

LƯƠNG DUYÊN BÌNH

GIÁO TRÌNH  
**VẬT LÝ ĐẠI CƯƠNG**  
Tập hai

(DÙNG CHO SINH VIÊN CÁC TRƯỜNG CAO ĐẲNG)

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

*Bản quyền thuộc HEVORCO – Nhà xuất bản Giáo dục*

---

11 – 2007/CXB/342 – 2119/GD

Mã số : 7K618M7 – DAI

## *Lời nói đầu*

Bộ giáo trình *Vật lý đại cương* gồm hai tập được biên soạn cho sinh viên các trường Cao đẳng.

Tập hai của cuốn giáo trình này trình bày sâu hơn các phần Điện; Điện từ... và trình bày khái quát các phần còn lại của Vật lý (Quang, Nguyên tử...). Đối với các ngành kỹ thuật, các phần Điện, Điện từ... có tác dụng trực tiếp quan trọng làm cơ sở cho nhiều lĩnh vực kỹ thuật như kỹ thuật Điện, kỹ thuật Điện từ, Điều khiển và Điều khiển tự động.... Sinh viên ngành kỹ thuật cần nắm thật vững để có điều kiện đi sâu các ngành kỹ thuật đó hơn là đi vào các lĩnh vực không có ứng dụng trực tiếp.

Giống như ở tập một, các phần lý thuyết, bài tập có dấu \* dành cho các yêu cầu cao hơn sau này – chẳng hạn dành cho các sinh viên học chuyển tiếp từ Cao đẳng lên Đại học và có thể bỏ qua khi thấy chưa cần thiết.

Các bài tập ở đây chia làm 3 loại:

- a) Bài tập ví dụ (có lời giải);
- b) Bài tập tự giải (có lời giải trong sách bài tập);
- c) Bài tập mở rộng: Trình bày những hiện tượng, hiệu ứng... những định luật, quy tắc không trình bày trong phần lý thuyết, nhưng có ứng dụng, lý giải... trong thực tế.

*TÁC GIẢ*

## Chương 1

# ĐIỆN TRƯỜNG TĨNH

---

## §1. ĐIỆN TÍCH

### 1.1. Hai loại điện tích

Từ lâu người ta đã biết một số vật khi đem cọ xát vào len, dạ, lụa, lông thú... sẽ có khả năng hút được các vật nhẹ. Ta nói các vật ấy đã tích điện.

Thực nghiệm chứng tỏ rằng trong tự nhiên chỉ có hai loại điện tích: điện tích dương và điện tích âm.

Thực nghiệm cũng chứng tỏ rằng các vật tích điện có tương tác với nhau: các điện tích cùng dấu đẩy nhau, các điện tích trái dấu hút nhau. Lực tương tác giữa các vật tích điện đứng yên gọi là *lực tĩnh điện* hay *lực Culông*.

### 1.2. Lượng tử hoá điện tích

Các vật xung quanh ta đều cấu tạo bởi các phân tử, nguyên tử,... ; trong mỗi nguyên tử có hạt nhân và các electron... trong hạt nhân có proton và neutron... Các hạt đó nếu tích điện thì điện tích ấy là một số nguyên của điện tích nguyên tố:

$$-e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}$$

Ta nói rằng điện tích bị *lượng tử hóa*.

### 1.3. Bảo toàn điện tích

Trong các quá trình biến đổi của một hệ (biến đổi phân tử, nguyên tử, hạt nhân...) người ta nhận thấy rằng: *Tổng đại số các điện tích của hệ trước và sau quá trình biến đổi là không thay đổi.*

Ví dụ một hệ gồm hai vật A và B ban đầu không mang điện: nếu A tích điện dương nghĩa là đã mất đi một số  $x$  electron thì số electron này lại nhập vào vật B và vật B trở thành tích điện âm. Điện tích của A và B sau khi biến đổi lần lượt là  $+xe$  và  $x(-e) = -xe$ . Tổng đại số các điện tích của A và B là:

$$(+xe) + (-xe) = 0 \quad (1.1)$$

Nói các khác: *điện tích không tự sinh ra và không tự mất đi, nó chỉ truyền từ vật này sang vật khác.*

Phát biểu trên đây là nội dung của *định luật bảo toàn điện tích*, một trong những định luật cơ bản của các quá trình biến đổi về điện.

## §2. ĐỊNH LUẬT CULÔNG

Năm 1785, nhà Vật lý học Culông đã làm thí nghiệm thiết lập được định luật mang tên ông về lực tương tác giữa hai điện tích điểm.

Theo định nghĩa, *điện tích điểm* (hay hạt điện tích) là một vật tích điện có kích thước như một chất điểm (một hạt).

