quãng đường $s = 100\text{m}$:

$$t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 100}{0,39}} \approx 22,7 \text{ giây}.$$

c) Vận tốc của vật ở cuối quãng đường 100 m :

$$v = at = 0,39 \cdot 22,7 = 8,85 \text{ m/s}.$$

Bài tập thí dụ 2.2

Người ta gắn vào mép bàn (nằm ngang) một ròng rọc có khối lượng không đáng kể. Hai vật A và B có khối lượng bằng nhau $m_A = m_B = 1\text{kg}$ được nối với nhau bằng một sợi dây vắt qua ròng rọc. Hệ số ma sát giữa vật B và mặt bàn bằng $k = 0,1$. Tìm

a) Gia tốc của hệ ; b) Lực căng của dây.

Coi ma sát ở ròng rọc là không đáng kể.

Bài giải :

$$\text{Cho } \begin{cases} m_A = m_B = 1\text{kg}, \\ k = 0,1. \end{cases}$$

$$\text{Hỏi } \begin{cases} a ? \\ T ? \end{cases}$$

a) Lực tổng hợp đặt lên hệ (hình 2-2a) :

$$\vec{F} = \vec{P}_A + \vec{P}_B + \vec{N} + \vec{f}_{ms}, \quad (1)$$

\vec{P}_A, \vec{P}_B là các trọng lực đặt lên A và B ;

\vec{N} – phản lực pháp tuyến của mặt bàn lên vật B ;

\vec{f}_{ms} là lực ma sát đặt lên vật B.

Chiếu (1) trên phương chuyển động (ứng với các vật) và chọn chiều dương là chiều chuyển động, ta được :

$$F = P_A - f_{ms} = m_A g - k m_B g = (m_A - k m_B)g.$$

Khối lượng của toàn hệ : $m = m_A + m_B$. Theo định luật Niuton thứ hai, gia tốc của hệ bằng

$$a = \frac{F}{m} = \frac{(m_A - k m_B)g}{m_A + m_B} = \frac{(1 - 0,1.1)9,8}{1 + 1} = 4,4 \text{ m/s}^2.$$

b) Để tính lực căng của dây tại M, ta tưởng tượng cắt dây tại đó. Muốn cho hai vật A, B vẫn chuyển động với gia tốc \vec{a} như cũ, ta phải tác dụng lên hai nhánh của dây ở M những lực căng \vec{T} và \vec{T}' . Xét riêng vật A : lực tác dụng lên nó gồm \vec{P}_A và \vec{T} (hình 2-2b). Áp dụng định luật Niuton thứ hai cho vật A, ta được :

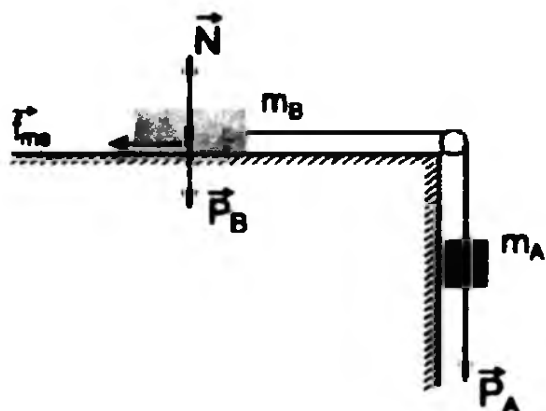
$$m_A \vec{a} = \vec{P}_A + \vec{T},$$

hay về trị số :

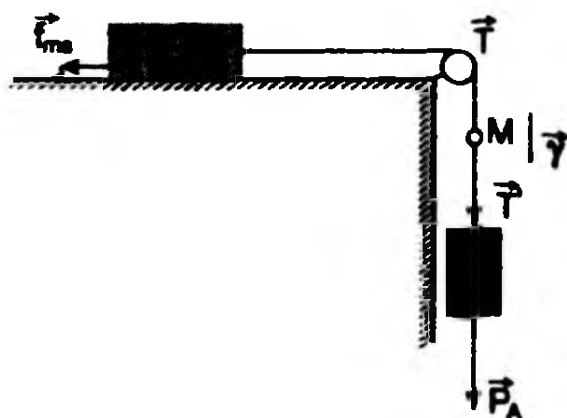
$$m_A a = P_A - T.$$

Từ đó ta suy ra :

$$T = P_A - m_A a = m_A (g - a) = \frac{m_A m_B (1 + k)g}{m_A + m_B}.$$



Hình 2-2a



Hình 2-2b

Tương tự nếu xét riêng vật B ta có :

$$\begin{aligned}
 T - f_{ms} &= m_B a, \\
 T' &= m_B (kg + a) = m_B \left(kg + \frac{m_A - km_B}{m_A + m_B} g \right) = \\
 &= \frac{m_A m_B (1 + k) g}{m_A + m_B}
 \end{aligned}$$

Vậy : $T' = T = 5,4 \text{ N}$.

