第七章 定积分

陈 颖

北京电子科技学院基础部

- 1.定积分的概念
- (1) 定积分的引
- (2)定积分的几何
- (3)定积分的奇偶对称(A)空和公品品品
- (5)定积分的中
 - (6)课后习题
- 2.定积分的计算
 - 1)变上限的定积分
- (2)牛顿——莱布尼茨公式
- (4)定积分的分部积分
- (5)球后习起
 - .反常积分
 - (1)无穷限的反常积分
 - 2)185 18
 - | 久节糸老祭安

- (1)定积分的引入
- (2)定积分的几何意义
- (3)定积分的奇偶对称性
- (4)定积分的性质
- (5)定积分的中值定理
- (6)课后习题

2.定积分的计算

- (1)变上限的定积分
- (2)牛顿——莱布尼茨公式
- (3)定积分的换元法
- (4)定积分的分部积分法
- (5)课后习题

3. 反常积分

- (1) 无穷限的反常积分
- (2) 无界函数的反常积分
- (3)课后习题

4.各节参考答案

1.定积分的概念

- (1)定积分的引入
- (2)定积分的几何意义
- (4)定积分的性质
- (5)定积分的中值 (6)速点 9 题

2.定积分的计算

- (1)变上限的定积分
- (2)牛顿——莱布尼茨公.
- (3)足积分的换尤法
- (4)定积分的分部积
- 0 F 26 C 1

反常积分

- (1)无穷限的反常积分
- (3)课后习题
- 4.各节参考答案

(1)定积分的引入

- (2)定积分的几何意义
- (3)定积分的奇偶对称性
- (4)定积分的性质
- (5)定积分的中值定理
- (6)课后习题

2.定积分的计算

- (1)变上限的定积分
- (2)牛顿——莱布尼茨公式
- (3)定积分的换元法
- (4)定积分的分部积分法
- (5)课后习题

3 万常积分

- (1) 无穷限的反常积分
- (2)无界函数的反常积分
- (3)课后习题

4.各节参考答案

1.定积分的概念

(1)定积分的引入

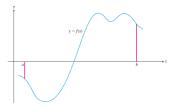
- (2)定积分的几何:
- (2) ~ ~ ~ ~ ~ ~ * * *
- (4)定积分的性质
 - (6)混片可斯
- 2 定积分的计算

2. 足积分的订升

- (1)变上限的定积分
- (2)牛顿——莱布尼茨公
- (3) RANT WARLE
- (4) 定积分的分部/
- (3)珠石 4×

- (1)无穷限的反常积
- (2)28508
- 4 冬节参考答案

(1)考察函数y = f(x)



1 空和公的概念

(1)定积分的引入

- (2)全和公的几何
- (3)定积分的奇偶:
- (5) 2000 000
- (6)運出习题

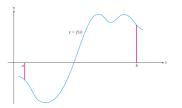
2.定积分的计算

- 1)专上限的定积分
- (2)牛顿--菜布尼茨公
 - (3)定积分的换元法
- (4)定积分的分部积:
- - M- N

- (1)无穷限的反常积分
- (3)课后习题
- 4 久节糸老父宏

(1)考察函数y = f(x)

(2)构造子区间△x;

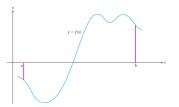




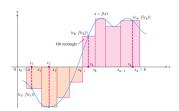
(1)定积分的引入

(1)考察函数y = f(x)

(2)构造子区间△x;



(3)求和 $\sum_{i=1}^{n} f(c_i) \triangle x_i$



1 中和公的概念

(1)定积分的引入

- (2)定积分的几何
- (2)定积分的几何
- (4)定积分的性质
- (6)误后习题
- 2.定积分的计算

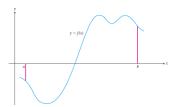
)变上限的定积分

- (2)牛顿——莱布尼茨公
- (3)定积分的换元法
- (4)定积分的分部和
- 2万岁和公

- (1)无穷限的反常积分
 - (2) 得自习题
 - 力益会私父安

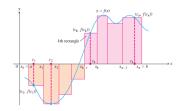
$$(1)$$
考察函数 $y = f(x)$

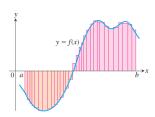
(2)构造子区间△x;



(3)求和 $\sum_{i=1}^{n} f(c_i) \triangle x_i$

(4)取极限
$$\lim_{\lambda \to 0} \sum_{i=1}^{n} f(c_i) \triangle x_i$$





4 22 Ca A 12 lor A

(1)定积分的引入

- (2) @ & A & & n &
- (3)定积分的奇偶对称。(A)心知八品品品
- (5)定积分的中值
 (6)四天只要

2.定积分的计算

- 1)变上限的定积
- (2)牛顿——莱布尼茨公司
- (4)定积分的分部和
- 3. 反常积分
- (1) 2 かのはこ為2
- (2)元介函数的及市。
 (3)课后习题

