文章编号: 1001-0920(2018)05-0856-10 **DOI:** 10.13195/j.kzyjc.2017.1543

# 有色冶金过程不确定优化方法探讨

阳春华、韩 洁、周晓君†、张润东、桂卫华

(中南大学信息科学与工程学院,长沙410083)

摘 要:有色冶金过程受原料来源多样、工况条件波动、生产成分变化等因素的影响,存在大量的不确定性,严重影响了冶炼生产的稳定性与可靠性.鉴于此,综述不同类型不确定性优化问题的描述方法,具体包括概率不确定优化问题、模糊不确定优化问题和区间不确定优化问题.通过分析有色冶金生产过程的特点与需求,以3种典型的有色冶金过程不确定优化问题为例,探讨不同类型的有色冶金过程不确定优化方法.针对氧化铝生料浆配料过程的概率不确定优化问题,采用基于 Hammersley sequence sampling(HSS)的方法实现不确定模型的确定性转换;针对湿法炼锌除铜过程的模糊不确定优化问题,采用基于模糊规则的方法进行确定性评估;针对锌电解分时供电过程的区间不确定优化问题,采用基于min-max的方法求解鲁棒解.工业运行数据均验证了上述方法的有效性.

关键词: 有色冶金过程; 不确定性度量; 不确定优化; 概率不确定; 模糊不确定; 区间不确定

中图分类号: TP273 文献标志码: A

# Discussion on uncertain optimization methods for nonferrous metallurgical processes

YANG Chun-hua, HAN Jie, ZHOU Xiao-jun<sup>†</sup>, ZHANG Run-dong, GUI Wei-hua

(School of Information Science and Engineering, Central South University, Changsha 410083, China)

Abstract: In nonferrous metallurgical processes, due to the variety of raw materials, changing working conditions and the unstable material quality, there are a lot of uncertainties, which seriously affect the stability and reliability of the smelting production. In this paper, the description method of the optimization problems under different types of uncertainties are summarized, including the probability uncertain optimization problems, the fuzzy uncertain optimization problems, and the interval uncertain optimization problems. Based on the characteristics and requirements of actual industrial processes, the uncertain optimization methods of some typical nonferrous metallurgical processes are presented. In the optimization problem under probability uncertainty for blending process of alumina production, the method based on Hammersley sequence sampling(HSS) is used to transform the uncertain model to a deterministic model. In the optimization problem under fuzzy uncertainty for the copper removal process of zinc hydrometallurgy, the method based on fuzzy rules is used to estimate the process conditions. In the optimization problem under interval uncertainty for the power-dispatching control system in the electrochemical process of zinc, min-max based method is used to search for robust solution. Industrial results verify the effectiveness of these methods.

**Keywords:** nonferrous metallurgical process; uncertainty measure; uncertain optimization; probability uncertainty; fuzzy uncertainty; interval uncertainty

#### 0 引 言

为了提升工业生产过程中的产品质量、减小能源消耗、提高生产效率和经济效益,优化控制方法已经广泛应用于冶金、化工、石油、矿业工程等工业领域中<sup>[1]</sup>.随着生产规模的扩大和复杂性的增加,工业过程的调控与操作中存在大量的不确定因素,

严重影响了工业生产的稳定性和可靠性.根据过程不确定信息的来源,可以将不确定性分为以下4种类型<sup>[2]</sup>:1)模型固有的不确定性,通常包括动力学常数、物理特性、传输系数等;2)过程固有的不确定性,通常包括流量和温度变化、质量波动等;3)外部不确定性,通常包括供料情况、产品需求量、价格和环境状况

收稿日期: 2017-11-15; 修回日期: 2017-12-29.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (61503416,61533021,61621062); 中南大学研究生自主探索创新项目 (2017zzts136); 中南大学创新驱动计划项目(2018CX012).

**作者简介:** 阳春华(1965-), 女, 教授, 博士生导师, 从事复杂工业建模与优化控制等研究; 韩洁(1993-), 女, 博士生, 从事不确定优化方法与应用的研究.

†通讯作者. E-mail: michael.x.zhou@csu.edu.cn

等;4) 离散不确定性,通常包括设备完好率和其他离 散随机事件等.

在优化过程中,如何对不确定性进行准确描述是建立和求解过程优化问题的关键.一般而言,优化模型不确定性的描述可以归结为3种方法<sup>[3]</sup>:

- 1) 概率描述. 当可以获取到不确定参数的特征信息时,通常采用概率模型来描述. 通过进行大量的采样或实验,计算事件发生的概率并以此描述相关的不确定性.
- 2) 模糊描述. 当历史(概率)数据不易获得且难以明确定义其属性时,可采用模糊集来描述不确定性. 基于模糊集的描述方法可以避免大量的采样实验,且不需要使用概率模型.
- 3) 区间形式. 在多数情况下,由于缺乏足够的特征信息,只能得到参数的误差范围,不确定性无法通过概率分布函数的形式准确描述. 在这种情况下,区间形式可以更有效地描述该参数的不确定性特征. 通过分析历史数据得到不确定参数的上下界,以表示不确定参数的波动范围.

有色金属具有良好的导电性、可塑性、防辐射 性和抗腐蚀性等特殊性质,被广泛应用于军工、电子、 航空等行业,是我国国民经济和国防军工发展的重要 基础原材料和战略物资,对我国工业发展具有重要影 响[4]. 有色冶金过程是指从有色金属矿、废杂金属料 等有色金属原料中提炼有价金属的物理化学过程,其 生产条件和生产环境十分复杂[5-6],涉及高温、高压以 及强酸强碱的生产过程,致使一些工艺参数,如流量、 成分、金属品位等难以实时准确测量[7],检测数据中 有大量的噪声、干扰和误差;另外,环境的动态变化, 如生产用原料成分不稳定和生产边界条件剧烈波动 等,以及一些重要生产指标(如转换率、产品组分等) 不可直接测量所引起的过程信息的未知性和不完整 性等因素也带来了工业过程的不确定性. 若不考虑 不确定性,则有色冶金过程的优化结果将难以保障生 产流程和产品质量的稳定,造成能源的浪费甚至影响 冶炼过程的安全运行.