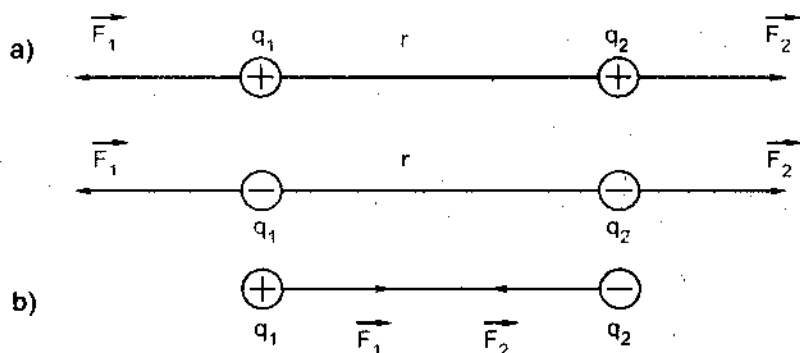
### 2.1. Phát biểu định luật Culông

*Lực tương tác tĩnh điện giữa hai điện tích điểm  $q_1$  và  $q_2$  đặt cách nhau một khoảng  $r$ :*

- *Có phương nằm trên đường thẳng nối  $q_1$  và  $q_2$ ;*
- *Có chiều như hình 1.1a khi  $q_1, q_2$  cùng dấu, hoặc có chiều như hình 1.1b khi  $q_1, q_2$  trái dấu;*
- *Có độ lớn tỷ lệ thuận với tích các độ lớn của hai điện tích và tỷ lệ nghịch với bình phương khoảng cách  $r$ ;*
- *Phụ thuộc vào môi trường xung quanh.*

Từ phát biểu trên đây, có thể viết ra độ lớn của hai lực tương tác  $\vec{F}_1$  (lực tác dụng lên  $q_1$ ) và  $\vec{F}_2$  (lực tác dụng lên  $q_2$ ):

$$F_1 = F_2 = k \frac{|q_1 q_2|}{\epsilon r^2} \quad (1.2)$$



Hình 1.1

a) Trong công thức trên,  $k$  là một hệ số tùy thuộc vào các đơn vị đo. Trong hệ SI, điện tích đo bằng culông (C), độ dài đo bằng mét (m), độ lớn của các lực đo bằng niutơn (N) khi đó:

$$k = 9 \cdot 10^9 \left( \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \right) \quad (1.3)$$

Người ta cũng ký hiệu

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \quad (1.4)$$

trong đó, hằng số  $\epsilon_0$  được gọi là *hằng số điện*:

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi k} = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \left( \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2} \right) \quad (1.5)$$

Ta có thể viết:

$$F_1 = F_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1 q_2|}{r^2} \quad (1.6)$$

b) Hằng số  $\epsilon$  trong công thức trên là một đại lượng tùy thuộc vào môi trường xung quanh (môi trường cách điện);  $\epsilon$  có giá trị  $\geq 1$  được gọi là *hằng số điện môi* của môi trường.

| Môi trường | $\epsilon$ |
|------------|------------|
| Chân không | 1          |
| Không khí  | 1,0006     |
| Thủy tinh  | 5 ÷ 10     |
| Nước       | 81         |

Theo công thức (1.6) ta có thể kết luận:

Lực tương tác tĩnh điện giữa các điện tích đặt trong môi trường cách điện giảm đi  $\epsilon$  lần so với lực tương tác đó khi đặt trong chân không.

## 2.2. Biểu thức vectơ của định luật Culông

Gọi:  $\vec{r}_{12}$  là vectơ bán kính nối từ  $q_1$  đến  $q_2$ ;

$\vec{r}_{21}$  là vectơ bán kính nối từ  $q_2$  đến  $q_1$ .

dễ dàng thấy rằng biểu thức vectơ của lực Culông tác dụng lên  $q_1$  và  $q_2$  có dạng:

$$\vec{F}_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{\epsilon r^2} \frac{\vec{r}_{21}}{r} \quad (1.7)$$

$$\vec{F}_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{\epsilon r^2} \frac{\vec{r}_{12}}{r} \quad (1.8)$$

trong đó  $r_{21} = r_{12} = r$  và

$$\frac{\vec{r}_{21}}{r} = \vec{n}_{21}: \text{vectơ đơn vị nằm theo } \vec{r}_{21} \quad (1.9)$$

$$\frac{\vec{r}_{12}}{r} = \vec{n}_{12}: \text{vectơ đơn vị nằm theo } \vec{r}_{12} \quad (1.10)$$

### Bài tập ví dụ 1.1

Nguyên tử hydro được tạo thành bởi một hạt proton khối lượng  $1,67 \cdot 10^{-27} \text{kg}$ , điện tích bằng  $+e = +1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}$  và một hạt electron khối lượng  $9,1 \cdot 10^{-31} \text{kg}$ , điện tích bằng  $-e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}$ . Hạt electron có thể coi là chuyển động xung quanh hạt proton (giả thiết là đứng yên) theo một quỹ đạo tròn, có tâm trùng với vị trí hạt proton, có bán kính  $r = 5,3 \cdot 10^{-11} \text{m}$ .

1. Xác định cường độ lực tương tác tĩnh điện giữa hai hạt đó.
2. Xác định cường độ lực tương tác hấp dẫn giữa hai hạt đó.
3. Tính vận tốc của electron chuyển động trên quỹ đạo tròn ấy.