4.各节参考答:

$$\int_{a}^{b} f(x)dx = \lim_{\lambda \to 0} \sum_{i=1}^{n} f(c_{i}) \triangle x_{i}$$

1 定积分的概念

- (1)定积分的引入 (2)空和入价目标
 - 2)定积分的几何:
 - (4)定积分的性质 (E) 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0.
- 2 定积分的计算
 - (1)变上限的定积分
 - 发积分的换元法
 定积分的分部积分
- (5)课后习题
 - 反常积分
- (1)无穷限的反常积分 (2)无界函数的反常积分
- 1 夕 艾 矣 本 父 安

$$\int_{a}^{b} f(x)dx = \lim_{\lambda \to 0} \sum_{i=1}^{n} f(c_{i}) \triangle x_{i}$$

▶ a为积分下限,b为积分上限,[a,b]为积分区间;

1.定积分的概念

- (1)定积分的引入
 - (2)定积分的几何:
- (4)定积分的性质
- 2 2 3 1/ 31 85
- . 足积分的订昇
- (1) 又上你的足积分(2) 牛顿——莱布尼茨公司
- (4)定积分的分部积
- つに巻かん
- 3.反常积分
- (1)无穷限的反常积分
 (2)无界函数的反常积分
 - (3)课后习题

$$\int_{a}^{b} f(x)dx = \lim_{\lambda \to 0} \sum_{i=1}^{n} f(c_{i}) \triangle x_{i}$$

- ▶ a为积分下限,b为积分上限,[a,b]为积分区间;
- ▶ f(x)为被积函数,dx为被积变量,f(x)dx为被积表达式;

1.定积分的概念

- (1)定积分的引入
- (2)定积分的几何意义
- (4)定积分的性质
- (5)定积分的中值定(6)课后习题

2.定积分的计算

- 变上限的定积分
 牛顿——菜布尼茨公。
- (3)定积分的换元法 (4)它和公的公规和公生
- (5)课后习题
- (2)无界函数的反常积分

$$\int_{a}^{b} f(x)dx = \lim_{\lambda \to 0} \sum_{i=1}^{n} f(c_{i}) \triangle x_{i}$$

- ▶ a为积分下限,b为积分上限,[a,b]为积分区间;
- ▶ f(x)为被积函数,dx为被积变量,f(x)dx为被积表达式;
- ▶ $\sum_{i=1}^{n} f(c_i) \triangle x_i$ 为积分和;

1.定积分的概念

- (1)定积分的引入(2)定积分的引标查》
- (2)定积分的几何意义 (3)定积分的奇偶对称性
- (5)定积分的中值定
- 2.定积分的计算
 - 1)变上限的定积分 2)牛顿——菜布尼茨公式
 - 3)足积分的换元法 4)定积分的分部积分法
 - 15 学和公
 - (1)无穷限的反常积分
 - (3)课后习题

$$\int_{a}^{b} f(x)dx = \lim_{\lambda \to 0} \sum_{i=1}^{n} f(c_{i}) \triangle x_{i}$$

- ▶ a为积分下限,b为积分上限,[a,b]为积分区间;
- ▶ f(x)为被积函数,dx为被积变量,f(x)dx为被积表达式;
- ► $\sum_{i=1}^{n} f(c_i) \triangle x_i$ 为积分和;
- ▶ 连续函数、单调函数或者只有有限个间断点的有界函数都是可积的;

1 定积分的概念

- (1)定积分的引入
 (2)空和分的几何音》
- (3)定积分的奇偶对称性
- (5)定积分的中值定
- 2.定积分的计算
 - 1)变上限的定积分
- (2)牛顿——莱布尼茨公式 (3)定积分的换元法
 - 4)定积分的分部积分
- 1. 反常积分
- 1. 及市 积分 (1) エカロムにかる
- (1)无穷帐的反常积分 (2)无界函数的反常积分 (3)课后习题
- 4.各节参考答案

$$\int_{a}^{b} f(x)dx = \lim_{\lambda \to 0} \sum_{i=1}^{n} f(c_{i}) \triangle x_{i}$$

- ▶ a为积分下限,b为积分上限,[a,b]为积分区间;
- ▶ f(x)为被积函数,dx为被积变量,f(x)dx为被积表达式;
- ▶ $\sum_{i=1}^{n} f(c_i) \triangle x_i$ 为积分和;
- ▶ 连续函数、单调函数或者只有有限个间断点的有界函数都是可积的;
- ▶ 定积分仅与被积函数及积分区间有关,而与积分变量用 什么字母表示无关即