针对系统参数的不确定性,20世纪50年代,Dantzig<sup>[8]</sup>、Bellman<sup>[9]</sup>、Charnes等<sup>[10]</sup>和Taguchi<sup>[11]</sup>展开了不确定优化方法的研究.根据不确定性形式的不同,不确定优化方法可分为随机规划、模糊规划和区间规划3类.在随机规划<sup>[10]</sup>中,将不确定参数视为随机变量,并假定其概率密度函数已知,根据优化决策者对决策的不同考虑,随机规划可分为二阶段随机规划、机会约束规划等.目前,随机规划模型及其

求解算法已成功应用在生产计划、调度决策和电力 生产等工程领域. 在模糊规划[12]中,将不确定参数看 作模糊数,将参数约束范围看作模糊集,可以允许约 束一定程度的不满足,将约束的满足程度定义为约束 的隶属度函数. 模糊规划通过引入一个新的变量,将 不确定问题转换成经典的确定型线性规划或非线性 规划问题进行求解,已成功应用于交通运输、供水 计划和资源管理等领域. 区间规划研究的是不确定 参数以区间形式进行描述的优化问题,根据对不确定 区间的处理策略,可将区间规划转换为确定型的参数 规划[13]. 例如,文献[14]采用Monte Carlo采样来模拟 过程中的不确定参数,并提出了适用于一般模型的处 理框架. 文献[15]提出了一种基于最差情况的优化 方法,将不确定优化问题转换为嵌套优化问题. 文献 [16]将不确定优化问题转换为确定型多目标优化问 题,同时考虑解的有效性和鲁棒性.

有色冶金过程的不确定性可能包含多重属性,甚至存在时变或相互影响的不确定参数,且工业过程对不确定性的容忍度取决于实际生产状况,采用常规不确定优化方法难以满足工业生产实际需求.因此,本文结合有色冶金工业过程的特点,介绍了不同类型不确定性优化问题,以氧化铝生料浆配料过程、湿法炼锌除铜过程以及锌电解分时供电过程为例,具体分析不同特征的有色冶金过程不确定优化方法.最后,指出了进一步研究需关注的问题.

#### 1 不确定优化问题描述

有色冶金过程的不确定性可能存在于优化问题的目标函数、约束条件、决策变量以及环境变量中. 根据分析实际工业过程不确定性的特征,可将有色冶金过程不确定优化问题分为3类: 概率不确定优化问题、模糊不确定优化问题和区间不确定优化问题. 下面将对这3类不确定优化问题进行详细介绍.

#### 1.1 概率不确定优化问题

在优化问题中,由于客观条件的不充分或偶然 因素的干扰,某些信息的变化服从特定的概率分布 函数,此时,可以采用概率的方式描述该不确定性.通 常,为了获取准确的概率分布特征,需要进行大量的 采样实验或收集大量的历史数据,从而对不确定事件 发生的频率进行统计.

对于不确定参数u,其概率分布函数 $^{[17]}$ 可表示为

$$F(\widetilde{u}) = P\{ \boldsymbol{u} \leqslant \widetilde{u} \}. \tag{1}$$

当 u 为离散随机变量时, 设其所有可能取值为

 $u_k(k = 1, 2, \dots), 则 P(\mathbf{u} = u_k) = p(u_k), 且其概率 分布函数为$ 

$$F(\widetilde{u}) = P\{\mathbf{u} \leqslant \widetilde{u}\} = \sum_{u_k \leqslant \widetilde{u}} p(u_k). \tag{2}$$

当u为连续随机变量时,其概率分布函数可表示为

$$F(\widetilde{u}) = P\{u \leqslant \widetilde{u}\} = \int_{-\infty}^{\widetilde{u}} p(u) du, \qquad (3)$$

其中p(u)为u的概率密度函数.

根据上述对不确定参数的描述,概率不确定优化问题可定义<sup>[18]</sup>为

$$\min_{\boldsymbol{x}} [f_1(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}), \cdots, f_m(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u})].$$
s.t.  $g_i(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}) \leq 0, \ i = 1, 2, \cdots, q;$ 

$$\boldsymbol{u} \sim p(\boldsymbol{u}), \ \boldsymbol{x} \leq \boldsymbol{x} \leq \overline{\boldsymbol{x}}. \tag{4}$$

其中: $\mathbf{u}$ 为概率不确定参数,包括不确定决策变量  $(\mathbf{u}_x)$ 和不确定环境变量 $(\mathbf{u}_e)$ ; $p(\cdot)$ 为 $\mathbf{u}$ 的概率密度函数.对于上述概率不确定优化问题,通常要求当存在不确定信息时,最优解所对应的目标函数期望值以及约束条件的期望值满足要求.

#### 1.2 模糊不确定优化问题

由于实际生产过程的复杂性,某些信息特征界限不明确,不能给出确定的概念以及确定的评定标准.为了处理这类不确定信息,可以采用模糊集进行描述.模糊集的优点在于它并不需要获取精确的概率模型,且可以通过主观分析以经验的方式进行描述.

在经典的集合理论中,变量u关于集合A的隶属度函数 $\mu_A$ <sup>[19]</sup>可以表示为

$$\mu_A(\boldsymbol{u}) = \begin{cases} 1, \ \boldsymbol{u} \in A; \\ 0, \ \boldsymbol{u} \notin A. \end{cases}$$
 (5)

当引入模糊集理论后,上述隶属度函数在[0,1] 上可表示为

$$\mu_{A}(\boldsymbol{u}) = \begin{cases} 1, \ \boldsymbol{u} \in A; \\ 0, \ \boldsymbol{u} \notin A; \\ h, \ \boldsymbol{u} \text{ partially belongs to } A. \end{cases}$$
 (6)

其中0 < h < 1. 上述隶属度函数根据不确定信息发生的可能性,将可能性高的情况用较大的数值表示,可能性低的情况用较小的数值表示. 目前模糊集隶属度函数存在多种形式,如钟型、三角形、梯形等.

根据上述对不确定参数的描述,模糊不确定优化问题可定义<sup>[20]</sup>为

$$\min_{\boldsymbol{x}} [f_1(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}), \cdots, f_m(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u})].$$

s.t. 
$$g_i(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}) \leq 0, \ i = 1, 2, \cdots, q;$$
  
 $\boldsymbol{u} \sim \mu_A(\boldsymbol{u}), \ \underline{\boldsymbol{x}} \leq \boldsymbol{x} \leq \overline{\boldsymbol{x}}.$  (7)

其中 $\mu_A(\cdot)$ 为 $\boldsymbol{u}$ 的隶属度函数.

#### 1.3 区间不确定优化问题

对于某些实际工业过程由于不确定信息波动频繁,只能得到参数的误差范围,若采用概率分布或隶属度函数进行描述,则往往缺乏足够的统计信息,且无法保证描述的准确度.对于这类不确定参数,常采用区间方式进行描述.