**Giải**

1. Cường độ lực hút tĩnh điện tác động lên hạt electron:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|(+e)(-e)|}{r^2} = \left( 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \right) \frac{(1,6 \cdot 10^{-19} \text{C})^2}{(5,3 \cdot 10^{-11} \text{m})^2}$$

$$F = 8,2 \cdot 10^{-8} \text{N}.$$

2. Cường độ lực hấp dẫn tác dụng lên hạt electron:

$$F_{hd} = G \frac{m_e \cdot m_p}{r^2}$$

$$= \left( 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2} \right) \cdot \frac{(9,1 \cdot 10^{-31})(1,67 \cdot 10^{-27})(\text{kg})^2}{(5,3 \cdot 10^{-11} \text{m})^2}$$

$$= 3,6 \cdot 10^{-47} \text{N}.$$

3. Ta nhận thấy rằng lực hấp dẫn có cường độ rất nhỏ so với lực tĩnh điện, vì vậy có thể coi là electron chuyển động xung quanh proton theo quỹ đạo tròn dưới tác dụng của lực tĩnh điện. Lực này đóng vai trò là lực hướng tâm:

$$F_{ht} = \frac{mv^2}{r}$$

Với  $v$  là vận tốc electron trên quỹ đạo. Ta có:

$$v = \sqrt{\frac{Fr}{m}} = \sqrt{\frac{(8,2 \cdot 10^{-8} \text{N})(5,3 \cdot 10^{-11} \text{m})}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{kg}}} = \sqrt{\frac{8,2 \cdot 5,3}{9,1}} 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v = 2,18 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

### Bài tập ví dụ 1.2

Hai quả cầu nhỏ giống nhau, khối lượng riêng là  $D$  cùng mang điện tích  $q$  gắn vào hai đầu A và B của hai dây mảnh cùng độ dài OA và OB có chung đầu O cố định.

Khi môi trường xung quanh là chân không và ở trạng thái cân bằng thì A và B nằm trên đường thẳng ngang sao cho góc  $AOB = 2\alpha$ .

Khi môi trường xung quanh là một chất điện môi đồng chất có khối lượng riêng  $D_0 (< D)$ , hằng số điện môi  $\epsilon$  thì ở trạng thái cân bằng, góc AOB vẫn bằng  $2\alpha$ .

Xác định mối liên hệ giữa  $D$ ,  $D_0$  và  $\epsilon$ .

### Giải

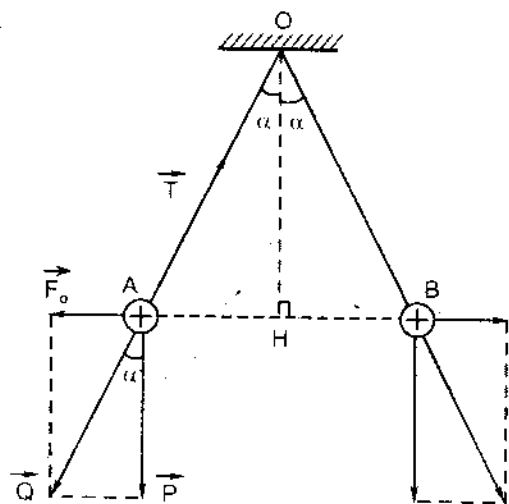
Trong môi trường chân không: mỗi quả cầu nhỏ chịu tác dụng của ba lực: Trọng lực  $\vec{P}$  thẳng đứng hướng xuống, lực đẩy tĩnh điện  $\vec{F}_0$  nằm theo phương AB (nghĩa là nằm ngang) và lực căng  $\vec{T}$  của dây (nằm theo AO và BO).



Khi cân bằng:  $\vec{P} + \vec{F}_o + \vec{T} = \vec{0}$

Nghĩa là:  $\vec{Q} = \vec{P} + \vec{F}_o = -\vec{T}$

Nói cách khác lực tổng hợp  $\vec{Q} = \vec{P} + \vec{F}_o$  phải trực đối với lực căng  $\vec{T}$ . Từ đó suy ra góc giữa phương của  $\vec{P}$  và phương của  $\vec{Q}$  là góc giữa phương thẳng đứng OH (vuông góc với phương nằm ngang AB) và phương OA của dây =  $\alpha$  (hình 1.2).



Hình 1.2

Dễ dàng suy ra:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{F_o}{P}$$

Trong đó trọng lực của quả cầu  $P = mg = DVg$  ( $V$  là thể tích quả cầu).

Khi nhúng trong điện môi, góc AOB vẫn không đổi do đó khoảng cách AB không đổi: cường độ lực tĩnh điện  $F$  trong điện môi giảm đi  $\epsilon$  lần so với trong chân không:

$$F = \frac{F_o}{\epsilon} \text{ suy ra } F_o = \epsilon F$$

Mặt khác khi nhúng trong điện môi, mỗi quả cầu chịu thêm lực tác dụng của lực đẩy Acsimet có phương thẳng đứng, có chiều đi lên và có cường độ:

$$P_o = m_o g = D_o V g$$

$m_o = D_o V$  là khối lượng điện môi có thể tích bằng thể tích quả cầu.

