# 第三章 函数的极限与连续

陈颖

北京电子科技学院基础部

- (1)自变量趋近于无穷
- (2)日文里尼近了尼
- (3)左极限和右极限
- (4)函数极限的四则运算
- (5)函数极限的性质
- (6)函数极限存在的条件
- (7)课后习题

### 2.函数的连续性

- (1)连续与间断
- (2)连续函数的性周
- (3)闭区间的连续函数
- (4)一致连续
- (5)课后习是

### 3. 无穷小量与无穷大量

- (1)定义
- (2)无穷小量阶的比较
- (3)渐近线
- (4)课后习题

### 4.各节参考答案

### 1.函数极限

- (1)自变量趋近于无
- (2)自变量趋近于
- (3) 左初明和云初
- (4)函数极限的四则运算
- (5)函数极限的性/
- (7)课后习题

### 2 函数的连续性

- (1) 连续与
- (2)还续函数的作
- (3) 闭区间的建筑函
- (4)一致(
- (3)14448

### 3.无穷小童与无穷 大量

- (1)定义
- (2)无穷小量阶的比较
- (4)#ESS
- (4)课后习题

### 4.各节参考答案

### (1)自变量趋近于无穷

- (2) 七叔明五十叔明
- (3)左极限和右极限
- (4)函数极限的四则运算
- (5)函数极限的性质
- (6)函数极限存在的条件
- (7)课后习题

### 2.函数的连续性

- (1)连续与间断
- (2)连续函数的性质
- (3)闭区间的连续函数
- (4)一致连续
- (5)课后习题

### 3. 无穷小量与无穷大量

- (1)定义
- (2)无穷小量阶的比较
- (3)渐近线
- (4)课后习题

### 4.各节参考答案

### 1 函数极限

## (1)自变量趋近于无穷

- (2)自变量趋近于2
- (2)日文里地址1大
- (4)函数极限的四則:
- (5)函数极限的性
- (6)函数极限存在
- 0 7 40 14 14 14 14 14

### 2.函数的连续性

- (1)还续点
  - (2)连续函数的性
- (3) 团区间的连续函
- (5)证片 (5)
- (5)课后习题

### 3.九为小里与九 大量

- (1)定义
- (2)无穷小量阶的比较
- (4) 湖北 2 2 2 2
- (4)课后习题

### 4.各节参考答案

设A为一常数,若对任意给定的正数 $\varepsilon$ ,总存在一个正数M,使得对于满足不等式|x|>M的一切x,均有

$$|f(x)-A|<\varepsilon$$

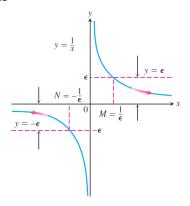
成立,则称A为f(x)当 $x \to \infty$  时的极限,记作  $\lim_{x \to \infty} f(x) = A, \, \text{或} f(x) \to A(x \to \infty).$ 

- (1)白变量超近于无穷 (2)白变量超近于定点 (3)左极限和右极限 (4)函数极限的四则运算 (5)函数极限的性质
  - 2.函数的连续性
  - (1) 连续与间断
  - (3)闭区间的连续函数
- (5)课后3
- 3.无穷小量与无穷
  - 1)定义
- (2)无穷小量阶的比较 (3)渐近线
- (4)课后习题

设A为一常数,若对任意给定的正数 $\varepsilon$ ,总存在一个正数M,使得对于满足不等式|x|>M的一切x,均有

$$|f(x) - A| < \varepsilon$$

成立,则称A为f(x)当 $x \to \infty$  时的极限,记作



### 函数极限

- (1)自变量趋近于无穷 (2)自变量趋近于无穷
  - (3)左极限和右极限
- (4)函数极限的四则运具(5)函数极限的性质(6)五数极限的性质
- つ 正数的连结址
  - (1) 连续与间断
  - (2)连续函数的性质 (3)闭区间的连续函数
- (4)一致3
- 3.无穷小量与无穷
  - (1)定义
- (2)无穷小量阶的比较 (3)渐近级
- (4)课后习题
- 4.各节参考答案

例1.1:证明  $\lim_{x \to \infty} \frac{1}{x} = 0$ .

### 1.函数极限

- (1)自变量趋近于无穷 (2)自变量趋近于无穷
- (2)自变量趋近于
- (3) 左极限和右极限 (A) 조典抗器的如副派
- (5)函数极限的性质
- (7)课后

### 2.函数的连续性

- (1)连约
  - 2)建实函数的性质 3)闭区间的连续函!
- (4)-5
- 3. 无穷小量与无穷
  - 大里
  - (1)定义
  - (2)无穷小量阶的比较
  - (3) 耐坦政 (4) 课后习题
  - 1 久节糸老祭安

例1.1:证明 
$$\lim_{x \to \infty} \frac{1}{x} = 0$$
.

$$|f(x)-0|=|\frac{1}{x}|<\varepsilon,$$

所以

$$\lim_{x\to\infty}\frac{1}{x}=0.$$

- (1)白变量超近于无穷 (2)白变量超近于定点 (3)左极限和右极限 (4)函数极限的四则运算 (5)五数极限的
- (7)课后习题
- 2.函数的连续性
  - (2)连续函数的性质 (3)闭区间的连续函数
- (4)一致3
- 3. 无穷小量与无穷
  - (1)定义
  - (1)足义 (2)无穷小量!
  - (3)渐近线
- (4)课后习题

例1.2:证明  $\lim_{x \to +\infty} \arctan x = \frac{\pi}{2}$ .

### 1.函数极限

- (1)自变量超近于无穷 (2)自变量超近于无穷
- (2)日艾重起近于
- (4)函数极限的四则运算 (5)函数极限的性质
- (5)函数板

### 2.函数的连续性

- (1)连续
  - (2)建块函数的性用 (3)闭区间的连续函
- (4)-55
- 3 无穷小量与无穷

### 大里

- (1)定义
- (2)无穷小量阶的比较
- (4)课后月颢
- 1 久节糸老祭安

例1.2:证明 
$$\lim_{x \to +\infty} \arctan x = \frac{\pi}{2}$$
.

证:任给 $0<\varepsilon<\frac{\pi}{2}, \ \mathbb{R}M=\tan(\frac{\pi}{2}-\varepsilon)$ ,因为 $\arctan x$ 在其定义域内为严格单调递增函数, $\exists x>M$ 时,

$$|f(x) - \frac{\pi}{2}| = \frac{\pi}{2} - \arctan x < \frac{\pi}{2} - (\frac{\pi}{2} - \varepsilon) = \varepsilon,$$

即

$$\lim_{x\to +\infty}\arctan x=\frac{\pi}{2}.$$

- (1)白变量地近于无常 (2)白变量地近于定点 (3)左极限和右极限 (4)函数极限的四侧近算 (5)函数极限的性质 (6)函数极限存在的条件 (7)课后习题
- 2.函数的连续性
- (1)连续与同断 (2)连续函数的性质 (3)闭区间的连续函数
- (5)课后习题
- 3. 无穷小量与无穷
  - (1)定义
  - (2)无穷小量阶的比较 (3)渐近线
- (4)环石刁鸡

例1.3:证明  $\lim_{x \to -\infty} e^x = 0$ .

- (1)自变量趋近于无穷 (2)自变量趋近于定点 (3)左极限和右极限 (4)函数极限的四则近复 (5)函数极限的性质 (6)函数极限的体质
- 2 函数的连续性
- (1)连续与问
  - 2)进项函数的性质 3)闭区间的连续函数
- (4)一致:
- 3. 无穷小量与无穷
  - 人主 (1)点点
  - (1)天义 (2)无穷小量阶的比
  - (3)渐近线(4)误后习题
  - 1 久节糸老祭安

例1.3:证明 
$$\lim_{x\to-\infty}e^x=0$$
.

证:任给 $0 < \varepsilon < 1$ ,取 $M = -\ln \varepsilon$ ,因为 $e^x$ 在其定义域内是严格单调递增函数,当x < -M时,

$$|e^x - 0| = e^x < e^{\ln \varepsilon} = \varepsilon,$$

即

$$\lim_{x\to -\infty}e^x=0.$$

- (1)白变量趋近于无穷 (2)白变量趋近于定点 (3)左极限和右极限 (4)函数极限的四别运算 (5)函数极限的性质 (6)函数极限存在的条件 (7)证产日期
- 2.函数的连续性
- (1)连续与间断 (2)连续函数的性质 (3)闭区间的连续函数
- (5)课后习题
- 3.无穷小量与无穷 大量
  - (1)定义
  - (2)无穷小量阶的比较 (3)渐近线
- 4 各节参考签案

- (1)自变量趋近于无穷
- (2)自变量趋近于定点
- (3)左极限和右极限
- (4)函数极限的四则运算
- (5)函数极限的性质
- (6)函数极限存在的条件
- (7)课后习题

### 2.函数的连续性

- (1)连续与间断
- (2)连续函数的性质
- (3)闭区间的连续函数
- (4)一致连续
- (5)课后习题

### 3. 无穷小量与无穷大量

- (1)定义
- (2)无穷小量阶的比较
- (3)渐近线
- (4)课后习题

### 4.各节参考答案

### 1 函数极限

(1)自变量趋近于无

### (2)自变量超近于定点

- (3)左极限和右极限
- (4)函数极限的短则
- (5)函数极限的性
  (6) 不私权权力力
- (1)11212

### 2.函数的连续性

- (1) 体结与间断
- (2) 连续函数的
- (3)闭区间的连续函
- (4) 一致连续
- (5)课后习题

### 3. 无穷小量与无穷 大量

- (1)定义
- (2)无穷小量阶的比较
- (3)附近线
- (4)课后习题

### 4.各节参考答案

$$|f(x)-A|<\varepsilon$$

成立,则称A为f(x)当 $x \to x_0$  时的极限,记作

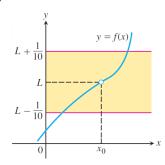
$$\lim_{x\to x_0} f(x) = A, \, \dot{\boxtimes} f(x) \to A(x\to x_0).$$

- (1)自变量超近于无穷 (2)自变量超近于定点 (3)左极限和右极限
- (4)函数极限的四则运算 (5)函数极限的性质
- (7)课后习题
  - 2.函数的连续性
  - (2)连续函数的性质
  - (3) 闭区间的连续函 (4) 一致连续
  - (5)课后习题
  - 3. 无穷小量与无穷 大量
  - (1)定义
  - (2)无穷小量阶的比率(3)渐近线
  - (4)课后习题

$$|f(x) - A| < \varepsilon$$

成立,则称A为f(x)当 $x \to x_0$  时的极限,记作

$$\lim_{x\to x_0} f(x) = A, \, \, \, \sharp f(x) \to A(x\to x_0).$$



### 1.函数极限

- (1)自变量超近于无穷 (2)自变量超近于定点
- (4)函数极限的四则运算 (5)函数极限的性质
- (6)函数极限存在的(7)课后习题

### 2.函数的连续性

- (1)连续与同断(2)连续函数的
- (3) 闭区间的连续函数
- (5)课后习

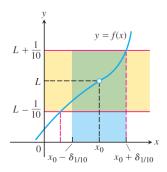
## 3.无穷小量与无穷

- 1)定义
- (2)无穷小量阶的
- (4)课后习题
- 4.各节参考答言

$$|f(x) - A| < \varepsilon$$

成立,则称A为f(x)当 $x \to x_0$  时的极限,记作

$$\lim_{x\to x_0} f(x) = A, \, \dot{\boxtimes} f(x) \to A(x\to x_0).$$



### 1.函数极限

- (1)自变量超近于北穷(2)自变量超近于定点(3)左极限和右极限
- (4)函数极限的四则运算 (5)函数极限的性质
- (7)课后习题

### 2.函数的连续性

- (2)连续函数的性质
- (3)闭区间的连续函数
- (5)课后习

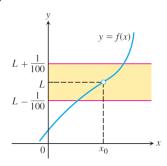
## 3. 无穷小量与无穷

- (1)定义
- (2)无穷小量5
- (3)新近线(4)课后习题
- (4) 珠石刁鸡

$$|f(x) - A| < \varepsilon$$

成立,则称A为f(x)当 $x \to x_0$  时的极限,记作

$$\lim_{x\to x_0} f(x) = A, \, \dot{\mathfrak{A}}f(x) \to A(x\to x_0).$$

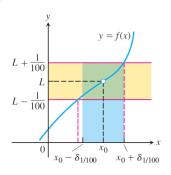


- (1)自变量趋近于无穷 (2)自变量趋近于定点
- (3)左极限和右极限
- (5)函数极限的性质 (6)函数极限存在的各
- 2 亚北丛法林址
  - 2. 函数的连续性
  - (2)连续函数的性质
  - (4)一致连续
  - 3. 无穷小量与无
  - 大重 (1)まま
  - (1)定义(2)无穷小量阶
  - (3)渐近线(4)课后习题
- 4.各节参考答案

$$|f(x) - A| < \varepsilon$$

成立,则称A为f(x)当 $x \to x_0$  时的极限,记作

$$\lim_{x\to x_0} f(x) = A, \, \dot{\mathfrak{A}}f(x) \to A(x\to x_0).$$



### 1.函数极限

- (1)自变量趋近于无穷 (2)自变量趋近于定点 (2)
- (4)函数极限的四则运算 (5)函数极限的性质
- (7)课后习题

### 2.函数的连续性

- (1)连续与间断(2)连续函数的性质
- (3)闭区间的连续函数 (4)一致连续
- (5)课后习:

## 3. 无穷小量与无穷

- (1)定义
- (2)无穷小量阶的比
- (4)课后习题
- 4.各节参考答案

例1.4:证明 
$$\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{x+1}-\sqrt{2}}{x-1} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$$
.

### (2)自变量趋近于定点

例1.4:证明 
$$\lim_{x \to 1} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{2}}{x-1} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$$
.

证:对任给的 $\varepsilon > 0$ ,取 $\delta = \varepsilon$ ,那么

$$|\frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{2}}{x-1} - \frac{1}{2\sqrt{2}}| = |\frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{2}} - \frac{1}{2\sqrt{2}}|$$

$$= |\frac{\sqrt{2} - \sqrt{x+1}}{2\sqrt{2}(\sqrt{x+1} + \sqrt{2})}|$$

$$= \frac{|x-1|}{2\sqrt{2}(\sqrt{x+1} + \sqrt{2})^2}$$

$$< |x-1| < \delta = \varepsilon$$

所以

$$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x+1}-\sqrt{2}}{x-1}=\frac{1}{2\sqrt{2}}$$

1 涵粉极限

(1)自变量趋近于无穷 (2)自变量趋近于定点 (3)左极限和右极限

(4)函数极限的四則运 (5)函数极限的性质

2 2 26 26 4 25 36

(1)连续与同断 (2)连续函数的性质 (3)闭区间的连续函数

(5)课后习题

3. 无穷小量与无穷 大量

> (1)定义 (2)无穷小量阶台

(3)渐近线 (4)课后习题

1 久节糸老笠:

例1.5:证明 
$$\lim_{x \to x_0} x^2 = x_0^2$$
.

(2)自变量趋近于定点

例1.5:证明 
$$\lim_{x \to x_0} x^2 = x_0^2$$
.

证:对任给的
$$\varepsilon>0$$
,取 $\delta=\min\{1,\frac{\varepsilon}{1+2|\mathbf{x}_0|}\}$ ,那么

$$|x^{2} - x_{0}^{2}| = |x + x_{0}||x - x_{0}|$$

$$< (|x| + |x_{0}|)|x - x_{0}|$$

$$< (1 + 2|x_{0}|)|x - x_{0}|$$

$$< \varepsilon$$

所以,

$$\lim_{x \to x_0} x^2 = x_0^2.$$

### 1.函数极限

- (1)自变量超近于无穷 (2)自变量超近于定点
- (3)左极限和石极限 (4)函数极限的四则运算
  - (5)函数极限的性质 (6)函数极限存在的条件
- 7 10 13 15 15 15

### 2.函数的连续性

- (2)连续函数的性
- (3)闭区间的连续函数 (4)一致连续 (5)加工公司

## 3. 无穷小量与无穷

### (1) 8 4

- (1)定义 (2) 形容小
- (3)渐近线
- (4)课后习题
- 4.各节参考答案

- (1)自变量趋近于无穷
- (2)自变量趋近于定点

## (3)左极限和右极限

- (4)函数极限的四则运算
- (5)函数极限的性质
- (6)函数极限存在的条件
- (7)课后习题

### 2.函数的连续性

- (1)连续与间断
- (2)连续函数的性质
- (3)闭区间的连续函数
- (4)一致连续
- (5)课后习题

### 3. 无穷小量与无穷大量

- (1)定义
  - (2)无穷小量阶的比较
- (3)渐近线
- (4)课后习是

### 4.各节参考答案

### 1 涵粉极限

- (1)自变量趋近于无
- (2)自变量趋近于2
- (3)左极限和右极限
- (4)函数极限的公则:
- (6)函数极限存在
- (7)珠石习起

### 2.函数的连续性

- (1)连续
  - (2)还获函数的性
    (2)每日日日日日
- (4)一致连约
- (5)课后习录

## 3.无穷小量与无穷

- (1)定义
  - (2)无穷小量阶的
- (4)课后习题
- (4) KH 178
- 4.各节参考答案

$$\lim_{x \to x_0^{-}} f(x) = f(x_0^{-0}) = A$$

### 1 派粉椒眼

- (1)自变量趋近于无效
- (2)自变量趋近于定
- (3)左极限和右极限 (4)函数极限的四则运
- (6)函数极限存在的

### 2 函数的连续性

- (1)连续
  - (2)连续函数的性质 (3)团页间的运绘函数
- (4)一致
- (5)课后

## 3. 无穷小量与无穷

- /41/201
- 1)定义 2)无穷小量阶的比率
- (3)渐近线 (4)谬丘贝斯
- (4)课后习题

$$\lim_{x \to x_0^-} f(x) = f(x_0^{-0}) = A$$

▶ 右极限

$$\lim_{x \to x_0^+} f(x) = f(x_0^{+0}) = A$$

### 1 派粉椒即

- (1)自变量趋近于无穷
- (2)自变量趋近于定/
- (3)左极限和右极限 (4)函数极限的四则运算 (5)函数极限的性质
- (1)14411
- Z. 四 奴 旳 迁;
  (1) + 4 + 6 + 6 +
  - 2)连续函数的性质 3)闭区间的连续函数
- (4)一致进 (5)课日5
- 3. 无穷小量与无穷
- (1) ≈ x
- 1)定义 2)无穷小量阶的比较 3)渐近级
- (4)课后习题

$$\lim_{x \to x_0^-} f(x) = f(x_0^{-0}) = A$$

▶ 右极限

$$\lim_{x \to x_0^+} f(x) = f(x_0^{+0}) = A$$

▶ 双侧极限存在的充要条件是两个单侧极限存在且相等,即

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = A \iff f(x_0^{-0}) = A = f(x_0^{+0})$$

### 1.函数极限 (1)自变量超近于无穷 (2)自变量超近于定点 (3)左极限和右极限 (4)函数极限的回则运算

(4)函数极限的四則运算 (5)函数极限的性质 (6)函数极限存在的条件 (7)课后习题

2.函数的连续性

(1)连续与同断
 (2)连续函数的性质
 (3)闭区间的连续函数
 (4)一份体验

(5)课后习题

(1)定义 (2)无穷小量阶的比较 (3)渐近线

4.各节参考答案

$$\lim_{x \to x_0^-} f(x) = f(x_0^{-0}) = A$$

▶ 右极限

$$\lim_{x \to x_0^+} f(x) = f(x_0^{+0}) = A$$

▶ 双侧极限存在的充要条件是两个单侧极限存在且相等,即

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = A \iff f(x_0^{-0}) = A = f(x_0^{+0})$$

$$y = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1, & x \ge 0 \end{cases}$$

1 派数极限

- (1)自变量趋近于无穷(2)自变量趋近于定点
- (3)左极限和右极限 (4)函数极限的四则运算
  - (5)函数极限的性质(6)函数极限存在的条(7)课后习题
- 2.函数的连续性
- 1)连续与问断 2)连续函数的性质
- (3)用区间的连续函数 (4)一致连续
- 3. 无穷小量与无穷
- (1)定义(2)无穷小量阶的比率
- (3)渐近线 (4)课后习题
- 4.各节参考答案

$$\lim_{x \to x_0^-} f(x) = f(x_0^{-0}) = A$$

▶ 右极限

$$\lim_{x \to x_0^+} f(x) = f(x_0^{+0}) = A$$

▶ 双侧极限存在的充要条件是两个单侧极限存在且相等,即

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = A \iff f(x_0^{-0}) = A = f(x_0^{+0})$$

$$y = \begin{cases} \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

1 派数极限

- (1)自变量趋近于无穷(2)自变量趋近于无穷
- (3)左极限和右极限 (4)函数极限的四则运算
- (4)函数极限的四则运用 (5)函数极限的性质 (6)函数极限存在的条件 (7)课户 2 题
- 2.函数的连续性
- (1)连续与同断 (2)法独立组织基础
- (3)闭区间的连续函数
- 3. 无穷小量与无穷
- (1)定义 (2)无穷小量阶的比
- (3)渐近线 (4)课后习题
- 4.各节参考答案

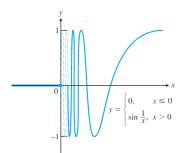
$$\lim_{x \to x_0^-} f(x) = f(x_0 - 0) = A$$

▶ 右极限

$$\lim_{x \to x_0^+} f(x) = f(x_0 + 0) = A$$

▶ 双侧极限存在的充要条件是两个单侧极限存在且相等,即

$$\lim_{x\to x_0} f(x) = A \Longleftrightarrow f(x_0-0) = A = f(x_0+0)$$



1 函数极限

- (1)自变量趋近于无3(2)自变量趋近于定。
- (3)左极限和右极限
- (4)函数极限的四则运 (5)函数极限的性质 (6)函数极限存在的条
- 2.函数的连续性
- (1)连续与间断(2)连续函数的性质
- (3)闭区间的连续函数(4)一致连续
- 3. 无穷小量与无穷
  - (1)定义 (2)无穷小量阶的比
- (2)元分小量所可比 (3)渐近线 (4)课后习题
- 4.各节参考答案

例1.6:证明  $\lim_{x\to\infty} \arctan x$  不存在.

