

Домашнее задание №6

Тиганов Вадим Игоревич, группа J3212
ИСУ: 467701

Задание 1

Найти производную $y'(x)$, если

$$e^y - e^x + x^2 + y^2 = 0$$

а) Через теорему об обратной функции:

$$F(x, y) = e^y - e^x + x^2 + y^2$$

$$y'_x = -\frac{F'_x}{F'_y}$$

$$F'_x = -e^x + 2x, \quad F'_y = e^y + 2y$$

$$y'_x = -\frac{-e^x + 2x}{e^y + 2y} = \frac{e^x - 2x}{e^y + 2y}$$

б) Через дифференцирование равенства:

Дифференцируем обе части уравнения по x :

$$e^y \cdot y'_x - e^x + 2x + 2y \cdot y'_x = 0$$

Выразим y'_x :

$$\begin{aligned} y'_x(e^y + 2y) &= e^x - 2x \\ y'_x &= \frac{e^x - 2x}{e^y + 2y} \end{aligned}$$

Задание 2

Дана система:

$$\begin{cases} xu + yv - u^3 = 0 \\ x + y + u + v = 0 \end{cases}$$

Найти частные производные в точке $A(1, 0, 1, -2)$:

$$\frac{\partial u}{\partial x}, \quad \frac{\partial u}{\partial y}, \quad \frac{\partial v}{\partial x}, \quad \frac{\partial v}{\partial y}$$

Дифференцируем первое уравнение по x :

$$u + x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial v}{\partial x} - 3u^2 \frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

Дифференцируем первое уравнение по y :

$$x \frac{\partial u}{\partial y} + v + y \frac{\partial v}{\partial y} - 3u^2 \frac{\partial u}{\partial y} = 0$$

Дифференцируем второе уравнение по x :

$$1 + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial x} = 0$$

Дифференцируем второе уравнение по y :

$$1 + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

Подставляем значения из точки $A(1, 0, 1, -2)$:

$$u = 1, v = -2, x = 1, y = 0$$

Решаем систему уравнений:

$$1 + \frac{\partial u}{\partial x} - 3 \frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{2}$$

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{\partial v}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{3}{2}$$

$$1 \cdot \frac{\partial u}{\partial y} - 2 - 3 \frac{\partial u}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = -1$$

$$1 - 1 + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

Ответ:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{2}, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = -1, \quad \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{3}{2}, \quad \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$