Logic cơ bản

Nguyễn Hoàng Thạch * Hoàng Anh Đức †

 $\bf Bài~1$ Dùng bảng chân lý để kiểm tra lại các tương đương logic trong bảng sau:

Tương đương	Tên gọi
$ \begin{array}{c} p \wedge \mathbf{T} \equiv p \\ p \vee \mathbf{F} \equiv p \end{array} $	Luật đồng nhất
$p \lor \mathbf{T} \equiv \mathbf{T}$ $p \land \mathbf{F} \equiv \mathbf{F}$	Luật nuốt
$ p \lor p \equiv p $ $p \land p \equiv p $	Luật lũy đẳng
$\neg(\neg p) \equiv p$	Luật phủ định kép
$p \lor q \equiv q \lor p$ $p \land q \equiv q \land p$	Luật giao hoán
$p \lor (q \lor r) \equiv (p \lor q) \lor r$ $p \land (q \land r) \equiv (p \land q) \land r$	Luật kết hợp
$p \lor (q \land r) \equiv (p \lor q) \land (p \lor r)$ $p \land (q \lor r) \equiv (p \land q) \lor (p \land r)$	Luật phân phối
$ \neg(p \land q) \equiv \neg p \lor \neg q \neg(p \lor q) \equiv \neg p \land \neg q $	Luật De Morgan
$ p \lor (p \land q) \equiv p $ $p \land (p \lor q) \equiv p $	Luật hấp thụ
$p \lor \neg p \equiv \mathbf{T}$ $p \land \neg p \equiv \mathbf{F}$	Luật phủ định

Bài 2

Xây dựng bảng chân lý cho mỗi mệnh đề phức hợp sau:

- (a) $p \to (\neg q \lor r)$
- (b) $(p \oplus q) \land (p \oplus \neg r)$
- (c) $\neg p \rightarrow (q \rightarrow r)$
- (d) $(p \to q) \land (\neg p \to q)$

Bài 3

Chứng minh rằng các mệnh đề sau luôn đúng.

^{*}nhthach@math.ac.vn

 $^{^{\}dagger}$ anhduc.hoang1990@gmail.com

- (a) $(p \to q) \leftrightarrow (\neg p \lor q)$
- (d) $[(p \lor q) \land (p \to r) \land (q \to r)] \to r$
- (b) $(p \to q) \leftrightarrow (\neg q \to \neg p)$
- (e) $[(p \to q) \land (q \to r)] \to (p \to r)$
- (c) $[p \land (p \rightarrow q)] \rightarrow q$
- (f) $(p \land q) \rightarrow (p \rightarrow q)$

Bài 4

Xác định các biểu thức sau:

- (a) $11000 \land (010111 \lor 11011)$
- (c) $(01010 \oplus 11011) \oplus 01000$
- (b) $(01111 \land 10101) \lor 01000$
- (d) $(11011 \lor 01010) \land (10001 \lor 11011)$

Bài 5

Khẳng định "Mệnh đề này là sai" có phải là một mệnh đề logic hay không? Vì sao?

Bài 6

Dối ngẫu của một mệnh đề phức hợp chỉ chứa các toán tử logic \land , \lor , và \neg là một mệnh đề nhận được bằng cách thay mỗi \lor bằng \land , mỗi \land bằng \lor , mỗi \mathbf{T} bằng \mathbf{F} , và mỗi \mathbf{F} bằng \mathbf{T} . Đối ngẫu của một mệnh đề phức hợp s được ký hiệu là s^* .

(a) Tìm đối ngẫu của các mệnh đề sau

(a-1)
$$p \wedge \neg q \wedge \neg r$$

(a-2)
$$p \wedge (q \vee (r \wedge \mathbf{T}))$$

- (b) Khi nào thì $s=s^{\star}$, với s là một mệnh đề phức hợp nào đó?
- (c) Chứng minh rằng $(s^*)^* = s$.

Bài 7

Giả sử bảng chân lý với n biến mệnh đề đã được cho trước đầy đủ các giá trị chân lý. Một mệnh đề phức hợp tương ứng với bảng giá trị chân lý đó có thể tạo thành bằng cách lấy tuyển các hội của các biến hoặc phủ định của chúng. Đối với mỗi tổ hợp các giá trị sao cho mệnh đề phức hợp là đúng ta đưa vào một hội. Mệnh đề tạo thành được gọi là có dang tuyển chuẩn tắc (DNF - disjunctive normal form).

Sử dụng phương pháp trên, hãy tìm một mệnh đề dạng tuyển chuẩn tắc tương đương logic với mệnh đề $(p \lor q) \to \neg r$, với p,q,r là các biến mệnh đề.