当不确定参数u在区间 $[\underline{u},\overline{u}]$ 中波动时,可表示为

$$u \in [u] = [\underline{u}, \overline{u}],$$
 (8)

其中 $\underline{u}$ 和 $\overline{u}$ 分别为变量 $\underline{u}$ 的不确定区间的下界和上界,当已知不确定参数的中心值时,其区间变化范围还可表示为

$$[\boldsymbol{u}] = [\underline{\boldsymbol{u}}, \overline{\boldsymbol{u}}] = [\boldsymbol{u}_c - \Delta \boldsymbol{u}, \boldsymbol{u}_c + \Delta \boldsymbol{u}], \tag{9}$$

 $u_c = (\underline{u} + \overline{u})/2$ 表示该不确定参数的标称值,  $\Delta u = (\overline{u} - \underline{u})/2$ 反映该变量的不确定度.

根据上述对不确定参数的描述,区间不确定优化问题可定义<sup>[21]</sup>为

$$\min_{\boldsymbol{x}} [f_1(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}), \cdots, f_m(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u})].$$
s.t.  $g_i(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}) \leq 0, \ i = 1, 2, \cdots, q;$ 

$$\boldsymbol{u} \in [\boldsymbol{u}] = [\underline{\boldsymbol{u}}, \overline{\boldsymbol{u}}], \ \underline{\boldsymbol{x}} \leq \boldsymbol{x} \leq \overline{\boldsymbol{x}}. \tag{10}$$

从上面描述可以看出,由于区间不确定性的存在,实际过程中的不确定优化问题具有以下特点: 1)由于不确定参数为区间数,其对应的目标函数和约束条件的值也为区间数;2)最优解不仅需满足确定性问题的固有约束,还需考虑当参数在不确定区间内波动时,其目标函数与约束条件的要求.

#### 1.4 有色冶金不确定优化问题分析

有色冶金过程的不确定性复杂,不同生产过程中不确定性的表现形式不同,例如:对于原料成分变化、流量波动等具有随机性的不确定信息,宜采用概率分布函数进行描述;对于生产状态、产品质量等具有模糊性的不确定信息,宜采用模糊集进行描述;对于参数拟合误差、检测误差等具有区间性的不确定信息,宜采用区间数进行描述.此外,为了满足生产要求和保证产品质量,有色冶炼企业对于不同过程中不确定性的容忍度与最优解的满意度均有不同的指标和评估准则,常规的不确定优化方法难以满足实际生产需求.下面针对几类典型的有色冶金过程,分析其不确定特征并研究不同类型的不确定优化方法.

## 2 氧化铝配料过程概率不确定优化方法

配料是有色冶金过程的第1道工序,通过将不同来源的矿石和原料按一定的配比进行混合,配制成满足生产指标要求的混合物料.氧化铝生料浆配料过程<sup>[22]</sup>是将铝土矿(普铝矿、高铝矿、低铝矿、高铁矿)、石灰、碱粉等原料及后续过程的硅渣和碱液等返料

按一定配比送入管磨机进行湿磨,磨制的生料浆由缓冲泵打入A槽,进行第1次混合调配;A槽灌满后,整点取样进行成分分析,挑出一批合适的A槽混合后倒入B槽,完成生料浆的第2次调配;同样,B槽灌满后,根据成分分析和质量指标,选择一批合适的B槽混合后倒入K槽,通过3次调配获得符合熟料烧结要求的生料浆送往熟料窑.其工艺流程如图1所示[22].

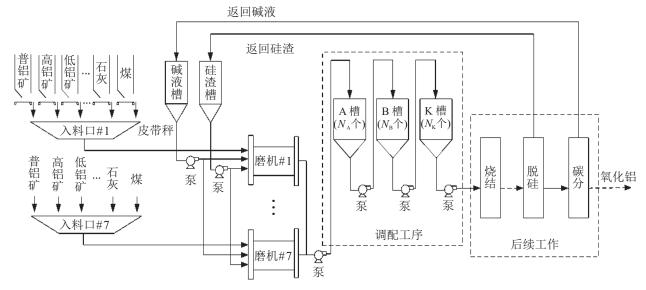


图 1 生料浆配料工艺流程示意图

在生产过程中,由于工矿来源的不稳定,铝土矿及其调整矿成分波动大且难以实时监测<sup>[23]</sup>;返料中的硅渣和碱液受到后续碳分工序和脱硅工序生产状态的影响,成分和流量波动大,检测滞后时间长<sup>[24]</sup>.这些因素的存在使原料和返料信息具有明显的不确定性.通过分析大量的工业历史数据发现,原料和返料成分的变化具有随机性,且不同成分出现的概率近似相同,因此将氧化铝配料过程中的不确定参数视为服从某种概率分布的随机变量.

根据氧化铝配料过程的生产要求,通过混合各种物料,所配制成的生料浆需要满足铝硅比(A/S)、碱比(N/R)和钙比(C/S)的质量指标,且按照"以铝硅比为主线,碱比、钙比依次跟进"的思路进行调配.考虑质量指标的区间要求,以生料浆质量指标违背区间目标最小为优化目标,结合原料和返料参数的不确定特征,建立用于原料配比优化决策的优化模型[25]如下:

$$\min_{\boldsymbol{x}} [f_1(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}), f_2(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}), f_3(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u})];$$
s.t.  $f_1(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}) = d^+_{A/S} + d^-_{A/S},$ 

$$f_2(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}) = d^+_{N/R} + d^-_{N/R},$$

$$f_3(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}) = d^+_{C/S} + d^-_{C/S},$$

$$\boldsymbol{d}^+ = [d^+_{A/S}, d^+_{N/R}, d^+_{C/S}],$$

$$d^{-} = [d_{A/S}^{-}, d_{N/R}^{-}, d_{C/S}^{-}],$$

$$\overline{q} = [\overline{q}_{A/S}, \overline{q}_{N/R}, \overline{q}_{C/S}],$$

$$\underline{q} = [\underline{q}_{A/S}, \underline{q}_{N/R}, \underline{q}_{C/S}],$$

$$d^{+} = [g(x, u) - \overline{q}] \lor 0,$$

$$d^{-} = [\underline{q} - g(x, u)] \lor 0,$$

$$u \sim U(\underline{u}, \overline{u}),$$

$$d^{+}, d^{-} \geqslant 0,$$

$$x \geqslant 0.$$
(11)

式(11)中,各符号定义如下:

x: 决策变量,表示配料物料配比;

u:不确定参数,表示物料成分;

 $U(\underline{u}, \overline{u})$ :表示不确定参数在区间 ( $\underline{u}, \overline{u}$ ) 上服从均匀分布:

 $d_{A/S}^{+}, d_{A/S}^{-}$ : [A/S] 偏离理想目标区间的正偏差和负偏差:

 $d_{N/R}^+, d_{N/R}^-$ : [N/R] 偏离理想目标区间的正偏差和负偏差:

 $d_{C/S}^+, d_{C/S}^-$ : [C/S] 偏离理想目标区间的正偏差和负偏差:

g(x, u): 生料浆质量集成预测模型对 [A/S]、[N/R]和[C/S]的预测值;

 $\underline{q}_{A/S}$ ,  $\overline{q}_{A/S}$ : [A/S] 要求理想区间的下界和上界;  $\underline{q}_{N/R}$ ,  $\overline{q}_{[N/R]}$ : [N/R] 要求理想区间的下界和上界;

 $q_{C/S}$ ,  $\bar{q}_{C/S}$ : [C/S] 要求理想区间的下界和上界.对于不确定参数为连续分布的优化问题,抽样近似是获得其等价确定性模型的常用方法.通过在不确定参数的变化区间内,根据概率密度函数随机产生一定数目的采样点,并将这些采样点所对应的目标函数取平均值(期望值),以此作为评价候选解的衡量指标[26-28]

在上述氧化铝生料浆配料过程的不确定优化问题中,其不确定参数服从均匀分布,文献[29]采用Hammersley sequence sampling(HSS)技术进行采样,实现生料浆配料不确定优化模型的确定性近似转化,具体步骤如下.

Step 1: 设不确定优化模型(11) 中的配料物料组份矩阵u共有K个非零元素.

Step 2: 根据 Hammersley 序列的定义,构造范围在 [0,1]之间的 K维 Hammersley sequence  $z_k(j)$ .

Step 3: 将组份矩阵 u 中的非零元素用  $z_k(j)$  中的 K 个元素分布替换,构成 Hammersley sequence 矩阵  $z_u(j)$ .

Step 4: 产生不确定参数矩阵 u 的第 j 个样本,  $u_j = \underline{u} + z_u(j) \cdot (\overline{u} - \underline{u})$ .

Step 5: 令 j = j + 1,重复 Step 2 ~ Step 4 共 N 次. Step 6: 将抽样产生的不确定矩阵  $\boldsymbol{u}$  的 N 个样本,按下式构造与式(11) 相对应的确定性配料优化模型:

$$\min_{\boldsymbol{x}} \ [\widetilde{f}_{1}(\boldsymbol{x}), \widetilde{f}_{2}(\boldsymbol{x}), \widetilde{f}_{3}(\boldsymbol{x})];$$
s.t. 
$$\widetilde{f}_{1}(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} (d_{jA/S}^{+} + d_{jA/S}^{-}),$$

$$\widetilde{f}_{2}(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} (d_{jN/R}^{+} + d_{jN/R}^{-}),$$

$$\widetilde{f}_{3}(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} (d_{jC/S}^{+} + d_{jC/S}^{-}),$$

$$d_{j}^{+} = [\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}_{j}) - \overline{\boldsymbol{q}}] \bigvee 0,$$

$$d_{j}^{-} = [\underline{\boldsymbol{q}} - \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}_{j})] \bigvee 0,$$

$$\boldsymbol{u} \sim U(\underline{\boldsymbol{u}}, \overline{\boldsymbol{u}}),$$

$$d_{j}^{+}, d_{j}^{-} \geqslant 0,$$

$$\boldsymbol{x} \geqslant 0.$$
(12)

其中:  $d_{jA/S}^+$ 、 $d_{jN/R}^+$  和  $d_{jC/S}^+$  分别为第j次样本点所对应质量指标偏离理想目标区间的正偏差,  $d_{jA/S}^-$ 、 $d_{jN/R}^-$  和  $d_{jC/S}^-$  分别为第j次样本点所对应质量指标

偏离理想目标区间的负偏差.

为求解上述优化问题,通过整理长期积累的专家经验知识,并根据优化模型目标函数的优化级顺序,构建出一种具有优先级结构的分类知识库;基于分类知识库,采用一种按字典序专家推理策略,实现问题的求解<sup>[25]</sup>.

表1为实际配料生产过程中的运行情况,结果显示当原料与返流成分波动时,采用基于HSS技术的不确定优化策略所计算出的配比结果可以使生料浆质量满足生产要求,在鲁棒性、平稳性和合格率上均有较好的性能.

表 1 不确定优化结果的平稳性指标

平稳性指标	不确定优化/%	确定优化/%	人工操作/%
$SP_{N/R}$	99.17	96.67	38.33
$SP_{C/S}$	98.33	88.33	51.67
$SP_{A/S}$	98.75	90.00	41.67

# 3 湿法炼锌除铜过程模糊不确定优化方法

有色金属矿物多以伴生矿的形式存在,矿物中除了有价主金属元素外,还含有其他杂质金属元素.湿法治炼作为有色金属治炼的主要方法,通常包含浸出、净化、电解和熔铸4个步骤.净化过程[4]通过置换沉淀的方式去除有色金属矿物浸出液中的杂质金属离子,为后续电解过程提供高纯度的金属电解液.在湿法炼锌过程中,铜离子是硫酸锌溶液中含量最高的对电解过程有害的杂质离子,需要在净化工段首先被除去.

除铜过程[30]由两个连续搅拌反应釜串联构成,通过在反应釜中持续添加锌粉,将浸出后硫酸锌溶液中的杂质铜离子,以氧化亚铜为主的形式沉淀下来.除铜后的硫酸锌溶液被送至大型浓密机,进行固液分离.沉降后的含固底流,部分返回至1#反应釜,作为除铜反应晶种;其余底流经压滤烘干,形成铜渣以回收利用.浓密机上部的清液送至除钴镍工段,被进一步除杂.这种具有底流返回的除铜工艺,相对传统除铜过程,具有深度净化和节约锌粉等优点;同时,由于采用多种反应沉降铜离子,除铜反应机理更为复杂,主反应速率对反应环境变化敏感,控制精度要求高.除铜过程流程结构如图2所示.

锌粉添加量作为湿法炼锌除铜过程控制的关键,若添加过多,则会造成除铜出口铜离子含量偏低、锌粉浪费、后续除钴过程活化剂不足;若锌粉添加量过少,则会使出口铜离子含量超标,影响电解电效.因此,锌粉添加量的优化控制对于除铜过程至关重要[31].