Bài tập thí dụ 2.3

Một vật trượt từ đỉnh một mặt phẳng nghiêng hợp với mặt phẳng nằm ngang một góc $\alpha = 30^\circ$. Chiều dài của mặt phẳng nghiêng bằng $l = 167 \text{ cm}$, hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng nghiêng $k = 0,2$, vận tốc ban đầu của vật bằng không.

Hỏi sau bao lâu vật trượt hết mặt phẳng nghiêng ?

Bài giải :

$$\text{Cho } \begin{cases} \alpha = 30^\circ, & l = 167 \text{ cm}, \\ k = 0,2, & v_0 = 0. \end{cases} \quad \text{Hỏi } t ?$$

Gọi \vec{F} là tổng hợp lực đặt lên vật, m là khối lượng của vật, \vec{v} là vận tốc của vật ở cuối mặt phẳng nghiêng. Theo định lí về động lượng (sau khi chiếu trên mặt phẳng nghiêng) :

$$F_t \cdot t = mv - mv_0 = mv ; \quad (1)$$

nhưng theo các bài tập mẫu ở trên

$$F_t = mg (\sin \alpha - k \cos \alpha),$$

mặt khác
$$l = \frac{1}{2} at^2 = \frac{vt}{2} \text{ hay } v = \frac{2l}{t}.$$

Thay giá trị của v và F_t vào (1), ta được

$$t = \sqrt{\frac{2l}{g(\sin \alpha - k \cos \alpha)}} = \sqrt{\frac{2.1,67}{9,8(\sin 30^\circ - 0,2 \cos 30^\circ)}}.$$

Chú ý : Bài toán này có thể giải bằng định luật Niu-tơn thứ 2.

Bài tập thí dụ 2.4

Từ đỉnh dốc A (cao $OA = h$, dốc nghiêng góc α với mặt phẳng ngang) một chất điểm khối lượng m bắt đầu trượt xuống không ma sát. Xác định tại thời điểm t và đối với O (xem hình vẽ)

- 1) Mômen tổng hợp các lực tác dụng lên chất điểm ;
- 2) Mômen động lượng của chất điểm.

Bài giải

Cho $\begin{cases} h, \alpha, \\ \text{không ma sát} \end{cases}$ Hỏi $\begin{cases} M = ? \\ L = ? \end{cases}$

Tại thời điểm t chất điểm ở vị trí m tổng hợp các ngoại lực tác dụng lên chất điểm (xem bài tập thí dụ 1) là

$$\vec{F} = \vec{P} + \vec{N} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \vec{N} = \vec{P}_1$$

$$F = P_1 = mg \sin \alpha \text{ (vì } P_2 - N = 0).$$

Khoảng cách từ O đến phương của \vec{F} là

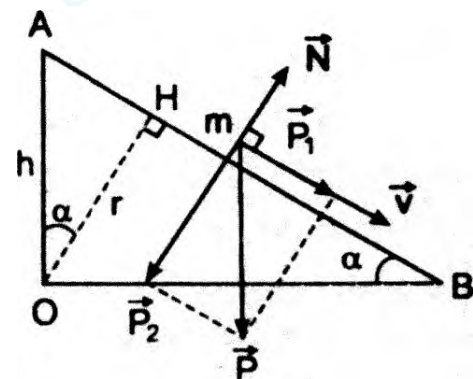
$$r = h \cos \alpha$$

Vậy
$$M = rF = h \cos \alpha \cdot mg \sin \alpha = hmg \cos \alpha \sin \alpha$$

Vận tốc chất điểm tại thời điểm t : $v = at = (g \sin \alpha)t$

Mômen động lượng của chất điểm đối với O :

$$L = rmv = (hmg \cos \alpha \sin \alpha)t$$



Hình 2-3

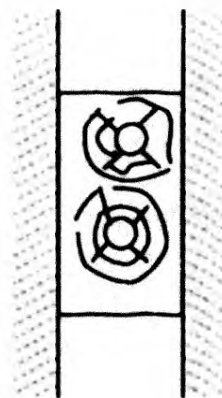
Bài tập tự giải

2-1. Một xe có khối lượng 20000kg, chuyển động chậm dần đều dưới tác dụng của một lực bằng 6000N, vận tốc ban đầu của xe bằng 15m/s. Hỏi :

- a) Gia tốc của xe ;
- b) Sau bao lâu xe dừng lại ;
- c) Đoạn đường xe đã chạy được kể từ lúc hãm cho đến khi xe dừng hẳn.

2-2. Một thanh gỗ nặng 49N bị kẹp giữa hai mặt phẳng thẳng đứng (hình 2-4). Lực ép thẳng góc trên mỗi mặt của thanh là 147N. Hỏi lực nhỏ nhất cần để nâng hoặc hạ thanh gỗ ? Hệ số ma sát giữa thanh gỗ và mặt ép $k = 0,2$.