什么字母表示无关,即
$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(t)dt = \int_a^b f(u)du = \cdots;$$

1.定积分的概念

- (1)定积分的引入 (2)定积分的几何意义
- (2)定积分的几何意:
- (4)定积分的性质
- (5)定积分的中值定(6)课后习题

2.定积分的计算

- (1)变上限的定积分
- (2)牛顿——莱布尼茨公式(3)定积分的换元法
- (4)定积分的分部积 (5)课任习题

- (1)无穷限的反常积分 (2)无界函数的反常积分
- 4.各节参考答案

$$\int_{a}^{b} f(x)dx = \lim_{\lambda \to 0} \sum_{i=1}^{n} f(c_{i}) \triangle x_{i}$$

- ▶ a为积分下限,b为积分上限,[a,b]为积分区间;
- ▶ f(x)为被积函数,dx为被积变量,f(x)dx为被积表达式;
- ▶ $\sum_{i=1}^{n} f(c_i) \triangle x_i$ 为积分和;
- ▶ 连续函数、单调函数或者只有有限个间断点的有界函 数都是可积的:
- ▶ 定积分仅与被积函数及积分区间有关,而与积分变量用

什么字母表示无关,即
$$\int_{a}^{b} f(x)dx = \int_{a}^{b} f(t)dt = \int_{a}^{b} f(u)du = \cdots;$$

▶ 定积分具有封闭性.即

$$\int_a^b f(x)dx + \int_b^a f(x)dx = 0.$$

(1)定积分的引入

- (1)足积分的引入
- (2)定积分的几何意义
- (3)定积分的奇偶对称性
- (4)定积分的性质
- (5)定积分的中值定理
- (6)课后习题

2.定积分的计算

- (1)变上限的定积分
- (2)牛顿——莱布尼茨公式
- (3)定积分的换元法
- (4)定积分的分部积分法
- (5)课后习题

3. 反常积分

- (1)无穷限的反常积分
- (2)无界函数的反常积分
- (3)课后习题

4.各节参考答案

1.定积分的概念

(1)定积分的引入 (2)定积分的几何意义

(2)定积分的几何意义

- (3)定积分的奇偶对称作
- (E) @ 50 A 64 do
- (6)课后习题

2.定积分的计算

- (1)变上限的定积分
- (2)牛顿——莱布尼茨公司
- (4)全和分的分割
- (5)運出引頭
- . .

- (1)无穷限的反常积:
- (3)课后习题
- 4.各节参考答案



定积分其实就是各部分面积的代数和,即

$$\int_a^b f(x)dx = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + A_5.$$

- 1.定积分的概念
- (2)定积分的几何意义
- (2)定积分的几円悠久
- (4)定积分的性质(5)空知公的中值空間
 - (6)课后习题
- 2.定积分的计算
 - 1)变上限的定积分
- (2)牛顿——莱布尼茨公式 (3)全和公的培示法
 - (4)定积分的分部积:
- 3. 反常积分
- (1) 日本四年日本
- (2)无界函数的反常积分
- 4.各节参考答案

- (1)定积分的引入
- (2)定积分的几何意义
- (3)定积分的奇偶对称性
- (4)定积分的性质
- (5)定积分的中值定理
- (6)课后习题

2.定积分的计算

- (1)变上限的定积分
- (2)牛顿——莱布尼茨公式
- (3)定积分的换元法
- (4)定积分的分部积分法
- (5)课后习题

3. 反常积分

- (1)无穷限的反常积分
- (2) 无界函数的反常积分
- (3)课后习题

4.各节参考答案

- 1.定积分的概念
- (1)定积分的引入(2) 空和八島日母亦用
- (2)定积分的几何意义
 - (3)定积分的奇偶对称性
- (5)定积分的中值:
- (6)课后习题
- 2.定积分的计算
 - (1)变上限的定积分
- (2)牛顿——莱布尼茨公
- (A) 空知八份八部和
- (5)课后习题
 - .反常积分
- (2)无界函数的反常积分
- (3)课后习题
- 4.各节参考答案

