



**CENTRALE  
LYON**

ÉCOLE CENTRALE LYON

TRIBOLOGIE ET CONTACTS MÉCANIQUES  
DM4 - CONTACT ADHÉSIF ET FROTTEMENT  
RAPPORT

---

# Analyse des Contacts Adhésifs sur Élastomères Silicone : Modèles de Hertz et JKR

---

*Élèves :*  
Kévin TONGUE

*Enseignant :*  
Hassan ZAHOUANI

9 février 2026

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Théorie</b>	<b>2</b>
2.1	Rayon de contact de Hertz . . . . .	2
2.2	Rayon de contact JKR . . . . .	2
2.3	Coefficient de frottement dû à la déformation . . . . .	2
2.4	Décomposition du coefficient de frottement . . . . .	2
<b>3</b>	<b>Données expérimentales</b>	<b>3</b>
3.1	Paramètres d'indentation . . . . .	3
<b>4</b>	<b>Résultats</b>	<b>3</b>
4.1	Rayons de contact . . . . .	3
4.2	Coefficients de frottement de déformation . . . . .	3
4.3	Coefficient de frottement total . . . . .	3
4.4	Coefficient d'adhérence . . . . .	4
4.5	Visualisation . . . . .	4
4.6	Évolution des efforts en fonction du temps . . . . .	5
<b>5</b>	<b>Discussion</b>	<b>7</b>
5.1	Importance de l'adhésion . . . . .	7
5.2	Influence de la rigidité . . . . .	7
5.3	Comparaison Hertz vs JKR . . . . .	7
<b>6</b>	<b>Conclusion</b>	<b>8</b>
<b>7</b>	<b>Annexe : Formules utilisées</b>	<b>8</b>
7.1	Rayon de contact Hertz . . . . .	8
7.2	Rayon de contact JKR . . . . .	8
7.3	Coefficient de frottement de déformation . . . . .	8
7.4	Coefficient de frottement total . . . . .	8
7.5	Coefficient d'adhérence . . . . .	8

# 1 Introduction

Ce rapport présente l'analyse du contact adhésif entre un indenteur sphérique et des échantillons d'élastomères silicone de différentes rigidités. L'étude compare les modèles de Hertz (contact élastique sans adhésion) et de JKR (Johnson-Kendall-Roberts, avec adhésion) pour le calcul du rayon de contact et du coefficient de frottement.

Trois échantillons ont été testés :

- **Jaune** : silicone de rigidité moyenne ( $E \approx 45$  kPa)
- **Rouge** : silicone le plus rigide ( $E \approx 88$  kPa)
- **Vert** : silicone le plus souple ( $E \approx 21$  kPa)

# 2 Théorie

## 2.1 Rayon de contact de Hertz

Le modèle de Hertz considère un contact purement élastique sans adhésion. Le rayon de contact est donné par :

$$a_{Hertz} = \left( \frac{3FR}{4E^*} \right)^{1/3} \quad (1)$$

où  $F$  est la force normale appliquée,  $R$  le rayon de l'indenteur, et  $E^*$  le module élastique réduit.

## 2.2 Rayon de contact JKR

Le modèle JKR prend en compte l'énergie d'adhésion de surface  $\gamma$ . Le rayon de contact devient :

$$a_{JKR} = \left( \frac{3R}{4E^*} \left( F + 3\pi\gamma R + \sqrt{6\pi\gamma RF + (3\pi\gamma R)^2} \right) \right)^{1/3} \quad (2)$$

Le modèle JKR prédit toujours un rayon de contact plus grand que Hertz en raison de l'effet attractif de l'adhésion.

## 2.3 Coefficient de frottement dû à la déformation

Le coefficient de frottement dû à la déformation (hystérésis) est donné par :

$$\mu_{def} = \frac{4a}{3\pi R} \quad (3)$$

## 2.4 Décomposition du coefficient de frottement

Le coefficient de frottement total peut être décomposé en :

$$\mu_{total} = \mu_{def} + \mu_{adh} \quad (4)$$

où  $\mu_{adh}$  est la composante due à l'adhésion interfaciale.