2-3. Hỏi phải tác dụng một lực bằng bao nhiêu lên một toa tàu đang đứng yên để nó chuyển động nhanh dần đều và sau thời gian 30 giây nó đi được 11m. Cho biết lực ma sát của toa tàu bằng 5% trọng lượng của toa tàu.



Hình 2-4

2-4. Một người di chuyển một chiếc xe với vận tốc không đổi. Lúc đầu người ấy kéo xe về phía trước, sau đó người ấy đẩy xe về phía sau. Trong cả hai trường hợp, càng xe hợp với mặt phẳng nằm ngang một góc α . Hỏi trong trường hợp nào người ấy phải đặt lên xe một lực lớn hơn ? Biết rằng trọng lượng của xe là P , hệ số ma sát giữa bánh xe và mặt đường là k .

2-5. Một vật có khối lượng $m = 5\text{kg}$ được đặt trên một mặt phẳng nghiêng hợp với mặt phẳng nằm ngang một góc $\alpha = 30^\circ$. Hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng nghiêng bằng $k = 0,2$. Tìm gia tốc của vật trên mặt phẳng nghiêng.

2-6. Một vật trượt xuống trên một mặt phẳng nghiêng hợp với mặt phẳng nằm ngang một góc $\alpha = 45^\circ$. Khi trượt được quãng đường $s = 36,4\text{cm}$, vật thu được vận tốc $v = 2\text{m/s}$. Xác định hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng nghiêng.

2-7. Một sợi dây thừng được đặt trên mặt bàn sao cho một phần của nó buông thõng xuống đất. Sợi dây bắt đầu trượt trên mặt bàn khi chiều dài của phần buông thõng bằng 25% chiều dài của dây. Xác định hệ số ma sát k giữa sợi dây và mặt bàn.

2-8. 1) Một ô tô khối lượng một tấn chuyển động trên một đường bằng, hệ số ma sát giữa bánh ô tô và mặt đường là 0,1. Tính lực kéo của động cơ ô tô trong trường hợp :

- a) Ô tô chuyển động đều ;
- b) Ô tô chuyển động nhanh dần đều với gia tốc bằng 2m/s^2 ;
- 2) Cũng câu hỏi trên nhưng cho trường hợp ô tô chuyển động đều và :
 - a) Lên dốc có độ dốc 4% ; b) Xuống dốc đó.

Hệ số ma sát bằng 0,1 trong suốt thời gian chuyển động.

2-9. Một sợi dây được vắt qua một ròng rọc có khối lượng không đáng kể, hai đầu buộc hai vật có khối lượng m_1 và m_2 ($m_1 > m_2$). Xác định gia tốc của hai vật và sức căng của dây. Coi ma sát không đáng kể.

Áp dụng bằng số : $m_1 = 2m_2 = 1\text{kg}$.

2-10. Một tàu điện, sau khi xuất phát, chuyển động với gia tốc không đổi $\gamma = 0,5 \text{ m/s}^2$. 12 giây sau khi bắt đầu chuyển động, người ta tắt động cơ của tàu điện và tàu chuyển động chậm dần đều cho tới khi dừng hẳn. Trên toàn bộ quãng đường, hệ số ma sát bằng $k = 0,01$. Tìm :

- a) Vận tốc lớn nhất của tàu ;
- b) Thời gian toàn bộ kể từ lúc tàu xuất phát cho tới khi tàu dừng hẳn ;
- c) Gia tốc của tàu trong chuyển động chậm dần đều ;
- d) Quãng đường toàn bộ mà tàu đã đi được.

2-11. Một bản gỗ A được đặt trên một mặt phẳng nằm ngang. Bản A được nối với một bản gỗ B khác bằng một sợi dây vắt qua một ròng rọc cố định (như hình vẽ 2-5). Khối lượng của ròng rọc và của dây coi như không đáng kể.

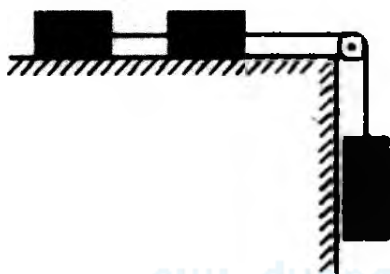


Hình 2-5

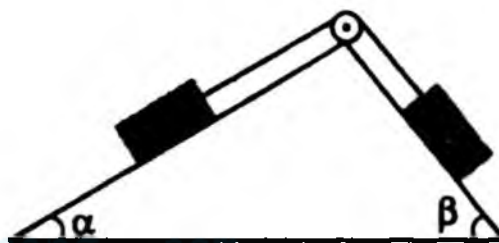
a) Tính lực căng của dây nếu cho $m_A = 200\text{g}$; $m_B = 300\text{g}$, hệ số ma sát giữa bản A và mặt phẳng nằm ngang $k = 0,25$.

b) Nếu thay đổi vị trí của A và B thì lực căng của dây sẽ bằng bao nhiêu ? Xem hệ số ma sát vẫn như cũ.

