<u>Задача 2</u>

Ур-ие раздел. пов-ти классов k и l:

$$\hat{P}_k(x) = \hat{P}_l(x) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow c_k - \frac{1}{2} x^T \hat{\Sigma}_k^{-1} x + x^T \hat{\Sigma}_k^{-1} \hat{a}_k = c_l - \frac{1}{2} x^T \hat{\Sigma}_l^{-1} x + x^T \hat{\Sigma}_l^{-1} \hat{a}_l$$

c_k, c_l – константы;

$$c_k - c_l - \frac{1}{2} x^T (\hat{\Sigma}_k^{-1} - \hat{\Sigma}_l^{-1}) x + x^T (\hat{\Sigma}_k^{-1} \hat{a}_k - \hat{\Sigma}_l^{-1} \hat{a}_l) = 0$$

$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \hookrightarrow$ $\hat{\Sigma}_k^{-1} = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ c_1 & d_1 \end{pmatrix}$; $\hat{\Sigma}_l^{-1} = \begin{pmatrix} a_2 & b_2 \\ c_2 & d_2 \end{pmatrix}$

$\hat{a}_k = \begin{pmatrix} u_1 \\ v_1 \end{pmatrix}$ $\hat{a}_l = \begin{pmatrix} u_2 \\ v_2 \end{pmatrix}$:

$$(c_k - c_l) - \frac{1}{2} (x_1 \;\; x_2) \begin{pmatrix} a_1 - a_2 & b_1 - b_2 \\ c_1 - c_2 & d_1 - d_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + (x_1 \;\; x_2) \begin{pmatrix} a_1 u_1 + b_1 v_1 - a_2 u_2 - b_2 v_2 \\ c_1 u_1 + d_1 v_1 - c_2 u_2 - d_2 v_2 \end{pmatrix} = 0$$

$$x_1^2 (a_1 - a_2) + x_1 x_2 (c_1 - c_2 + b_1 - b_2) + x_2^2 (d_1 - d_2) - 2\alpha x_1 - 2\beta x_2 = 2(c_k - c_l)$$

<u>I</u> Гипербола: пусть $c_1 = c_2 = b_1 = b_2 = 0$,

тогда $a_1 - a_2 > 0$, $d_1 - d_2 < 0$: $c_k \neq c_l$

$\hat{\Sigma}_k^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\hat{\Sigma}_l^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ $\hat{a}_k = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \hat{a}_l$

<u>II</u> Парабола:

$\hat{\Sigma}_k^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\hat{\Sigma}_l^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\hat{a}_k = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$; $\hat{a}_l = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$

<u>III</u> Параллельные прямые:

$\hat{\Sigma}_k^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\hat{\Sigma}_l^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\hat{a}_k = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \hat{a}_l$

IV Пересекающиеся прямые:

$$\hat{\Sigma}_k^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad \hat{\Sigma}_\ell^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \hat{\theta}_\ell = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \theta_k$$

$C_k = C_\ell$

$C_k - C_\ell = P(k) - P(\ell) + (2\pi)^{n/2}\left[\sqrt{|\Sigma_\ell|} - \sqrt{|\Sigma_k|}\right]$

I Тип: получим

$$x_1^2 - x_2^2 = 2(C_k - C_\ell)$$

$$C_k - C_\ell = P(k) - P(\ell) + (2\pi)^{n/2}\left(\sqrt{\tfrac{1}{2}} - \sqrt{\tfrac{1}{2}}\right) =$$

$\cancel{\hat{\Sigma}_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{2}}$ $|\hat{\Sigma}_k| = \frac{1}{2}$

$|\hat{\Sigma}_\ell| = \frac{1}{2}$

$= P(1) - P(0)$

$\Rightarrow P(1) = 0,6$

$P(0) = 0,4$

II:

$$x_1^2 - 2x_2 = 2(C_k - C_\ell)$$

$C_k - C_\ell = P(k) - P(\ell) + (2\pi)^{n/2}\left(-\sqrt{\tfrac{1}{2}} + 1\right)$ — константа любая

↳ Пусть

$P(k) = 0,5 = P(\ell)$

III: $x_1^2 = 2(C_k - C_\ell)$

$C_k - C_\ell \geq 0$:

$P(k) - P(\ell) + (2\pi)^{n/2} \cdot \left(1 - \sqrt{\tfrac{1}{2}}\right) \geq 0 \Rightarrow$ Пусть

$P(k) = P(\ell) = 0,5$

IV $x_1^2 - x_2^2 = 2(C_k - C_\ell)$

$C_k = C_\ell \Rightarrow P(k) - P(\ell) + (2\pi)^{n/2}\left[\sqrt{\tfrac{1}{2}} - \sqrt{\tfrac{1}{2}}\right] \Rightarrow$

$\Rightarrow P(k) - P(\ell) = 0,5$