Như vậy, có thể coi là khi nhúng vào trong điện môi, trọng lượng của mỗi quả cầu bị giảm đi và có cường độ bằng:

$$P' = P - P_0 = (D - D_0)Vg$$

Ta vẫn có:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{F}{P'}$$

Vậy

$$\frac{P'}{F} = \frac{P}{F_0} \text{ hay } \frac{(D - D_0)Vg}{F} = \frac{DVg}{\epsilon F}$$

Suy ra 
$$\epsilon = \frac{D}{D - D_0}$$

### §3. ĐIỆN TRƯỜNG

#### 3.1. Khái niệm điện trường

Để giải thích sự xuất hiện lực tương tác giữa các vật tích điện đặt cách xa nhau, người ta quan niệm rằng xung quanh một hệ vật tích điện, tồn tại một dạng vật chất gọi là điện trường. *Đặc trưng của điện trường là gây ra lực điện tác dụng lên mọi vật tích điện khác đặt trong khoảng không gian có điện trường.*

#### 3.2. Vectơ điện trường

Đặt một điện tích điểm  $q_0$  tại một điểm M trong khoảng không gian có điện trường. Trên  $q_0$  xuất hiện lực điện  $\vec{F}$  tác dụng. Thực nghiệm chứng tỏ rằng, tỷ số  $\frac{\vec{F}}{q_0}$  là một đại lượng không phụ thuộc  $q_0$  mà chỉ phụ thuộc vào các điện tích gây ra điện trường và vị trí điểm M. Theo định nghĩa, đại lượng này được gọi là *vector điện trường\** tại M, ký hiệu là:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \quad (1.11)$$

---

\* Nói chính xác là vector điện trường tĩnh.

Độ lớn của vector điện trường được gọi là *cường độ điện trường*. Trong hệ đơn vị SI, đơn vị đo cường độ điện trường là vôn trên mét (V/m).

Từ (1.11) có thể viết biểu thức của lực điện  $\vec{F}$  tác dụng lên điện tích điểm  $q_0$

$$\vec{F} = q_0 \vec{E} \quad (1.12)$$

### 3.3. Điện trường của hệ điện tích điểm

Cho một hệ điện tích điểm  $q_1, q_2, q_3, \dots, q_n$  (ký hiệu là  $(q)$ ) đặt tại các vị trí xác định  $O_1, O_2, O_3, \dots, O_n$ .

Nếu tại một vị trí  $M$ , đặt điện tích điểm  $q_0$  thì lực điện  $\vec{F}$  tác dụng lên  $q_0$  là tổng hợp các lực điện do từng điện tích điểm  $q_i$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, n$ ) tác dụng lên  $q_0$ :

$$\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i = \sum_i \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{q_0 q_i}{r_i^2} \frac{\vec{r}_i}{r_i}$$

trong đó  $\vec{r}_i = \overrightarrow{O_i M} \neq \vec{0}$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, n$ )

$$\vec{F} = q_0 \sum_i \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{q_i}{r_i^2} \frac{\vec{r}_i}{r_i} \quad (1.13)$$

Theo định nghĩa, vector điện trường do hệ điện tích điểm  $(q)$  gây ra tại  $M$  cho bởi:

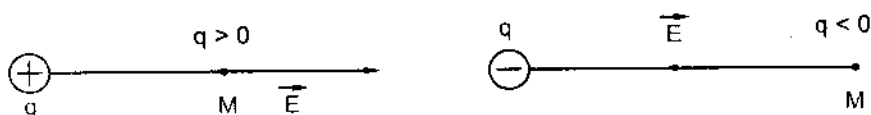
$$\begin{aligned} \vec{E} &= \frac{\vec{F}}{q_0} \\ \vec{E} &= \sum_i \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{q_i}{r_i^2} \frac{\vec{r}_i}{r_i} \end{aligned} \quad (1.14)$$

*Trường hợp riêng:* hệ  $(q)$  gồm một điện tích điểm  $q$  đặt tại  $O$ , khi đó vector điện trường do  $q$  gây ra tại  $M$  ( $\overrightarrow{OM} = \vec{r} \neq \vec{0}$ ) cho bởi:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{q}{r^2} \vec{n}_r \quad \left( \vec{n}_r = \frac{\vec{r}}{r} \right) \quad (1.15a)$$

Ta nhận thấy rằng  $\vec{E}$  cùng hướng với  $\vec{r}$  khi  $q > 0$  và ngược hướng với  $\vec{r}$  khi  $q < 0$ . Cường độ điện trường do  $q$  gây ra tại  $M$  cho bởi:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q|}{\epsilon r^2} \quad (1.15b)$$



Hình 1.3

### 3.4. Nguyên lý chồng chất điện trường

Công thức (1.14) có thể viết:

$$\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i \quad (1.16)$$

trong đó:  $\vec{E}_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{q_i}{r_i^2} \vec{r}_i$  là vectơ điện trường do  $q_i$  gây ra tại M.

Vậy công thức (1.16) có thể diễn tả như sau: *Vectơ điện trường tại M do một hệ điện tích điểm gây ra bằng tổng hợp các vectơ điện trường do từng điện tích điểm gây ra tại M.*

Phát biểu trên đây được gọi là *nguyên lý chồng chất điện trường*.

Kết quả này có thể áp dụng cho trường hợp hệ điện tích được phân bố liên tục (chẳng hạn một vật tích điện có kích thước bất kỳ).