## 3 Données expérimentales

### 3.1 Paramètres d'indentation

Les mesures d'indentation ont été réalisées avec un indenteur sphérique de rayon  $R = 2$  mm. Le tableau suivant présente les données mesurées pour chaque échantillon :

Échantillon	$F_{max}$ (mN)	$\delta_{max}$ ( $\mu\text{m}$ )	$F_{adh}$ (mN)	$\gamma$ (J/m <sup>2</sup> )	$E$ (Pa)
Jaune	5.12–5.14	179–180	-0.93 à -1.00	0.31–0.33	44000–46000
Rouge	5.20–5.25	115–117	-1.12 à -1.20	0.37–0.40	85000–93000
Vert	5.07–5.15	293–298	-0.63 à -0.66	0.21–0.22	20000–22000

TABLE 1 – Paramètres d'indentation mesurés

## 4 Résultats

### 4.1 Rayons de contact

Les rayons de contact calculés selon les modèles de Hertz et JKR sont présentés dans le tableau suivant :

Échantillon	$a_{Hertz}$ ( $\mu\text{m}$ )	$a_{JKR}$ ( $\mu\text{m}$ )	Ratio JKR/Hertz
Jaune	550–560	880–897	1.60
Rouge	440–452	724–755	1.67
Vert	706–727	1054–1074	1.48

TABLE 2 – Rayons de contact calculés

#### Observations :

- L'échantillon **Vert** (le plus souple) présente les plus grands rayons de contact
- L'échantillon **Rouge** (le plus rigide) présente les plus petits rayons de contact
- Le ratio JKR/Hertz est d'environ 1.5–1.7, confirmant l'importance de l'adhésion

### 4.2 Coefficients de frottement de déformation

Échantillon	$\mu_{def}$ (Hertz)	$\mu_{def}$ (JKR)	Ratio JKR/Hertz
Jaune	0.118	0.189	1.60
Rouge	0.095	0.157	1.65
Vert	0.153	0.226	1.48

TABLE 3 – Coefficients de frottement de déformation

### 4.3 Coefficient de frottement total

Les essais de frottement ont été réalisés avec une vitesse de  $1000 \mu\text{m/s}$  sur une longueur de 5 mm. Le coefficient de frottement total est calculé comme la moyenne du rapport

$|F_t|/F_n$  :

Échantillon	$\mu_{total}$
Jaune	1.80
Rouge	1.89
Vert	1.63

TABLE 4 – Coefficients de frottement total mesurés

#### 4.4 Coefficient d'adhérence

Le coefficient d'adhérence est obtenu par soustraction :  $\mu_{adh} = \mu_{total} - \mu_{def}$

Échantillon	$\mu_{adh}$ (Hertz)	$\mu_{adh}$ (JKR)	% du total (JKR)
Jaune	1.68	1.61	89%
Rouge	1.79	1.73	92%
Vert	1.48	1.40	86%

