

# Computational Intelligence

M. Sc. Andreas Buschermöhle, M. Sc. Jan H. Schoenke

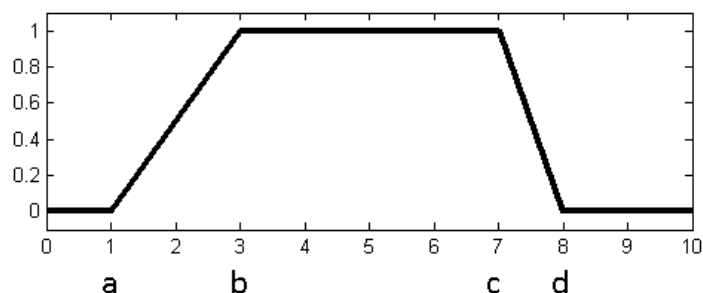
## Übungsblatt 8 - Fuzzy-Systeme I: Fuzzifizierung & Mamdani-Systeme

Abgabe bis Mittwoch, 02.07.2014, 12:00 Uhr

---

In diesem Übungsblatt werden Programme in Matlab geschrieben und grafische Auswertungen vorgenommen, um Mamdani-Fuzzy-Systeme zu untersuchen. Erstellen Sie im Dateiordner Ihrer Gruppe in Stud.IP einen Ordner mit dem Namen **Blatt 8** und laden Sie zu zweit sowohl die m-Files, als auch die fertigen Matlab-Figures mit sinnvoller Achsenbeschriftung rechtzeitig in diesen Ordner hoch. Geben Sie in Vips je nach Aufgabenstellung die textuelle Interpretationen Ihrer Ergebnisse sowie ggf. die Namen der Dateien an, die sich auf die jeweilige Aufgabe beziehen.

---



Auf diesem Übungsblatt werden verschiedene Aspekte von Mamdani-Fuzzy-Systemen untersucht. Als Beispiel dient die textuelle Beschreibung eines Wetter-Wohlfühl-Index (WWI). Dieser soll in den folgenden Aufgaben in ein Mamdani-Fuzzy-System überführt werden, um die automatisierte Auswertung linguistischen Wissens vorzunehmen. Dabei beschränken wir uns bei den Zugehörigkeitsfunktionen der Einfachheit halber auf trapezförmige Zugehörigkeitsfunktionen (siehe Abbildung). Diese lassen sich vollständig durch die Angabe der vier Positionen  $a < b < c < d$  beschreiben.

Es stehen folgende Aussagen zur Verfügung, die den WWI beschreiben:

1. Nasskaltes und klammes Wetter ist furchtbar!
2. Sommer, Sonne und eine leichte Brise sind wunderbar.
3. Große Hitze ist ohne Wind unerträglich.
4. Bei milden Temperaturen lässt es sich immer gut aushalten.
5. Eine schwüle Hitze kann den ganzen Tag verderben.
6. Extrem trockene Luft ist unangenehm.
7. Bei Windstille lässt sich auch ein kälterer Tag noch gut ertragen.
8. Sturm sollte es höchstens an warmen Sommertagen geben dürfen.
9. Bei Kälte und Wind kann man nur auf besseres Wetter warten.
10. Trockene Kälte lässt sich besser aushalten, als nasse Kälte.

### Aufgabe 8.1: Übertragung in Fuzzy-System (10 + 10 + 10 + 5 = 35 P)

In dieser Aufgabe sollen die Aussagen zum WWI in eine Fuzzy-Beschreibung überführt und diese beispielhaft für die Berechnung des WWI in einer bestimmten Situation verwendet werden.

- a) Zunächst müssen die verwendeten Variablen fuzzifiziert werden. Legen Sie hierfür die Fuzzymengen und deren Zugehörigkeitsfunktionen für die Eingaben der Temperatur  $T$  (in °C), der Luftfeuchtigkeit  $H$  (in %) und der Windgeschwindigkeit  $W$  (in km/h) und die Ausgabe des WWI  $I$  fest. Geben Sie dazu die Namen der Fuzzymengen und die jeweiligen Parameter  $a, b, c$  und  $d$  der Zugehörigkeitsfunktion an. Stellen anschließend Sie die Fuzzymengen für  $T, H, W$  und  $I$  in einem  $2 \times 2$  Plot graphisch dar. In jedem einzelnen Subplot sollen zusätzlich zu einer sinnvollen Achsenbeschriftung auch die einzelnen Zugehörigkeitsfunktionen mit ihren jeweiligen Namen beschriftet werden.