### 1.函数极限

- (1)自变量趋近于无3(2)自变量趋近于无3
- (2)自变量趋近于:
- (3)左极限和右极限
- (5)函数极限的性质 (6)函数极限存在的各
- (7)课后习题

### 2.函数的连续性

- (1)连续
  - (2)团区间的连续函数
- (4)-3
- (5)课后习题

## 3. 无穷小量与无穷

- (1)000
- (1)定义
- (2)无穷小量阶的比较
- (4)课后习题
- 1 久节糸老祭安

例1.6:证明  $\lim_{x\to\infty}$  arctan x 不存在.

证:

$$\lim_{x\to +\infty} \arctan x = \frac{\pi}{2},$$
 
$$\lim_{x\to -\infty} \arctan x = -\frac{\pi}{2},$$

左右极限不相等,所以  $\lim_{x\to\infty}$  arctan x 不存在.

### 1.函数极限

- (1)自变量趋近于无穷
- (2)自变重超近于定。
- (4)函数极限的四则运算 (5)函数极限的四则运算
- (5)函数极限的性质 (6)函数极限存在的条件

### 2 承粉的连续胜

- (1)连续与问断
  - (3) 闭区间的连续函数
- (5)课后

## 3. 无穷小量与无穷

### 大里 (1)ます

- (1)定义
- 2)无穷小量阶的; 2)亦派《
- (4)课后习题
- A 久节糸老父宏

例1.6:证明  $\lim_{x\to\infty}$  arctan x 不存在.

证:

$$\lim_{x\to +\infty} \arctan x = \frac{\pi}{2},$$
 
$$\lim_{x\to -\infty} \arctan x = -\frac{\pi}{2},$$

左右极限不相等,所以  $\lim_{x\to\infty}$  arctan x 不存在.

例1.7:证明  $\lim_{x\to 0} e^{\frac{1}{x}}$ 不存在.

### 1.函数极限

- (2)自变量超近于定点
- (3)左极限和右极限 (4)函数极限的四则运算 (5)函数极限的性质
- (7)课后习题

### 2.函数的连续性

- (3)闭区间的连续函数(4)一致连续
- (5)课后3

## 3. 无穷小量与无穷

人里 (1)定义

- 1)足又 2)无穷小量8
- 新近线
   4)课后习题
- (4)採后习题

例1.6:证明 lim arctan x 不存在.

证:

$$\lim_{x\to +\infty} \arctan x = \frac{\pi}{2},$$
 
$$\lim_{x\to -\infty} \arctan x = -\frac{\pi}{2},$$

左右极限不相等,所以 lim arctan x 不存在.

例1.7:证明  $\lim_{x\to 0} e^{\frac{1}{x}}$ 不存在.

解:

$$\lim_{x\to 0^+}e^{\frac{1}{x}}=+\infty,$$

所以 $\lim_{x\to 0} e^{\frac{1}{x}}$  不存在.

1.函数极限

- (1)目交重超近于尤为 (2)自变量超近于定点
- (3)左极限和右极限 (4)函数极限的四则运算 (5)函数极限的性质
- (5)函数极限的性质(6)函数极限存在的
- 2 函数的连续性
- (1) 注绘与问断
  - (2)连续函数的性质 (3)闭区间的连续函数
  - (4)一致连续
  - (5)课后

3. 左贺小童与左贺 大量

- (1)定义
- (1)人人 (2)无穷小量阶
- 3)渐近线
   4)课后习题
- (4)课后习题
- 4.各节参考答案

- (1)自变量趋近于无穷
- (2)目发里起处丁足以
- (3)左极限和右极限

## (4)函数极限的四则运算

- (5)函数极限的性质
- (6)函数极限存在的条件
- (7)课后习题

### 2.函数的连续性

- (1)连续与间断
- (2)连续函数的性质
- (3)闭区间的连续函数
- (4)一致连续
- (5)课后习题

### 3. 无穷小量与无穷大量

- (1)定义
- (2)无穷小量阶的比较
- (3)渐近线
- (4)课后习题

### 4.各节参考答案

- 1 函数极限
- (1)自变量超近于九
   (2)白赤旱益近五中
- (2)日艾重起近于

### (4)函数极限的四则运算

- (5)函数极限的性质
- (6)函数极限存在的
- (-)-----

### 2.函数的连续性

- (1)连续与间断
- (2) 连续函数的
- (3)闭区间的连续函
- (4) 一致连续
- (5)课后习题

### 3. 太穷小童与太务 大量

- (1)定义
  - (2)无穷小量阶的比
  - (3)渐近线
- (4)课后习题

### 4.各节参考答案

如果
$$\lim_{x\to x_0} f(x) = A$$
,  $\lim_{x\to x_0} g(x) = B$ ,那么

- (1)自变量趋近于无穷 (2)自变量趋近于定点
- (4)函数极限的四则运算
  - (5)函数极限的性质 (6)函数极限存在的
- 6 7 to 11 st 12 11

### 2.函数的连续性

- (2)连续函数的性
  - (3) 闭区间的连续函数
- (5)课后

## 3. 无穷小量与无穷

- (1) g g
- (1) 之人
  (2) 无穷小量阶的比较
- (3)渐近线 (A)湿片口斯
- 1 久节糸老公安

如果
$$\lim_{x \to x_0} f(x) = A$$
,  $\lim_{x \to x_0} g(x) = B$ ,那么

$$\lim_{x\to x_0} (f(x)\pm g(x)) = A\pm B;$$

- (1)自变量超近于无穷 (2)自变量超近于定点 (3)左极限和右极限
- (4)函数极限的四则运算 (5)函数极限的性质
- (7)课后习题

### 2.函数的连续性

- (1)连续与问断(2)连续函数的性
- (3)闭区间的连续函数 (4)一致连续

## 3. 无穷小量与无穷

- (1) 8 4
- (1)足叉 [2]无穷小量阶的比较 [2]滋证66
- (4)课后习题

如果
$$\lim_{x \to x_0} f(x) = A$$
,  $\lim_{x \to x_0} g(x) = B$ ,那么

- $\lim_{x\to x_0} (f(x)\pm g(x)) = A\pm B;$
- $\lim_{x\to x_0} (f(x)\cdot g(x)) = A\cdot B;$

- (1)自变量超近于无穷 (2)自变量超近于定点 (3)左极限和右极限
- (4)函数极限的四则运算 (5)函数极限的性质
- (7)课后习题

### 2.函数的连续性

- (1)连续与印(2)连续函差
  - (3)闭区间的连续函数 (4)一致连续
- (5)课后

## 3.无穷小量与无穷

- (1)定义
- (1)天义 (2)无穷小量阶的比较 (2)如 5 6
- (4)课后习题

如果
$$\lim_{x \to x_0} f(x) = A$$
,  $\lim_{x \to x_0} g(x) = B$ ,那么

- $\lim_{x\to x_0} (f(x)\pm g(x)) = A\pm B;$
- $\lim_{x \to x_0} (f(x) \cdot g(x)) = A \cdot B;$
- $\lim_{x\to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{A}{B}(B\neq 0).$

- (1)自变量超近于北穷 (2)自变量超近于定点 (3)左极限和右极限
- (4)函数极限的四则运算 (5)函数极限的性质
- (7)课后习题

## 2.函数的连续性

- (2)连续函数的性质
- (3) 闭区间的连续函数
- (5) 课后

## 3. 无穷小量与无穷

- (1)定义
- 1)足义 2)无穷小量
- 2)尤另小重阶的比较 3)渐近线
- (4)课后习题

如果
$$\lim_{x \to x_0} f(x) = A$$
,  $\lim_{x \to x_0} g(x) = B$ ,那么

$$\lim_{x\to x_0} (f(x)\pm g(x)) = A\pm B;$$

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{A}{B}(B \neq 0).$$

例1.8:求 
$$\lim_{x\to\infty} \frac{5x^2 + 8x - 3}{3x^2 + 2}$$
.

- (1)自变量超近于北穷 (2)自变量超近于定点 (3)左极限和右极限
- (4)函数极限的四则运算 (5)函数极限的性质
- (7)课后习题

## 2.函数的连续性

- (1)连续与间断(2)连续函数的付
- (3) 闭区间的连续函
- (5)课后系

## 2 モ宏小品と

## 人里 (1)点点

- 1)定义
- 2)无穷小量阶的 b 3)渐沂您
- (4)课后习题

如果
$$\lim_{x \to x_0} f(x) = A$$
,  $\lim_{x \to x_0} g(x) = B$ ,那么

$$\lim_{x\to x_0} (f(x)\pm g(x)) = A\pm B;$$

$$\lim_{x \to x_0} (f(x) \cdot g(x)) = A \cdot B;$$

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{A}{B} (B \neq 0).$$

例1.8:求 
$$\lim_{x\to\infty} \frac{5x^2+8x-3}{3x^2+2}$$
.

解: 
$$\lim_{x \to \infty} \frac{5x^2 + 8x - 3}{3x^2 + 2} = \lim_{x \to \infty} \frac{5 + (8/x) - (3/x^2)}{3 + (2/x^2)} = \frac{5}{3}$$
.

(1)目交重超近于尤为 (2)自变量超近于定点 (2)土相照和土相照

(4)函数极限的四则运算 (5)函数极限的性质

(7)课后习题

2.函数的连续性

(1) 连续与问断

(3)闭区间的连续函数

(5)课后习录

3. 无穷小量与无穷

(1)定义

-)~~ 2)无穷小量阶的比 3)渐近终

(3)浙项改 (4)课后习题

例1.9:求 
$$\lim_{x\to 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}$$
.

### 1 函数极限

- (1)自变量超近于无穷 (2)自变量超近于定点
- (4)函数极限的四则运算
  - (5)函数极限的性/ (6)不数切服为为/
- (7)课后习题

## 2.函数的连续

- (1)连续
  - (3)闭区间的连续函数
- (4)-5
- (5)课

## 3. 无穷小量与无穷

## (4) \*\*\*

- (1)定义
- (2)无穷小量阶的比率
- (4)课后习题
- 1 久节糸老公安

例1.9:求 
$$\lim_{x\to 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}$$
.

解: 
$$\lim_{x \to 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} = \lim_{x \to 1} \frac{(x - 1)(x - 2)}{(x - 1)(x + 1)}$$
$$= \lim_{x \to 1} (x - 2) = -\frac{1}{2}.$$

### 1 函数极限

- (1)自变量趋近于无穷 (2)自变量趋近于定点
- (4)函数极限的四则运算
- (5)函数极限的性质 (6)函数极限存在的条
- つ 正数的连结址

## 2.函数的连续性

- (2)连续函数的性质
- (3)闭区间的连续函数 (4)一致连续
- (5)课后

## 3. 无穷小量与无穷

- (1)定义
- (1)人人 (2)无穷小寸
- (2)尤另小重阶的比 (3)渐近线
- (4)课后习题

例1.9:求 
$$\lim_{x\to 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}$$
.

解: 
$$\lim_{x \to 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} = \lim_{x \to 1} \frac{(x - 1)(x - 2)}{(x - 1)(x + 1)}$$
$$= \lim_{x \to 1} (x - 2) = -\frac{1}{2}.$$

例1.10: 
$$\,$$
  $\,$   $\lim_{x \to +\infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x}).$ 

(4)函数极限的四则运算

例1.9:求 
$$\lim_{x\to 1} \frac{x^2-3x+2}{x^2-1}$$
.

解: 
$$\lim_{x \to 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} = \lim_{x \to 1} \frac{(x - 1)(x - 2)}{(x - 1)(x + 1)}$$
$$= \frac{\lim_{x \to 1} (x - 2)}{\lim_{x \to 1} (x + 1)} = -\frac{1}{2}.$$

例1.10: 
$$\,$$
  $\,$   $\lim_{x \to +\infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x}).$ 

解: 
$$\lim_{x \to +\infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x}) = \lim_{x \to +\infty} \frac{(\sqrt{x+1} - \sqrt{x})(\sqrt{x+1} + \sqrt{x})}{(\sqrt{x+1} + \sqrt{x})}$$

$$= \lim_{x \to +\infty} \frac{x+1-x}{(\sqrt{x+1} + \sqrt{x})}$$

$$= \lim_{x \to +\infty} \frac{1}{(\sqrt{x+1} + \sqrt{x})} = 0.$$

(4)函数极限的四则运算

- (1)自变量趋近于无穷
- (2)目发里起现丁足
  - 3)左极限和右极限
- (4)函数极限的四则运算

## (5)函数极限的性质

- (6)函数极限存在的条件
- (7)课后习题

## 2.函数的连续的

- (1)连续与间断
- (2)连续函数的性质
- (3)闭区间的连续函数
- (4)一致连续
- (5)课后习题

## 3. 无穷小量与无穷大量

- (1)定义
  - (2)无穷小量阶的比较
- (3)渐近线
- (4)课后习是

## 4.各节参考答案

- 1 涵粉极限
- (1)自変量超近于九
- (2)自变量趋近于定点
- (4)函数极限的四则运
- (5)函数极限的性质
- (7)课后习题
- 2 函数的连续的

### 2. 幽效的连续

- (2) 连续函数
- (3) 田区田島本
- (4) 一致连续
- (5)课后习题
  - 3. 无穷小量与无穷
- (1)定义
- (2)无穷小量阶的比
- (3)浙延线
- (4)课后习题
- 4.各节参考答案

▶ 唯一性:若极限  $\lim_{x\to x_0} f(x)$  存在,则此极限是唯一的.

- - (5)函数极限的性质

- ▶ 唯一性:若极限  $\lim_{x\to x_0} f(x)$  存在,则此极限是唯一的.
- ▶ 局部有界性:若极限  $\lim_{x\to x_0} f(x)$  存在,则f在 $x_0$ 的某空心邻域 $U^{\circ}(x_0)$ 内有界.

### 1 逐数极限

- (1)自变量趋近于无穷
   (2)自变量趋近于无穷
- (2)目交重超延寸足。
  (3) 土が報わ土が報
- (4)函数极限的四则运算
  - (5)函数极限的性质 (6)函数极限存在的条件
- (1)4000

### 2.函数的连续性

- (2) 连续函数
  - 3)闭区间的连续函数
- (4)一致3
- 3. 无穷小量与无穷

## 大量

- (1)定义
- 2)无穷小量阶的比
- (3)附近线(4)课后习题
- (4)课后习题

- ▶ 唯一性:若极限  $\lim_{x\to x_0} f(x)$  存在,则此极限是唯一的.
- ▶ 局部有界性:若极限  $\lim_{x\to x_0} f(x)$  存在,则f在 $x_0$ 的某空心邻域  $U^{\circ}(x_0)$ 内有界.
- ▶ 局部保号性:若极限  $\lim_{x\to x_0} f(x) = A > 0$ (或 < 0),则 f 在  $x_0$  的某空心邻域  $U^{\circ}(x_0)$  内都有 f(x) > 0(或 f(x) < 0).

- (1)自变量趋近于无穷 (2)自变量趋近于定点
- (4)函数极限的四则运算
- (5)函数极限的性质 (6)函数极限存在的条件 (7)据户口题

2 承粉的连续胜

- (1)连续与问断(2)连续函数的性
- (3)闭区间的连续函数 (4)一致连续
- (5)课后习题

3. 无穷小量与无穷

大量 (1)定义

- (1)定义 (2)无穷小量阶的比。 (3)渐近线
- (3)渐近线 (4)课后习题

- ▶ 唯一性:若极限  $\lim_{x\to x_0} f(x)$  存在,则此极限是唯一的.
- ▶ 局部有界性:若极限  $\lim_{x\to x_0} f(x)$  存在,则f在 $x_0$ 的某空心邻域 $U^{\circ}(x_0)$ 内有界.
- ▶ 局部保号性:若极限  $\lim_{x\to x_0} f(x) = A > 0$ (或 < 0),则f在 $x_0$ 的 某空心邻域 $U^{\circ}(x_0)$  内都有f(x) > 0(或f(x) < 0).
- ▶ 保不等式性:若极限  $\lim_{x\to x_0} f(x)$ 与  $\lim_{x\to x_0} g(x)$ 都存在,且在 某邻域 $U^{\circ}(x_0;\delta)$ 内有 $f(x) \leq g(x)$ ,则  $\lim_{x\to x_0} f(x) \leq \lim_{x\to x_0} g(x)$ .

1. 函数 极限
(1) 自变量超近于元方
(2) 自变量超近于元方
(3) 在被联和右极限
(4) 函数极限的四则近界
(5) 函数极限的位置
(6) 高级极限存在的条件
(7) 深后习题
2. 函数 的 连续性
(1) 连续与网断
(2) 连续函数的性质
(3) 而假面的连续函数
(4) 一致连续
(5) 张后习题
3. 无穷 小量 与无穷
大量

- ▶ 唯一性:若极限  $\lim_{x\to\infty} f(x)$  存在,则此极限是唯一的.
- ▶ 局部有界性:若极限  $\lim_{x\to x_0} f(x)$  存在,则f在 $x_0$ 的某空心邻域 $U^{\circ}(x_0)$ 内有界.
- ▶ 局部保号性:若极限  $\lim_{\substack{x \to x_0 \ \text{$\downarrow$}}} f(x) = A > 0 ( \, \text{$\downarrow$} < 0 ), 则 f 在 x_0 的 某空心邻域 <math>U^{\circ}(x_0)$  内都有  $f(x) > 0 ( \, \text{$\downarrow$} f(x) < 0 ).$
- ▶ 保不等式性:若极限  $\lim_{x\to x_0} f(x)$ 与  $\lim_{x\to x_0} g(x)$ 都存在,且在某邻域 $U^{\circ}(x_0;\delta)$ 内有f(x) ≤ g(x),则  $\lim_{x\to x_0} f(x)$  ≤  $\lim_{x\to x_0} g(x)$ .
- ▶ 迫致性:若极限  $\lim_{x \to x_0} f(x) = \lim_{x \to x_0} g(x) = A$ ,且在某邻域 $U^{\circ}(x_0; \delta)$ 内有 $f(x) \le h(x) \le g(x)$ ,则  $\lim_{x \to x_0} h(x) = A$ .