定积分的奇偶对称性——设f(x)是[a, b]上的连续函数,那么 (1) 若f(-x) = f(x),则

$$\int_{-a}^{a} f(x)dx = 2 \int_{0}^{a} f(x)dx;$$

(2) 若f(-x) = -f(x),则

$$\int_{-a}^{a} f(x)dx = 0.$$

- 1.定积分的概念
- (1)定积分的引入 (2)企知入品日 (2)
- (2)定积分的几何意义 (3)定积分的奇偶对称性
- (4)定积分的性质
- (5)定积分的中值定题(6)课后习题
- 2.定积分的计算
 - (1)变上限的定积分
 (2)牛桶——苯布尼亞
 - (3)定积分的接元法
 - [4]定积分的分部积分 [5] 四二〇四
 - 0 36 1
 - 3. 反常积分
 - (1)无穷限的反常积分 (2)无界函数的反常积
 - 4 力 世 全 基 然 亦

定积分的奇偶对称性——设f(x)是[a,b]上的连续函数,那么 (1) 若f(-x) = f(x),则

$$\int_{-a}^{a} f(x)dx = 2 \int_{0}^{a} f(x)dx;$$

(2) 若f(-x) = -f(x),则

$$\int_{-a}^{a} f(x) dx = 0.$$

1.定积分的概念

(1)定积分的引入
 (2)空和公的目标会习

(3)定积分的奇偶对称性

(4)定积分的性质 (5)定积分的中值定理

2.定积分的计算

(1)变上限的定积分(2)牛顿——莱布尼茨

(3)定积分的换元法

(4)定积分的分部积 (5)课后习题

3. 反常积分

(1)无穷限的反常;

(2)无界函数的反常积分 (3)课后习题

4.各节参考答案

注:偶倍奇零.

- (1)定积分的引入
- (2)定积分的几何意义
- (3)定积分的奇偶对称性

(4)定积分的性质

- (5)定积分的中值定理
- (6)课后习题

2.定积分的计算

- (1)变上限的定积分
- (2)牛顿——莱布尼茨公式
- (3)定积分的换元法
- (4)定积分的分部积分法
- (5)课后习题

3. 反常积分

- (1)无穷限的反常积分
- (2)无界函数的反常积分
- (3)课后习题

4.各节参考答案

- 1.定积分的概念
- (1)定积分的引力
- (4)定积分的性质
 - (6)课后习题

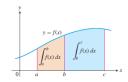
2.定积分的计算

- (1)变上限的定积分
- (2)牛顿——莱布尼茨公司
- (A) & SO A A A A SE S
- (4) 定积分的分部形
- (3) 14 14 1

- (1)无穷限的反常积
- (3)课后习题
- 4.各节参考答案



(a) Zero Width Interval: $\int_{a}^{a} f(x) dx = 0.$



(d) Additivity for definite integrals:

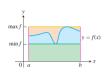
$$\int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx = \int_a^c f(x) dx$$



(b) Constant Multiple: $\int_{a}^{b} kf(x) dx = k \int_{a}^{b} f(x) dx$

$$\int_a^b kf(x) dx = k \int_a^b f(x) dx.$$

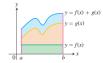
(Shown for
$$k = 2$$
.)



(e) Max-Min Inequality:

$$\min f \cdot (b - a) \le \int_a^b f(x) \, dx$$

$$\le \max f \cdot (b - a)$$



(c) Sum:

$$\int_{a}^{b} (f(x) + g(x)) dx = \int_{a}^{b} f(x) dx + \int_{a}^{b} g(x) dx$$

(Areas add)



(f) Domination:

$$f(x) \ge g(x) \text{ on } [a, b]$$

 $\Rightarrow \int_a^b f(x) dx \ge \int_a^b g(x) dx$

1.定积分的概念

- (2)定积分的几何意义
- (3)定积分的奇偶对称性
- (4)定积分的性质 (5)定积分的中值定理
- 2.定积分的计算
 - .)变上限的定积分
- (2)牛顿——莱布尼茨公主
 (3)空和公的梅子生
- (4)定积分的分部积
- 3 万学和分
 - . 反常积分
- (1) 无另限的反常积分 (2) 无界函数的反常积分
- 4.各节参考答案

例1.1:读 $\int_{-1}^{1} f(x)dx = 5$, $\int_{1}^{4} f(x)dx = -2$, $\int_{-1}^{1} h(x)dx = 7$, 求

$$(1)\int_{4}^{1}f(x)dx;(2)\int_{-1}^{1}(2f(x)+3h(x))dx;(3)\int_{-1}^{4}f(x)dx.$$

- 1.定积分的概念
- (1)定积分的引入 (2)定积分的几何意义 (2) 空和八丛本四叶华丛
- (4)定积分的性质 (5)定积分的中值定理
- 2.定积分的计算
- (1)变上限的定积分 (2)牛顿——莱布尼茨公式
- (5)课后习题
- 3.反常积分
- (2)无界函数的反常积分
- 4 各节参考答案