- b) Leiten Sie aus dem Text die Regeln in der Form

$$\text{Wenn } T=\dots \text{ und } H=\dots \text{ und } W=\dots, \text{ dann } I=\dots$$

ab, die das Fuzzy-System beschreiben.

Beispiel: Wenn  $T=\text{hoch}$  und  $H=\text{niedrig}$  und  $W=\text{mittel}$ , dann  $I=\text{hoch}$

- c) Bestimmen Sie nun den Wohl-Fühl-Index für einen Tag mit einer Temperatur von 30 °C bei einer Luftfeuchtigkeit von 50 % und einer Windgeschwindigkeit von 3 km/h. Ermitteln Sie dazu zunächst die Zugehörigkeit der Eingabedaten zu den Fuzzymengen und leiten Sie aus diesen die Aktivierungen der Regeln ab. Stellen Sie das Zustandekommen der Ausgabe graphisch dar.
- d) Zur Defuzzifikation sollen vier Methoden verglichen werden: *Left-Of-Maximum*, *Mean-Of-Maximum*, *Right-Of-Maximum* und *Center-Of-Gravity*. Diskutieren Sie die unterschiedlichen Ergebnisse der vier Methoden.

### Aufgabe 8.2: Framework für Mamdani-Systeme (5 + 5 + 30 = 40 P)

In dieser Aufgabe soll ein Matlab-Framework entwickelt werden, mit dem sich Fuzzy-Systeme nach Mamdani auswerten lassen. Der Einfachheit halber werden aber nur Mamdani-Systeme zugelassen, die genau drei Prämissen und genau eine Konklusion haben, also Regeln der Form

$$\text{„Wenn } x = X_1 \text{ und } y = Y_3 \text{ und } z = Z_2, \text{ dann } w = W_2\text{“}.$$

Das Framework soll die dafür notwendige Fuzzy-Inferenz exakt und möglichst elegant durchführen, also ohne Approximation. Dafür sollen die bekannten *function handles* in Kombination mit dem Matlab-Datentyp *cell array* eingesetzt werden (siehe unten).

Formal erlauben wir  $n_x > 0$  Terme für die erste Prämisse,  $n_y > 0$  Terme für die zweite Prämisse,  $n_z > 0$  Terme für die dritte Prämisse und  $n_w$  Terme für die Konklusion. Es gibt also vier unscharfe Variablen, nämlich  $X = \{X_1, \dots, X_{n_x}\}$ ,  $Y = \{Y_1, \dots, Y_{n_y}\}$ ,  $Z = \{Z_1, \dots, Z_{n_z}\}$  sowie  $W = \{W_1, \dots, W_{n_w}\}$ . Die einzelnen Terme sind natürlich jeweils unscharfe Mengen und definiert durch ihre Zugehörigkeitsfunktionen. Sie bilden das konzeptionelle Wissen.

Die Terme sind durch  $n_r > 0$  Regeln verknüpft, die in Form einer Wissensbasis vorliegen, also dem operativen Wissen. Jede Regel wird in diesem Fall repräsentiert als Zeile einer Matrix  $R^{(n_r, 4)}$ . Eine solche Zeile besteht aus vier natürlichen Zahlen. Die ersten drei geben an, welche Terme der Prämissen für die jeweilige Regel gelten müssen, und die dritte gibt an, welcher Term der Konklusion der Regel zugeordnet ist. Die  $i$ -te Zeile repräsentiert also die folgende Regel:

Regel  $i$ : „Wenn  $x = X_{R(i,1)}$  und  $y = Y_{R(i,2)}$  und  $z = Z_{R(i,3)}$ , dann  $w = W_{R(i,4)}$ ”.