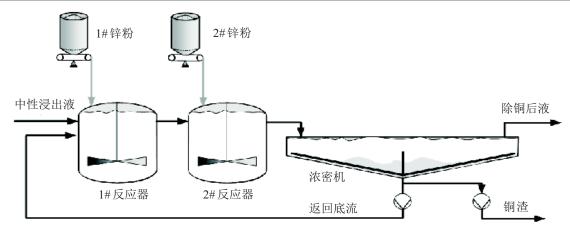


图 2 锌直接浸出冶炼净化除铜过程

除铜过程氧化还原电位(ORP)的变化在一定程度上可以反映反应釜内铜离子浓度的变化,由于铜离子浓度实时在线检测困难,常根据ORP对锌粉添加量进行具体调整.但是,除铜过程作为净化除杂工段的首道工序,入口溶液金属离子种类多且含量高,其他杂质离子对ORP的综合影响强烈.这一现象使得铜离子浓度与ORP之间具有一定的不确定性,电化学数学模型仅能大概给定铜离子浓度所对应的ORP值范围,难以精确描述ORP与铜离子浓度之间的关系.模糊化技术是解决不确定性问题的一种常用方法,通过将ORP模糊化,并采用合理的模糊规则,将ORP转换为评估指标,可以更贴切地描述除铜反应状态,避免锌粉优化过程在不确定环境下产生偏激控制.因此,在除铜过程锌粉优化问题中,将ORP值作为模糊不确定参数进行分析.

根据湿法炼锌除铜过程的生产要求,以锌粉添加量最小为目标函数,建立如下模糊不确定优化模型<sup>[32]</sup>:

$$\min_{x} f(x) = \eta_{1}x_{1} + \eta_{2}x_{2};$$
s.t.  $C_{\text{out}} = h_{MK}(x)$ ,
$$\mathbf{u} = h_{CU}(C_{out}),$$

$$\mathbf{u} \sim \mu(\mathbf{u}),$$

$$\underline{\mathbf{u}} \leqslant \mathbf{u} \leqslant \overline{\mathbf{u}},$$

$$\mathbf{x} \leqslant \mathbf{x} \leqslant \overline{\mathbf{x}}.$$
(13)

式(13)中,各符号定义如下:

x: 决策变量, 表示锌粉模型理论添加量;

*u*:不确定参数,表示为氧化还原电位(ORP)值;

 $\eta_1, \eta_2$ : 1#和2#反应器中锌粉有效性预测值;

 $C_{\text{out}}$ : 出口铜离子浓度;

 $h_{MK}(\cdot)$ :多工况除铜过程竞争-连续反应体系模型;

 $h_{CU}(\cdot)$ : 出口铜离子浓度与ORP值之间的电化学模型:

 $\mu(\cdot)$ : ORP值的隶属度函数;

 $\underline{u}$ ,  $\overline{u}$ :满足生产要求的ORP值的上下界;

x,  $\overline{x}$ : 锌粉添加量的上下界.

在上述优化问题中,ORP值与铜离子浓度之间 具有极大不确定性,无法直观反映除铜过程生产状态.为了更好地评估除铜反应状态,采用基于模糊逻辑的方法处理上述不确定性<sup>[33-34]</sup>.通过选择较为平滑的3种隶属度函数:S型、Z型和钟型,根据除铜过程的生产需求,将ORP值划分为5种模糊集,ORP趋势值也划分为5大类.然后根据除铜过程的实际运行状态,建立合理的模糊推理规则,并将除铜状态划分为7大类别.最后采用去模糊化方法将除铜状态划分为7大类别.最后采用去模糊化方法将除铜状态评估值确定到[-1,1]之间.这样,对于ORP值的不确定约束就可转换为对除铜状态评估值的确定约束.转换后的优化问题<sup>[32]</sup>如下:

$$egin{aligned} \min_{m{x}} & f(m{x}) = \eta_1 m{x}_1 + \eta_2 m{x}_2; \ & ext{s.t.} & m{C}_{ ext{out}} = h_{MK}(m{x}), \ & m{u} = h_{CU}(m{C}_{ ext{out}}), \ & m{E}_{ ext{grade}} = h_{FL}(m{u}, m{d}m{u}), \ & m{\underline{E}}_{ ext{grade}} \leqslant m{E}_{ ext{grade}}, \ & m{x} \leqslant m{x} \leqslant m{\overline{x}}. \end{aligned}$$

其中: du 表示 ORP 值的变化趋势;  $E_{\text{grade}}$  为除铜状态等级;  $h_{FL}(\cdot)$  表示 ORP 值、ORP 趋势值与除铜状态之间的模糊规则;  $\overline{E}_{\text{grade}}$ ,  $\underline{E}_{\text{grade}}$  分别为满足生产要求的除铜状态等级的上下界.

对于上述问题,采用基于智能优化算法和专家规则的方法<sup>[32]</sup>进行求解,并将所求结果应用于实际工业过程中.实验结果显示,通过求解上述问题,不仅可以减少锌粉添加量,且出口铜离子浓度波动更为平

缓,离子浓度较为集中,提高了除铜过程的合格率,使生产过程更加稳定.

# 4 锌电解分时供电过程区间不确定优化 方法

湿法炼锌生产过程的最后一道工序是电解. 锌电解过程<sup>[35]</sup>是电解液在直流电作用下析出锌的电化学反应过程,所耗电量占整个湿法炼锌电能能耗的75% ~ 80%. 为了平衡电网负荷,提高电网安全稳定性,根据分时计价政策,电力部门将一天分为若干个时间段,在用电高峰期提高电价,用电低谷期降低电价. 因此,如果在电价高的时段采用低电流密度生产,在电价低的时段采用高电流密度生产,则会显著降低锌电解的生产成本,减少能源消耗并缓和电网负荷压力. 然而,如果电流密度过高或者过低,则将导致电流效率过低且无法满足生产要求,造成更多的浪费. 因此,综合考虑分时计价和锌电解生产状况,获取最佳分时供电方案很有必要<sup>[36-37]</sup>.

根据分时计价政策,电力部门将一天分为4个时段(尖峰、高峰、平段、低谷),每个时段都有7个生产系列进行锌电解过程,且每个系列的生产条件不完全相同.分时供电优化模型以全天直流电费为目标函数,包括电度电费和基本电费.电度电费为各时段的用电量与电价的乘积,基本电费为各时段负荷的最大值与负荷系数的乘积.在建立分时供电优化模型之前,首先需要对电压和电流效率进行数学建模.通过分析电压(V)、电流效率(η)与电流密度(x)之间的历史数据,采用递归最小二乘法获得如下模型[35]:

$$V = a_0 + a_1 \times x;$$
  

$$\eta = b_0 + b_1 \times x + b_2 \times x^2 + b_3 \times x^3 + b_4 \times x^4.$$
 (15)

上述模型参数  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $b_0$ ,  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $b_3$ ,  $b_4$  都是通过多项式拟合得到的, 由于对模型真实情况认知的不完全, 当生产条件发生变化以及生产系列存在差异时, 模型中的参数常常在一定区间范围内波动. 对于上述不确定模型参数, 很难获取其精确的概率密度函数和隶属度函数, 故采用区间方式进行描述. 因此, 锌电解分时供电优化问题中存在区间变化的不确定参数.