例1.1:读 $\int_{-1}^{1} f(x)dx = 5$, $\int_{1}^{4} f(x)dx = -2$, $\int_{-1}^{1} h(x)dx = 7$, 求

$$(1)\int_{4}^{1}f(x)dx;(2)\int_{-1}^{1}(2f(x)+3h(x))dx;(3)\int_{-1}^{4}f(x)dx.$$

解:

- 1.定积分的概念
- (1)定积分的引入(2)定积分的几何意义(3)定积分的赤偶对称性
- (4)定积分的性质(5)定积分的中值定(6)深层QE
- 2.定积分的计算
 - 1)变上限的定积分 2)牛顿——莱布尼茨公式
- (4)定积分的分部积分
- 2万学和公
 - 3. 反常积分
- (1)无穷限的反常积分 (2)无界函数的反常积分
- 4 各节参考签案

例1.1:设 $\int_{-1}^{1} f(x)dx = 5$, $\int_{1}^{4} f(x)dx = -2$, $\int_{-1}^{1} h(x)dx = 7$, 求

$$(1)\int_{4}^{1}f(x)dx;(2)\int_{-1}^{1}(2f(x)+3h(x))dx;(3)\int_{-1}^{4}f(x)dx.$$

解:

(1)
$$\int_4^1 f(x)dx = -\int_1^4 f(x)dx = -(-2) = 2;$$

1.定积分的概念

(1)定积分的引入(2)定积分的几何意义(3)定积分的奇偶对称性(4)定积分的性质

(5)定积分的中值定理 (6)课后习题

2.定积分的计算

(1)变上限的定积分 (2)牛顿——莱布尼茨公式 (3)定积分的换元法

(5) 14 5 - 1

(1)无穷限的反常积分 (2)无界函数的反常积分

(3)课后习题

例1.1:设 $\int_{-1}^{1} f(x)dx = 5$, $\int_{1}^{4} f(x)dx = -2$, $\int_{-1}^{1} h(x)dx = 7$, 求

$$(1)\int_{4}^{1}f(x)dx;(2)\int_{-1}^{1}(2f(x)+3h(x))dx;(3)\int_{-1}^{4}f(x)dx.$$

解:

(1)
$$\int_{4}^{1} f(x)dx = -\int_{1}^{4} f(x)dx = -(-2) = 2;$$

(2)
$$\int_{-1}^{1} (2f(x) + 3h(x))dx = 2 \int_{-1}^{1} f(x)dx + 3 \int_{-1}^{1} h(x)dx = 2 \cdot 5 + 3 \cdot 7 = 31;$$

1.定积分的概念 (1)定积分的引入 (2)定积分的几何意义 (3)定积分的奇偶对称性 (4)定积分的性质

2 定积分的计算

(1)变上限的定积分(2)牛顿——莱布尼茨公式(3)定积分的换元法(4)定积分的分部积分法

- (1)无穷限的反常积分(2)无界函数的反常积分(3)课后习题
- 4.各节参考答案

例1.1:设 $\int_{-1}^{1} f(x)dx = 5$, $\int_{1}^{4} f(x)dx = -2$, $\int_{-1}^{1} h(x)dx = 7$, 求

$$(1)\int_{4}^{1}f(x)dx;(2)\int_{-1}^{1}(2f(x)+3h(x))dx;(3)\int_{-1}^{4}f(x)dx.$$

解:

(1)
$$\int_{4}^{1} f(x)dx = -\int_{1}^{4} f(x)dx = -(-2) = 2;$$

(2)
$$\int_{-1}^{1} (2f(x) + 3h(x))dx = 2 \int_{-1}^{1} f(x)dx + 3 \int_{-1}^{1} h(x)dx = 2 \cdot 5 + 3 \cdot 7 = 31;$$

(3)
$$\int_{-1}^{4} f(x)dx = \int_{-1}^{1} f(x)dx + \int_{1}^{4} f(x)dx = 5 + (-2) = 3.$$