1. 函数 极 限 (1) 自变量超近于光旁 (2) 自变量超近于定点 (3) 左极限和右极限 (4) 函数极限的四则近算 (5) 函数极限的性质 (6) 函数极限存在的条件

承数的连续排

(1)连续与同断 (2)连续高数的性质 (3)闭区间的连续高数 (4)一致连续 (5)课后习题

大量
(1)定义
(2)无穷小量阶的比较
(3)渐近终

(3)渐近线 (4)课后习题

例1.11:证明  $\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ .

### n 35, 44, 4n mg

- (1)自变量趋近于无效
- (2)自变量趋近于为
- (4)函数极限的四则运算

### (5)函数极限的性质 (6)函数极限存在的条件

## (-)-,------

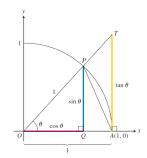
- (1)连
  - (2)还续函数的性
    (3)团区间的本绘
  - (4)一致
- 3. 无穷小量与无穷

## 大重

- (1)定义
- (2)无穷小量阶的比较
- (3)渐近线
- (4)课后习题

例1.11:证明 
$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$
.

证:如下图,



当x > 0时有

$$S_{\triangle OPA} < S_{\beta \overline{H}OPA} < S_{\triangle OTA},$$

### 1 派粉材限

- (1)自变量趋近于无穷
- (2)自变量趋近于定点
- (4)函数极限的四则运算

## (5)函数极限的性质

- (6)函数极限存在的条件(7)课后习题
- 2 派数的连续性
- 2. 四效的迁获化
  - (2)连续函数的性质
- (3)闭区间的连续函数(4)一致连续
- (5)课后习题
- 3.无穷小量与无穷
  - (1)定义
  - (2)无穷小量阶的。
- (4)课后习题
- (4) 14 14 14 14

即

$$\sin x < x < \tan x$$
,

所以

$$\cos x < \frac{\sin x}{x} < 1,$$

又

$$\lim_{x \to 0^+} \cos x = \lim_{x \to 0^+} 1 = 1,$$

由迫敛性知

$$\lim_{x\to 0^+}\frac{\sin x}{x}=1.$$

当x < 0时,那么-x > 0,故

$$\lim_{x \to 0^{-}} \frac{\sin x}{x} = \lim_{-x \to 0^{+}} \frac{\sin(-x)}{-x} = 1$$

综上所述,命题成立.

### 1.函数极限

- (1)自变量趋近于无穷 (2)自变量趋近于定点
- (3)左极限和右极限 (A) 函数据解的如图法算
  - (5)函数极限的性质
  - (7)课后习题

### 2 派粉的连续胜

- (1)连续与问
  - (3)闭区间的连续函数
- (4)一致近 (5)课后习

## 3. 无穷小量与无穷

- 大童
- (1)定义 (2)未常小量
- (3)新近线
- (4)课后习题
- 4.各节参考答案

例1.12:证明  $\lim_{x \to \infty} (1 + \frac{1}{x})^x = e$ .

### 1 .W. 44 40 UU

- (1)自变量超近于无效 (2)自变量超近于无效
- (2)白变量趋近于定
- (4)函数极限的四则运算

## (5)函数极限的性质

- (1)珠石刁鸡
- 2.函数的连续性
  - (2)连续函数的性质
- (4)-5
- (3)味石が思
  - 大量
  - (1)定义
  - (2)无穷小量阶的比较
- (4)课后月颢
- (4)课后习题

例1.12:证明  $\lim_{x\to\infty} (1+\frac{1}{x})^x = e$ .

证:  $\exists x \to +\infty$ 时,

$$[x] \le x < [x] + 1,$$

故

$$(1 + \frac{1}{|x|+1})^{[x]} < (1 + \frac{1}{x})^x < (1 + \frac{1}{|x|})^{[x]+1},$$

而

$$\lim_{x \to +\infty} (1 + \frac{1}{[x]+1})^{[x]} = \lim_{x \to +\infty} (1 + \frac{1}{[x]})^{[x]+1} = e,$$

由迫敛性知

$$\lim_{x \to +\infty} (1 + \frac{1}{x})^x = e.$$

1 派粉初限

- (1)自变量趋近于无穷
- (3)左极限和右极限
- (5)函数极限的性质
- (7)课后习题
- 2.函数的连续性
- (1)连续与同断 (2)连续函数的性质
- (3)闭区间的连续函数
- (5)课后习题
- 3.无穷小量与无穷
  - (1)定义
    (2)未常小量阶的
  - (3)新连线
- (4)150000

当x →  $-\infty$ 时,有

$$\lim_{x \to -\infty} (1 + \frac{1}{x})^x \stackrel{x = -t}{=} \lim_{-t \to -\infty} (1 - \frac{1}{t})^{-t}$$

$$= \lim_{t \to +\infty} (\frac{t}{t-1})^t$$

$$= \lim_{t \to +\infty} ((1 + \frac{1}{t-1})^{t-1}(1 + \frac{1}{t-1}))$$

$$= e.$$

综上所述,命题得证.

1.函数极限

(1)自变量超近于无穷 (2)自变量超近于定点

(4)函数极限的四则运算

(5)函数极限的性质 (6)函数极限存在的条件

2.函数的连续性

(1)连续与同断 (2)连续函数的性质

(5)课后习题

3. 无穷小量与无穷 大量

大重 (1)定义 (2)チェル書阶的比較

(2)无穷小量阶的比较(3)渐近线(4)课后习题

( ) 45.5%

- (1)自变量趋近于无穷
- (2)日文里尼近了尺
- (3)左极限和右极限
- (4)函数极限的四则运算
- (5)函数极限的性质
- (6)函数极限存在的条件
- (7)课后习题

## 2.函数的连续性

- (1)连续与间断
- (2)连续函数的性质
- (3)闭区间的连续函数
- (4)一致连续
- (5)课后习题

## 3. 无穷小量与无穷大量

- (1)定义
- (2)无穷小量阶的比较
- (3)渐近约
- (4)课后习是

- 1 涵粉极限
- (1)自变量趋近于无
- (2)自变量趋近于
- (3) 左极限和右极限 (4) 函数极限的四则运。
- (5)函数极限的性质 (6)函数极限存在的条件
- (7)课后习题
- 2.函数的连续
- (1)连续.
  - (2) 建联函数的1
- (4)一致连续
- (5)课后习题
- 3. 无穷小量与无穷
- (1)定义
- (2)无穷小量阶的比较
- (3)相互以(4)福丘引题
- (4) 课后习题
- 4.各节参考答案

▶ **单调有界定理**:设f为定义在 $U^{\circ}(x_0; \delta)$ 上的单调有界函数,则极限  $\lim_{x\to x_0} f(x)$ 存在.

1 函数极限

(1)自变量趋近于无穷
(2)自变量趋近于定点

(3)左极限和右极限
(4)函数初限的四則法

(6)函数极限存在的条件

(1)\*\*\*\*\*\*\*

2.函数的连续性

(1) 连续与同断(2) 连续函数的性

(3)闭区间的连续函数

(5)课后

3. 无穷小量与无穷

(1) 8 4

[1]定义 [2]无穷小量阶的

(2)无穷小量阶的比较 (3)渐近线

(4)课后习题

- ▶ **单调有界定理**:设f为定义在 $U^{\circ}(x_0; \delta)$ 上的单调有界函数,则极限 $\lim_{x\to\infty} f(x)$ 存在.
- ▶ 归结原则:设函数f在U° $(x_0; \delta)$ 内有定义,  $\lim_{\substack{x \to x_0 \ \text{otherwise} \ n \to \infty}} f(x)$ 存在的充要条件是对任何含于U° $(x_0; \delta)$ 且以 $x_0$ 为极限的数列 $\{x_n\}$ , 极限  $\lim_{\substack{n \to \infty \ n \to \infty}} f(x_n)$ 都存在且相等,即

$$\lim_{x\to x_0} f(x) = A \Leftrightarrow \forall x_n \to x_0 (n\to \infty) \text{ fi} \lim_{n\to \infty} f(x_n) = A.$$

- (1)自变量超近于无穷
  (2)自变量超近于定点
- (4)函数极限的四则运算 (5)函数极限的性质
- (6)函数极限存在的条件 (7)课后习题

!.函数的连续性

- (1)连续与同断 (2)连续函数的性质 (3)闭区间的冻结系
- (3) 用区间的连续函数
- (5)课后习题

3. 无穷小量与无穷 大量

- (1)定义
- (1)定义(2)无穷小量阶的比较(3)渐近线
- 1 夕节系圣然安

- ▶ 单调有界定理:设f为定义在 $U^{\circ}(x_0; \delta)$ 上的单调有界函数,则极限 f(x)存在.
- ▶ **归结原则**:设函数 f 在  $U^{\circ}(x_0; \delta)$  内有定义,  $\lim_{\substack{x \to x_0 \\ x \to x_0}} f(x)$  存在的充要条件是对任何含于  $U^{\circ}(x_0; \delta)$  且以 $x_0$  为极限的数列 $\{x_n\}$ , 极限  $\lim_{\substack{n \to \infty \\ n \to \infty}} f(x_n)$ 都存在且相等,即

$$\lim_{x\to x_0} f(x) = A \Leftrightarrow \forall x_n \to x_0 (n\to \infty) \text{ fi} \lim_{n\to \infty} f(x_n) = A.$$

▶ 柯西准则:设函数f在U° $(x_0; \delta)$ 内有定义,  $\lim_{x \to x_0} f(x)$ 存在的充要条件是任给 $\varepsilon > 0$ ,都有正数 $\delta' < \delta$ , 使得对任何的 $x', x'' \in U$ ° $(x_0; \delta')$ 有

$$|f(x')-f(x'')|<\varepsilon.$$

1. 函数 极限 (1) 白变量超近于无穷 (2) 白变量超近于定点 (3) 左极限和右极限 (4) 函数极限的性质 (5) 函数极限存在的条件

) 承粉的连续胜

(1)连续与同断 (2)连续函数的性质 (3)闭区间的连续函数 (4)一致连续

3. 无穷小量与无穷

(1)定义 (2)无穷小量阶的比较 (3)渐近级 (4)课后习题

- (1)自变量趋近于无穷
- (2)日又里起处了足
- (3)左极限和右极限
- (4)函数极限的四则运算
- (5)函数极限的性质
- (6)函数极限存在的条件

## (7)课后习题

## 2.函数的连续性

- (1)连续与间断
- (2)连续函数的性质
- (3)闭区间的连续函数
- (4)一致连续
- (5)课后习题

## 3. 无穷小量与无穷大量

- (1)定义
- (2)无穷小量阶的比较
- (3)渐近线
- (4)课后习题

## 4.各节参考答案

- 1. 函数极图
- (1)白变量趋近于无
- (2)自变量趋近于
- (3)左极限和右板
- (4)函数极限的四則:
- (5)函数极限的性
- (7)课后习题

## 2.函数的连续

- (2) 法协工科
- (2) G G G M ±
- (4) 一致连续
- (5)课后习题
- (5)课后习题

### 5. 元为小重与元》 大量

- (1)定义
- (2)无穷小量阶的比较
- (4) 浙亚线
- (4)课后习题

(1) 
$$\lim_{x \to 4} \frac{4-x}{5-\sqrt{x^2+9}} = ?$$

(2) 
$$\lim_{x \to 1} \frac{x-1}{\sqrt{x+3}-2} = ?$$

(3) 
$$\lim_{x \to 1} \frac{x^4 - 1}{x^3 - 1} = ?$$

(4) 
$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{5x+4}-2}{x} = ?$$

(5) 如果
$$\lim_{x\to 4} \frac{f(x)-5}{x-2} = 1$$
,那么 $\lim_{x\to 4} f(x) = ?$ 

(6) 如果
$$\lim_{x\to 2} \frac{f(x)-5}{x-2} = 1$$
,那么 $\lim_{x\to 2} f(x) = ?$ 

(7) 如果
$$\lim_{x\to 2} \frac{f(x)-5}{x-2} = 10$$
,那么 $\lim_{x\to 2} f(x) = ?$ 

(8) 如果 
$$\lim_{x \to -2} \frac{f(x)}{x^2} = 1$$
,那么  $\lim_{x \to -2} f(x) = ?\lim_{x \to -2} \frac{f(x)}{x} = ?$ 

(9) 如果
$$\lim_{x\to 0} \frac{f(x)}{x^2} = 1$$
,那么 $\lim_{x\to 0} f(x) = ?\lim_{x\to 0} \frac{f(x)}{x} = ?$ 

- (1)自变量趋近于无
- (2)自变量超近于发
- (4)函数极限的回则:
- (5)函数极限的性质
- (7)课后习题

## 2.函数的连续性

- (1) 连续与间断 (2) 土 4 - 7 + 4 + 4 + 4
  - (3)闭区间的连续函数
- (5)课后习礼

## 3. 无穷小量与无穷

## 大量

- 1)定义 2)无穷小贵阶於
- 3)渐近线
- (4)课后习题

## 2.函数的连续性

## 2.函数的连续性

- (1)自变量趋近于无穷
- (2)目发里起现丁足
- (3)左极限和右极限
- (4)函数极限的四则运算
- (5)函数极限的性质
- (6)函数极限存在的条件
- (7)课后习题

## 2.函数的连续性

## (1)连续与间断

- (2)连续函数的性质
- (3)闭区间的连续函数
- (4)一致连续
- (5)课后习题

## 3. 无穷小量与无穷大量

- (1)定义
- (2)无穷小量阶的比较
- (3)渐近线
- (4)课后习题

## 4.各节参考答案

### 1.函数极限

- (1)自变量趋近于无
- (2)自变量趋近于定
- (3)左极限和右极户
- (五)五彩和照的品质
- (6)函数极限存在
- (1)珠石刁鸡

### 2.函数的连续性

## (1)连续与问断

- (2)连续函数的
- (3) 闭区间的连续函引(A) 一升本計
- (5)课后习题
- (5)课后习题

### 3.尤为小重与允为 大量

- (1)定义
- (2)无穷小量阶的比较
- (3)附近线
- (4)课后习题

## f(x)在点 $x_0$ 处连续:

- (1) f(x)在x0处有定义;
- (2)  $x \to x_0$ 时f(x)有极限;
- (3) 极限值等于f(x<sub>0</sub>).

### 1 函数极限

(1)自变量超近于无穷 (2)自变量超近于定点

(3)左极限和右极限 (4)函数极限的四则运算

(5)函数极限的性质 (6)函数极限存在的条

## 2.函数的连续性

## (1)连续与间断 (2)连续函数的信

(2)连续函数的性质 (3)闭区间的连续函数 (4)一致连续

## 3. 无穷小量与无穷

(1)定义

(1) 之义 (2) 无穷小量阶的比较 (3) 渐近级

## f(x)在点x<sub>0</sub>处**连续**:

- (1) f(x)在x<sub>0</sub>处有定义;
- (2)  $x \to x_0$ 时f(x)有极限;
- (3) 极限值等于f(x<sub>0</sub>).

## f(x)在点 $x_0$ 处左连续:

- (1) f(x)在x<sub>0</sub>处有定义;
- (2)  $x \to x_0^- \text{时} f(x)$ 有极限;
- (3) 极限值等于f(x<sub>0</sub>).

## 1 派粉材限

(2)自变量超近于定点 (2)自变量超近于定点 (3)左极限和右极限 (4)函数极限的四则运算

(5)函数极限的性质 (6)函数极限存在的

2. 承数的连续排

## 2. 函数的连续性

(1)连续与间断 (2)连续函数的性质 (3)闭区间的连续函数

(4)一致连 (5)课后习

## 3.无穷小量与无穷

(1)定义

(1)足义 (2)无穷小量阶的比较 (3)渐近线 (4)课后习题

1 各节参考签案

## f(x)在点x<sub>0</sub>处**连续**:

- (1) f(x)在x<sub>0</sub>处有定义;
- (2)  $x \to x_0$ 时f(x)有极限;
- (3) 极限值等于f(x<sub>0</sub>).

## f(x)在点 $x_0$ 处左连续:

- (1) f(x)在x<sub>0</sub>处有定义;
- (2)  $x \to x_0^-$  时 f(x) 有极限;
- (3) 极限值等于f(x<sub>0</sub>).

## f(x)在点 $x_0$ 处右连续:

- (1) f(x)在x<sub>0</sub>处有定义;
- (2)  $x \to x_0^+$ 时f(x)有极限;
- (3) 极限值等于f(x<sub>0</sub>).

## 1.函数极限

(2)自变量超近于定点 (3)左极限和右极限 (4)函数极限的四则运算

(5)函数极限的性质 (6)函数极限存在的条

2 正数的连结址

## (1)连续与间断 (2)连续函数的性

(2)连续函数的性质(3)闭区间的连续函数(4)一致连续

(5)课后习题

### 3.无穷小童与无穷 大量

(1)定义

2)无穷小量阶的比。 3)渐近线 4)课后习题

## f(x)在点 $x_0$ 处连续:

- (1) f(x)在x0处有定义;
- (2)  $x \to x_0$ 时f(x)有极限;
- (3) 极限值等于f(x<sub>0</sub>).

## f(x)在点 $x_0$ 处左连续:

- (1) f(x)在x<sub>0</sub>处有定义;
- (2)  $x \rightarrow x_0^-$  时 f(x) 有极限;
- (3) 极限值等于f(x<sub>0</sub>).

## f(x)在点 $x_0$ 处右连续:

- (1) f(x)在x0处有定义;
- (2)  $x \to x_0^+$  时 f(x) 有极限;
- (3) 极限值等于f(x<sub>0</sub>).

点x0处连续的增量定义:

$$x \to x_0$$
时,  $f(x) \to f(x_0)$ 

等价于

$$\triangle x \to 0$$
时,  $\triangle y \to 0$ ,

其中

$$\triangle x = x - x_0,$$

$$\triangle y = f(x_0 + \triangle x) - f(x_0).$$

## 1.函数极限

(1)白变量超近于无穷 (2)白变量超近于定点 (3)左极限和右极限 (4)函数极限的四则远算 (5)函数极限的性质 (6)函数极限存在的条件

## 2.函数的连续性

(1)连续与间断 (2)连续函数的性质 (3)闭区间的连续函数 (4)一致连续

## 3. 无穷小量与无穷 大量

(1)定义 (2)无穷小量阶的比较 (3)渐近级 (4)课后习题

# f(x)在点 $x_0$ 处连续:

- (1) f(x)在x<sub>0</sub>处有定义;
- (2)  $x \to x_0$  时 f(x) 有极限;
- (3) 极限值等于f(x<sub>0</sub>).

## f(x)在点 $x_0$ 处左连续:

- (1) f(x)在xo处有定义;
- (2)  $x \to x_0^-$  时 f(x) 有极限;
- (3) 极限值等于f(x<sub>0</sub>).

## f(x)在点 $x_0$ 处右连续:

- (1) f(x)在x<sub>0</sub>处有定义;
- (2)  $x \to x_0^+$  时 f(x) 有极限;
- (3) 极限值等于 $f(x_0)$ .

点xn处连续的增量定义:

$$x \to x_0$$
时,  $f(x) \to f(x_0)$ 

等价于

$$\triangle x \to 0$$
时,  $\triangle y \to 0$ ,

其中

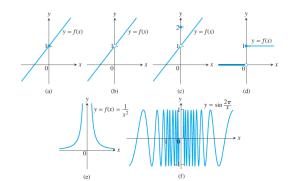
$$\triangle x = x - x_0,$$

$$\triangle y = f(x_0 + \triangle x) - f(x_0).$$

(1)连续与间断

在点xn处连续意味着极限运算 lim 与对应法则f的可交换性.  $x \rightarrow x_0$ 

- (1) 第一类间断点:左右极限存在
  - ▶ 可去间断点
  - ▶ 跳跃间断点
- (2) 第二类间断点:左右极限至少有一个不存在
  - ▶ 无穷间断点
  - ▶ 振荡间断点



### 函数极限

- (1)自变量趋近于元(2)自变量趋近于元
- (2)目发重处近于 (3) 左切部和左切
- (4)函数极限的四则运算
  (5)不数据据从基础
- (6)函数极限存在的条
- 2. 承粉的连结排

## 2. 函数的连续性

## (1)连续与间断 (2)连续函数的性/

- (2)赶误回驳的性质 (3)闭区间的连续函
- (4)一致连续 (5)谬丘贝斯
- (5)课后习题

## 大量

- (1)定义
- (2)元为小量所则比
- (4)课后习题

例2.1:将函数 $f(x) = \frac{\sin x}{x}$ 延拓成 $(-\infty, +\infty)$ 上的连续函数.