2-12. Hai vật có khối lượng $m_1 = 1\text{kg}$, $m_2 = 2\text{kg}$ được nối với nhau bằng một sợi dây và được đặt trên mặt bàn nằm ngang. Dùng một sợi dây khác vắt qua một ròng rọc, một đầu dây buộc vào m_2 và đầu kia buộc vào một vật thứ ba có khối lượng $m_3 = 3\text{kg}$ (hình 2-6). Coi ma sát không đáng kể. Tính lực căng của hai sợi dây.



Hình 2-6



Hình 2-7

2-13. Ở đỉnh của hai mặt phẳng nghiêng hợp với mặt phẳng nằm ngang các góc $\alpha = 30^\circ$ và $\beta = 45^\circ$ (hình 2-7), có gắn một ròng rọc khối lượng không đáng kể. Dùng một sợi dây vắt qua ròng rọc, hai đầu dây nối với hai vật A và B đặt trên các mặt phẳng nghiêng. Khối lượng của các vật A và B đều bằng 1kg . Bỏ qua tất cả các lực ma sát. Tìm gia tốc của hệ và lực căng của dây.

2-14. Một đoàn tàu gồm một đầu máy, một toa 10 tấn, và một toa 5 tấn, nối với nhau theo thứ tự trên bằng những lò xo giống nhau. Biết rằng khi chịu tác dụng một lực bằng 500N thì lò xo giãn 1cm . Bỏ qua ma sát. Tính độ giãn của lò xo trong hai trường hợp :

a) Đoàn tàu bắt đầu chuyển bánh, lực kéo của đầu máy không đổi và sau 10 giây vận tốc của đoàn tàu đạt tới 1m/s ;

b) Đoàn tàu lên dốc có độ nghiêng 5% với vận tốc không đổi.

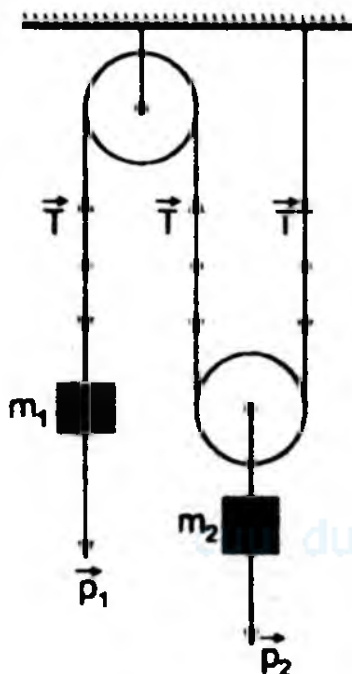
2-15. Một vật có khối lượng $m = 200\text{g}$, được treo ở đầu một sợi dây dài $l = 40\text{cm}$; vật quay trong mặt phẳng nằm ngang với vận tốc không đổi sao cho sợi dây vạch một mặt nón. Giả sử khi đó dây tạo với phương thẳng đứng một góc $\alpha = 36^\circ$.

Tìm vận tốc góc của vật và lực căng của dây.

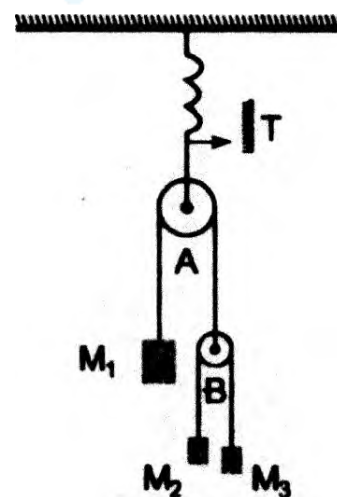
2-16. Xác định gia tốc của vật m_1 trong hình 2-8. Bỏ qua ma sát, khối lượng của ròng rọc và dây. Áp dụng cho trường hợp $m_1 = m_2$.

2-17. Qua một ròng rọc A khối lượng không đáng kể, người ta luồn một sợi dây, một đầu buộc vào quả nặng M_1 , đầu kia buộc vào một ròng rọc B khối lượng không đáng kể. Qua B lại vắt một sợi dây khác. Hai đầu dây nối với hai quả nặng M_2 và M_3 . Ròng rọc A với toàn bộ các trọng vật được treo vào một lực kế lò xo (hình 2-9).

Xác định gia tốc của quả nặng M_3 và số chỉ T trên lực kế, nếu $M_2 \neq M_3$, $M_1 > M_2 + M_3$.