1.定积分的概念 (1)定积分的引入 (2)定积分的几何意义 (3)定积分的奇偶对称性 (4)定积分的中值度 (5)定积分的中值定理

2.定积分的计算

(1)变上限的定积分 (2)牛顿——苯布尼茨公式 (3)定积分的换元法 (4)定积分的分部积分法

3. 反常积分 (1)无常限的反常积分 (2)无界函数的反常积分

(2) 无界函数的反常积分(3)课后习题

4.各节参考答案

- (1)定积分的引入
- (2)定积分的几何意义
- (3)定积分的奇偶对称性
- (4)定积分的性质
- (5)定积分的中值定理
- (6)课后习题

2.定积分的计算

- (1)变上限的定积分
- (2)牛顿一一莱布尼茨公式
- (3)定积分的换元法
- (4)定积分的分部积分法
- (5)课后习题

3. 反常积分

- (1)无穷限的反常积分
- (2)无界函数的反常积分
- (3)课后习题

4.各节参考答案

1.定积分的概念

- (1)定积分的引
- (2)定积分的几何意:
- (3)定积分的奇偶对称
- (5)定积分的中值定理
- (6)课后习题

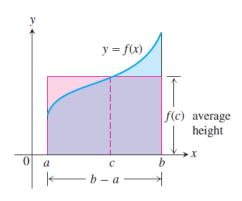
2.定积分的计算

- (1)变上限的定积分
- (2)牛顿——莱布尼茨公.
- (4) 定积分的换无法
- (4)足积分的分钟积
- (3)14/13/1

- (1)无穷限的反常积:
- (3)课后习题
- 4.各节参考答案

如果f(x)是闭区间[a, b]上的连续函数,那么存在一点 $c \in [a, b]$,使得

$$f(c) = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx.$$



1.定积分的概念

- (1)定积分的引入
 (2) 完化分析引入
- (2)定积分的几何意义
- (4)定积分的性质 (5)定积分的中值定理
- (6)课后习题

2.定积分的计算

- (1)变上限的定布
- (2)牛顿——菜布尼茨公式 (3)空和公的梅子生
- (4)定积分的分部:
- って帯和八
- 3. 及吊积分
- (2)无界函数的反常积分
- 4.各节参考答案

- (1)定积分的引入
- (2)定积分的几何意义
- (3)定积分的奇偶对称性
- (4)定积分的性质
- (5)定积分的中值定理

(6)课后习题

2.定积分的计算

- (1)变上限的定积分
- (2)牛顿——莱布尼茨公式
- (3)定积分的换元法
- (4)定积分的分部积分法
- (5)课后习题

3. 反常积分

- (1)无穷限的反常积分
- (2)无界函数的反常积分
- (3)课后习题

4.各节参考答案

1.定积分的概念

- (1)定积分的引.
- (2)定积分的几何:
- (3)定积分的奇偶对称
- (4) 定积分的性质 (E) 点 4 A A A A A A A A
- (6)课后习题

0 22 54 7 74 71 88

- (1) = 1 = 1 = 1 = 1
- (1)变上限的定积分
- (2) 千坝——未布尼次公)
- (4) 定积分的分部和
- (5)運出引頭
- 3万党和公

. 反吊积分

- (1)无穷限的反常积分 (2)无累函数的反常积分
- (3)课后习题
- 4.各节参考答案

- (1) 用定积分表示极限 $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \sqrt{1+\frac{i}{n}}$.
- (2) 用定积分表示极限 $\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \frac{i^{p}}{n^{p+1}}$ (p>0).
- (3) 用定积分表示极限 $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n-1} \sin \frac{i\pi}{n}$.
- (4) 用定积分表示极限 $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \sum_{i=2}^{n+1} \sin \frac{i\pi}{n}$.

- (8) 证明 $1 \le \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{x} dx \le \frac{\pi}{2}$.

- (1)定积分的引入 (2)定积分的几何意义 (2)企和公约本四叶兴祉
- (3)定积分的奇偶对称性(4)定积分的性质
- (6)课后习题

2.定积分的计算

- (1)变上限的定积分(2)牛顿——菜布尼茨公
- (3)定积分的换元法(4)定积分的分部积分法
- 3 万学和分
- (1)无穷限的反常积分
- (3)球石刁思