Das Verhalten eines solchen Fuzzy-Systems wird zudem bestimmt von der Inferenzmethode sowie der Defuzzifikationsmethode. Wir beschränken uns hier auf *max-min*-Inferenz bzw. auf *Left-Of-Maximum*-, *Mean-Of-Maximum*-, *Right-Of-Maximum*- und *Center-Of-Gravity*-Defuzzifikation.

a) Schreiben Sie folgende Matlab-Funktion

```
function result = trapez(x,p),
```

die eine Trapezfunktion für die Eingaben **x** implementiert, wobei die Parameter des Trapez in **p** übergeben werden mit **p = [a,b,c,d]** (s. Abb. S. 1).

b) Schreiben Sie eine Matlab-Funktion

```
function memb = param2fuzzify(param),
```

welche die Parameter der in Aufgabe 9.1 festgelegten Zugehörigkeitsfunktionen in Matlab **function\_handles** überführt. Im Übergabewert **param** soll die Funktion die Parameter aller Variablen (T,H,W,I) als  $4 \times 1$ -Cell-Array erwarten, wobei die einzelnen Einträge des Cell-Arrays  $n_i \times 4$ -Matrizen mit den Parametern der Trapezfunktionen der einzelnen Fuzzymengen sind, mit  $n_i$  als der Anzahl der Fuzzymengen über der jeweiligen Variable. Als Ausgabe soll ein  $4 \times 1$ -Cell-Array erzeugt werden, dessen einzelne Einträge selbst  $n_i \times 1$ -Cell-Arrays sind und die **function\_handles** der Zugehörigkeitsfunktionen der einzelnen Fuzzymengen der jeweiligen Variablen enthalten.

c) Schreiben Sie nun eine Matlab-Funktion zur Auswertung eines Mamdani-Fuzzy-Systems:

```
function out = mamdani(input,fuzzify,ruleBase,defuzzify,range,defuzzyRes)
```

Die Eingaben **input** werden als  $nrData \times 3$ -Matrix übergeben. Für die Fuzzifizierung der Eingaben soll in **fuzzify** das Cell-Array der **function\_handles** aus Aufgabenteil b) verwendet werden. Die Regelbasis **ruleBase** wird als  $nrRules \times 4$ -Matrix übergeben und enthält die Indizes der Fuzzymengen der einzelnen Variablen für die Prämissen und die Konklusion. Die Auswahl der Methode zur Defuzzifizierung wird in **defuzzify** als String übergeben.

Für die Auswertung müssen zunächst die Eingaben fuzzifiziert werden, um aus den Aktivierungen der Fuzzymengen die Aktivierung der Prämissen der Regeln bestimmen zu können. Anschließend wird mittels der Regelbasis und Fuzzy-Inferenz die Konklusion bestimmt und diese schließlich defuzzifiziert. Die Auswertung soll dabei bis zum Schritt der Defuzzifikation analytisch exakt sein, also keine Approximationen verwenden. Für die Defuzzifikation wird die Konklusion über dem Wertebereich **range** auf einen gleichmäßigen Raster aus **defuzzyRes** Punkten abgetastet. **range(1)** enthält dabei gerade das Minimum des Wertebereichs und **range(2)** das Maximum. Auf dem so gebildeten Raster der Konklusion wird dann die Ausgabe entsprechend der in **defuzzify** bestimmten Methode gebildet.

**Aufgabe 8.3:****Wetter-Wohlfühl-Index****( 25 P)**

Verwenden Sie Ihr Framework aus Aufgabe 9.2, um das Fuzzy-System, das Sie in Aufgabe 9.1 entworfen haben zu automatisieren. Bestimmen Sie die Kennfläche, die den Wetter-Wohlfühl-Index über die Temperatur, die Luftfeuchtigkeit und den Wind aufträgt. Vergleichen Sie die Kennflächen für die vier Methoden zur Defuzzifikation und interpretieren Sie Ihre Ergebnisse. Nutzen Sie zur Darstellung und zum Vergleich der Kennflächen der verschiedenen Defuzzifikationen einen  $2 \times 2$  Subplot von Slice-Plots und wählen Sie eine sinnvolle Animation der Schnittebenen.