Hình 2-8



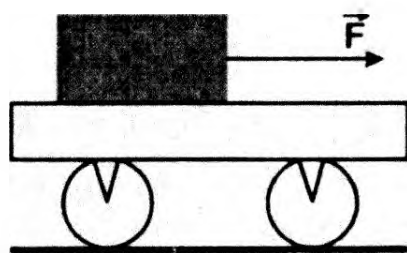
Hình 2-9

2-18. Một chiếc xe khối lượng 20kg có thể chuyển động không ma sát trên một mặt phẳng nằm ngang. Trên xe có đặt một hòn đá khối

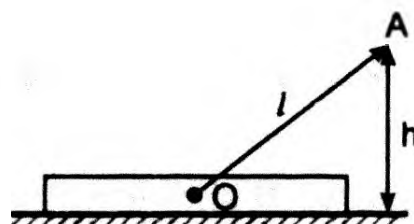
lượng 2kg (hình 2-10), hệ số ma sát giữa hòn đá và xe là 0,25. Lần thứ nhất người ta tác dụng lên hòn đá một lực bằng 2N, lần thứ 2 – bằng 20N. Lực có phương nằm ngang và hướng dọc theo xe. Xác định :

a) Lực ma sát giữa hòn đá và xe ;

b) Gia tốc của hòn đá và xe trong hai trường hợp trên.



Hình 2-10



Hình 2-11

2-19. Người ta kéo một khúc gỗ trọng lượng P với vận tốc không đổi bằng một sợi dây dài l . Khoảng cách từ đầu dây tới mặt đất bằng h (hình 2-11).

a) Tìm hệ số ma sát giữa khúc gỗ và mặt đất (dây được buộc vào trọng tâm của khúc gỗ) ;

b) Nếu dây được buộc vào đầu khúc gỗ thì độ lớn của lực ma sát có thay đổi không ?

2-20. Viết phương trình chuyển động của một viên đạn bay ngang trong không khí, nếu kể đến lực cản của không khí. Cho biết lực cản của không khí tỷ lệ với vận tốc của viên đạn, hệ số tỷ lệ là k , khối lượng của viên đạn bằng m .

2-21. Viết phương trình chuyển động của một vật rơi nếu kể đến lực cản của không khí, biết rằng lực cản tỷ lệ với vận tốc của vật rơi.

2-22. Tính lực đẩy trung bình của hơi thuốc súng lên đầu đạn ở trong nòng một súng bộ binh, biết rằng đầu đạn có khối lượng $m = 10g$, thời gian chuyển động của đạn trong nòng là $\Delta t = 0,001$ giây, vận tốc của viên đạn ở đầu nòng là $v = 865m/s$.

2-23. Một toa xe khối lượng 20 tấn chuyển động với vận tốc ban đầu $v = 54 \text{ km/h}$. Xác định lực trung bình tác dụng lên xe, nếu toa xe dừng lại sau thời gian :

- a) 1 phút 40 giây ; b) 10 giây ; c) 1 giây.

2-24. Một viên đạn khối lượng 10g chuyển động với vận tốc $v_0 = 200 \text{ m/s}$ đập vào một tấm gỗ và xuyên sâu vào tấm gỗ một đoạn l . Biết thời gian chuyển động của viên đạn trong tấm gỗ bằng $t = 4 \cdot 10^{-4}$ giây. Xác định lực cản trung bình của tấm gỗ lên viên đạn và độ xuyên l của viên đạn.

2-25. Một phân tử có khối lượng $m = 4,56 \cdot 10^{-23} \text{ g}$ chuyển động với vận tốc $v = 60 \text{ m/s}$ va chạm đàn hồi vào thành bình với góc nghiêng $\alpha = 60^\circ$. Tính xung lượng của lực va chạm của phân tử lên thành bình.

2-26. Một xe khối lượng 15 tấn chuyển động chậm dần đều với gia tốc có độ lớn bằng $0,49 \text{ m/s}^2$. Biết vận tốc ban đầu của xe là $v_0 = 27 \text{ km/h}$. Hỏi. a) Lực hãm tác dụng lên xe ; b) Sau bao lâu xe dừng lại.

2-27. Trong mặt phẳng thẳng đứng chọn hệ trục tọa độ Oxy với Ox nằm ngang, Oy thẳng đứng.

Một chất điểm được ném từ điểm có tọa độ $(2, 0)$ (đơn vị mét) theo phương thẳng đứng lên trên với vận tốc đầu 10 m/s . Tính độ biến thiên mômen động lượng của chất điểm đối với gốc O trong khoảng thời gian từ lúc ném lên đến lúc rơi xuống đúng vị trí ban đầu. Cho khối lượng chất điểm $m = 1 \text{ kg}$.

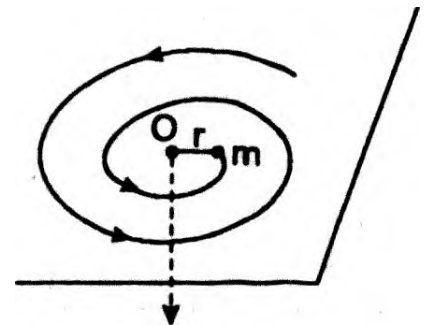
2-28. Chất điểm khối lượng m được ném lên từ một điểm O trên mặt đất, với vận tốc ban đầu v_0 theo hướng nghiêng góc α với mặt phẳng ngang. Xác định mômen động lượng của chất điểm đối với O tại thời điểm vận tốc chuyển động của chất điểm nằm ngang.