TABLE 5 – Coefficients d'adhérence calculés

#### 4.5 Visualisation

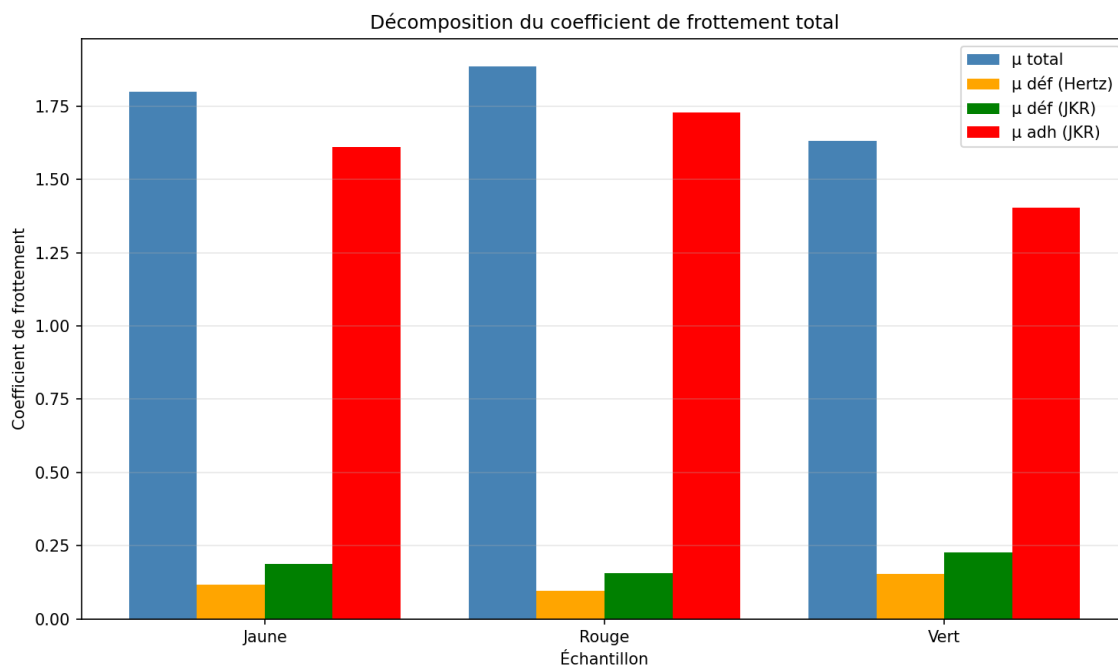


FIGURE 1 – Décomposition du coefficient de frottement total pour les trois échantillons

## 4.6 Évolution des efforts en fonction du temps

Les figures suivantes présentent l'évolution temporelle des efforts de frottement pour les trois échantillons. Les essais ont été réalisés avec une vitesse de glissement de  $1000 \mu\text{m/s}$  sur une longueur de 5 mm, soit une durée totale d'environ 5 secondes.