### 承粉机即

- (1)自变量趋近于无穷
- (2)自变量趋近于定点
- (4)函数极限的四则运
- (6)函数极限

## 2.函数的连续性

## (1)连续与间断

- 连续函数的性质
   闭区间的连续函数
- (4)一致 (5)课后
- 3.无穷小量与无穷

### 3. 太穷小童与太穷 大量

- (1)定义
- (2)无穷小量阶的比较 (3)渐沂绍
- (4)课后习题
- 4.各节参考答案

例2.1:将函数 $f(x) = \frac{\sin x}{x}$ 延拓成 $(-\infty, +\infty)$ 上的连续函数.

解:
$$x_0 \neq 0$$
时,当 $x \rightarrow x_0$ ,取 $\varepsilon = \frac{|x_0|}{2} > 0$ ,我们有 $|x - x_0| < \frac{|x_0|}{2}$ ,推出 $|x| > \frac{|x_0|}{2}$ ,注意到

$$|\frac{\sin x}{x} - \frac{\sin x_0}{x_0}| = \frac{|x_0 \sin x - x \sin x_0|}{|xx_0|}$$

$$= \frac{|x_0 \sin x - x_0 \sin x_0 + x_0 \sin x_0 - x \sin x_0|}{|xx_0|}$$

$$\leq \frac{|\sin x - \sin x_0|}{|x|} + \frac{|\sin x_0||x - x_0|}{|xx_0|}$$

$$= \frac{2|\sin \frac{x - x_0}{2}||\cos \frac{x + x_0}{2}|}{|x|} + \frac{|\sin x_0||x - x_0|}{|xx_0|}$$

$$\leq \frac{|x - x_0|}{|x|} + \frac{|\sin x_0||x - x_0|}{|xx_0|}$$

| 函数极限

(1)自变量超近于无穷 (2)自变量超近于定点 (3)左极限和右极限 (4)函数极限的四则近算

(1)连续与间断 (2)连续高数的性质 (3)用区间的连续高数 (4)一致连续 (5)理戶目標

# 3.无穷小量与无穷

1)定义 2)无穷小量阶的比较 3)渐近线

1 久节糸老分

$$= \frac{|x - x_0|}{|x|} \left(1 + \frac{|\sin x_0|}{|x_0|}\right)$$

$$< \frac{2|x - x_0|}{|x_0|} \left(1 + \frac{|\sin x_0|}{|x_0|}\right) \to 0$$

所以f(x)在点 $x_0 \neq 0$ 处连续. 又f(x)在点x = 0处没有定义而

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1,$$

故x = 0为可去间断点,我们可以如下定义,令

$$F(x) = \begin{cases} f(x), & x \neq 0, \\ 1, & x = 0, \end{cases}$$

显然,F(x)是 $(-\infty, +\infty)$ 上的连续函数.

### 1.函数极限

- (1)自变量超近于无穷 (2)自变量超近于定点
- (4)函数极限的四则运算
- (6)函数极限存在的

## 2.函数的连续性

- (1) 连续与间断
- (3)闭区间的连续函数
- (5)课后习题

## 3. 太穷小童与太穷

- (1)定义
- (2)无穷小量阶:
- (3)所近线(4)课后习题
- 1 夕节糸去笠

## 1.函数极限

- (1)自变量趋近于无穷
- (2)目发里起现丁足
- (3)左极限和右极限
- (4)函数极限的四则运算
- (5)函数极限的性质
- (6)函数极限存在的条件
- (7)课后习题

## 2.函数的连续性

- (1)连续与间断
- (2)连续函数的性质
- (3)闭区间的连续函数
- (4)一致连续
- (5)课后习题

## 3. 无穷小量与无穷大量

- (1)定义
- (2)无穷小量阶的比较
- (3)渐近线
- (4)课后习是

## 4.各节参考答案

### 1.函数极限

- (1)自变量趋近于无
- (2)自变量趋近于
- (3)左极限和右右
- (4)函数核限的問則
- (5) 函数极限的性
- (7)课后习题

## 2.函数的连续性

## (1) + + + ---

## (2)连续函数的性质

## (2) 四页 四级 + 4

- (4)一般连续
- (5)课后习题
- (5)课后习题

### 3.尤为小重与尤为 大量

- (1)定义
- (2)无穷小量阶的比
- (4) 湖北段
- (4)课后习题

▶ 连续函数是局部有界的.

### 1 30, 44 4n na

- (1)自变量趋近于无3
- (2)自变量趋近于
- (4)函数极限的四则运算
- (5)函数极限的性质 (6)函数极限存在的条件

## 2.数的连结排

## (1)连续

- (2)连续函数的性质
- (3)闭区间的连续函
- (4)-3
- (5)课后习题

- (1) ~ ~
- (1)之义(2)无穷小量阶的比率
- (3)渐近线
- (4)课后习题

- ▶ 连续函数是局部有界的.
- ▶ 连续函数是局部保号的.

### 1 派粉椒眼

- (1)自变量趋近于无3
- (2)自变量超近
- (4)函数极限的四则运算
- (5)函数极限的性质 (6)函数极限存在的条件

## 2.函数的连续性

## (1)连约

- (2)连续函数的性质
- (3)闭区同的连续。(4)一致连续。
- (5)课月

- (1) = a
- 1) 足义 2) 无穷小量阶的
- (2)元为小型所则比
- (4)课后习题
- 4.各节参考答案

- ▶ 连续函数是局部有界的.
- ▶ 连续函数是局部保号的.
- ▶ 有限多个连续函数的四则运算(除数不为零)仍然是连 续函数.

- (2)连续函数的性质

- ▶ 连续函数是局部有界的.
- ▶ 连续函数是局部保号的.
- ▶ 有限多个连续函数的四则运算(除数不为零)仍然是连 续函数.
- ▶ 连续函数的复合函数仍然是连续函数.

- (2)连续函数的性质

- ▶ 连续函数是局部有界的.
- ▶ 连续函数是局部保号的.
- ▶ 有限多个连续函数的四则运算(除数不为零)仍然是连续函数.
- ▶ 连续函数的复合函数仍然是连续函数.
- ▶ 原函数严格单调连续则反函数也连续.

## 1.函数极限

- (1)自变量超近于无法
- (3)左极限和右极
- (5)函数极限的性质
- (7)课后习题

## 2.函数的连续性

## (1)连续与同断

- (2)连续函数的性质 (3)闭区间的连续函数
- (4)一致连续 (5)课后习题

- (1)定义
- 1)足义 2)无穷小量阶的比
- (3)渐近线 (4)课后习题
- (4) 珠石刁鸡

- ▶ 连续函数是局部有界的.
- ▶ 连续函数是局部保号的.
- ► 有限多个连续函数的四则运算(除数不为零)仍然是连 续函数.
- ▶ 连续函数的复合函数仍然是连续函数.
- 原函数严格单调连续则反函数也连续.
- ▶ 任何初等函数都是连续的.

## 1 函数极限

- (1)自变量趋近于(2)自变量趋近于
- (2)自变量趋近于
  (2) 土 担 型 ム 土 担
- (4)函数极限的四
- (5)函数极限的性)
- (7)採后习题

## 2.函数的连续性

## (1) 连续与问断

### (2)连续函数的性质 (3)闭区间的连续函差

# 2 天 宏 小 器 占 天

# 大量

- (1)定义
- (2)无穷小量阶的日(3)渐沂经
- (4)课后习题

- ▶ 连续函数是局部有界的.
- ▶ 连续函数是局部保号的.
- ▶ 有限多个连续函数的四则运算(除数不为零)仍然是连 续函数.
- ▶ 连续函数的复合函数仍然是连续函数.
- ▶ 原函数严格单调连续则反函数也连续。
- ▶ 任何初等函数都是连续的.

- ▶ 连续函数是局部有界的.
- ▶ 连续函数是局部保号的.
- ▶ 有限多个连续函数的四则运算(除数不为零)仍然是连续函数.
- ▶ 连续函数的复合函数仍然是连续函数.
- 原函数严格单调连续则反函数也连续。
- ▶ 任何初等函数都是连续的.

 $(1) \lim_{x \to \pi} \sin(x - \sin x)$ 

## 1.函数极限

- (1)自变量超近于;
  (2)自变量超近于;
- (3)左极限和右极
- (4)函数极限的四月 (5)函数极限的性质
- (6)函数极限存. (7)谬丘贝斯
- 2.函数的连续性

## 2. 函数的连续性

- (1)违续与问断(2)违续函数的性质
- (2)建联函数的性质
  (3)闭区间的连续函数
- (4)一致连 (5)课后习
- 3. 无穷小量与无穷
  - <王 (1)≎∀
  - 1)定义
  - (2)无穷小量阶的比。
    (3)渐近线
- (4)课后习题
- 4.各节参考答案

- ▶ 连续函数是局部有界的.
- ▶ 连续函数是局部保号的.
- ▶ 有限多个连续函数的四则运算(除数不为零)仍然是连续函数.
- ▶ 连续函数的复合函数仍然是连续函数.
- 原函数严格单调连续则反函数也连续。
- 任何初等函数都是连续的。

 $(1) \lim_{x \to \pi} \sin(x - \sin x) = 0$ 

1.函数极限

(1)自变量趋近于 (2)自变量趋近于

(3)左极限和右极用 (4)函数极限的四月

(5)函数极限的性质

(7)课后习题

2.函数的连续性

(1) 连续与间断

(2)连续函数的性质 (3)闭区间的连续函数 (4)一分连续

(5)课后习题

3. 无穷小量与无穷

(1)定义

(1)定义 (2)无穷小量阶

(3)渐近级(4)误后习题

(4)课后习题

- ▶ 连续函数是局部有界的.
- ▶ 连续函数是局部保号的.
- ▶ 有限多个连续函数的四则运算(除数不为零)仍然是连 续函数.
- 连续函数的复合函数仍然是连续函数.
- ▶ 原函数严格单调连续则反函数也连续。
- ▶ 任何初等函数都是连续的.

- $(1) \lim_{x \to \pi} \sin(x \sin x) = 0$
- (2)  $\lim_{x\to 0} \sin(\frac{\pi}{2}\cos(\tan x))$

- - (2)连续函数的性质

- ▶ 连续函数是局部有界的.
- ▶ 连续函数是局部保号的.
- ▶ 有限多个连续函数的四则运算(除数不为零)仍然是连续函数.
- ▶ 连续函数的复合函数仍然是连续函数.
- 原函数严格单调连续则反函数也连续.
- ▶ 任何初等函数都是连续的.

- $(1) \lim_{x \to \pi} \sin(x \sin x) = 0$
- (2)  $\lim_{x\to 0} \sin(\frac{\pi}{2}\cos(\tan x)) = 1$

## 1.函数极限

- (1)自变量超近于2 (2)自变量超近于2
- (3)左极限和右极的
- (5)函数极限的性质
- (6)函数极限存息
  (7)课后习题

## 2.函数的连续性

- (1)连续与问断
- (2)连续函数的性质
- (3)闭区间的连续函引(4)一致连续
- (5)课后习》

- 1)00
- 1)定义
- [2]无穷小量阶的比 [3]渐近线
- (4)课后习题
- 4.各节参考答案

- ▶ 连续函数是局部有界的.
- ▶ 连续函数是局部保号的.
- ► 有限多个连续函数的四则运算(除数不为零)仍然是连 续函数.
- ▶ 连续函数的复合函数仍然是连续函数.
- 原函数严格单调连续则反函数也连续.
- ▶ 任何初等函数都是连续的.

- $(1) \lim_{x \to \pi} \sin(x \sin x) = 0$
- (2)  $\lim_{x\to 0} \sin(\frac{\pi}{2}\cos(\tan x)) = 1$
- (3)  $\lim_{x \to 1} \sec(x \sec^2 x \tan^2 x 1)$

## 1.函数极限

- (1)自变量超近于 (2)自变量超近于
- (2)自变量趋近于定
- (4)函数极限的四型 (5)函数极限的性质
- (6)函数极限存在的
- 2.函数的连续性

## (1) 法处方回收

- (2)连续函数的性质
  - (3)闭区间的连续函数
- (4)一致选:
- 3. 无穷小量与无

## 堂

- )定义
- 2)无穷小量阶的
- (3)渐近线
  (4)课后习题
- 4 各节参考签:

- ▶ 连续函数是局部有界的.
- ▶ 连续函数是局部保号的.
- ► 有限多个连续函数的四则运算(除数不为零)仍然是连 续函数.
- ▶ 连续函数的复合函数仍然是连续函数.
- 原函数严格单调连续则反函数也连续.
- ▶ 任何初等函数都是连续的.

- $(1) \lim_{x \to \pi} \sin(x \sin x) = 0$
- $(2) \lim_{x\to 0} \sin(\frac{\pi}{2}\cos(\tan x)) = 1$
- (3)  $\lim_{x \to 1} \sec(x \sec^2 x \tan^2 x 1) = 1$

## 1.函数极限

- (1)自变量超近于;(2)自变量超近于;
- (2)日艾里超近丁河 (3)左极限和右极区
- (4)函数极限的四级 (5)函数极限的性儿
- (6)函数极限存在
- 2 承数的连续性

## (1) 法处与回览

- (2)连续函数的性质
- (3) 闭区间的连续函数
- (5)课后习

## 3. 无穷小量与无

## 重

- )定义
- (2)无穷小量阶的比 (3)如证据
- (4)课后习题
- 4.各节参考答案

- ▶ 连续函数是局部有界的.
- ▶ 连续函数是局部保号的.
- ► 有限多个连续函数的四则运算(除数不为零)仍然是连续函数.
- ▶ 连续函数的复合函数仍然是连续函数.
- 原函数严格单调连续则反函数也连续。
- ▶ 任何初等函数都是连续的.

- $(1) \lim_{x \to \pi} \sin(x \sin x) = 0$
- (2)  $\lim_{x\to 0} \sin(\frac{\pi}{2}\cos(\tan x)) = 1$
- (3)  $\lim_{x \to 1} \sec(x \sec^2 x \tan^2 x 1) = 1$
- (4)  $\lim_{x\to 0} \tan(\frac{\pi}{4}\cos(\sin x^{1/3}))$

## 1.函数极限

- (1)目交重超近于:
  (2)自变量趋近于:
- (3)左极限和右极形
- (4)函数极限的切别 (5)函数极限的性质
- (6)函数极限存在的
- 0 7 44 44 44 44 W

## 2.函数的连续性

(1) 连续与间断

(2)连续函数的性质

(4)一致连续

(5)课后习:

3. 无穷小量与无穷 + 母

. 里 1)定义

- )足义 ) + 空小县阶/
- (2)无穷小量阶的比较 (3)渐近线
- (4)课后习题

- ▶ 连续函数是局部有界的.
- ▶ 连续函数是局部保号的.
- ► 有限多个连续函数的四则运算(除数不为零)仍然是连 续函数.
- ▶ 连续函数的复合函数仍然是连续函数.
- 原函数严格单调连续则反函数也连续。
- ▶ 任何初等函数都是连续的.

- $(1) \lim_{x \to \pi} \sin(x \sin x) = 0$
- (2)  $\lim_{x\to 0} \sin(\frac{\pi}{2}\cos(\tan x)) = 1$
- (3)  $\lim_{x \to 1} \sec(x \sec^2 x \tan^2 x 1) = 1$
- (4)  $\lim_{x\to 0} \tan(\frac{\pi}{4}\cos(\sin x^{1/3})) = 1$

## 1.函数极限

- (1)日交至超近于2(2)白变量趋近于2
- (3)左极限和右极图
- (5)函数极限的性质
- (6)函数极限存(7)课后习题

## 2.函数的连续性

## (1)连续与间断

(2)连续函数的性质

(4)一致连续

(5)珠石 リゼ

## 堂

- )定义
- 2)无穷小量阶的
- (3)渐近线 (4)谬丘习题
- (4)18478

例2.2:设 $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 1 \\ 2-x, & x > 1 \end{cases}$ ,  $\varphi(x) = \begin{cases} x, & x \leq 1 \\ x+4, & x > 1 \end{cases}$ , 讨 (1) 能要性验论复合函数 $f(\varphi(x))$ 的连续性.

(2)连续函数的性质

(3) 闭区间的连续函数(4) 一致连续(5) 课后习题

3.无穷小量与无穷 大量

(1)定义 (2)无穷小量阶的比较

(4)课后习题

1 力士至去

例2.2:设 $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \le 1 \\ 2-x, & x > 1 \end{cases}$ , $\varphi(x) = \begin{cases} x, & x \le 1 \\ x+4, & x > 1 \end{cases}$ ,讨 论复合函数 $f(\varphi(x))$ 的连续性.

解: 
$$f(\varphi(x)) = \begin{cases} \varphi^2(x), & \varphi(x) \leq 1 \\ 2 - \varphi(x), & \varphi(x) > 1 \end{cases}$$

例2.2:设 $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \le 1 \\ 2-x, & x > 1 \end{cases}$ , $\varphi(x) = \begin{cases} x, & x \le 1 \\ x+4, & x > 1 \end{cases}$ ,讨 论复合函数 $f(\varphi(x))$ 的连续性.

解: 
$$f(\varphi(x)) = \begin{cases} \varphi^2(x), & \varphi(x) \le 1\\ 2 - \varphi(x), & \varphi(x) > 1 \end{cases}$$
$$= \begin{cases} x^2, & x \le 1\\ -2 - x, & x > 1 \end{cases}$$

例2.2:设 $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \le 1 \\ 2-x, & x > 1 \end{cases}$ ,  $\varphi(x) = \begin{cases} x, & x \le 1 \\ x+4, & x > 1 \end{cases}$ , 讨 论复合函数 $f(\varphi(x))$ 的连续性.

解: 
$$f(\varphi(x)) = \begin{cases} \varphi^2(x), & \varphi(x) \le 1\\ 2 - \varphi(x), & \varphi(x) > 1 \end{cases}$$
$$= \begin{cases} x^2, & x \le 1\\ -2 - x, & x > 1 \end{cases}$$

 $x \neq 1$ 时,  $f(\varphi(x))$  为初等函数, 故此时连续. 而

$$\lim_{x \to 1^{-}} f(\varphi(x)) = \lim_{x \to 1^{-}} x^{2} = 1,$$

$$\lim_{x \to 1^+} f(\varphi(x)) = \lim_{x \to 1^+} (-2 - x) = -3,$$

 $f(\varphi(x))$ 在点x = 1处左右极限不相等,所以不连续.

## 1.函数极限

- (1)自变量趋近于无穷
- (2)目发重趋近于足
- (3)左极限和右极限
- (4)函数极限的四则运算
- (5)函数极限的性质
- (6)函数极限存在的条件
- (7)课后习题

## 2.函数的连续性

- (1)连续与间断
- (2)连续函数的性质
- (3)闭区间的连续函数
- (4)一致连续
- (5)课后习是

## 3. 无穷小量与无穷大量

- (1)定义
- (2)无穷小量阶的比较
- (3)渐近线
- (4)课后习题

## 4.各节参考答案

### 1 承数极限

- (1)白变量趋近于无
- (2)自变量趋近于
- (3) 左极限和右右
- (E) Z 40 10 00 44 44
- (5)函数极限的性
- (7)课后习题

## 2 函数的连续性

- (1)连续与问断
- (2)连续函数的性
- (3)闭区间的连续函数
- (4)一致连约
- (5)课后习》

### 3. 无穷小量与无穷 大量

- (1)定义
- (2)无穷小量阶的比
- (3)浙延线
- (4)课后习题

- 1 派粉椒咖
- (1)自变量趋近于无效(2)自变量趋近于无效
- (2)自变量趋近于
- (4)函数极限的四则运算
- (5)函数极限的信
  (6)函数极限存在
- (1)珠石刁鸡

## 2. 幽效的连续

- (2) 连续函数的
  - (3)闭区间的连续函数
- (4)一致连续
- (5)课后习题

- /--
- (1)之义
  (2)无穷小量阶的比率
- (3)渐近线
- (4)课后习题

闭区间上连续的函数一定存在最大值和最小值.