- (1)定积分的引入
- (2)定积分的几何意义
- (3)定积分的奇偶对称性
- (4)定积分的性质
- (5)定积分的中值定理
- (6)课后习题

2.定积分的计算

- (1)变上限的定积分
- (2)牛顿——莱布尼茨公式
- (3)定积分的换元法
- (4)定积分的分部积分法
- (5)课后习题

3. 反常积分

- (1) 无穷限的反常积分
- (2)无界函数的反常积分
- (3)课后习题

4.各节参考答案

1.定积分的概念

- (1)定积分的引入
- (2)定积分的几何意义
- (4)定积分的性质
- (5)定积分的中旬

2.定积分的计算

- (1)变上限的定积分
- (2)牛顿——莱布尼茨公
- (4)定积分的分部系
- (5)误后习题
- 3 后受和公

- (1)无穷限的反常积分
 (2)无界函数的反常积分
- (3)课后习题
- 4.各节参考答案

- (1)定积分的引入
- (2)定积分的几何意义
- (3)定积分的奇偶对称性
- (4)定积分的性质
- (5)定积分的中值定理
- (6)课后习题

2.定积分的计算

- (1)变上限的定积分
- (2)牛顿一一莱布尼茨公式
- (3)定积分的换元法
- (4)定积分的分部积分法
- (5)课后习题

3. 反常积分

- (1)无穷限的反常积分
- (2)无界函数的反常积分
- (3)课后习题

4.各节参考答案

1.定积分的概念

- (1)定积分的引入
- (2)定积分的几何意义
- (4)定积分的性质
- (5)定积分的中化
- (6)课后习题

2.定积分的计算

(1)变上限的定积分

- (2)牛顿——莱布尼茨公:
- (A) & SO A AS A SE
- (4)之秋万町万甲

3万常积分

- (1)无穷限的反常积:
- (3)课后习题
- 4.各节参考答案

设f(x)在[a,b]上连续,则变上限函数

$$\Phi(x) = \int_{a}^{x} f(t)dt \ (a \le x \le b)$$

在[a,b]上可导,并且

$$\Phi'(x)=f(x).$$

1.定积分的概念

- (1)定积分的引入(2)定积分的几何索以
- (3)定积分的奇偶对称作
- (5)定积分的中旬
- 2 定积分的计算

(1)变上限的定积分

- (2)牛顿一一菜布尼茨公式
 - (4)定积分的分部积分法
- 3 万学和分
 - (1)无穷限的反常积分 (2)无界函数的反常积分
 - (3) 环石刁鸡

设f(x)在[a,b]上连续,则变上限函数

$$\Phi(x) = \int_{a}^{x} f(t)dt \ (a \le x \le b)$$

在[a,b]上可导,并且

$$\Phi'(x)=f(x).$$

证:

$$\Phi'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{\Phi(x+h) - \Phi(x)}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{1}{h} \left(\int_{a}^{x+h} f(t) dt - \int_{a}^{x} f(t) dt \right)$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{1}{h} \int_{x}^{x+h} f(t) dt$$

$$= \lim_{h \to 0} f(c) \quad (x \le c \le x+h)$$

$$= f(x).$$

1.定积分的概念

- (1)定积分的引入(2)定积分的几何意义(3)定积分的奇偶对称性
 - (4)定积分的性质 (5)定积分的中值定:

2.定积分的计算

- (1)变上限的定积分(2)牛顿——莱布尼茨公式
 - (4)定积分的分部积分

- (1)无穷限的反常积分 (2)无界函数的反常积分
- 4.各节参考答案

注1:这表明任何连续的函数都有原函数,所以这也叫做连续 函数的原函数存在定理,连续函数的变上限定积分就是它 的一个原函数.

1.定积分的概念

- (1)定积分的引入 (2)定积分的几何意义
 - 定积分的奇偶对称
 定积分的性质
- (5)定积分的中位 (6)课后习题

2.定积分的计算

- (1)变上限的定积分 (2)牛顿——莱布尼茨公立
 - 定积分的換元法
 企和公的公部和公益
- (5)课后习题
- 3.反常积分
 - 3.反常积分
- (1)无穷限的反常积分
 (2)无界函数的反常积分
- (3)採石习题

注1:这表明任何连续的函数都有原函数,所以这也叫做**连续 函数的原函数存在定理**,连续函数的变上限定积分就是它 的一个原函数.

注2:因为

$$(\int_a^x f(t)dt)' = f(x),$$

所以又可以叫做微积分基本定理的微分形式.

1.定积分的概念

- (1)定积分的引入(2)定积分的几何意义
- (3)定积分的奇偶对称{ (4)定积分的性质
- (5)定积分的申值定
 (6)课后习题
- 2.定积分的计算

(1)变上限的定积分 (2)牛顿——莱布尼茨公式

- (3)定积分的换元法
- (4)定积分的分部和
- (5)珠石刁鸡
- 3.反常积分
 - 及 吊 积分
 (1)无穷限的反常积
- (2)无界函数的反常积分
- 1.各节参考答案

注1:这表明任何连续的函数都有原函数,所以这也叫做连续 函数的原函数存在定理,连续函数的变上限定积分就是它 的一个原函数.

注2:因为

$$(\int_{3}^{x} f(t)dt)' = f(x),$$

所以又可以叫做微积分基本定理的微分形式.

注3:我们有

$$(\int f(x)dx)' = (\int_a^x f(t)dt)' = f(x),$$

但是没有

$$\int_{a}^{x} f(x) dx$$

这种写法.