为了保证不确定优化问题解的有效性,在获取不确定参数的区间时应满足以下两个标准:1)区间能覆盖不确定参数的所有可能值;2)区间长度应尽可能小,以减少优化计算的复杂度.根据不确定参数的特性,其区间获取方法可分为以下两类:

1) 基于数据统计的区间获取方法. 对于随时间变化相对平稳的参数,可采用基于数据统计的方法

获取不确定参数的区间. 通过从数据库中提取某一时间段内相关参数的历史检测数据,将该数据集中的最大值作为不确定参数的上界,其最小值作为不确定参数的下界. 此外,为保证置信区间能够覆盖该参数变化的所有可能,对区间的边界值进行滚动更新. 由于参数变化相对平稳,随着系统的运行和边界值的更新,不确定参数的区间会趋于恒定,且区间宽度不会太大.

2) 基于预估模型的区间获取方法. 当不确定参数随时间变化的幅度较大时,若仍采用基于数据统计的方法获取置信区间,其区间长度将会过大,从而增加优化问题求解的复杂度,因此可以采用基于预估模型的区间获取方法. 该方法的基本思想如下: 首先,利用由不确定参数的历史数据组成的时间序列,建立不确定参数变化趋势时间序列预测模型;然后,以预测结果为中心值,补偿一个合适的变化幅度,从而获取具有较小区间长度的合理置信区间. 在基于预估模型的区间获取方法中,不确定区间的合理性取决于预估模型的精确度. 通常,对于线性的时间序列可采用自回归模型、滑动平均模型、自回归滑动平均模型等传统的时间序列预测模型进行预估,对于非线性的时间序列,可采用基于神经网络、混沌理论等方法进行估计.

根据上述方法,通过分析  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $b_0$ ,  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $b_3$ ,  $b_4$  的历史拟合数据,可确定其变化区间. 在保证锌产品的质量和产量的前提下,为优化直流电费,结合模型参数的不确定特征,建立锌电解过程中的分时供电优化模型<sup>[36]</sup>如下所示:

$$\min_{x} f(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}) = \sum_{i=1}^{4} PW_{i} \times T_{i} \times P_{i} + J_{0};$$
s.t. 
$$g(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}) = \sum_{i=1}^{4} \sum_{j=1}^{7} q \times Dl_{ij} \times \eta_{ij} \times T_{i} = G_{0},$$

$$PW_{i} = \sum_{j=1}^{7} V_{ij} \times Dl_{ij} \times N_{j},$$

$$Dl_{ij} = DK_{ij} \times B_{j} \times S_{0},$$

$$V_{ij} = a_{0} + a_{1} \times Dk_{ij},$$

$$\eta_{ij} = b_{0} + b_{1} \times Dk_{ij} + b_{2} \times Dk_{ij}^{2} + b_{3} \times Dk_{ij}^{3} + b_{4} \times Dk_{ij}^{4},$$

$$\boldsymbol{u} = [a_{0}, a_{1}, b_{0}, b_{1}, b_{2}, b_{3}, b_{4}],$$

$$\boldsymbol{u} \in [\boldsymbol{u}] = [\underline{\boldsymbol{u}}, \overline{\boldsymbol{u}}] = \boldsymbol{u}_{c} \pm \Delta \boldsymbol{u},$$

$$\underline{\boldsymbol{x}} \leqslant \boldsymbol{x} \leqslant \overline{\boldsymbol{x}}.$$
(16)

式(16)中,各符号定义如下:

x: 决策变量,表示电流密度;

u:不确定参数,表示模型拟合参数;

[u]:表示不确定参数的变化区间;

 $PW_i$ :在第i时段的电力负荷(kW);

 $T_i$ :第i时段的的电解时间;

 $P_i$ :第i时段的电价(\(\forall /kWh\));

 $V_{ij}$ : 第i时段第j生产系列的槽电压(**V**),  $a_0$ 和 $a_1$ 为采用递归最小二乘法获得的系数;

 $Dl_{ij}$ :第i时段第j生产系列的电解电流(A);

 $N_i$ :第j生产系列的电解槽个数;

 $B_i$ :第j生产系列的阴极板数;

 $S_0$ : 每块阴极板的截面积( $\mathbf{m}^2$ );

 $G_0$ : 目计划产量(t);

 $\eta_{ij}$ : 第 i 时段第 j 生产系列的电流效率,  $b_0$ ,  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $b_3$  和  $b_4$  为采用递归最小二乘法获得的系数;

q:锌的电化当量(g/Ah);

 $\underline{x}$ : 为避免阴极上的锌溶解, 电流密度所允许的最小值( $A/m^2$ );

変: 根据设备容量和生产要求, 电流密度所允许的最大值(A/m²);

J<sub>0</sub>:湿法炼锌电解过程中的基本电费.

由于锌电解过程中对于用电费用和每日产量都有严格的要求,在上述区间不确定优化问题中,所求得的解应保证在最坏情况(worst case)下依然可以满足生产要求.鲁棒优化方法<sup>[38-40]</sup>常采用基于min max 的策略求解上述问题,因此,锌电解分时供电的不确定优化问题可以转换为如下形式:

$$\min_{\boldsymbol{x}} f(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}) = \sum_{i=1}^{4} PW_{i} \times T_{i} \times P_{i} + J_{0};$$
s.t.  $\eta_{g} \leqslant g_{\text{tolerance}},$ 

$$\eta_{f} \leqslant f_{\text{tolerance}},$$

$$\underline{\boldsymbol{x}} \leqslant \boldsymbol{x} \leqslant \overline{\boldsymbol{x}},$$

$$\eta_{g} = \max_{\boldsymbol{u} \in [\boldsymbol{u}]} |g(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}) - G_{0}|,$$

$$\eta_{f} = \max_{\boldsymbol{u} \in [\boldsymbol{u}]} |f(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}) - J(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}_{c})|,$$

$$[\boldsymbol{u}] = \boldsymbol{u}_{c} \pm \Delta u.$$
(17)

其中:  $\eta_g$  为约束条件的鲁棒性指标,  $\eta_f$  为目标函数的鲁棒性指标;  $g_{\text{tolerance}}$  为锌电解工厂每日对生产量的容忍度指标,  $f_{\text{tolerance}}$  为锌电解工厂日常对用电费用的容忍度指标. 由式(17)可知,上述优化问题为嵌套优化问题,即外部为 min 问题,目的在于优化决策变量,内部为 max 问题,目的在于寻找最坏情况下的不确定参数值.