2-29. Chất điểm khối lượng m được ném lên từ một điểm O trên mặt đất với vận tốc đầu v_0 theo hướng nghiêng góc α với mặt phẳng ngang. Xác định tại thời điểm t và đối với O

- a) mômen ngoại lực tác dụng lên chất điểm ;
- b) mômen động lượng của chất điểm.

Bỏ qua sức cản không khí.

2-30. Trên một mặt phẳng nằm ngang nhẵn (hình 2-12) có 1 chất điểm khối lượng m chuyển động buộc vào 1 sợi dây không co dãn, đầu kia của dây được kéo qua 1 lỗ nhỏ O với vận tốc không đổi. Tính sức căng của dây theo khoảng cách r giữa chất điểm và O biết rằng khi $r = r_0$, vận tốc của chất điểm là ω_0 .



Hình 2-12

2-31. Một người khối lượng 50kg đứng trong thang máy đang đi xuống nhanh dần đều với gia tốc bằng $4,9\text{m/s}^2$. Hỏi người có cảm giác thế nào và trọng lượng biểu kiến của người đó trong thang máy ?

2-32. Trong một thang máy người ta treo ba chiếc lò xo, ở đầu các lò xo có treo ba vật khối lượng lần lượt bằng 1kg , 2kg và 3kg . Tính lực căng của các lò xo :

- a) Lúc thang máy đứng yên ; b) Lúc thang máy rơi tự do.

2-33. Một thang máy được treo ở đầu một dây cáp đang chuyển động lên phía trên. Lúc đầu thang máy chuyển động nhanh dần đều sau đó chuyển động đều và trước khi dừng lại chuyển động chậm dần đều. Hỏi trong quá trình trên, lực căng của dây cáp thay đổi như thế nào ? Cảm giác của người trên thang máy ra sao ?

2-34. Trên một đĩa nằm ngang đang quay, người ta đặt một vật có khối lượng $m = 1\text{kg}$ cách trục quay $r = 50\text{cm}$. Hệ số ma sát giữa vật và đĩa bằng $k = 0,25$. Hỏi :

- a) Lực ma sát phải có độ lớn bằng bao nhiêu để vật được giữ trên đĩa nếu đĩa quay với vận tốc $n = 12$ vòng/phút ;
- b) Với vận tốc góc nào thì vật bắt đầu trượt khỏi đĩa ?

2-35. Xác định lực nén phi công vào ghế máy bay ở các điểm cao nhất và thấp nhất của vòng nhào lộn nếu khối lượng của phi công bằng 75kg, bán kính của vòng nhào lộn bằng 200m, và vận tốc của máy bay trong vòng nhào lộn luôn luôn không đổi và bằng 360km/h.

2-36. Một máy bay phản lực bay với vận tốc 900km/h. Giả thiết phi công có thể chịu được sự tăng trọng lượng lên 5 lần. Tìm bán kính nhỏ nhất của vòng lượn mà máy bay có thể đạt được.

Chương 3

ĐỘNG LỰC HỌC HỆ CHẤT ĐIỂM ĐỘNG LỰC HỌC VẬT RẮN

1. Khối tâm của một hệ chất điểm

$$\vec{r} = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{m}, \quad (3-1)$$

với $m = \sum_i m_i$ = tổng khối lượng của hệ.

2. Phương trình chuyển động của khối tâm

$$m\vec{a} = \sum_i \vec{F}_i, \quad (3-2)$$

với $\vec{a} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}$ = gia tốc chuyển động khối tâm.

3. Động lượng của một hệ

$$\vec{K} = \sum_i m_i \vec{v}_i = m\vec{v}, \quad (3-3)$$

với $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$ = vận tốc chuyển động khối tâm.

2-35. Xác định lực nén phi công vào ghế máy bay ở các điểm cao nhất và thấp nhất của vòng nhào lộn nếu khối lượng của phi công bằng 75kg, bán kính của vòng nhào lộn bằng 200m, và vận tốc của máy bay trong vòng nhào lộn luôn luôn không đổi và bằng 360km/h.

2-36. Một máy bay phản lực bay với vận tốc 900km/h. Giả thiết phi công có thể chịu được sự tăng trọng lượng lên 5 lần. Tìm bán kính nhỏ nhất của vòng lượn mà máy bay có thể đạt được.

Chương 3

ĐỘNG LỰC HỌC HỆ CHẤT ĐIỂM ĐỘNG LỰC HỌC VẬT RẮN

1. Khối tâm của một hệ chất điểm

$$\vec{r} = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{m}, \quad (3-1)$$

với $m = \sum_i m_i$ = tổng khối lượng của hệ.