Thực vậy, ta tưởng tượng chia vật tích điện thành nhiều phần nhỏ sao cho điện tích  $dq$  mang trên mỗi phần đó có thể coi là điện tích điểm. Như vậy, một vật tích điện bất kỳ được coi như một hệ vô số điện tích điểm. Nếu gọi  $d\vec{E}$  là vectơ điện trường gây ra bởi điện tích  $dq$  tại điểm M, thì vectơ điện trường do vật tích điện gây ra tại M được xác định bởi (1.14) có dạng:

$$\vec{E} = \int_{\text{toàn bộ vật}} d\vec{E} = \int_{\text{toàn bộ vật}} \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{dq}{r^2} \vec{n}_r \quad (1.17)$$

(Ở đây ta thay dấu tổng  $\sum$  trong (1.14) bằng dấu tích phân  $\int$ , thay  $\vec{E}_i$  bằng  $d\vec{E}$ ; phép tích phân được thực hiện đối với toàn bộ vật tích điện).

Nếu vật tích điện là một dây C tích điện thì điện tích trên một phần tử chiều dài  $dl$  của dây cho bởi:  $dq = \lambda dl$ , trong đó  $\lambda = \frac{dq}{dl}$  là *mật độ điện dài* của dây, biểu thị *lượng điện tích trên một đơn vị dài của dây*. Khi đó:

$$\vec{E} = \int_C \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dl}{r^2} \vec{n}_r \quad (1.17a)$$

Nếu vật tích điện là một mặt S tích điện thì điện tích trên một phần tử diện tích dS của mặt S cho bởi dq = σdS, trong đó  $\sigma = \frac{dq}{dS}$  là *mật độ điện mặt* của S biểu thị lượng điện tích trên một đơn vị diện tích của S. Khi đó:

$$\vec{E} = \int_S \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sigma dS}{r^2} \vec{n}_r \quad (1.17b)$$

Nếu vật tích điện là một khối τ tích điện thì điện tích trong một phần tử thể tích dτ của vật cho bởi dq = ρdτ, trong đó  $\rho = \frac{dq}{d\tau}$  là *mật độ điện khối* của vật biểu thị lượng điện tích chứa trong một đơn vị thể tích của vật. Khi đó:

$$\vec{E} = \int_{\tau} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho d\tau}{r^2} \vec{n}_r \quad (1.17c)$$

Dưới đây ta xét một vài ví dụ ứng dụng nguyên lý chồng chất điện trường để xác định vectơ cường độ điện trường gây ra bởi một hệ điện tích.

### Bài tập ví dụ 1.3

Cho đoạn dây thẳng AB nằm thẳng theo trục z tích điện đều, mật độ điện dài bằng λ. Xác định vectơ điện trường tại điểm M cách trục z một đoạn MH = r và  $\widehat{HMA} = \psi_1$ ,  $\widehat{HMB} = \psi_2$  (hình 1.4).

**Giải**

Giả thiết λ > 0. Trường hợp hai điểm A, B ở cùng một bên đối với H.

Xét một phần tử điện tích trên AB có độ dài dz, có điện tích:

$$dq = \lambda dz$$

Phần tử này cách H một đoạn:

$$z = rtg\psi, \quad \left( dz = r \frac{d\psi}{\cos^2 \psi} \right)$$

và cách M một đoạn:  $r_1 = \frac{r}{\cos \psi}$

Vectơ điện trường do dq gây ra tại M là  $d\vec{E}$  cùng hướng với vectơ bán kính  $\vec{r}_1$  (nối từ vị trí dq đến M), có cường độ:

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{dq}{r_1^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{\lambda r \frac{d\psi}{\cos^2 \psi}}{r^2}$$

$$dE = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{d\psi}{r}$$

Vector điện trường  $\vec{dE}$  có thể phân tích ra hai thành phần là  $\vec{dE}_r$  (nằm theo HM) và  $\vec{dE}_z$  (nằm theo trục z), có cường độ:

$$dE_r = dE \cos \psi = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0\epsilon r} \cos \psi d\psi$$

$$dE_z = dE \sin \psi = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0\epsilon r} \sin \psi d\psi$$

Ta tính  $E_r$  và  $E_z$  bằng cách lấy tích phân theo  $\psi$  từ  $\psi_1$  đến  $\psi_2$ :

$$\vec{E} \begin{cases} E_r = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0\epsilon r} (\sin \psi_2 - \sin \psi_1) \\ E_z = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0\epsilon r} (\cos \psi_1 - \cos \psi_2) \end{cases}$$

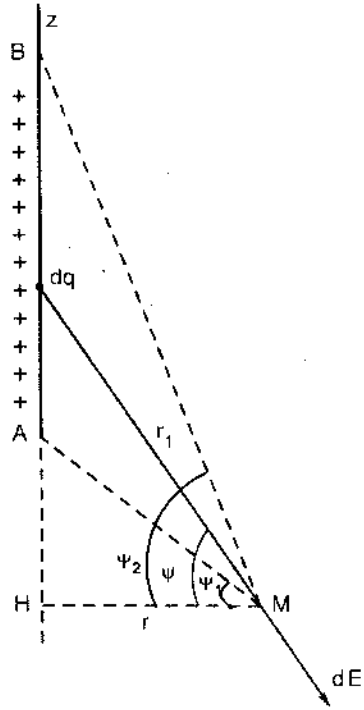
(1.18a)