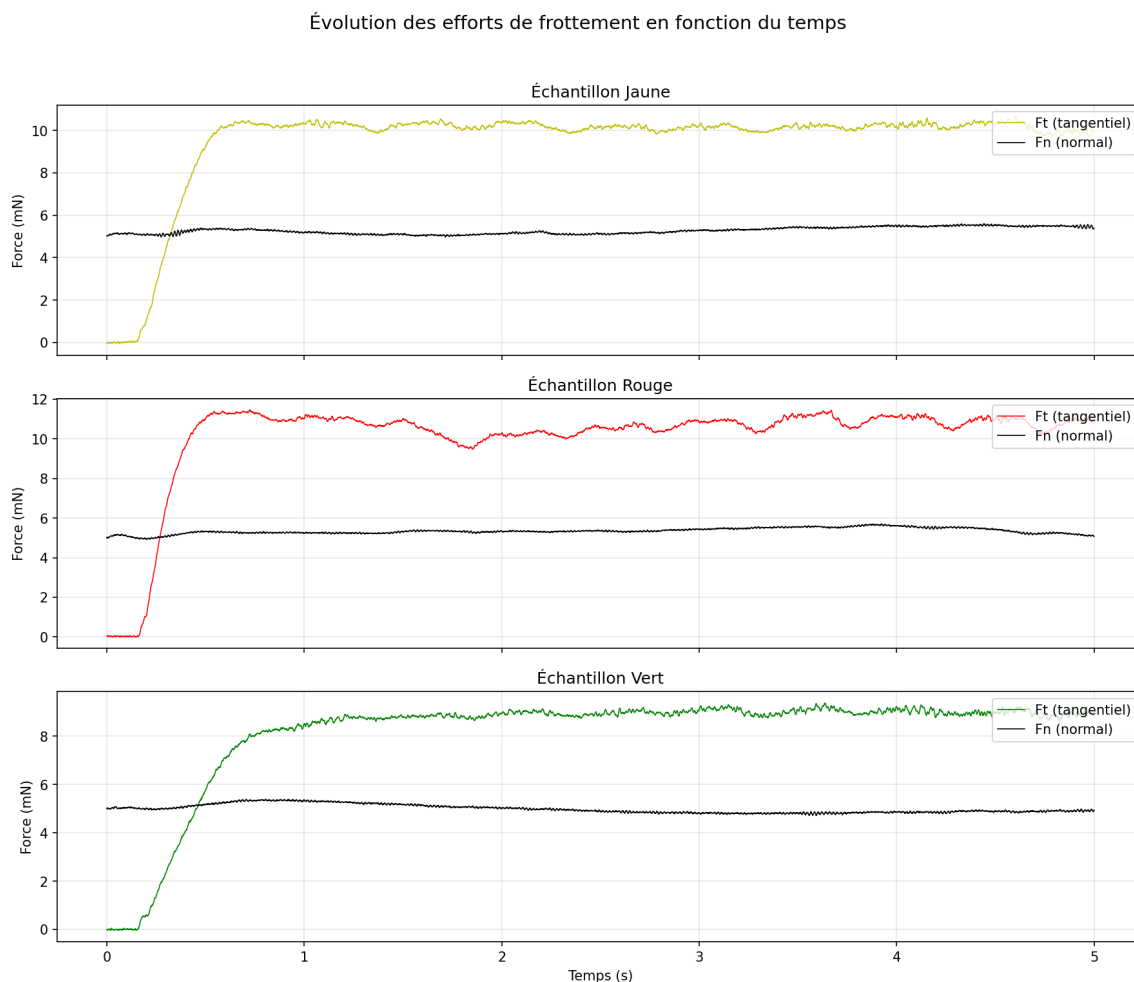


FIGURE 2 – Évolution des efforts tangentiel ( $F_t$ ) et normal ( $F_n$ ) en fonction du temps pour les trois échantillons : Jaune (haut), Rouge (milieu) et Vert (bas)

### Observations :

- L'effort normal  $F_n$  reste relativement stable autour de 5 mN pour les trois échantillons
- L'effort tangentiel  $F_t$  atteint rapidement un régime stationnaire après une phase transitoire initiale
- L'échantillon **Rouge** présente l'effort tangentiel le plus élevé ( $F_t \approx 9\text{--}10 \text{ mN}$ )
- L'échantillon **Vert** présente l'effort tangentiel le plus faible ( $F_t \approx 8 \text{ mN}$ )