2. Phương trình chuyển động của khối tâm

$$m\vec{a} = \sum_i \vec{F}_i, \quad (3-2)$$

với $\vec{a} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}$ = gia tốc chuyển động khối tâm.

3. Động lượng của một hệ

$$\vec{K} = \sum_i m_i \vec{v}_i = m\vec{v}, \quad (3-3)$$

với $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$ = vận tốc chuyển động khối tâm.

4. Định luật bảo toàn động lượng của một hệ cô lập

$$\sum_i \vec{F}_i = 0 \Rightarrow \sum_i m_i \vec{v}_i = \overline{\text{const}},$$

nghĩa là $\vec{v} = \overline{\text{const}}$

5. Định lý về mômen động lượng của một hệ

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\mathcal{M}}, \quad (3-4)$$

với
$$\vec{L} = \sum_i (\vec{r}_i \wedge m_i \vec{v}_i)$$

và
$$\vec{\mathcal{M}} = \sum_i (\vec{r}_i \wedge \vec{F}_i) \text{ (tổng mômen các ngoại lực tác dụng).}$$

6. Định luật bảo toàn mômen động lượng của một hệ

Khi $\vec{\mathcal{M}} = 0$ ta có

$$\vec{L} = \sum_i (\vec{r}_i \wedge m_i \vec{v}_i) = \overline{\text{const}}, \quad (3-5)$$

dưới dạng khác :

$$\sum_i (I_i \vec{\omega}_i) = \overline{\text{const}}, \quad (3-6)$$

trong đó :
$$I_i = m_i r_i^2. \quad (3-7)$$

7. Phương trình cơ bản của chuyển động quay của vật rắn xung quanh một trục

$$\vec{\beta} = \frac{\vec{\mathcal{M}}}{I}, \quad (3-8)$$

trong đó $\vec{\beta}$ là vectơ gia tốc góc của vật rắn, $\vec{\mathcal{M}}$ là tổng hợp mômen các ngoại lực đối với trục quay, I là mômen quán tính của vật rắn đối với trục quay.

8. Mômen quán tính.

a) Của vật rắn đối với trục quay

$$I = \sum_i \Delta m_i r_i^2 = \int_{\text{vật}} r^2 dm, \quad (3-9)$$

r là khoảng cách từ phần tử khối lượng dm của vật rắn tới trục quay ;

b) Của chất điểm khối lượng m đối với trục quay

$$I = mr^2, \quad (3-10)$$

r là khoảng cách từ chất điểm tới trục quay ;

c) Của một thanh mảnh^(*) khối lượng m , chiều dài l , đối với trục thẳng góc với thanh và đi qua tâm của thanh

$$I = \frac{ml^2}{12}; \quad (3-11)$$

d) Của đĩa tròn hoặc trụ đặc^(*) khối lượng m , bán kính R đối với trục của đĩa :

$$I = \frac{mR^2}{2}; \quad (3-12)$$

d) Của vành tròn hoặc trụ rỗng^(*) khối lượng m , bán kính R đối với trục của nó

$$I = mR^2; \quad (3-13)$$

e) Của khối cầu (đặc)^(*) khối lượng m , bán kính R , đối với một đường kính của nó

$$I = \frac{2}{5}mR^2; \quad (3-14)$$

f) Của vật rắn đối với một trục Δ bất kỳ (định lý Stène – Huyghen)

(*) đồng chất

$$I = I_G + md^2, \quad (3-15)$$

trong đó I_G là mômen quán tính của vật rắn đối với trục $\Delta_G // \Delta$ và đi qua khối tâm G của vật rắn, m là khối lượng của vật rắn, d là khoảng cách giữa hai trục Δ và Δ_G .

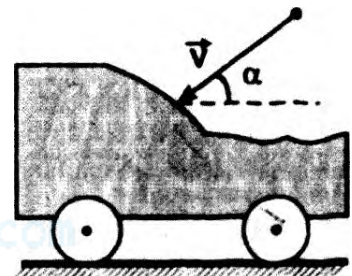
Bài tập thí dụ 3.1

Một xe chở đầy cát, đỗ trên đường ray nằm ngang. Toàn bộ xe có khối lượng $M = 5000\text{kg}$. Một viên đạn khối lượng $m = 5\text{kg}$ bay dọc đường ray với vận tốc $v = 400\text{m/s}$ theo phương hợp với mặt phẳng nằm ngang một góc $\alpha = 36^\circ$ và tới đập vào xe cát (hình 3-1). Sau khi gặp xe, viên đạn nằm ngấp trong cát. Tìm vận tốc của xe nếu bỏ qua ma sát giữa xe và đường ray.

Bài giải

$$\text{Cho } \begin{cases} M = 5000\text{kg} \\ m = 5\text{kg}, \\ v = 400\text{m/s}, \\ \alpha = 36^\circ. \end{cases}$$

Hỏi v_x ?