为求解上述优化问题,采用基于泰勒展开<sup>[41-42]</sup>的方法将内部 max 问题简化,并利用一种新型的全局优化算法——状态转移算法<sup>[43-44]</sup>对外部优化问题 (min 问题)进行求解.

实验结果显示,当优化模型中参数存在不确定区间波动时,采用上述不确定优化处理策略所得到的结果可以基本满足生产要求,提高目标函数和约束条件的鲁棒性指标,对于实际工业应用而言,上述方法可以增强产品的稳定性,降低不确定因素带来影响.

表 2 实验结果对比

优化方法	算法	目标函数 的满意度/%	约束条件 的满意度/%
确定优化	STA	78.62	88.05
不确定优化	STA+Taylor expansion	99.39	96.01

## 5 总结与展望

本文从有色冶金过程生产条件、反应特性和工艺要求出发,分析了不确定性对实际工业过程优化运行的重要影响,总结了不确定性的典型表现形式,并对不确定优化问题进行了描述,并以氧化铝生料浆配料过程、湿法炼锌除铜过程以及锌电解分时供电过程等典型有色冶金过程为例进行具体分析,介绍了不同特征下的不确定优化方法. 然而,由于有色冶金生产过程缺乏统一、高效和智能化的信息系统支撑,存在大量的信息丢失和不完备的问题,对于不确定性的属性认知及数学描述存在一定偏差,不确定优化方法仍难以完全保证生产的高效稳定运行.

随着智能制造的不断推进,大数据、云计算、物联网等技术逐步应用于有色金属企业中的生产、管理和服务等领域,为冶金过程的智能分析与优化决策提供了很好的支撑平台[45-46]. 在大数据背景下,如何通过数据挖掘、知识自动化等技术提出更切合实际问题的不确定优化方法,在有色冶金过程中值得进一步深入研究. 该问题的解决必将进一步促进有色冶金过程的高效绿色生产,推动有色金属智能制造的实施.

#### 参考文献(References)

[1] 周晓君, 阳春华, 桂卫华. 全局优化视角下的有色冶金过程建模与控制[J]. 控制理论与应用, 2015, 32(9): 1158-1169.

(Zhou X J, Yang C H, Gui W H. Modeling and control of nonferrous metallurgical processes on the perspective of global optimization[J]. Control Theory & Applications, 2015, 32(9): 1158-1169.)

[2] Pistikopoulos E N. Uncertainty in process design and operations[J]. Computers & Chemical Engineering, 1995,

- 19(1): 553-563.
- [3] Li Z K, Ierapetritou M. Process scheduling under uncertainty: Review and challenges[J]. Computers & Chemical Engineering, 2008, 32(4/5): 715-727.
- [4] 孙备,张斌,阳春华,等.有色冶金净化过程建模与优化控制问题探讨[J].自动化学报,2017,43(6):880-892.
  - (Sun B, Zhang B, Yang C H, et al. Discussion on modeling and optimal control of nonferrous metallurgical purification process[J]. Acta Automatica Sinica, 2017, 43(6): 880-892.)
- [5] 桂卫华, 阳春华, 陈晓方, 等. 有色冶金过程建模与 优化的若干问题及挑战[J]. 自动化学报, 2013, 39(3): 197-207.
  - (Gui W H, Yang C H, Chen X F, et al. Modeling and optimization problems and challenges arising in nonferrous metallurgical processes[J]. Acta Automatica Sinica, 2013, 39(3): 197-207.)
- [6] 桂卫华, 阳春华. 复杂有色冶金生产过程智能建模、控制与优化[M]. 北京: 科学出版社, 2010: 1-6. (Gui W H, Yang C H. Intelligent modeling, control and optimization of complex nonferrous metallurgical Process[M]. Beijing: Science Press, 2010: 1-6.)
- [7] 程志强, 戴连奎, 孙优贤. 区间参数不确定系统优化的可行性分析[J]. 自动化学报, 2004, 30(3): 455-459. (Cheng Z Q, Dai L K, Sun Y X. Feasibiliy analysis for optimization of uncertain systems with interval parameters[J]. Acta Automatica Sinica, 2004, 30(3): 455-459.)
- [8] Dantzig G B. Linear programming under uncertainty[J]. Management Science, 1955, 1(12S): 197-206.
- [9] Bellman R. Dynamic programming[M]. Oxford: Oxford University Press, 1957: 1-50.
- [10] Charnes A, Cooper W W. Chance-constrained programming[J]. Management Science, 1959, 6(6): 73-79.
- [11] Taguchi G. Performance analysis design[J]. Int J of Production Research, 2007, 16(6): 521-530.
- [12] Bellman R E, Zadeh L A. Decision-making in a fuzzy environment[J]. Management Science, 1970, 17(4): B141-B164.
- [13] Gen M, Cheng R. Optimal design of system reliability using interval programming and genetic algorithms[J]. Computers & Industrial Engineering, 1996, 31(1/2): 237-240.
- [14] Greiner H. Robust optical coating design with evolutionary strategies[J]. Applied Optics, 1996, 35(28): 5477-5483.
- [15] Branke J, Rosenbusch J. New approaches to coevolutionary worst-case optimization[C]. Int Conf

- on Parallel Problem Solving From Nature: PPSN X. Dortmund: Springer-Verlag, 2008: 144-153.
- [16] Deb K, Gupta H. Introducing robustness in multi-objective optimization[J]. Evolutionary Computation, 2014, 14(4): 463-494.
- [17] 王梓坤. 概率论基础及其应用[M]. 北京: 北京师范大学出版社, 2007: 37-42.