Évolution du coefficient de frottement en fonction du temps

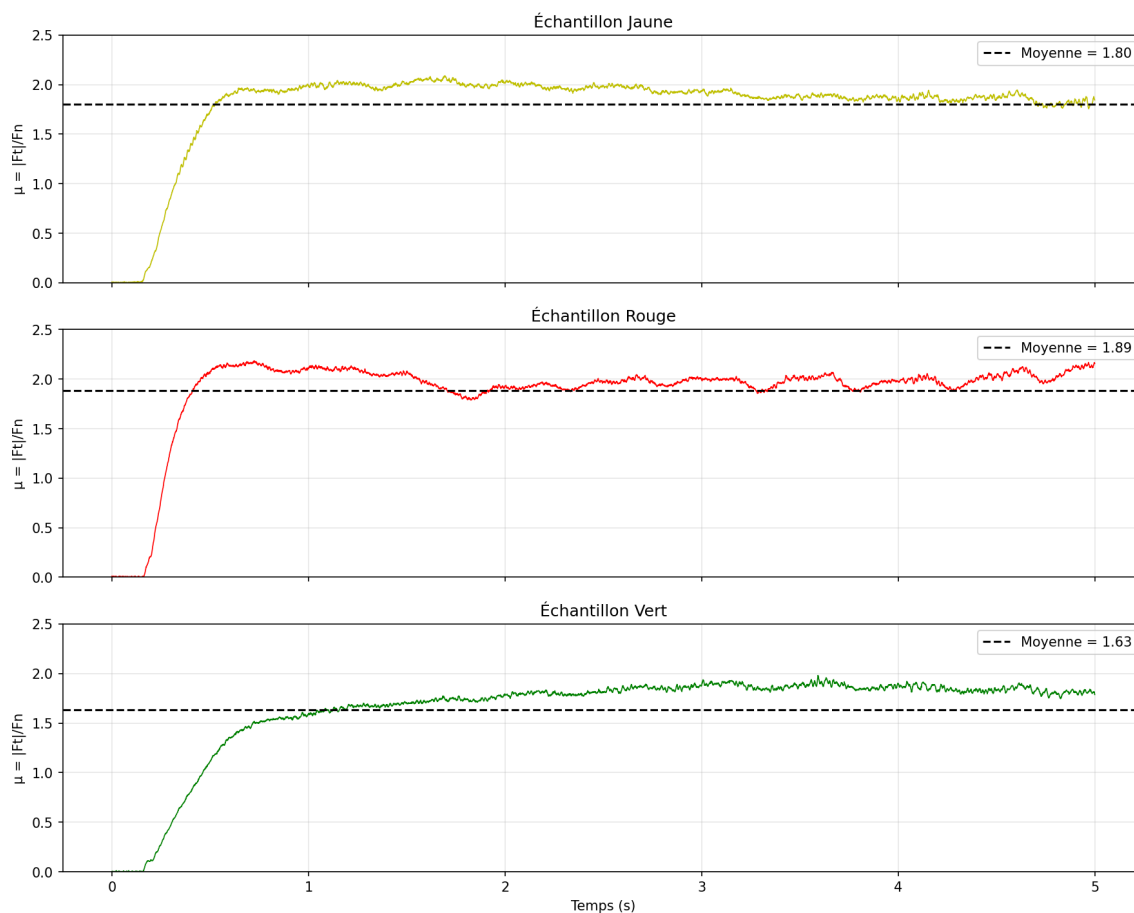


FIGURE 3 – Évolution du coefficient de frottement instantané  $\mu = |F_t|/F_n$  en fonction du temps pour les trois échantillons. La ligne pointillée indique la valeur moyenne.

### Observations :

- Le coefficient de frottement se stabilise rapidement après la phase de mise en charge
- Les fluctuations autour de la moyenne sont faibles, indiquant un glissement stable
- L'échantillon **Rouge** présente le coefficient de frottement moyen le plus élevé ( $\mu \approx 1.89$ )
- L'échantillon **Vert** présente le coefficient de frottement moyen le plus faible ( $\mu \approx 1.63$ )