Trường hợp A, B ở hai bên điểm H:

$$\vec{E} \begin{cases} E_r = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0\epsilon r} (\sin \psi_2 + \sin \psi_1) \\ E_z = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0\epsilon r} (\cos \psi_1 - \cos \psi_2) \end{cases} \quad (1.18b)$$

Đối với dây tích điện dài vô hạn, cho  $\psi_2 \rightarrow \frac{\pi}{2}$  và  $\psi_1 \rightarrow -\frac{\pi}{2}$  trong (1.18a), ta được:

$$\vec{E} \begin{cases} E_r = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0\epsilon r} \\ E_z = 0 \end{cases} \quad (1.19)$$



Hình 1.4

Vậy trong trường hợp này:

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0\epsilon r} \quad (1.19a)$$

#### Bài tập ví dụ 1.4

Vòng tròn tâm O, bán kính R, mang điện tích q phân bố đều. Xác định vectơ điện trường tại một điểm M nằm trên trục vòng dây cách tâm O một đoạn OM = z (hình 1.5).

**Giải**

Giả sử  $q > 0$ .

Chia vòng dây thành những phần tử nhỏ dq, vị trí S.

Vectơ điện trường dE do dq gây ra tại điểm M cùng hướng với  $\vec{r} = \vec{SM}$  nếu  $q > 0$  (và ngược hướng với  $\vec{r}$  nếu  $q < 0$ ).

Cường độ của dE:

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{dq}{r^2}$$

Vectơ điện trường tổng hợp tại M cho bởi

$$\vec{E} = \int_{\text{cả vòng dây}} d\vec{E}$$

Vì lý do đối xứng nên vectơ  $\vec{E}$  nằm dọc theo trục của vòng dây. Do đó nếu chiếu đẳng thức vectơ trên đây lên trục của vòng dây ta được:

$$E = \int_{\text{cả vòng dây}} dE \cos \alpha = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{dq}{r^2} \cos \alpha$$

Với  $\alpha = \widehat{OMS}$ . Trong quá trình tích phân vì r và  $\alpha$  không đổi nên:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{\cos \alpha}{r^2} \int_{\text{cả vòng dây}} dq$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{q \cos \alpha}{r^2}$$

Với OM = z ta có thể viết:

$$r = \sqrt{z^2 + R^2}$$

$$\cos \alpha = \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}}$$

và

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{z}{(z^2 + R^2)^{3/2}} \quad (1.20)$$

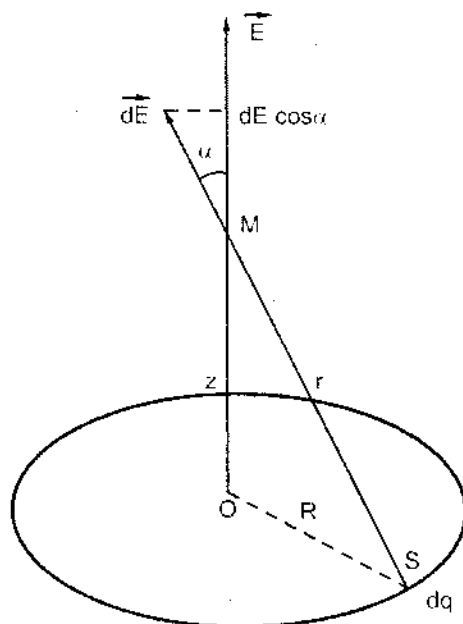
*Nhận xét:*

a) Khi  $z \gg R$  có thể viết gần đúng:

$$E \approx \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{z}{(z^2)^{3/2}}$$

$$E \approx \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon z^2}$$

b) Khi  $q < 0$ , trong (1.20) ta phải viết  $|q|$  thay cho  $q$ .



**Hình 1.5**

### **Bài tập ví dụ 1.5**

Một đĩa tròn tâm O, bán kính R, tích điện đều, mật độ điện mặt  $\sigma$ . Xác định vectơ điện trường tại điểm M trên trục của đĩa, cách tâm O một đoạn  $OM = z$ .



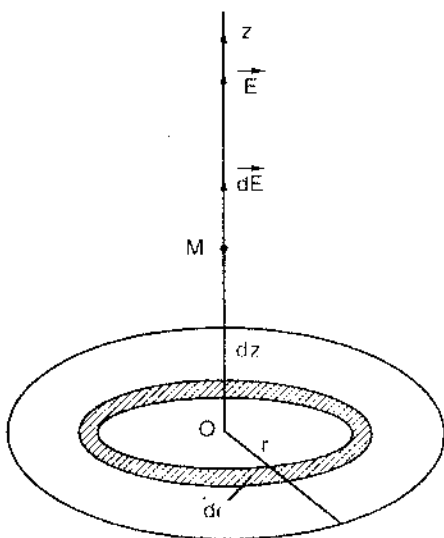
### ***Giải***

Chia đĩa tròn thành những phần tử nhỏ hình vành khăn nằm giữa hai vòng tròn  $(O, r)$  và  $(O, r + dr)$  ( $0 \leq r \leq R$ ).