Hình 3-1

Ngoại lực tác dụng lên hệ xe cát + đạn gồm trọng lực và phản lực pháp tuyến của đường ray. Nếu chiếu lên phương nằm ngang thì ngoại lực tác dụng lên hệ bằng không. Vậy động lượng của hệ theo phương nằm ngang được bảo toàn. Gọi \vec{K} là động lượng của hệ, K_x là hình chiếu của nó trên phương ngang ta có :

$$K_{1x} \text{ (trước khi đạn đập vào xe)} = K_{2x} \text{ (sau khi đạn đập vào xe)}$$

$$\text{hay : } mv \cos \alpha = (M + m)v_x.$$

$$\text{Suy ra : } v_x = \frac{mv \cos \alpha}{M + m}.$$

Thay số vào ta được :

$$v_x = \frac{5 \times 400 \cos 36^\circ}{5000 + 5} = 0,32\text{m/s}.$$

Bài tập thí dụ 3.2

Một vô lăng^(*) hình đĩa tròn có khối lượng $m = 500\text{kg}$, bán kính $r = 20\text{cm}$ đang quay xung quanh trục của nó với vận tốc $n = 480$ vòng/phút. Tác dụng một mômen hãm lên vô lăng. Tìm : mômen hãm đó trong hai trường hợp :

- a) Vô lăng dừng lại sau khi hãm 50 giây ;
- b) Vô lăng dừng lại sau khi đã quay thêm được $N = 200$ vòng.

Bài giải :

$$\text{Cho } \begin{cases} m = 500\text{kg}, \\ r = 0,2\text{m} \\ \omega = 2\pi n = 50,2\text{rad/s}, \\ \Delta t = 50 \text{ giây}, \\ N = 200 \text{ vòng} \rightarrow 0 ; 2\pi N = 400\pi\text{rad}. \end{cases} \quad \text{Hỏi } \mathcal{M} ?$$

a) Ta biết rằng mức độ thay đổi trạng thái chuyển động quay phụ thuộc thời gian tác dụng của mômen ngoại lực, tức phụ thuộc xung lượng của mômen lực. Trong câu hỏi này ta biết thời gian hãm $\Delta t = 50\text{s}$. Vậy có thể dùng định lý về mômen động lượng để giải bài toán. Theo (3.4), nếu giả thiết mômen hãm không đổi trong thời gian hãm, ta có :

$$\mathcal{M} \Delta t = \Delta L = I\omega_2 - I\omega_1.$$

$$\text{Nhưng :} \quad \omega_2 = 0 ; \omega_1 = \omega ; I = \frac{1}{2}mr^2,$$

$$\text{nên} \quad \mathcal{M} = -\frac{I\omega}{\Delta t} = -\frac{mr^2\omega}{2\Delta t},$$
$$\mathcal{M} = \frac{-500(0,2)^2 \cdot 50,2}{2 \cdot 50} = -10\text{Nm}.$$

\mathcal{M} có giá trị âm vì đây là mômen hãm.

(*) đồng chất

b) Từ khi bắt đầu hãm cho tới khi dừng lại, vô lăng đã quay thêm được $\theta = 400\pi$ rad.

$$A = \mathcal{M} \theta.$$

Công này làm cho động năng của vô lăng giảm từ $\frac{1}{2} I \omega^2$ tới không.

Áp dụng hệ thức :

$$\omega_2^2 - \omega_1^2 = 2\beta\theta, \text{ với } \omega_2 = 0 ;$$

ta suy ra $\beta = -\frac{\omega_1^2}{2\theta}$. Và mômen hãm cho bởi

$$\mathcal{M} = I\beta = -\frac{mr^2\omega_1^2}{4\theta} \approx -10\text{Nm}.$$

Bài tập thí dụ 3.3

Một người đứng ở giữa ghế Giucốpki sao cho phương của trọng lực tác dụng lên người trùng với trục quay của ghế. Hai tay người đó dang ra và cầm hai quả tạ, mỗi quả có khối lượng 2kg. Khoảng cách giữa hai quả tạ là 1,6m. Cho hệ người + ghế quay với vận tốc góc không đổi 0,5 vòng/s.

Hỏi vận tốc góc của ghế và người nếu người đó co hai tay lại để khoảng cách giữa hai quả tạ chỉ còn là 0,6m. Cho biết mômen quán tính của người + ghế (không kể tạ) là 2,5 kg. m².

Bài giải

$$\text{Cho } \begin{cases} m = 2\text{kg}, \\ l_1 = 1,6\text{m}, \\ \omega_1 = 0,5\text{vòng/s} = 3,14\text{rad/s}, \\ l_2 = 0,6\text{m}, \\ I_0 = 2,5\text{kgm}^2. \end{cases} \quad \text{Hỏi } \omega_2 ?$$

Dễ dàng thấy rằng mômen ngoại lực tác dụng lên hệ người + ghế Giucốpki ở đây triệt tiêu. Do đó, theo định luật bảo toàn mômen động lượng, mômen động lượng của hệ đang xét được bảo toàn, nghĩa là :