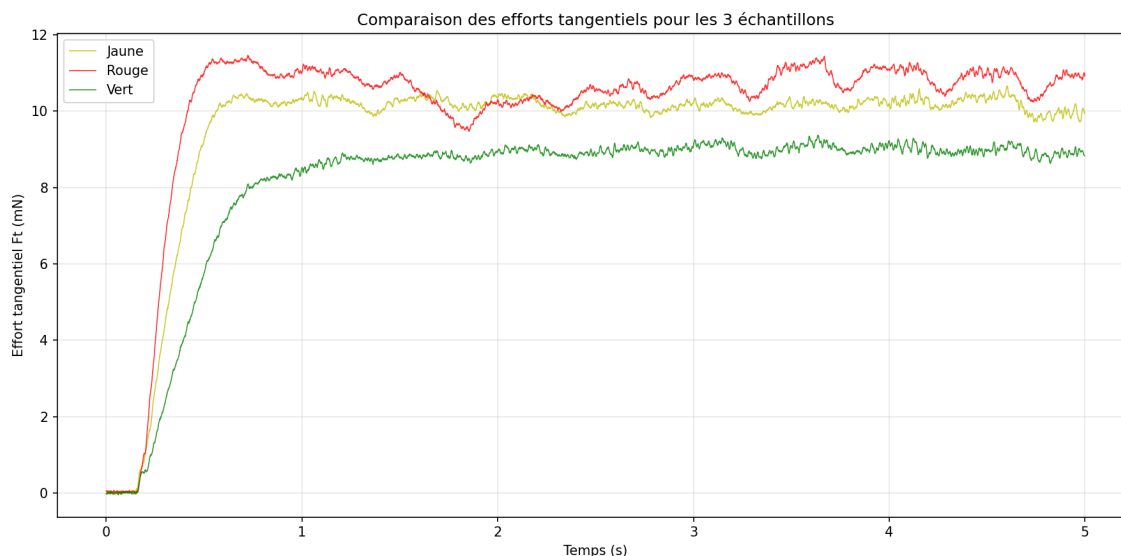


FIGURE 4 – Comparaison des efforts tangentiels pour les trois échantillons sur un même graphique

Cette comparaison directe met en évidence les différences de comportement tribologique entre les trois matériaux. On observe clairement que :

- L'échantillon **Rouge** (le plus rigide) génère les efforts tangentiels les plus importants
- L'échantillon **Jaune** (rigidité intermédiaire) présente un comportement intermédiaire
- L'échantillon **Vert** (le plus souple) génère les efforts tangentiels les plus faibles

## 5 Discussion

### 5.1 Importance de l'adhésion

Les résultats montrent que la composante d'adhésion domine largement le coefficient de frottement total (86–92%). Ceci est caractéristique des élastomères silicone qui présentent une forte adhésion interfaciale.

### 5.2 Influence de la rigidité

Contrairement à l'intuition, l'échantillon le plus rigide (Rouge) présente le coefficient de frottement total le plus élevé. Ceci peut s'expliquer par :

- Une énergie de surface plus élevée ( $\gamma \approx 0.4 \text{ J/m}^2$  vs  $0.2 \text{ J/m}^2$  pour le Vert)
- Une aire de contact réelle plus favorable aux interactions adhésives

### 5.3 Comparaison Hertz vs JKR

Le modèle JKR est plus approprié pour ces matériaux car :

- Les élastomères silicone présentent une forte adhésion
- Le paramètre de Tabor  $\mu_T > 1$  (matériaux souples avec forte adhésion)
- Les rayons de contact mesurés sont mieux prédits par JKR

## 6 Conclusion

Cette étude a permis de caractériser le comportement tribologique de trois élastomères silicone de rigidités différentes. Les principales conclusions sont :

1. Le modèle JKR est indispensable pour prédire correctement le rayon de contact sur ces matériaux adhésifs
2. La composante d'adhésion représente environ 90% du coefficient de frottement total
3. La rigidité seule ne permet pas de prédire le coefficient de frottement ; l'énergie de surface joue un rôle majeur
4. Le coefficient de frottement total varie de 1.6 à 1.9 selon l'échantillon

## 7 Annexe : Formules utilisées

### 7.1 Rayon de contact Hertz

$$a_{Hertz} = \left( \frac{3FR}{4E^*} \right)^{1/3} \quad (5)$$

### 7.2 Rayon de contact JKR

$$a_{JKR} = \left( \frac{3R}{4E^*} \left( F + 3\pi\gamma R + \sqrt{6\pi\gamma RF + (3\pi\gamma R)^2} \right) \right)^{1/3} \quad (6)$$

### 7.3 Coefficient de frottement de déformation

$$\mu_{def} = \frac{4a}{3\pi R} \quad (7)$$

### 7.4 Coefficient de frottement total

$$\mu_{total} = \frac{\langle |F_t| \rangle}{F_n} \quad (8)$$

### 7.5 Coefficient d'adhérence

$$\mu_{adh} = \mu_{total} - \mu_{def} \quad (9)$$