Diện tích của mỗi phần tử nhỏ ấy:

$$dq = \sigma dS = \sigma 2\pi r dr$$

Mỗi phần tử nhỏ ấy có thể coi là một vòng dây tròn tâm  $O$  bán kính  $r$ . Vòng dây này gây ra tại  $M$  vectơ điện trường  $d\vec{E}$  nằm dọc theo trục  $Oz$ , có cường độ cho bởi (giả sử  $\sigma > 0$ ):



**Hình 1.6**

$$dE = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{z}{(z^2 + r^2)^{3/2}} = \frac{\sigma 2\pi r dr}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{z}{(z^2 + r^2)^{3/2}}$$

Vì các vectơ  $d\vec{E}$  cùng hướng nên đẳng thức vectơ:

$$\vec{E} = \int d\vec{E}$$

Cho:  $E = \int_{\text{toàn bộ đĩa tròn}} dE$

$$\begin{aligned} E &= \int_0^R \frac{\sigma 2\pi r dr}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{z}{(z^2 + r^2)^{3/2}} \quad (z \text{ không đổi}) \\ &= \frac{\sigma z}{4\epsilon_0\epsilon} \int_0^R \frac{2r dr}{(z^2 + r^2)^{3/2}} \end{aligned}$$

Vì  $\int \frac{2r dr}{(z^2 + r^2)^{3/2}} = -2(z^2 + r^2)^{-1/2} + C$

nên  $E = \frac{\sigma z}{4\epsilon_0\epsilon} \left( -2(z^2 + r^2)^{-1/2} \right) \Big|_{r=0}^{r=R}$

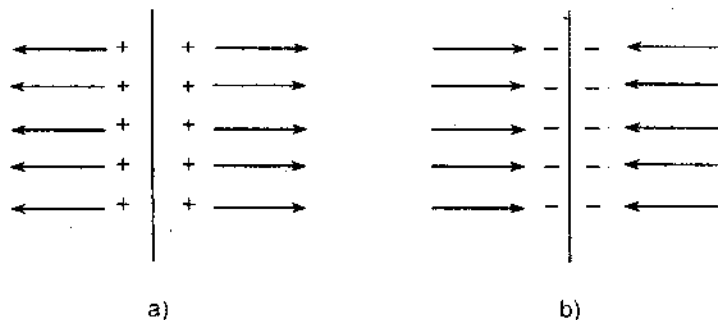
$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0\epsilon} \left[ 1 - \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}} \right] \quad (1.21)$$

Khi  $R \rightarrow \infty$ , đĩa tròn trở thành một *mặt phẳng vô hạn tích điện đều*, mật độ điện mặt  $\sigma$ . Trong điều kiện đó:

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0\epsilon} \quad (1.22)$$

Nếu  $\sigma < 0$  thì trong (1.22) phải viết  $|\sigma|$  thay cho  $\sigma$ .

Nhận xét về điện trường của mặt phẳng vô hạn tích điện đều: vectơ  $\vec{E}$  tại mỗi bên của mặt phẳng ấy có phương, chiều và cường độ không đổi. Chúng hướng từ mặt phẳng tích điện đi ra khi  $\sigma > 0$  và có hướng ngược lại khi  $\sigma < 0$ .



Hình 1.7

### Bài tập ví dụ 1.6

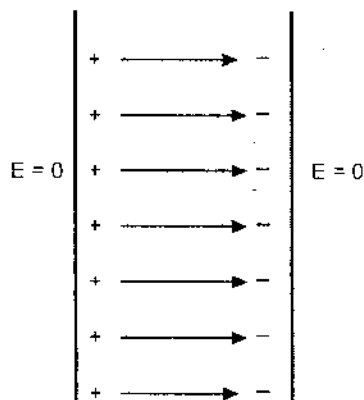
Hai mặt phẳng vô hạn song song tích điện đều, mật độ điện mặt lần lượt bằng  $+\sigma$ ,  $-\sigma$  ( $\sigma > 0$ ). Xác định điện trường của hai mặt điện tích ấy (hình 1.8).

**Đáp số**

1. Trong khoảng không gian giữa hai mặt phẳng; điện trường đều, hướng từ mặt điện tích dương sang điện tích âm, cường độ bằng:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0\epsilon}$$

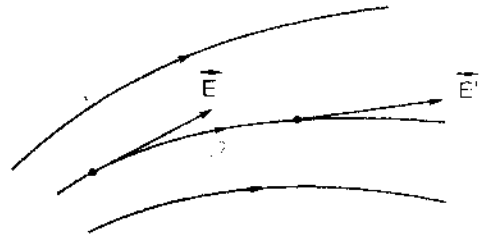
2. Ngoài khoảng không gian giữa hai mặt phẳng  $E = 0$ .