### 1 3. 44 48 18

- (1)自变量趋近于无效 (2)自变量趋近于定义
  - (2)自变量趋近于
    (2) 4 却如 5 土却
- (4)函数极限的四则运算
- (6)函数极限

## 2. 函数的连续性

- (2)连续函数的性
- (3) 闭区间的连续函数 (4) 一份法律
- (5)课后
- 3. 无穷小量与无穷
  - (1)定义
  - (2)无穷小量阶的比较 (2)
- (4)课后习题
- A 久节糸老忿宏

闭区间上连续的函数一定存在最大值和最小值.

注意:若函数在开区间上连续,或在闭区间上存在间断 点,结论不一定成立.

## 1 派粉椒唧

- (1)自变量趋近于无3
   (2)自变量趋近于定3
- (2)自变量趋近于
- (4)函数极限的回题
- (6)函数极限存在
- (1)\*\*\*\*\*\*\*

## 2.函数的连续性

- (2)连续函数的
- (3)闭区间的连续函数(4)一致连续
- 3 无穷小量与无穷

### 3. 左穷小童与左穷 大量

- (1)定义
- (2)无穷小量阶
- (3)渐近线(4)课后习题
- h ++ 62 42 100 12

闭区间上连续的函数一定存在最大值和最小值.

注意:若函数在开区间上连续,或在闭区间上存在间断 点,结论不一定成立.

请分别作出如下函数的图像:

(1) 
$$y = x, x \in (0,1)$$
.

(2) 
$$y = \begin{cases} -x+1, & 0 \le x < 1 \\ 1, & x = 1 \\ -x+3, & 1 < x \le 2 \end{cases}$$

1 派数极限

- (1)自变量趋近于无
- (3)左极限和右极
- (4)函数极限的四页 (5)函数极限的性质
- (6)函数极限存在的
- 2 承数的连续性
- (1)连续与间断
- (3)闭区间的连续函数
- (5)课后习题
- 3.无穷小量与无穷
- (1)定义
- 1) 人义 (2) 无穷小量形
- (3)渐近线
- (4)课后习题
- 4.各节参考答案

闭区间上连续的函数一定存在最大值和最小值.

注意:若函数在开区间上连续,或在闭区间上存在间断 点,结论不一定成立.

请分别作出如下函数的图像:

(1) 
$$y = x, x \in (0,1)$$
.

(2) 
$$y = \begin{cases} -x+1, & 0 \le x < 1 \\ 1, & x = 1 \\ -x+3, & 1 < x \le 2 \end{cases}$$

推论:闭区间上的连续函数必有界.

1.函数极限
(1)自变量超近于无穷
(2)自变量超近于定点
(3)左极限和右极限
(4)函数极限的四别运算
(5)函数极限的性质

2 派数的连续性

(1) 连续与间断 (2) 连续函数的性质 (2) 四层间处本体。

(3)闭区间的连续函数 (4)一致连续 (5)课后习题

3. 无穷小量与无穷

(1)定义

(2)无穷小量阶的比率(3)渐近线(4)课后习题

### 1.函数极限

- (1)自变量趋近于无(2)自变量趋近于定
- (2)目交重超项寸: (3) 左初明和云初;
- (4)函数极限的四则运算(5)不如如照从从原
  - (6)函数极限存在的

## 2 3. 44 44 to 44 h

- (1)连续与同:
  - (3)闭区间的连续函数
- (4)一致连约
- (5)课后习录

- (1) g g
- (2)无穷小量阶的比较
- (3) 渐近线
- (4)课后习题

设 $f(x) \in C[a,b]$ ,且 $f(a) = A, f(b) = B, A \neq B$ ,则对任意的A < C < B,至少有一点 $\xi \in (a,b)$ ,使得 $f(\xi) = C$ .

## 1 涵粉极限

- (1)自变量超近于无穷 (2)自变量超近于定点 (3)左极限和右极限 (4)函数极限的四则运算 (5)函数极限的性质 (6)函数极限存在的条件
- 2.函数的连续性
- (1)连续与同断(2)连续函数的性质(3)闭区间的连续函差
- (3)闭区间的连续函数 (4)一致连续 (5)课后习题
- 3. 无穷小量与无穷
- (1)定义
- (1)之义 (2)无穷小量阶的比较 (3)渐近线
- (4)课后习题

设 $f(x) \in C[a,b]$ ,且 $f(a) = A, f(b) = B, A \neq B$ ,则对任意的A < C < B,至少有一点 $\xi \in (a,b)$ ,使得 $f(\xi) = C$ .

推论1:闭区间上的连续函数必可取介于最小值与最大值之间的任何值.

## 1.函数极限

- (1)自变量超近于无穷 (2)自变量超近于定点 (3)左极限和右极限
- (4)函数极限的四则运。 (5)函数极限的性质
- (1)珠石刁地

## 2. 函数的连续性

- (2)连续函数的性质 (3)闭区间的连续函数
- (4)一致连续 (5)课后习题

# 3. 无穷小量与无穷大量

- (1)定义
- 2)无穷小量阶的比率 3)渐近经
- (4)课后习题
- 4.各节参考答案

设 $f(x) \in C[a,b]$ ,且f(a) = A, f(b) = B,  $A \neq B$ ,则对任意的A < C < B,至少有一点 $\xi \in (a,b)$ ,使得 $f(\xi) = C$ .

推论1:闭区间上的连续函数必可取介于最小值与最大值之间的任何值.

推论 $2:f(x) \in C[a,b], \mathbb{L}f(a)f(b) < 0,$ 那么至少存在一点 $\xi \in (a,b),$ 使得 $f(\xi) = 0.$ 

## 1.函数极限 (1)自变量超近于无穷 (2)自变量超近于定点 (3)直模限和右板限 (4)函数极限的四侧近算 (5)函数极限的性质 (6)函数极限存在的条件

2.函数的连续性

(2)连续函数的性质 (3)闭区间的连续函数

(4)一致连续 (5)课后习题

3. 无穷小量与无穷

大量 (1)定义

(2)无穷小量阶的比较(3)渐近线(4)课后习题

例2.3:设 $f(x) \in C[0,2a], f(0) = f(2a)$ , 证明至少存在一点 $\xi \in [0,a]$ , 使得 $f(\xi) = f(\xi+a)$ .

## 1.函数极限

- 1)自变量超近于无穷
   2)自变量超近于定点
   3)左极限和右极限
- 3)左极限和右极限 1)函数极限的四则运算 5)函数极限的性质

## 0 亚牡杨油44.14

- (1)还续与问断(2)还续函数的性
- (3)用区间的连续函数 (4)一致连续
- 3. 无穷小量与无穷
- (1)定义
- 1)天义 2)无穷小量阶的比较 3)渐近线
- (4)休后刁观

例2.3:设 $f(x) \in C[0,2a], f(0) = f(2a),$ 证明至少存在一 点 $\xi \in [0, a]$ ,使得 $f(\xi) = f(\xi + a)$ .

证:令

$$\varphi(x) = f(x+a) - f(x),$$

- (3)闭区间的连续函数

例2.3:设 $f(x) \in C[0,2a], f(0) = f(2a)$ , 证明至少存在一点 $\xi \in [0,a]$ , 使得 $f(\xi) = f(\xi+a)$ .

证:令

$$\varphi(x) = f(x+a) - f(x),$$

那么 $\varphi(x) \in [0,a]$ ,其中

$$\varphi(0)=f(a)-f(0),$$

$$\varphi(a)=f(2a)-f(a),$$

## 1.函数极限

- (1)自变量超近于无穷
  (2)自变量超近于定点
  (3)左极限和右极限
- (4)函数极限的四则运算 (5)函数极限的性质
- (7)课后习题

## 2.函数的连续性

- (2)连续函数的性/
- (3) 闭区间的连续函数 (4) 一致连续

- (1)定义
- (1)定义(2)无穷小量形
- (3)渐近线(4)课后习题
- 4.各节参考答案

例2.3:设 $f(x) \in C[0,2a], f(0) = f(2a)$ , 证明至少存在一点 $\xi \in [0,a]$ , 使得 $f(\xi) = f(\xi+a)$ .

证:令

$$\varphi(x) = f(x+a) - f(x),$$

那么 $\varphi(x) \in [0,a]$ ,其中

$$\varphi(0)=f(a)-f(0),$$

$$\varphi(a)=f(2a)-f(a),$$

所以
$$\varphi(0)\varphi(a)=-(f(a)-f(0))^2$$
,

1.函数极限

(1)自变量超近于北穷 (2)自变量超近于定点

(4)函数极限的四则运。

5)函数极限的性质
6)函数极限存在的:

6 7 40 11 14 14 14

2.函数的连续性

(2)连续函数的性

(3) 闭区间的连续函数 (4) 一致连续 (5) 调片贝斯

3. 无穷小量与无穷

入里 (1)定义

(1)定义 (2)无穷小量形

(3)渐近线 (4)课后习题

4 夕 廿 至 五 於

例2.3:设 $f(x) \in C[0,2a], f(0) = f(2a)$ , 证明至少存在一点 $\xi \in [0,a]$ ,使得 $f(\xi) = f(\xi + a)$ .

证:令

$$\varphi(x) = f(x+a) - f(x),$$

那么 $\varphi(x) \in [0,a]$ ,其中

$$\varphi(0)=f(a)-f(0),$$

$$\varphi(a)=f(2a)-f(a),$$

所以
$$\varphi(0)\varphi(a)=-(f(a)-f(0))^2$$
,

(i) 如果f(a) = f(0),则f(a) = f(2a),那么 $\xi = 0$ 或a满足要求:

1.函数极限

(1)日支至处近了元为
(2)白变量趋近于定点

(3)左极限和右极限

(5)函数极限的性质

(7)课后习题

2.函数的连续性

(2)连续函数

(3)闭区间的连续函数 (4)一致连续

3 无穷小量与无

大量

(1)定义 (2)无穷小量阶的:

(3)渐近线 (4)课后习题

例2.3:设 $f(x) \in C[0,2a], f(0) = f(2a)$ , 证明至少存在一点 $\xi \in [0,a]$ ,使得 $f(\xi) = f(\xi + a)$ .

证:令

$$\varphi(x) = f(x+a) - f(x),$$

那么 $\varphi(x) \in [0,a]$ ,其中

$$\varphi(0)=f(a)-f(0),$$

$$\varphi(a)=f(2a)-f(a),$$

所以 $\varphi(0)\varphi(a)=-(f(a)-f(0))^2$ ,

- (i) 如果f(a) = f(0),则f(a) = f(2a),那么 $\xi = 0$ 或a满足要求;
- (ii) 如果 $f(a) \neq f(0)$ ,则 $\varphi(0)\varphi(a) < 0$ ,由介值定理知至少存在一点 $\xi \in (a,b)$ ,使得 $\varphi(0)\varphi(a) = 0$ ,即 $f(\xi) = f(\xi + a)$ .

1. 函数 极限 (1) 自变量超近于无穷 (2) 自变量超近于定点 (3) 左极限和右极限 (4) 函数极限的的四期运算 (5) 函数极限的住在 (6) 函数极限存在的条件

## 2.函数的连续性

(2)连续函数的性质 (3)闭区间的连续函数

(4)一致连续 (5)课后习题

3.无穷小量与无穷

(1)定义 (2)于实小量阶的出

(3)渐近级 (4)课后习题

- (1)自变量趋近于无穷
- (2)目发里起现了足
- (3) 左极限和右极限
- (4)函数极限的四则运算
- (5)函数极限的性质
- (6)函数极限存在的条件
- (7)课后习题

## 2.函数的连续性

- (1)连续与间断
- (2)连续函数的性质
- (3) 闭区间的连续函数
- (4)一致连续
- (5)课后习题

## 3. 无穷小量与无穷大量

- (1)定义
- (2)无穷小量阶的比较
- (3)渐近线
- (4)课后习题

## 4.各节参考答案

#### 1 涵粉极限

- (1)白变量趋近于无
- (2)自变量趋近于
- (3)左极限和右右
- (4)函数极限的图页
- (5)函数极限的性
- (7)课后引题

#### 2 函数的连续性

- (1)连续
  - (2) 建联函数的性/
- (4)一致连续
- (5)课后习题

## 3. 无穷小量与无

- (1)定义
  - (2)无穷小量阶的比
  - (4) 浙亚线
- (4)课后习题
- 4.各节参考答案

设f(x)为定义在区间I上的函数,如果对于任意的正数 $\varepsilon > 0$ ,存在 $\delta > 0$ ,使得对任意 $x_1, x_2 \in I$ ,只要

$$|x_1-x_2|<\delta,$$

就有

$$|f(x_1) - f(x_2)| < \varepsilon,$$

则称f(x) 在区间I上是一致连续.

1.函数极限

(1)目交重超近于尤为 (2)自变量超近于定点

(4)函数极限的四则运算

(5)函数极限的性

(1)\*\*\*\*\*

2.函数的连续性

(2)连续函数的性质

(4)一致连续

(5)课后习题

3.无穷小量与无穷

(1)定义

1)天义 2)无穷小量阶的比 3)渐近线

(4)课后习题

设f(x)为定义在区间I上的函数,如果对于任意的正数 $\varepsilon > 0$ ,存在 $\delta > 0$ ,使得对任意 $x_1, x_2 \in I$ ,只要

$$|x_1-x_2|<\delta,$$

就有

$$|f(x_1) - f(x_2)| < \varepsilon,$$

则称f(x) 在区间I上是一致连续.

注:闭区间的连续函数必然是一致连续的.

1.函数极限

- (2)自变量超近于定点
- (3)左极限和右极限
- (5)函数极限的性
  - (6)函数极限存在
- 2.承数的连续排

#### 2. 函数时迁续性

- (2)连续函数的性质
- (3)闭区间的连续:
  - (4)一致连续
  - (5)课后习题

3.无穷小量与无穷 + 量

- (1)定义
- (1)定义 (2)未实小者阶
- (3)渐近线
- (4)课后习题
- 4.各节参考答案

例2.4:证明 $f(x) = \sqrt{x}$ 在 $[1, +\infty)$ 上一致连续.

#### 1.函数极限

- (1)自变量超近于无效 (2)自变量超近于定点
- (3)左极限和右极限
- (4)函数极限的四则运 (5)函数初限的处质
- (6)函数极限存在

#### 2.函数的连续性

- (1)连续
  - (2)还获函数的性质
- (4)一致连续
- (5)课后习题

## 3. 无穷小量与无穷

- (1)定义
- (2)无穷小量阶的比较
- (4) 湖丘 日 田
- (4)课后习题
- 4.各节参考答案

例2.4:证明
$$f(x) = \sqrt{x}$$
在 $[1, +\infty)$ 上一致连续.

证: $\forall x_1, x_2 \in [1, +\infty)$ ,有

$$|\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2}| = \frac{|x_1 - x_2|}{\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}} \le |x_1 - x_2|,$$

所以对 $\forall \varepsilon > 0$ ,取 $\delta = \varepsilon$ ,当

$$|x_1-x_2|<\delta,$$

必有

$$|\sqrt{x_1}-\sqrt{x_2}|<\varepsilon,$$

故命题得证.

#### 1.函数极限

- (1)自变量趋近于无穷
  (2)自变量趋近于定点
- (3)左极限和右极限 (4)函数极限的四则运算
- (5)函数极限的性质
- (1)珠石习题

#### 2. 函数的连续性

- (1)连续。
  - (3)闭区间的连续函数
- (4)一致连续

## 3. 无穷小量与无穷

- 人里 (1)点点
- (1)定义
- 2)无穷小量阶的
- (4)课后习题
- 4.各节参考答案

例2.5:证明 $f(x) = \frac{1}{x}$  在(0,1) 内不一致连续.

#### 1 派粉椒眼

- (1)自变量趋近于无3
- (2)自变量趋近于
- (4)函数极限的四则运。
- (5)函数极限的性质
- (7)课后

#### 2.函数的连续性

- (1)连续
- (2)是误函数的信
  (3)团区间的连续

## (4)一致连续

3 无穷小量与无穷

## 大量

- (1)定义
- (2)无穷小量阶的比较
- (3)渐近线
- (4)课后习题

例2.5:证明 $f(x) = \frac{1}{x} \alpha(0,1)$  内不一致连续.

证:
$$\mathbb{R} = \frac{1}{2}$$
,对任意正数 $\delta$ ,总存在自然数 $n$ 满足

$$\frac{1}{n(n+1)}<\delta,$$

今

$$x_1 = \frac{1}{n}, x_2 = \frac{1}{n+1},$$

此时
$$|x_1-x_2|=\frac{1}{n(n+1)}<\delta$$
, 但

$$\left|\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2}\right| = 1 > \varepsilon,$$

故命题得证.

#### 1 函数极限

- (1)自变量趋近于无穷
- (3)左极限和右极限 (A)还数据据的四别还算
- (4)函数极限的四则运算 (5)函数极限的性质
- (1)4000
- (1) 法处长间
- (2)连续函数的性质
- (4)一致连续
- 3. 无穷小量与无穷
  - 大堂
  - (1)定义 (2)无常小量
  - (3) 新近线
  - (4)课后习题
  - 4.各节参考答案

- (1)自变量趋近于无穷
- (2)目发里起现了足
- (3) 左极限和右极限
- (4)函数极限的四则运算
- (5)函数极限的性质
- (6)函数极限存在的条件
- (7)课后习题

## 2.函数的连续性

- (1)连续与间断
- (2)连续函数的性质
- (3)闭区间的连续函数
- (4) 一致连续
- (5)课后习题

## 3. 无穷小量与无穷大量

- (1)定义
- (2)无穷小量阶的比较
- (3)渐近线
- (4)课后习是

## 4.各节参考答案

#### 1 函数极限

- (1)白变量趋近于无
- (2)自变量趋近于
- (3) 左极限和右极
- (4)函数极限的四则过
- (5)函数极限的性
- (7)课后习题

#### 2 函数的连续性

- (1)连续
- (3) 闭区间的连续函

## (5)课后习题

## 3. 无穷小量与无穷 大量

- (1) = 4
  - (2)无穷小量阶台
- (3)浙延线
- (4)课后习题

(1) 设函数
$$f(x) = \begin{cases} 8-x, & x < 3 \\ 3, & x = 3 \\ \frac{x^2-x-6}{x-3}, & x > 3 \end{cases}$$
,  $\lim_{x \to 3} f(x) = ?$ 

(2) 求出函数
$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & x < 0 \\ x, & 0 \le x < 1 \end{cases}$$
 的所有间断点  $2 - x, \quad 1 < x \le 2$ 

并判断类型.

(3) 函数 
$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 2x + e^{2ax} - 1}{x}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$$
 在 $(-\infty, +\infty)$ 上 连续,那么 $a = ?$ 

(4) 函数 
$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 2x}{x}, & x < 0 \\ 3x^2 - 2x + a, & x \ge 0 \end{cases}$$
 在  $x = 0$  处连续,那  $x = 0$  么  $a = 0$ 

(5) 证明方程
$$x^5 - 3x - 1 = 0$$
在区间 $(1, 2)$ 内至少有一个实根.

(6) 判断函数
$$f(x) = \frac{\sin x}{x} \Delta(0, +\infty)$$
 是否一致连续.