  (Wang Z K. Probability theory and its application[M]. Beijing: Beijing Normal University Publishing Group, 2007: 37-42.)
- [18] Lim D, Ong Y S, Lim M H, et al. Single/multi-objective inverse robust evolutionary design methodology in the presence of uncertainty[C]. Evolutionary Computation in Dynamic and Uncertain Environments. Berlin: Springer, 2007: 437-456.
- [19] 刘宝碇. 不确定规划及应用[M]. 北京: 清华大学出版 社, 2003: 138-163. (Liu B D. Uncertain programming and application[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2003: 138-163.)
- [20] Balasubramanian J, Grossmann I E. Scheduling optimization under uncertainty An alternative approach[J]. Computers & Chemical Engineering, 2003, 27(4): 469-490.
- [21] Ong Y S, Nair P B, Lum K Y. Max-min surrogate-assisted evolutionary algorithm for robust design[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2006, 10(4): 392-404.
- [22] Yang C H, Gui W H, Kong L S, et al. Modeling and optimal-setting control of blending process in a metallurgical industry[J]. Computers & Chemical Engineering, 2009, 33(7): 1289-1297.
- [23] 孔玲爽, 阳春华, 王雅琳, 等. 一种解决蕴含不确定性信息的氧化铝配料问题的智能优化方法[J]. 控制理论与应用, 2009, 26(9): 1051-1055.
  (Kong L S, Yang C H, Wang Y L, et al. Intelligent
  - optimization of raw material blending for alumina production with infromation uncertainty[J]. Control Theory & Applications, 2009, 26(9): 1051-1055.)
- [24] Yang C H, Gui W H, Kong L S, et al. Modeling and optimal-setting control of blending process in a metallurgical industry[J]. Computers & Chemical Engineering, 2009, 33(7): 1289-1297.
- [25] 孔玲爽, 阳春华, 朱红求, 等. 基于专家知识的字典序优化决策方法及工业应用[J]. 控制与决策, 2009, 24(12): 1909-1911.
  - (Kong L S, Yang C H, Zhu H Q, et al. Expert-knowledge-based lexicographic order optimal decision method and its industrial application[J]. Control and Decision, 2009, 24(12): 1909-1911.)
- [26] Paenke I, Branke J, Jin Y. Efficient search for robust solutions by means of evolutionary algorithms and

- fitness approximation[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2006, 10(4): 405-420.
- [27] Branke J. Creating robust solutions by means of evolutionary algorithms[J]. Lecture Notes in Computer Science, 1998, 1498: 119-128.
- [28] Wiesmann D, Hammel U, Back T. Robust design of multilayer optical coatings by means of evolutionary algorithms[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 1998, 2(4): 162-167.
- [29] 孔玲爽. 氧化铝生料浆配料过程不确定优化方法研究及应用[D]. 长沙: 中南大学信息科学与工程学院, 2010.
  - (Kong L S. Optimization under uncertainty for the blending process of alumina production and its application[D]. Changsha: School of Information Science and Engineering, Central South University, 2010.)
- [30] Zhang B, Yang C H, Zhu H Q, et al. Kinetic modeling and parameter estimation for competing reactions in copper removal process from zinc sulfate solution[J]. Industrial & Engineering Chemistry Research, 2013, 52(48): 17074-17086.
- [31] Zhang B, Yang C H, Li Y G, et al. Additive requirement ratio prediction using trend distribution features for hydrometallurgical purification processes[J]. Control Engineering Practice, 2016, 46(1): 10-25.
- [32] 张斌. 不确定信息下湿法炼锌除铜过程建模与控制[D]. 长沙: 中南大学信息科学与工程学院, 2016. (Zhang B. Modeling and control of copper removal process of zinc hydrometallurgy with uncertainty[D]. Changsha: School of Information Science and Engineering, Central South University, 2016.)
- [33] Zhang B, Yang C H, Zhu H Q, et al. Evaluation strategy for the control of the copper removal process based on oxidation–reduction potential[J]. Chemical Engineering J, 2016, 284(1): 294-304.
- [34] Zhang B, Yang C H, Zhu H Q, et al. Controllable-domain-based fuzzy rule extraction for copper removal process control[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2017, DOI: 10.1109/TFUZZ.2017.2751000.

[35] 桂卫华,王雅琳,阳春华,等.基于模拟退火算法的锌电

- 解过程分时供电优化调度[J]. 控制理论与应用, 2001, 18(1): 127-130.

  (Gui W H, Wang Y L, Yang C H, et al. Optimal dispatching system of time-sharing power supply for electrolytic zinc process based on sumulated annealing algorithm[J]. Control Theory & Applications, 2001, 18(1): 127-130.)
- [36] Yang C H, Deconinck G, Gui W H. An optimal

- power-dispatching control system for the electrochemical process of zinc based on backpropagation and Hopfield neural networks[J]. IEEE Trans on Industrial Electronics, 2003, 50(5): 953-961.
- [37] Han J, Yang C H, Zhou X J, et al. A two-stage state transition algorithm for constrained engineering optimization problems[J]. Int J of Control, Automation and Systems, 2017, 16(X): 1-13.
- [38] Wu J L, Luo Z, Zhang N, et al. A new interval uncertain optimization method for structures using Chebyshev surrogate models[J]. Computers & Structures, 2015, 146(C): 185-196.
- [39] Wu J L, Luo Z, Zhang N, et al. A Chebyshev meta-model for uncertain optimization of vehicle suspensions[J]. Applied Mathematical Modelling, 2012, 38(15/16): 3706-3723.
- [40] Rehman S U, Langelaar M. Efficient global robust optimization of unconstrained problems affected by parametric uncertainties[J]. Structural & Multidisciplinary Optimization, 2015, 52(2): 319-336.
- [41] Zhou J, Li M. Advanced robust optimization with interval uncertainty using a single-looped structure and sequential quadratic programming[J]. J of Mechanical Design, 2014, 136(2): 021008.
- [42] Li M. Robust optimization using hybrid differential evolution and sequential quadratic programming[J]. Engineering Optimization, 2015, 47(1): 87-106.
- [43] Zhou X J, Yang C H, Gui W H. State transition algorithm[J]. J of Industrial & Management Optimization, 2012, 8(4): 1039-1056.
- [44] 董天雪,阳春华,周晓君,等. 一种求解企业员工指派问题的离散状态转移算法[J]. 控制理论与应用, 2016, 33(10): 1378-1388.
  (Dong T X, Yang C H, Zhou X J, et al. A novel
  - discrete state transition algorithm for staff assignment problem[J]. Control Theory & Applications, 2016, 33(10): 1378-1388.)
- [45] 柴天佑,李少远,王宏. 网络信息模式下复杂工业过程 建模与控制[J]. 自动化学报, 2013, 39(5): 469-470. (Chai T Y, Li S Y, Wang H. Modeling and control for complex industrial processes in networked information[J]. Acta Automatica Sinica, 2013, 39(5): 469-470.)
- [46] 工业和信息化部. 有色金属工业发展规划(2016-2020年)[J]. 有色冶金节能, 2016, 32(6): 1-10. (Ministry of Industry and Information Technology of the People's Republic of China. Development plan of nonferrous metals industry[J]. Energy Saving of Nonferrous Metallurgy, 2016, 32(6): 1-10.)

(责任编辑:郑晓蕾)