Hình 1.8

### 3.5. Đường sức điện trường

Trong một điện trường bất kỳ, vectơ điện trường  $\vec{E}$  có thể thay đổi từ điểm này sang điểm khác về hướng và độ lớn. Vì thế, để có được một hình ảnh cụ thể về sự thay đổi ấy, người ta dùng khái niệm đường sức điện trường. Theo định nghĩa, *đường sức điện trường là đường cong mà tiếp tuyến tại mỗi điểm của nó trùng với phương của vectơ điện trường tại điểm đó; chiều của đường sức điện trường tại một điểm là chiều của vectơ điện trường tại đó* (hình 1.9).



Hình 1.9. Đường sức điện trường

Tập hợp các đường sức điện trường gọi là *điện phổ*. Có thể làm thí nghiệm để xác định điện phổ của một điện trường (tương tự như thí nghiệm về từ phổ).

Hình 1.10 mô tả điện phổ của một điện tích điểm (a), hai điện tích điểm bằng nhau (b), hai điện tích điểm đối nhau (c).

*Các đường sức điện trường có những tính chất chung sau:*

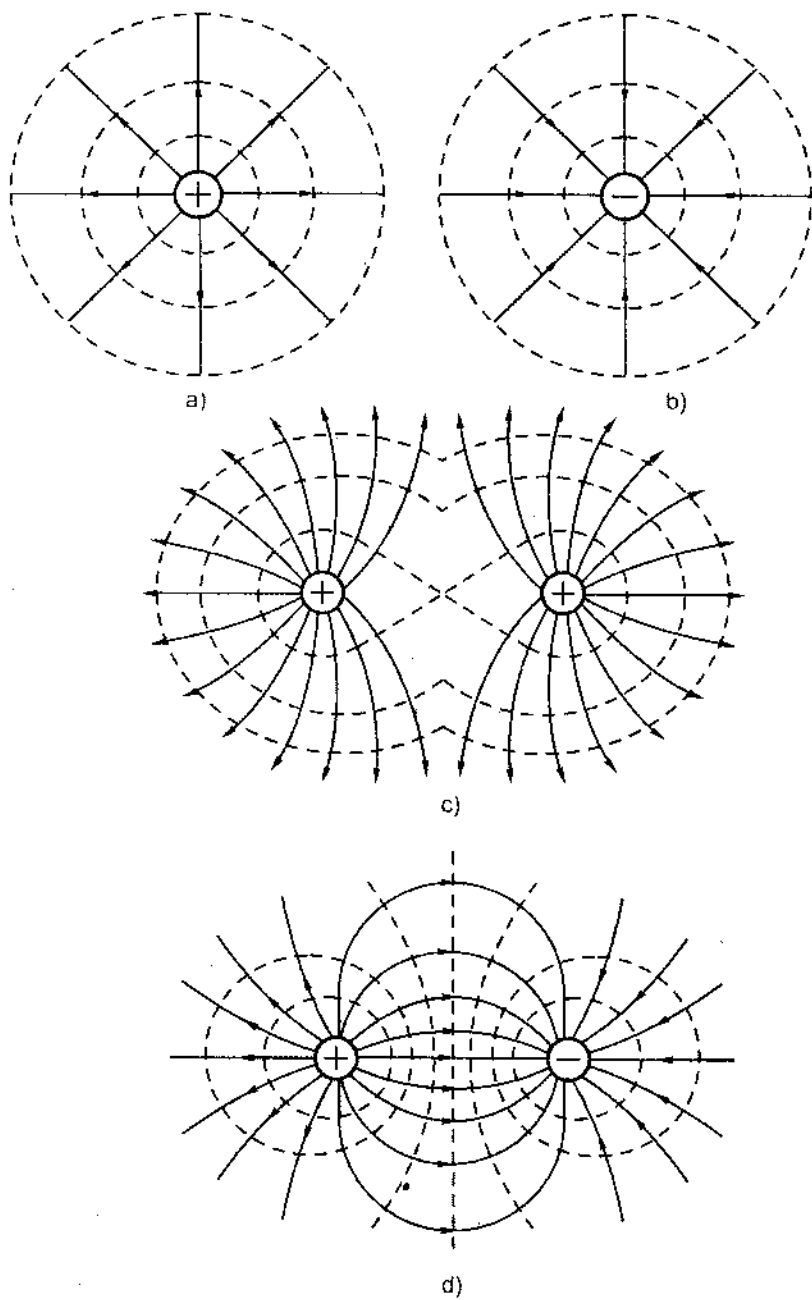
a) Qua một điểm trong không gian chỉ vẽ được một đường sức điện trường.

b) Các đường sức điện trường là những đường không khép kín: chúng giới hạn ở hai đầu hoặc giới hạn ở một đầu còn đầu kia vô hạn.

c) Các đường sức điện trường có chiều đi ra từ các điện tích dương và đi vào các điện tích âm.

d) Người ta quy ước vẽ số các đường sức điện trường đi qua một đơn vị bề mặt vuông góc với các đường sức tỷ lệ với cường độ điện trường tại đó. Như vậy, chỗ nào điện trường mạnh, các đường sức dày; còn chỗ nào điện trường yếu, các đường sức thưa.

*Điện trường đều là điện trường trong đó vectơ điện trường tại mọi điểm đều có cùng hướng và cùng cường độ. Điện trường đều có điện phổ là những đường thẳng song song, cùng chiều và cách đều nhau.*



**Hình 1.10. Điện phổ**