1.函数极限 (1)白变量超近于无方 (2)白变量超近于定点 (3)左规保和古极限 (4)函数极限的四则近算 (5)函数极限的性质 (6)函数极限合在的条件

## 函数的连续性

(2)选续函数的性质 (3)用区间的选续函数 (4)一致选续 (5)课后习题 3.无穷小量与无穷 大量

# (1)定义 [2]无穷小量阶的比较

(4)课后习题 4.各节参考答案

- (1)自变量趋近于无穷
- (2)自变量趋近于定
- (3) 左极限和右极限
- (4)函数极限的四则运算
- (5)函数极限的性质
- (6)函数极限存在的条件
- (7)课后习题

## 2.函数的连续性

- (1)连续与间断
- (2)连续函数的性质
- (3)闭区间的连续函数
- (4)一致连续
- (5)课后习题

## 3. 无穷小量与无穷大量

- (1)定3
- (2)无穷小量阶的比较
- (3)渐近线
- (4)课后习匙

## 4.各节参考答案

#### 1 函数极限

- (1)自变量趋近于无
- (2)自变量趋近于
- (3)左极限和右极
- (4)函数极限的四则
- (5)函数极限的性。
- (1)18478

#### 2.函数的连续性

- (1)连续与
  - (2) 四页 四 4 + 1
- (3)闭区间的连续函(A) 3 ± 4b
- (5)课后

# 3.无穷小量与无穷大量

- (1)定义
- (2)无穷小量阶的比
- (4) 湖北段
- (4)课后习题

- (1)自变量趋近于无穷
- (2)目发重趋近于足
- (3)左极限和右极限
- (4)函数极限的四则运算
- (5)函数极限的性质
- (6)函数极限存在的条件
- (7)课后习题

## 2.函数的连续性

- (1)连续与间断
- (2)连续函数的性质
- (3)闭区间的连续函数
- (4)一致连续
- (5)课后习是

## 3. 无穷小量与无穷大量

## (1)定义

- 2)无穷小量阶的比较
- (3)渐近线
- (4)课后习题

## 4.各节参考答案

- 1.函数极限
- (1)自变量趋近于无
- (2)自变量趋近于
- (4)函数极限的四则
- (5)函数极限的性/
- (7)课后习题
- 2.函数的连续性

#### 2. 四致的迁获的

- (2) 法禁忌率
  - (3)闭区间的连续
  - (4)一致连续
  - (5)课后习题
  - 3.无穷小量与无穷 大量

- (2)无穷小量阶的比较
- (4)课后习题
- (1)
- 4.各节参考答案

设f在某 $U^{\circ}(x_0)$ 上有定义,如果其有界,则称为 $x \to x_0$ 时的**有界量**.进一步的,如果有

$$\lim_{x\to x_0}f(x)=0,$$

则称f 为 $x \to x_0$ 时的**无穷小量**.例如: x - 1为 $x \to 1$ 时的无穷小量;  $\sqrt{1 - x^2}$ 为 $x \to 1$ <sup>-</sup> 时的无穷小量;  $\frac{\sin x}{x}$ 为 $x \to \infty$ 时的无穷小量;  $\sin x$ 为 $x \to \infty$ 时的看界量.

#### 1.函数极限

- (2)自变量超近于定点 (3)左极限和右极限 (4)函数极限的四则运算
- (4)函数极限的四则运算 (5)函数极限的性质 (6)函数极限存在的条件

### 2.函数的连续性

- (1)连续与问: (2)注缺系数
  - (3)闭区间的连续函数
- (5)课后习

## 3. 无穷小量与无穷

- (1)足叉 (2)无穷小量阶的) (3)渐近线
- (3)淅项技 (4)课后习题
- 4.各节参考答案

设f在某 $U^{\circ}(x_0)$ 上有定义,如果其有界,则称为 $x \to x_0$ 时的**有界量**.进一步的,如果有

$$\lim_{x\to x_0}f(x)=0,$$

则称f 为 $X \to X_0$ 时的**无穷小量**.例如:

x-1为 $x\to 1$ 时的无穷小量:

 $\sqrt{1-x^2}$ 为 $x\to 1^-$ 时的无穷小量:

 $\frac{\sin x}{x}$ 为 $x \to \infty$ 时的无穷小量;

 $\sin x \to x \to \infty$  时的有界量.

## 无穷小量的性质:

两个(类型相同的)无穷小量的和,差,积仍是无穷小量; 无穷小量与有界量的乘积仍为无穷小量. 1.函数极限

(1)日交重超近于2(2)白变量超近于2

(3)左极限和右极限

(5)函数极限的性力

(6)函数极限存在的

O J. 44 44 14 44 14

2.函数的连续性

(2)连续函数的性质

(3)用区间的连续函
(4)一些法律

(5)课后只

3. 无穷小量与无穷

(1)定义

(1)定义

(2)尤另小重阶的比 (3)渐近线 (4)课后习题

以 $\infty$ ,+ $\infty$ ,或- $\infty$ 为非正常极限的函数或是数列,称为**无穷大量**.

#### 1.函数极限

- (1)自变量趋近于无效
- (2)自变量趋近于定
- (4)函数极限的四则运算
  - 5)函数极限的性质
- (7)课后习

#### 2.函数的连续性

- (1)连续。
  - 2)江峡铜鲛町恆质 3)闭区间的连续函数
- (4)一致:
- 3. 无穷小量与无穷

- 1)定义 2)无穷小量阶的比较
- (4)课后习题
- 4.各节参考答案

以 $\infty$ ,  $+\infty$ ,或 $-\infty$ 为非正常极限的函数或是数列,称为**无穷**大量.

注1:无穷大量不是很大的数,而是具有非常极限的函数.

#### 1 函数极限

- (1)自变量趋近于无穷
   (2)自亦品給近千余占
- (2)自变量超近于
- (4)函数极限的四则运算
  - (5)函数极限的性质
- 2 承粉的连续性

#### 2. 函数的迁线性

- (2)连续函数的性质
- (3)闭区间的连续函数 (4)一致连续
- (5)课后

## 3. 无穷小量与无穷

- (1)定义 (2)无穷小量阶的比较 (3)渐近线
- (4)课后习题

以 $\infty$ ,  $+\infty$ , 或 $-\infty$ 为非正常极限的函数或是数列, 称为**无穷**大量.

注1:无穷大量不是很大的数,而是具有非常极限的函数.

注2: 无穷大量一定是无界函数,而无界函数却不一定是无穷大量.

#### | 函数极限

- (1)自变量趋近于无穷
- (3)左极限和右极的
- (4)函数极限的四组 (5)函数极限的性儿
- (6)函数极限存在

#### 2.函数的连续性

- (1)连续与
- (3)闭区间的连续函数
- (5)课后习题

## 3. 太穷小童与太穷

- (2)无穷小量阶的比较 (3)渐近线
- A 久节糸老父宏

以 $\infty$ ,  $+\infty$ ,或 $-\infty$ 为非正常极限的函数或是数列,称为**无穷**大量.

注1:无穷大量不是很大的数,而是具有非常极限的函数.

注2: 无穷大量一定是无界函数,而无界函数却不一定是无穷大量.

注3:无穷大量的倒数是无穷小量.

### 1.函数极限

- (1)自变量趋近于无穷(2)自变量趋近于定点
- (3)左极限和右极图
- (5)函数极限的性 (6) 函数极限的性
- (7)课后习题

#### 2.函数的连续性

- (1) 连续与间断
- (3)闭区间的连续函数
- (5)课后习

## 3. 无穷小量与无穷

- 1)定义 2) ※ 宏小書
- (2)元分寸至所可记 (3)渐近线 (4)课后习题
- 4.各节参考答案

- (1)自变量趋近于无穷
- (2)自变量趋近于定
- (3) 左极限和右极限
- (4)函数极限的四则运算
- (5)函数极限的性质
- (6)函数极限存在的条件
- (7)课后习题

## 2.函数的连续性

- (1)连续与间断
- (2)连续函数的性质
- (3)闭区间的连续函数
- (4)一致连续
- (5)课后习题

## 3. 无穷小量与无穷大量

- (1)定
- (2)无穷小量阶的比较
- (3)渐近约
- (4)课后习是

## 4.各节参考答案

#### 1 涵粉极限

- (1)自变量趋近于无
- (2)自变量趋近于
- (3)左极限和右右
- (4)函数极限的证则
- (5)函数极限的性
- (7)课后习

- (1)连续
  - (2) 建联函数的1
- (4)一致连续
- (5)课后:
  - 3. 无穷小量与无穷
  - (1) g g
  - (2)无穷小量阶的比较
- (4)课后习题
- 4.各节参考答案

▶ 高阶无穷小

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$$

记作

$$f(x) = o(g(x)) \ (x \to x_0)$$

#### 1 派粉椒咖

- (1)自变量趋近于无穷
- (2)自变量趋近于定点
- (4)函数极限的四则运算
  (5)函数初福的性质
- (7) 選兵 (7)

- (1)连续
  - 2)赶项函数则性质 3)闭区间的连续函数
- (4)一致进
- 3. 无穷小量与无穷
- (1) : 1
- (2)无穷小量阶的比较
- (4)课后习题
- 1 夕 芯 会 基 祭 安

▶ 高阶无穷小

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$$

记作

$$f(x) = o(g(x)) \ (x \to x_0)$$

▶ 同阶无穷小

$$0 < K \le |\frac{f(x)}{g(x)}| \le L$$

特别地

$$\lim_{x\to x_0}\frac{f(x)}{g(x)}=c\neq 0$$

#### 1 函数极限

- (1)自变量超近于无穷 (2)自变量超近于定点 (2)自变量超近于定点
- (3)左极限和右极限 (4)函数极限的四则运算 (5)函数极限的性质
- (7)课后习题

- (1)连续与问断(2)连续函数的性质
- (3)闭区间的连续函数 (4)一致连续
- 3. 无穷小量与无穷
- (1)定义
- (2)无穷小量阶的比较 (3)渐近线
- 力士会並你必

▶ 高阶无穷小

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$$

记作

$$f(x) = o(g(x)) \ (x \to x_0)$$

▶ 同阶无穷小

$$0 < K \le \left| \frac{f(x)}{g(x)} \right| \le L$$

特别地

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = c \neq 0$$

▶ 等价无穷小

$$\lim_{x\to x_0}\frac{f(x)}{g(x)}=1$$

记作

$$f(x) \sim g(x) \ (x \rightarrow x_0)$$

1 函数极限

(1)自变量趋近于无穷

(3)左极限和右极限 (4)函射极限的四侧运算

(6)函数核

2 函数的连续性

(1)连续与间断(2)连续函数的性质(3)闭区间的连续函数

(5)课后习题

3. 左穷小童与左 大量

(1)定义 (2)无穷小量阶的比较

(4)课后习题

注**1**:当两个无穷小量f(x)和g(x)满足 $|\frac{f(x)}{g(x)}| \le L$ 时,则可记作  $f(x) = O(g(x)) \ (x \to x_0).$ 

#### 1 派数极限

- (1)自变量超近于无穷 (2)自变量超近于定点
- (3)左极限和右极限 (4)函数极限的四则运身
- (5)函数极限的性质(6)函数极限存在的条件

### 2.函数的连续性

- (1)连续与
  - (3)闭区间的连续函数
- (5)课后习

# 3. 无穷小量与无穷

- (1)定义
- (2)无穷小量阶的比较
- (4)课后习题
- 4 冬节参考答案

注**1**:当两个无穷小量f(x)和g(x)满足 $\left|\frac{f(x)}{g(x)}\right| \leq L$ 时,则可记作

$$f(x) = O(g(x)) \ (x \to x_0).$$

注2:这里的

$$f(x) = o(g(x)) \ (x \to x_0)$$

和

$$f(x) = O(g(x)) \ (x \to x_0)$$

与通常的等式是不同的,这两个式子的右边本质上只是表示一类函数.也就是说,这里的"="类似于"∈".

1.函数极限

(1)日交重超近于2(2)白变量超近于2

(4)函数极限的四则运

(5)函数极限的性质

(-)----

2. 函数的建铁银

(2)连续函数的性质 (3)闭区间的连续函数

(4)一致连续 (5)课后习录

3. 无穷小量与无穷

大宝 (1) 8 %

(1)定义 (2)无穷小量阶的比较

(3)渐近级 (4)湿片贝斯

(4)18478

 $\mathbf{i}$ 1:当两个无穷小量f(x)和g(x)满足 $\left|\frac{f(x)}{g(x)}\right| \leq L$ 时,则可记作

$$f(x) = O(g(x)) \ (x \to x_0).$$

注2:这里的

$$f(x) = o(g(x)) \ (x \to x_0)$$

和

$$f(x) = O(g(x)) \ (x \to x_0)$$

与通常的等式是不同的,这两个式子的右边本质上只是表示一类函数.也就是说,这里的"="类似于"∈".

注3:o(1)表示无穷小量,O(1)表示有界函数.

1.函数极限

(2)白变量超近于龙为 (2)白变量超近于定点 (2)白玻璃和土坡煤

(4)函数极限的四则运。

(6)函数极限存在的

2.函数的连续性

2. 函数的迁绕任

(2)连续函数的性质 (3)闭区间的连续函数

(4)一致连约 (5)课后习录

3. 无穷小量与无穷

(1)定义

(2)无穷小量阶的比较

(3)淅项线 (4)课后习题

例3.1:求 $\lim_{x\to 0} \frac{\tan x}{x}$ .

#### 1.函数极限

- (1)白变量超近于无穷(2)白变量超近于定点(3)左极限和右极限
- (4)函数极限的四则 (5)函数极限的性质
- (6)函数极限存在

- (1)选约
  - (2)还实函数的性质 (3)闭区间的连续函数
- (4)-5
- 3. 无穷小量与无穷
  - (1) @ #
  - (1) 定义(2) 无穷小量阶的比较
  - (3)渐近线
- (4)课后习题
- 4.各节参考答案

例3.1:求 
$$\lim_{x\to 0} \frac{\tan x}{x}$$
.

解:原式= 
$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x\cos x} = \lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1.$$

- (1)自变量超近于无穷 (2)自变量超近于定点 (3)左极限和右极限
- (3)左极限和右极限 (4)函数极限的四则运算 (5) 五数极限的四则运算
- (7)课后习题

- (1) 连续与间断
   (2) 法独立权益
  - (3)闭区间的连续函数 (4)一致连续
- 3. 无穷小量与无穷
- (1)定义
- (1)定义(2)无穷小量阶的比较
- (3)新近线
- . h at 40 30 mm m

例3.1:求 
$$\lim_{x\to 0} \frac{\tan x}{x}$$
.

解:原式= 
$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x\cos x} = \lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1.$$

例3.2:求
$$\lim_{x\to 0} \frac{\arcsin x}{x}$$
.

- (1)白变量超近于无穷 (2)白变量超近于定点 (3)左极限和右极限
- (3)左极限和右极限(4)函数极限的四则运算
- (7)课后习题

- (1)连续
  - (3)闭区间的连续函数
  - (4)一致i
  - 3. 无穷小量与无穷
  - 大宝 (1) 定义
  - (1)定义
  - (2)无穷小量阶的比较 (3)渐近线
  - (4)採后习题

例3.1:求
$$\lim_{x\to 0} \frac{\tan x}{x}$$
.

解:原式= 
$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x\cos x} = \lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1.$$

例3.2:求
$$\lim_{x\to 0} \frac{\arcsin x}{x}$$
.

解:原式= 
$$\lim_{x\to 0} \frac{\arcsin x}{\sin(\arcsin x)} = 1.$$

- (1)自变量超近于无穷 (2)自变量超近于定点 (3)左极限和右极限 (4)函数极限的四则运算 (5)函数极限的性质 (6)函数极限存在的条件
- 2.函数的连续性
- (1)连续与间断
  - (2) 建铁函数的性质 (3) 闭区间的连续函数 (4) - 4 + 44
  - (5)课后习题
- 3. 无穷小量与无穷
- (1)定义
- (2)无穷小量阶的比较 (3)渐近线
- (4)课后习题
- 4.各节参考答案

例3.1:求 
$$\lim_{x\to 0} \frac{\tan x}{x}$$
.

解:原式= 
$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x\cos x} = \lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1.$$

例3.2:求
$$\lim_{x\to 0} \frac{\arcsin x}{x}$$
.

解:原式= 
$$\lim_{x\to 0} \frac{\arcsin x}{\sin(\arcsin x)} = 1.$$

例3.3: 
$$\lim_{x\to 0} \frac{\arctan x}{x}$$
.

- (1)自变量超近于无穷 (2)自变量超近于定点 (3)左极限和右极限 (4)函数极限的四则运算 (5)函数极限的性质
- 0 3 42 46 16 45 45 11
- 2. 四级的迁泺往
  - (2)连续函数的性质 (3)闭区间的连续函数
  - (5)课后习题

## 3. 无穷小量与无穷

- (1) g g
- (1)定义
- (2)无穷小量阶的比较 (3)渐近级 (4)深云见题
- 1 1 + 6 + 1 M

例3.1:求 
$$\lim_{x\to 0} \frac{\tan x}{x}$$
.

解:原式= 
$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x\cos x} = \lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1.$$

例3.2:求
$$\lim_{x\to 0} \frac{\arcsin x}{x}$$
.

解:原式= 
$$\lim_{x\to 0} \frac{\arcsin x}{\sin(\arcsin x)} = 1.$$

例3.3: 
$$\lim_{x\to 0} \frac{\arctan x}{x}$$
.

解:原式= 
$$\lim_{x\to 0} \frac{\arctan x}{\tan(\arctan x)} = 1$$
.

- (1)自变量超近于无穷 (2)自变量超近于定点 (3)左极限和右极限 (4)函数极限的四则近身
- (6)函数极限存在的多

#### 2.函数的连续性

- (1)还续与问断 (2)连续函数的性质
- (3)闭区间的连续函数(4)一致连续

## 3. 无穷小量与无穷

## 大堂 (1) ~ "

- (1)定义 (2)无穷小量阶的比较
  - (3)渐近线 (4)课后习题
- 1 h + 6 + 10 M

例3.4:求  $\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{\frac{1}{2}x^2}$ .

- (2)无穷小量阶的比较

例3.4:求 
$$\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{\frac{1}{2}x^2}$$
.

解:原式= 
$$\lim_{x\to 0} \frac{2\sin^2\frac{x}{2}}{\frac{1}{2}x^2} = \lim_{x\to 0} \frac{(\sin\frac{x}{2})^2}{(\frac{x}{2})^2} = \lim_{x\to 0} (\frac{\sin\frac{x}{2}}{\frac{x}{2}})^2 = 1.$$

#### 1 函数极限

- (1)自变量超近于无穷 (2)自变量超近于定点
- (3)左极限和右极限 (4)函数极限的四则运算
  - (6)函数极限存在的条件
- 2 承数的连续性
- (1)连续与同断
- (2)连续函数的性质 (3)闭区间的连续函数 (4)一兴运动
- 3. 无穷小量与无穷
- 大堂 (1) 定义
- (2)无穷小量阶的比较 (3)渐近线
- (4)课后习题

例3.4:求 
$$\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{\frac{1}{2}x^2}$$
.

解:原式= 
$$\lim_{x\to 0} \frac{2\sin^2\frac{x}{2}}{\frac{1}{2}x^2} = \lim_{x\to 0} \frac{(\sin\frac{x}{2})^2}{(\frac{x}{2})^2} = \lim_{x\to 0} (\frac{\sin\frac{x}{2}}{\frac{x}{2}})^2 = 1.$$

例3.5:求 
$$\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+x)}{x}$$
.

#### 1 承粉初限

- (1)自变量趋近于无穷 (2)自变量趋近于定点
- (3)左极限和右极限 (4)函数极限的四则近身
  - 5)函数极限的性质 5)函数极限存在的条例
- 2 承數的连续性
- (1)连续与间断(2)连续函数的性质
- (3)闭区间的连续函数(4)一致连续
- (5)课后习題
- 3. 无穷小量与无穷 大量
- (1)定义
- (2)无穷小量阶的比较 (3)渐近线
- (4)休后刁观

例3.4:求 
$$\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{\frac{1}{2}x^2}$$
.

解:原式= 
$$\lim_{x\to 0} \frac{2\sin^2\frac{x}{2}}{\frac{1}{2}x^2} = \lim_{x\to 0} \frac{(\sin\frac{x}{2})^2}{(\frac{x}{2})^2} = \lim_{x\to 0} (\frac{\sin\frac{x}{2}}{\frac{x}{2}})^2 = 1.$$

例3.5:求
$$\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+x)}{x}$$
.

解:原式= 
$$\lim_{x\to 0} \ln(1+x)^{\frac{1}{X}} = \ln(\lim_{x\to 0} (1+x)^{\frac{1}{X}}) = \ln e = 1.$$

#### 1 涵粉极限

- (1)自变量趋近于无穷(2)自变量趋近于定点
- (4)函数极限的四则运算
- (7)课后习题
- 2.函数的连续性
- (1)连续与间断 (2)连续函数的性质
- (3)闭区间的连续函数 (4)一致连续
- 3. 无穷小量与无穷
- 大量
- (1)定义
  - (2)无穷小量阶的比较 (3)渐近线 (4)湿片口题
  - (4) 体后 4 点

例3.4:求
$$\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{\frac{1}{2}x^2}$$
.

解:原式= 
$$\lim_{x\to 0} \frac{2\sin^2\frac{x}{2}}{\frac{1}{2}x^2} = \lim_{x\to 0} \frac{(\sin\frac{x}{2})^2}{(\frac{x}{2})^2} = \lim_{x\to 0} (\frac{\sin\frac{x}{2}}{\frac{x}{2}})^2 = 1.$$

例3.5:求
$$\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+x)}{x}$$
.

解:原式= 
$$\lim_{x\to 0} \ln(1+x)^{\frac{1}{X}} = \ln(\lim_{x\to 0} (1+x)^{\frac{1}{X}}) = \ln e = 1.$$

例3.6:求
$$\lim_{x\to 0} \frac{e^x-1}{x}$$
.

(1)自变量超近于无穷 (2)自变量超近于定点

(4)函数极限的四则运引

(5)函数极限的性质 (6)函数极限存在的条

2 函数的连续性

(1)连续与间断 (2)连续函数的性质

(3)闭区间的连续函数(4)一致连续

(5)课后习题 3.无穷小量与无穷

大量

(1)定义

(2)无穷小量阶的比较 (3)渐近线 (4)课后习题

1 9 ± 4 ± 4

例3.4:求 
$$\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{\frac{1}{2}x^2}$$
.

解:原式= 
$$\lim_{x\to 0} \frac{2\sin^2\frac{x}{2}}{\frac{1}{2}x^2} = \lim_{x\to 0} \frac{(\sin\frac{x}{2})^2}{(\frac{x}{2})^2} = \lim_{x\to 0} (\frac{\sin\frac{x}{2}}{\frac{x}{2}})^2 = 1.$$

例3.5:求
$$\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+x)}{x}$$
.

解:原式= 
$$\lim_{x\to 0} \ln(1+x)^{\frac{1}{x}} = \ln(\lim_{x\to 0} (1+x)^{\frac{1}{x}}) = \ln e = 1.$$

例3.6:求 
$$\lim_{x\to 0} \frac{e^x-1}{x}$$
.

解:原式
$$e^{x} = \lim_{t \to 0} \frac{t}{\ln(1+t)} = 1.$$

- (1)自变量趋近于无穷(2)自变量趋近于定点(3)左极限和右极限
- (4)函数极限的四则运算 (5)函数极限的性质 (6)亚数极限的性质
- 2 派教的连续性
- (1)连续与同断(2)连续函数的性质
- (3)闭区间的连续函数 (4)一致连续
- 3. 无穷小量与无穷
  - 大量 (1) 8 8
- (1)定义 (2)无穷小量阶的比较
  - 3) 渐近线 4) 课后习题
- 4.各节参考答案

例3.7:求
$$\lim_{x\to 0} \frac{(1+x)^{\alpha}-1}{\alpha x}$$
.

#### 1 派粉初限

- (1)自变量趋近于无3
- (2)自变量趋近于
- (4)函数极限的四则运算
- (6)函数极限在 (7)四至口至

### 2.函数的连续性

- (1)连续
  - (2)还续函数的性
- (4)-
- (5)採石 / 2 た エ か 小 早 た エ か
  - 大量
  - (1)定义
  - (2)无穷小量阶的比较
- (4)课后习录
- 1 久节糸老祭安

例3.7:求 
$$\lim_{x\to 0} \frac{(1+x)^{\alpha}-1}{\alpha x}$$
.

解:原式= 
$$\lim_{x\to 0} \frac{(1+x)^{\alpha}-1}{\alpha \ln(1+x)} \stackrel{(1+x)^{\alpha}-1=t}{=} \lim_{t\to 0} \frac{t}{\alpha \frac{1}{\alpha} \ln(1+t)}$$

$$= \lim_{t\to 0} \frac{t}{\ln(1+t)} = 1.$$

### 1 派粉椒即

- (1)自变量趋近于无穷 (2)自变量趋近于定点
- (3)左极限和右极限 (4)函数极限的四则运算
- (5)函数极限的性质 (6)函数极限存在的条 (7):22 - 2 = 5

## 2.函数的连续性

- (1)连续与同断 (2)连续函数的性质 (3)回区间的本独系数
- (3)闭区间的连续函数(4)一致连续

# 3. 无穷小量与无穷

- (1)定义
- (2)无穷小量阶的比较 (3)渐近线
- (4)课后习题

例3.7:求 
$$\lim_{x\to 0} \frac{(1+x)^{\alpha}-1}{\alpha x}$$
.

解:原式= 
$$\lim_{x\to 0} \frac{(1+x)^{\alpha}-1}{\alpha \ln(1+x)} \stackrel{(1+x)^{\alpha}-1=t}{=} \lim_{t\to 0} \frac{t}{\alpha \frac{1}{\alpha} \ln(1+t)}$$

$$= \lim_{t\to 0} \frac{t}{\ln(1+t)} = 1.$$

当
$$x \to 0$$
时,

### 1 派数极限

- (1)自变量趋近于无穷 (2)自变量趋近于定点
- (3)左极限和右极限
  (4)函数极限的四则运算
- (7)课后习题

## 2.函数的连续性

- (1)连续与问断 (2)连续函数的性质
- (3)闭区间的连续函数 (4)一致连续
- 3. 无穷小量与无穷
- 大量 (1) 0 4
- (1)定义 (2)无穷小·
- (2)无穷小量阶的比较 (3)渐近级
- 1 久节系老父安

例3.7:求 
$$\lim_{x\to 0} \frac{(1+x)^{\alpha}-1}{\alpha x}$$
.

解:原 式 = 
$$\lim_{x \to 0} \frac{(1+x)^{\alpha} - 1}{\alpha \ln(1+x)} \stackrel{(1+x)^{\alpha} - 1 = t}{=} \lim_{t \to 0} \frac{t}{\alpha \frac{1}{\alpha} \ln(1+t)}$$

$$= \lim_{t \to 0} \frac{t}{\ln(1+t)} = 1.$$

当
$$x \to 0$$
时,

例3.7:求 
$$\lim_{x\to 0} \frac{(1+x)^{\alpha}-1}{\alpha x}$$
.

解:原 式 = 
$$\lim_{x \to 0} \frac{(1+x)^{\alpha} - 1}{\alpha \ln(1+x)} \stackrel{(1+x)^{\alpha} - 1 = t}{=} \lim_{t \to 0} \frac{t}{\alpha \frac{1}{\alpha} \ln(1+t)}$$
  
=  $\lim_{t \to 0} \frac{t}{\ln(1+t)} = 1$ .

当
$$x \to 0$$
时,

$$\sin x \sim x$$
  $\tan x \sim x$   $\arcsin x \sim x$   $\arctan x \sim x$   $\exp^{(1)$ ११  $(2)$ १६५ छ छ छ ।  $\cos x \sim 1$   $\cos x \sim \frac{1}{2}x^{(3)$ १९६६ छ छ छ ।  $\cos x \sim \frac{1}{2}x^{(4)}$ १६६ छ छ ।  $\cos x \sim \frac{1}{2}x^{(4)}$ १६६ छ छ ।  $\cos x \sim \frac{1}{2}x^{(4)}$ १६६ छ छ छ ।  $\cos x \sim \frac{1}{2}x^{(4)}$ १६६ छ

当
$$f(x) \sim g(x) (x \rightarrow x_0)$$
时,

(1) 若 
$$\lim_{x \to x_0} f(x)h(x) = A$$
,则  $\lim_{x \to x_0} g(x)h(x) = A$ ;

(2) 
$$\sharp \lim_{x \to x_0} \frac{h(x)}{f(x)} = B, \mathbb{M} \lim_{x \to x_0} \frac{h(x)}{g(x)} = B.$$

#### 1 承粉材限

- (1)白变量趋近于无穷 (2)白变量趋近于定点
- (2)日文里起班了 (3) ± 初報 和 ± ±
- (4)函数极限的四则运算
  (5)函数极限的缺陷
- (6)函数极 (7)课后引

### 2.函数的连续性

- (1)连约
  - (2) (3) 闭区同的连续函。
- (4)-5
- (5)课后习题

## 3. 无穷小量与无穷

- (1)定义
- (2)无穷小量阶的比较
- (3)附近线
  (4)课后习责
- 1 久节糸老祭安

解: 
$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin 2x}{\sin 3x} = \lim_{x\to 0} \frac{2x}{3x} = \frac{2}{3}$$
.

#### 1 函数极限

- (1)自变量趋近于无穷 (2)自变量趋近于定点
- (3)左极限和右极限 (4)函数极限的四则运身
- (5)函数极限的性质 (6)函数极限存在的条件

### 0 亚松松油松松

- (1)连续
  - (2)建块函数的性质
- (4)一五
- 3. 无穷小量与无穷
  - 大堂
- (1)定义
- (2)无穷小量阶的比较 (3)渐近线
- (4)课后习题
- △ 久 节 糸 老 気 宏

解: 
$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin 2x}{\sin 3x} = \lim_{x\to 0} \frac{2x}{3x} = \frac{2}{3}$$
.

例3.9:求  $\lim_{x\to 0} \frac{\tan 2x}{\sin 3x}$ .

#### 1 函数极限

- (1)自变量超近于无穷 (2)自变量超近于定点
- (3)左极限和右极限 (4)函数极限的四则运
- (5)函数极限的性质 (6)函数极限存在的

## 2.函数的连续性

- (1)连约
  - (2)风头钢鼓的位质 (3)闭区间的连续函数
  - (4)一致

# 3. 无穷小量与无穷

- 大量 (1)00
- (1)定义
- (2)无穷小量阶的比较 (3)渐近线
- 1 夕节系老领安

解: 
$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin 2x}{\sin 3x} = \lim_{x\to 0} \frac{2x}{3x} = \frac{2}{3}$$
.

例3.9:求  $\lim_{x\to 0} \frac{\tan 2x}{\sin 3x}$ .

$$\text{M}: \lim_{x \to 0} \frac{\tan 2x}{\sin 3x} = \lim_{x \to 0} \frac{2x}{3x} = \frac{2}{3}.$$

#### 1.函数极限

- (1)白变量趋近于无穷 (2)白变量趋近于定点 (3)左极限和右极限
- (3)左极限和右极限(4)函数极限的四则运算(5)函数极限的性质
- (7)课后习题

## 2.函数的连续性

- (2) 连续函数的性质 (3) 田区间的法律系
- (3)闭区间的连续函数(4)一致连续
- (5)课后习题

# 3.无穷小量与无穷大量

- (1)定义
- (2)无穷小量阶的比较
- (3)渐近级 (4)课后习题
- 4.各节参考答案

解: 
$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin 2x}{\sin 3x} = \lim_{x \to 0} \frac{2x}{3x} = \frac{2}{3}$$
.

例3.9:求  $\lim_{x\to 0} \frac{\tan 2x}{\sin 3x}$ .

解: 
$$\lim_{x\to 0} \frac{\tan 2x}{\sin 3x} = \lim_{x\to 0} \frac{2x}{3x} = \frac{2}{3}$$
.

例3.10:求
$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\sqrt{1-\cos x}}{\sin x}$$
.

#### 1.函数极限

- (1)自变量趋近于无穷(2)自变量趋近于定点
- (3)左极限和右极限 (4)函数极限的四则运身
- (5)函数极限的性质 (6)函数极限存在的

### 2 承数的连续性

- (1)连续与问
  - (3)闭区间的连续函数
- (4)一致3

# 3. 无穷小量与无穷

- (1) 8 8
- (1)定义
- (2)无穷小量阶的比较 (3)渐近级 (4)课后习题
- 4.各节参考答案

例3.8:求 
$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin 2x}{\sin 3x}$$
.

解: 
$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin 2x}{\sin 3x} = \lim_{x\to 0} \frac{2x}{3x} = \frac{2}{3}$$
.

例3.9:求 
$$\lim_{x\to 0} \frac{\tan 2x}{\sin 3x}$$
.

解: 
$$\lim_{x\to 0} \frac{\tan 2x}{\sin 3x} = \lim_{x\to 0} \frac{2x}{3x} = \frac{2}{3}$$
.

例3.10:求 
$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\sqrt{1-\cos x}}{\sin x}$$
.

解: 
$$\lim_{x \to 0^+} \frac{\sqrt{1 - \cos x}}{\sin x} = \lim_{x \to 0^+} \frac{\sqrt{\frac{1}{2}x^2}}{x} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$
.

### 1.函数极限

- (1)自变量超近于无穷 (2)自变量超近于定点
- (3)左极限和右极限 (4)函数极限的四则运算
- (7)课后习题

### 2.函数的连续性

- (1) 建镁与同断(2) 连续函数的性
  - (3)闭区间的连续函数(4)一致连续
  - (5)课后习题

# 3.无穷小量与无穷 大量

- (1)定义
- (2)无穷小量阶的比较 (3)渐近线 (4)湿户口题
- 4 力 世 牟 並 が

例3.11:求  $\lim_{x\to 0^+} \frac{\tan 2x - \sin x}{\sqrt{1-\cos x}}$ .

#### 1 派粉椒即

- (1)自变量趋近于无穷 (2)自变量趋近于定点 (3)左极限和右极限
- (4)函数极限的四則运算(5)函数极限的性质(6)函数极限存在的条件

### 0 亚松松油441

- (1)连续与同断(2)连续函数的性
- (3)闭区间的连续函数 (4)一致连续
- (5)课后习录
- 3. 无穷小量与无穷
- (1)定义
- (2)无穷小量阶的比较
- (4)课后习题
- 1 久节糸老祭安

例3.11:求 
$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\tan 2x - \sin x}{\sqrt{1 - \cos x}}$$
.

解: 
$$\lim_{x \to 0^{+}} \frac{\tan 2x - \sin x}{\sqrt{1 - \cos x}} = \lim_{x \to 0^{+}} \frac{\tan 2x}{\sqrt{1 - \cos x}} - \lim_{x \to 0^{+}} \frac{\sin x}{\sqrt{1 - \cos x}}$$

$$= \lim_{x \to 0^{+}} \frac{2x}{\sqrt{\frac{1}{2}x^{2}}} - \lim_{x \to 0^{+}} \frac{x}{\sqrt{\frac{1}{2}x^{2}}} = \sqrt{2}.$$

#### 1 函数极限

- (1)自变量趋近于无穷(2)自变量趋近于定点(3)左极限和右极限
- (4)函数极限的四则 (5)函数极限的性质
- (7)课后习题

## 2.函数的连续性

- (1)连续与间断
   (2)连续函数的性质
   (3)闭区间的连续函数
- (3)闭区间的连续函数 (4)一致连续

# 3.无穷小量与无穷 大量

- (1)定义
- (2)无穷小量阶的比较 (3)渐近线 (4)28508
- 4.各节参考答案

例3.11:求 
$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\tan 2x - \sin x}{\sqrt{1-\cos x}}$$
.

解: 
$$\lim_{x \to 0^{+}} \frac{\tan 2x - \sin x}{\sqrt{1 - \cos x}} = \lim_{x \to 0^{+}} \frac{\tan 2x}{\sqrt{1 - \cos x}} - \lim_{x \to 0^{+}} \frac{\sin x}{\sqrt{1 - \cos x}}$$

$$= \lim_{x \to 0^{+}} \frac{2x}{\sqrt{\frac{1}{2}x^{2}}} - \lim_{x \to 0^{+}} \frac{x}{\sqrt{\frac{1}{2}x^{2}}} = \sqrt{2}.$$

例3.12:求 
$$\lim_{x\to 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3}$$
.

1.函数极限

(1)自变量超近于无穷 (2)自变量超近于定点 (3)左极限和右极限 (4)函数极限的四则运算

(6)函数极限存在的条(7)课后习题

2.函数的连续性

(1) 选续与同断(2) 选续函数的性质(3) 闭区间的选续函数(4) 一致连续

(5)课后习题

3.无穷小量与无穷大量

(1)定义

(2)无穷小量阶的比较 (3)渐近线 (4)课后习题

例3.11:求 
$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\tan 2x - \sin x}{\sqrt{1 - \cos x}}$$
.

解: 
$$\lim_{x \to 0^{+}} \frac{\tan 2x - \sin x}{\sqrt{1 - \cos x}} = \lim_{x \to 0^{+}} \frac{\tan 2x}{\sqrt{1 - \cos x}} - \lim_{x \to 0^{+}} \frac{\sin x}{\sqrt{1 - \cos x}}$$

$$= \lim_{x \to 0^{+}} \frac{2x}{\sqrt{\frac{1}{2}x^{2}}} - \lim_{x \to 0^{+}} \frac{x}{\sqrt{\frac{1}{2}x^{2}}} = \sqrt{2}.$$

例3.12:求 
$$\lim_{x\to 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3}$$
.

$$\begin{aligned} & \text{$\mathcal{H}$:} \lim_{x \to 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3} = \lim_{x \to 0} \frac{\tan x}{x^3} - \lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x^3} \\ & = \lim_{x \to 0} \frac{\tan x}{x^3} - \lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x^3} = \lim_{x \to 0} \frac{x}{x^3} - \lim_{x \to 0} \frac{x}{x^3} = 0. \end{aligned}$$

1. 函数极限
(1) 白变量超近于无穷
(2) 白变量超近于定点
(3) 左极限和右极限
(4) 函数极限的四侧运算
(5) 函数极限存在的条件

2.函数的连续性

(1)连续与同断(2)连续函数的性质(3)闭区同的连续函数(4)一致连续

3. 无穷小量与无穷

(1)定义 (2)无穷小董阶的比较 (3)渐近级 (4)课后习题

例3.11:求 
$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\tan 2x - \sin x}{\sqrt{1 - \cos x}}$$
.

解: 
$$\lim_{x \to 0^+} \frac{\tan 2x - \sin x}{\sqrt{1 - \cos x}} = \lim_{x \to 0^+} \frac{\tan 2x}{\sqrt{1 - \cos x}} - \lim_{x \to 0^+} \frac{\sin x}{\sqrt{1 - \cos x}}$$

$$= \lim_{x \to 0^+} \frac{2x}{\sqrt{\frac{1}{2}x^2}} - \lim_{x \to 0^+} \frac{x}{\sqrt{\frac{1}{2}x^2}} = \sqrt{2}.$$

例3.12:求 
$$\lim_{x\to 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3}$$
.

解: 
$$\lim_{x \to 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3} = \lim_{x \to 0} \frac{\tan x}{x^3} - \lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x^3}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{\tan x}{x^3} - \lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x^3} = \lim_{x \to 0} \frac{x}{x^3} - \lim_{x \to 0} \frac{x}{x^3} = 0.$$
解: 原式 =  $\lim_{x \to 0} \frac{\tan x(1 - \cos x)}{x^3} = \lim_{x \to 0} \frac{x \cdot \frac{1}{2}x^2}{x^3} = \frac{1}{2}.$ 

1.函数极限
(1)白变量超近于无穷
(2)白变量超近于完成
(3)左极限和右极限
(4)函数极限的四则近岸
(5)函数极限的性质

2.函数的连续性

(1)连续与间断(2)连续函数的性质(3)闭区间的连续函数(4)一致连续

3.无穷小量与无穷

(1)定义 (2)无穷小量阶的比较 (3)渐近线 (4)谬丘贝斯

#### 1.函数极限

- (1)自变量趋近于无效 (2)自变量趋近于定点
- (2)日艾重建近寸
- (4)函数极限的四则运;
  - (5)函数极限的性质
- (7)课后

#### 2.函数的连续性

- (1)连
  - (2)证决钢驳的任用
- (4)-33
- (5)课点

## 3. 无穷小量与无穷

### (1) e a

(1)定义

## (2)无穷小量阶的比较

(4)课后习题

$$\lim_{x\to 0^+}\frac{\tan 2x - \sin x}{\sqrt{1-\cos x}} = \underbrace{\lim_{x\to 0^+}\frac{\tan 2x}{\sqrt{1-\cos x}}}_{\text{存在}} - \underbrace{\lim_{x\to 0^+}\frac{\sin x}{\sqrt{1-\cos x}}}_{\text{存在}}$$

- (2)无穷小量阶的比较

#### 1.函数极限

- (1)自变量超近于无穷 (2)自变量超近于定点 (3)左极限和右极限 (4)函数极限的四则运算 (5)函数极限的性质
- (7)课后习题
- 2.函数的迁获性
- (2)连续函数的性质 (3)闭区间的连续函数
- 3.无穷小量与无穷
- 3. 尤穷小童与尤穷
- (1)定义
- (2)无穷小量阶的比较 (3)渐近线
- (4)课后习题

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{\tan 2x - \sin x}{\sqrt{1 - \cos x}} = \underbrace{\lim_{x \to 0^+} \frac{\tan 2x}{\sqrt{1 - \cos x}}}_{\text{存在}} - \underbrace{\lim_{x \to 0^+} \frac{\sin x}{\sqrt{1 - \cos x}}}_{\text{存在}}$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3} = \lim_{\underbrace{x \to 0}} \frac{\tan x}{x^3} - \lim_{\underbrace{x \to 0}} \frac{\sin x}{x^3}$$

$$\overline{\text{AFAE}}$$

两个等价无穷小量不能随便替换相减!

### 1.函数极限

- (1)自变量趋近于无穷 (2)自变量趋近于定点 (3)左极限和右极限 (4)函数极限的四则运算
- (5)函数极限的性质 (6)函数极限存在的参
- 2.函数的连续性
- (1)连续与同断(2)连续函数的性质
- (3)闭区间的连续函数(4)一致连续
- 3. 无穷小量与无穷
  - 大重 (1) 定义
- (1) 定义 (2) 无穷小量阶的比较
  - (3)渐近线 (4)课后习题
- 4.各节参考答案

例3.13:求 
$$\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1-x+x^2) + \ln(1+x+x^2)}{x^2}$$
.

#### 1 函数极限

- (1)自变量趋近于无3
- (2)自变量趋近于定
- (4)函数极限的四则运算
- (5)函数极限的性质
- (7)课后习题

### 2.函数的连续性

- (1)连续
  - (3)闭区间的连续;
- (4)-5
- (5)课后习题

# 3. 无穷小量与无穷

- (1) ≈ x
- (2)无穷小量阶的比较
- (3)附近线
  (4)课后习责
- (1)11.000

例3.13:求 
$$\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1-x+x^2) + \ln(1+x+x^2)}{x^2}$$
.

解:

原式 = 
$$\lim_{x \to 0} \frac{\ln(1 - x + x^2)}{x^2} + \lim_{x \to 0} \frac{\ln(1 + x + x^2)}{x^2}$$
  
=  $\lim_{x \to 0} \frac{-x + x^2}{x^2} + \lim_{x \to 0} \frac{x + x^2}{x^2}$   
=  $\lim_{x \to 0} (-\frac{1}{x} + 1) + \lim_{x \to 0} (\frac{1}{x} + 1) = 2$ 

#### 1 流 料 机 服

- (1)自变量趋近于无穷 (2)自变量趋近于定点
- (3)左极限和右极限 (4)函数极限的四则运算
- (6)函数极限存在的条
- 2 承粉的连续性
- (1)连续与间断
- (2)连续函数的性质 (3)闭区间的连续函数
- (4)一致连 (5)课后习
- 3. 无穷小量与无穷
- 大堂
- (1)定义
- (2)无穷小量阶的比较 (3)渐近线
- (4)课后习题

例3.13:求 
$$\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1-x+x^2) + \ln(1+x+x^2)}{x^2}$$
.

解:

原式 = 
$$\lim_{x \to 0} \frac{\ln(1 - x + x^2)}{x^2} + \lim_{x \to 0} \frac{\ln(1 + x + x^2)}{x^2}$$
  
=  $\lim_{x \to 0} \frac{-x + x^2}{x^2} + \lim_{x \to 0} \frac{x + x^2}{x^2}$   
=  $\lim_{x \to 0} (-\frac{1}{x} + 1) + \lim_{x \to 0} (\frac{1}{x} + 1) = 2$ 

再做一遍例3.13吧!

#### 1 承粉初限

- (1)自变量趋近于无穷 (2)自变量趋近于定点
- (3)左极限和右极限 (4)函数极限的四则运算
- (5)函数极限的性质 (6)函数极限存在的条
- 2 函数的连续性
  - (1) 连续与间断(2) 连续函数的性
  - (2) 建铁函数的性质 (3) 闭区间的连续函数 (4) 一份许维
  - (5)课后习题

# 3. 无穷小量与无穷 大量

- (1)定义
- (2)无穷小量阶的比较 (3)渐近线
- (4)课后习题

例3.13: 求 
$$\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1-x+x^2)+\ln(1+x+x^2)}{x^2}$$
.

解:

原式 = 
$$\lim_{x \to 0} \frac{\ln(1 - x + x^2)}{x^2} + \lim_{x \to 0} \frac{\ln(1 + x + x^2)}{x^2}$$
  
=  $\lim_{x \to 0} \frac{-x + x^2}{x^2} + \lim_{x \to 0} \frac{x + x^2}{x^2}$   
=  $\lim_{x \to 0} (-\frac{1}{x} + 1) + \lim_{x \to 0} (\frac{1}{x} + 1) = 2$ 

再做一遍例3.13吧!

解:原式= 
$$\lim_{x \to 0} \frac{\ln((1+x^2)^2 - x^2)}{x^2} = \lim_{x \to 0} \frac{\ln(1+x^2 + x^4)}{x^2}$$
  
=  $\lim_{x \to 0} \frac{x^2 + x^4}{x^2} = \lim_{x \to 0} (1+x^2) = 1.$ 

### 1.函数极限

- (1)白变量趋近于无穷 (2)白变量趋近于定点
- (3)左极限和右极限 (4)函数极限的四则运算 (5)函数极限的性质
- 2 承粉的连续胜
- (1)连续与问斯 (2)连续函数的性质
- (4)一致连续(5)课后习题
- 3. 无穷小量与无穷 大量
  - (1)定义 (2)无穷小量阶的比较
  - (3)渐近级 (4)课后习题
  - 4.各节参考答案

# 与例3.12同样的道理

- - (2)无穷小量阶的比较

# 与例3.12同样的道理

原式 = 
$$\lim_{x \to 0} \frac{\ln(1 - x + x^2)}{x^2} + \lim_{x \to 0} \frac{\ln(1 + x + x^2)}{x^2}$$
  
=  $\lim_{x \to 0} \frac{-x + x^2}{x^2} + \lim_{x \to 0} \frac{x + x^2}{x^2}$   
=  $\lim_{x \to 0} (-\frac{1}{x} + 1) + \lim_{x \to 0} (\frac{1}{x} + 1)$ 

#### 1 函数极限

- (1)自变量趋近于无穷 (2)自变量趋近于定点 (3)左极限和右极限
- (4)函数极限的四则运算 (5)函数极限的性质
- 0 7 40 44 44 W
- 2. 函数的迁线性
  - (2)连续函数的性质
- (3)闭区间的连续品(4)一致连续
- (4)一致违
- 3. 无穷小量与无穷
- (1)定义
- (2)无穷小量阶的比较
- (3) 浙乓戏 (4) 课后习题
- 4.各节参考答案

## 与例3.12同样的道理

原式 = 
$$\lim_{x \to 0} \frac{\ln(1 - x + x^2)}{x^2} + \lim_{x \to 0} \frac{\ln(1 + x + x^2)}{x^2}$$
  
=  $\lim_{x \to 0} \frac{-x + x^2}{x^2} + \lim_{x \to 0} \frac{x + x^2}{x^2}$   
=  $\lim_{x \to 0} (-\frac{1}{x} + 1) + \lim_{x \to 0} (\frac{1}{x} + 1)$   
不存在

(1) 6 m 2- 10 16 2

(1)自变量趋近于无穷 (2)自变量趋近于定点 (3) 左初昭和大叔昭

(4)函数极限的四则运算 (5)函数极限的性质

(6)函数极限(7)课后习题

2.函数的连续性

(1)连续与间断 (2)连续函数的性质

(3)闭区间的连续函数

(5)课后习

3.无穷小量与无穷

(1)定义

(2)无穷小量阶的比较

(3)附近线 (4)课后习题

4.各节参考答案

两个等价无穷小量不能随便替换相加!

## 3. 无穷小量与无穷大量

- (3)渐近线

- (3)渐近线

▶ 水平渐近线:水平直线y = y<sub>0</sub>是曲线y = f(x)的水平渐近线当且仅当

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = y_0 \text{ im} \lim_{x \to +\infty} f(x) = y_0$$

成立.

### .函数极限

- (1)自变量趋近于无穷(2)自变量趋近于定点(3)左极限和右极限
- (4)函数极限的四则运算 (5)函数极限的性质
- (7)课后习题

## 2.函数的连续性

- (1) 连续与同断(2) 连续函数的标
- (3) 闭区间的连续函数 (4) 一致连续
- 3 无穷小量与无穷

#### 3. 元为小重与元为 大量

- [1]定义
- (2)无穷小量阶的比较 (3)渐近线
- (4)课后习题
- 4.各节参考答案

▶ 水平渐近线:水平直线y = y<sub>0</sub>是曲线y = f(x)的水平渐 近线当且仅当

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = y_0 \text{ im} \lim_{x \to +\infty} f(x) = y_0$$

成立.

例3.14:考察曲线 $y = 2 + \frac{\sin x}{x}$  的水平渐近线.

### | 函数极限

- (1)自变量超近于光穷(2)自变量超近于定点(3)左极限和右极限
- (4)函数极限的四则运算 (5)函数极限的性质
- (7)课后习题

## 2.函数的连续性

- (1)连续与同断(2)连续函数的性质
- (3)闭区间的连续函数(4)一致连续
- 3.无穷小量与无穷

# 堂

- 1)定义 2)エッルエジ
- (2)无穷小量阶的比较(3)渐近线
- (4)课后习题

▶ 水平渐近线:水平直线 $y = y_0$ 是曲线y = f(x)的水平渐近线当且仅当

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = y_0 \, \not \leq \, \lim_{x \to +\infty} f(x) = y_0$$

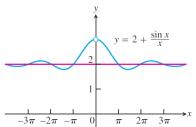
成立.

例3.14:考察曲线 $y = 2 + \frac{\sin x}{x}$  的水平渐近线.

解:

$$\lim_{x\to\infty} \left(2 + \frac{\sin x}{x}\right) = 2 + 0 = 2,$$

故水平渐近线为y = 2.



## .函数极限

- (1)自变量超近于无穷 (2)自变量超近于定点 (3)左极限和右极限 (4)函数据解的四副泛简
- (4)函数极限的四则运算 (5)函数极限的性质 (6)函数极限存在的条件

## 2.函数的连续性

- (1)连续与间断 (2)连续函数的性质 (3)四层层的生物系数
- (4)一致连续 (5)课后习题

# 3. 无穷小量与无穷

- (1)定义
- (2)无穷小量阶的比较 (3)渐近级
- (4)课后习题
- 4.各节参考答案

▶ 斜渐近线:斜率不为零的某条直线 $y = k_0 x + b_0$ 是曲  $\xi_1 y = f(x)$ 的斜渐近线当且仅当

$$\lim_{x \to -\infty} (f(x) - (k_0x + b_0)) = 0$$

或

$$\lim_{x\to+\infty}(f(x)-(k_0x+b_0))=0$$

成立.其中

$$k_0 = \lim \frac{f(x)}{x},$$

$$b_0 = \lim (f(x) - k_0 x).$$

#### 1.函数极限

- (1)自变量超近于无穷 (2)自变量超近于定点
- (3)左极限和右极限
- (5)函数极限的性质
- (6)函数极限存在的
- 2.函数的连续性
- (1) + + + ---
  - (2)连续函数的性质 (3)闭区间的连续函数
  - (4)一致连续
- 3. 无穷小量与无穷
  - (1) g g
  - (1) 之义(2) 无穷小量F
  - (3)渐近线 (4)课后习题
- (4) 14.00 14.00

例3.15:考察曲线 $y = \frac{2x^2 - 3}{7x + 4}$ 的斜渐近线.

#### a 25 de la mi

- (1)自变量趋近于无穷 (2)自变量趋近于无穷
- (3)左极限和右极限 (4)函数极限的四则运算
- (6)函数极限 (7)课后习题

### 2 函数的连续性

- (1) 连续与
- (3)闭区间的连续函
- (4)一致
- 3. 无穷小量与无穷
- (1) @ #
- (1)定义
- (2)无穷小量阶的比较(3)渐近线
- (4)课后习题

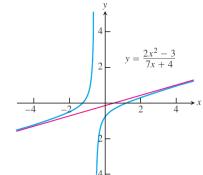
例3.15:考察曲线 $y = \frac{2x^2 - 3}{7x + 4}$ 的斜渐近线.

解:设斜渐近线的方程为 $y = k_0x + b_0$ ,那么

$$k_0 = \lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \to \infty} \frac{2x^2 - 3}{7x^2 + 4x} = \frac{2}{7},$$

$$b_0 = \lim_{x \to \infty} (f(x) - \frac{2}{7}x) = \lim_{x \to \infty} -\frac{8x + 21}{49x + 28} = -\frac{8}{49},$$

所以所求的直线为 $y = \frac{2}{7}x - \frac{8}{49}$ .



1.函数极限

1)自变量趋近于无穷 2)自变量趋近于定点 3)左极限和右极限 4)五粒极级的如则污草

(7)课后习题

1)连续与间断 2)连续函数的性质

(4)一致连续 (5)课后习题

3. 尤 另 小 重 与 尤 另 大 量 (1) 定 义

(1)定义 (2)无穷小量阶的比较 (3)渐近线 (4)课后习题

、, 4.各节参考? ▶ 垂直渐近线:垂直直线x = x<sub>0</sub>是曲线y = f(x)的垂直渐 近线当且仅当

$$\lim_{x \to x_0^+} f(x) = \infty \quad \text{ im} \quad \lim_{x \to x_0^-} f(x) = \infty$$

#### 1.函数极限

- (1)自变量趋近于无穷 (2)自变量趋近于定点 (2)自变量
- (3)左极限和右极限 (4)函数极限的四则运身 (5)函数极限的性质
- (7)课后习题

## 2.函数的连续性

- (1)连续与间断(2)连续函数的性质
- (3)闭区间的连续函数 (4)一致连续 (5)增长255

# 3. 无穷小量与无穷

- 1)定义
- (2)无穷小量阶的比较 (3)渐近线
- (4)课后习题
- 4.各节参考答案

▶ **垂直渐近线**:垂直直线 $x = x_0$ 是曲线y = f(x)的垂直渐近线当且仅当

$$\lim_{x \to x_0^+} f(x) = \infty$$
 或  $\lim_{x \to x_0^-} f(x) = \infty$  成立.  $(4.5)$  例3.16:考察曲线 $y = \frac{2x^2 - 3}{7x + 4}$ 的垂直渐近线.

1.函数极限

- (1)自变量趋近于无穷 (2)自变量趋近于定点
- (3)左极限和右极限 (4)函数极限的四则运身
- (5)函数极限的性质 (6)函数极限存在的条

## 2 函数的连续性

- (1)连续与间断(2)连续函数的
- (3)闭区间的连续函数(4)一致连续
- 3. 无穷小量与无穷
  - 1)定义
  - (2)无穷小量阶的比较(3)渐近线
  - (4)课后习题
- 4.各节参考答案

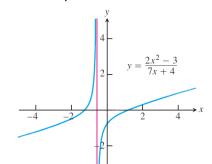
▶ 垂直渐近线:垂直直线x = xn是曲线y = f(x)的垂直渐 近线当且仅当

$$\lim_{x \to x_0^+} f(x) = \infty$$
 或  $\lim_{x \to x_0^-} f(x) = \infty$  成立. 例3.16:考察曲线 $y = \frac{2x^2 - 3}{7x + 4}$ 的垂直渐近线.

解:

$$\lim_{x \to -4/7} \frac{2x^2 - 3}{7x + 4} = \infty,$$

故垂直渐近线为 $x = -\frac{4}{7}$ .



- - (3)渐近线

## 3. 无穷小量与无穷大量

- (4)课后习题

- (4)课后习题

- (1) 当 $x \to 0$ 时, $\sqrt{1-x} 1$ 与x是等价无穷小、同阶无穷小、还是高阶无穷小?
- (2) 当 $x \to 0$ 时, $\sin^p x(p > 0)$ 与x是等价无穷小、同阶无穷小、还是高阶无穷小?
- (3) 当 $x \to 0^+$ 时, $\sqrt{x + \sqrt{x}}$ 与 $\sqrt[8]{x}$  是等价无穷小、同阶无穷小、还是高阶无穷小?
- (4) 当 $x \to \infty$ 时, $\sqrt{x^2 + 2} \sqrt{x^2 + 1}$ 与 $\frac{1}{x^2}$  是等价无穷小、同阶无穷小、还是高阶无穷小?
- (5)  $\lim_{x \to 0} \frac{5x^2 2\sin^2 x}{6x^3 + 4\sin^2 x} = ?$
- (6)  $\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+\tan^2 x}-1}{x\sin x} = ?$
- (7) 求函数 $y = 2 \ln \frac{x+3}{x} 3$ 的渐近线.

1. 函数 极限
(1) 白变量超近于无穷
(2) 白变量超近于定点
(3) 左放服和右板服
(4) 函数极限的性质
(5) 函数极限的性质
(6) 函数极限存在的条件

2.函数的连续性

(1)连续与同断 (2)连续函数的性质 (3)闭区间的连续函数

(4)一致还续(5)课后习题

3. 无穷小量与无穷 大量

(1)定义 (2)无穷小量阶的比较 (3)渐近线

(4)课后习题

## 1.函数极限

- (1)自变量趋近于无穷
- (2)目变重趋近于定
- (3)左极限和右极限
- (4)函数极限的四则运算
- (5)函数极限的性质
- (6)函数极限存在的条件
- (7)课后习题

## 2.函数的连续性

- (1)连续与间断
- (2)连续函数的性质
- (3)闭区间的连续函数
- (4)一致连续
- (5)课后习是

## 3. 无穷小量与无穷大量

- (1)定义
- (2)无穷小量阶的比较
- (3)渐近线
- (4)课后习题

## 4.各节参考答案

#### 1 函数极限

- (1)自变量趋近于
- (2)自变量趋近于
- (3) 左板限和右板
- (4)函数极限的短则
- (5) 函数极限的性
- (7)课后习题

### 2.函数的连续性

- (1)连续
- (2)还续函数的
- (4)一般连续
- (5)课后习题
- (5)珠石刁鸡

#### 3.无穷小童与无穷 大量

- (1)定义
- (2)无穷小量阶的比较
- (3)渐近线
- (4) 课后习题

函数极限

$$(1)\frac{5}{4}$$
.  $(2)4$ .  $(3)\frac{4}{3}$ .  $(4)\frac{5}{4}$ .  $(5)7$ .  $(6)5$ .  $(7)5$ .  $(8)4, -2$ .  $(9)0, 0$ .

# 函数的连续性

(1)5. (2)x = 0是跳跃间断点,x = 1是可去间断点.

(3)-2. (4)2. (5)提示:零点定理.

(6)提示:定义f(0) = 0,分成若干个区间来讨论.

# 无穷小量与无穷大量

 $(1)\sqrt{1-x}-1$ 和x是同阶无穷小.

 $(2)0 1, \sin^p x = o(x).$ 

(3) 
$$\sqrt{x+\sqrt{x}} = o(x)$$
. (4)  $\frac{1}{x^2} = o(\sqrt{x^2+2} - \sqrt{x^2+1})$ .

 $(5)\frac{3}{4}$ .  $(6)\frac{1}{2}$ 

(7)水平渐近线y = -3;垂直渐近线x = 0, x = -3.

1.函数极限

(1)自变量趋近于无穷(2)自变量趋近于定点(3)左极限和右极限

(4)函数极限的四则运(5)函数极限的性质(6)函数极限的性质

2 添粉的连续胜

2. 函数的迁线性

(2)连续函数的性质 (3)闭区间的连续函数

(5)课后习

3.无穷小量与无穷大量

(1)定义

(2)无穷小量阶的: (3)渐近线

(4)课后习题