定积分的概念

- (1)定积分的引入(2)定积分的几何意义(3)定积分的奇偶对称性
- (4)定积分的性质 (5)定积分的中值定
- 2.定积分的计算

(1)变上限的定积分(2)牛顿——莱布尼茨公式

- (4)定积分的换元法
- (5)球后习尽

.反常积分

- (1)无穷限的反常积分 (2)无界函数的反常积分
- 4.各节参考答案

推论1:

$$\left(\int_{a}^{u(x)}f(t)dt\right)'=f(u(x))u'(x).$$

1.定积分的概念

- (1)定积分的引入
- (2)定积分的几何意义
- (4)定积分的性质
- (6)提出习题
- 2.定积分的计算

(1)变上限的定积分

- (2)牛顿--莱布尼茨公式
 - 3)足积分的换元法
 4)定积分的分部积分法
- (5)课后习录

.反常积分

- (1)无穷限的反常积分 (2)无界函数的反常积分
- (3)课后习题

推论1:

$$\left(\int_{a}^{u(x)}f(t)dt\right)'=f(u(x))u'(x).$$

推论2:

$$\left(\int_{v(x)}^{b} f(t)dt\right)' = -f(v(x))v'(x).$$

1.定积分的概念

- (1)定积分的引入
 (2)空和公的目何查》
- (2)定积分的几何意义
- (4)定积分的性质
- (6)课后习题

2.定积分的计算

(1)变上限的定积分 (2) 牛桶——茅布尼茶A

- (2)牛领——系布尼茨公式 (2)かか込めねこけ
 - (4)定积分的分部积分》
- (3) 144 478

3. 反常积分

- (1)无穷限的反常积分 (2)无界函数的反常积分
 - (3)课后习题

推论1:

$$\left(\int_{a}^{u(x)}f(t)dt\right)'=f(u(x))u'(x).$$

推论2:

$$\left(\int_{v(x)}^{b} f(t)dt\right)' = -f(v(x))v'(x).$$

推论3:

$$(\int_{v(x)}^{u(x)} f(t)dt)' = f(u(x))u'(x) - f(v(x))v'(x).$$

1.定积分的概念

- (1)定积分的引入(2)定积分的几何意义
- (3)定积分的奇偶对称性 (4)定积分的性质
- (5)定积分的中值
 (6)课后习题
- 2.定积分的计算

(1)变上限的定积分

- (2)牛顿——菜布尼茨公式 (3)空和公的梅子生
 - (4)定积分的分部积分法

3. 反常积分

- (1)无穷限的反常积分 (2)无界函数的反常积分
- 4 冬节参考答案

例2.1:设f(x)在 $[0,+\infty)$ 内连续,且f(x)>0,证明

$$F(x) = \frac{\int_0^x tf(t)dt}{\int_0^x f(t)dt}$$

在 $(0,+\infty)$ 内为单调递增函数.

1 定积分的概念

- (1)定积分的引入
- (2)定积分的市偶对称性
- (5)定积分的中
- 0 3 5 0 1 16 1 16

(1)变上限的定积分

- (2)牛领一一系布尼茨公式 (3) 定积分的接元法
- (4)定积分的分部积分分
- 2 36 1
- 3.反常积分
- (1) 光穷限的反常积分 (2) 无界函数的反常积分
- 1 久节糸老公安

例2.1:设f(x)在 $[0,+\infty)$ 内连续,且f(x)>0,证明

$$F(x) = \frac{\int_0^x tf(t)dt}{\int_0^x f(t)dt}$$

证:

$$F'(x) = \frac{\left(\int_{0}^{x} tf(t)dt\right)' \cdot \int_{0}^{x} f(t)dt - \left(\int_{0}^{x} f(t)dt\right)' \cdot \int_{0}^{x} tf(t)dt}{\left(\int_{0}^{x} f(t)dt\right)^{2}}$$

$$= \frac{xf(x)\int_{0}^{x} f(t)dt - f(x)\int_{0}^{x} tf(t)dt}{\left(\int_{0}^{x} f(t)dt\right)^{2}}$$

.定积分的概念

(1)定积分的引入 (2)定积分的几何意义

(5)定积分的中值定理

2.定积分的计算 (1)变上限的定积分

(2)牛顿——莱布尼茨公式 (3)定积分的换元法 (4)定积分的分部积分法

3.反常积分 (1)无穷限的反常积分

(3)课后习题

$$= \frac{f(x) \int_{0}^{x} (x-t)f(t)dt}{(\int_{0}^{x} f(t)dt)^{2}}$$

$$= \frac{f(x)x(x-c)f(c)}{(\int_{0}^{x} f(t)dt)^{2}} (0 < c < x)$$
> 0,

所以F(x)在 $(0,+\infty)$ 内为单调递增函数.

1.定积分的概念

- (1)定积分的引入 (2)定积分的几何意义
- (3)定积分的奇偶对称性 (4)定积分的性质
- (5)定积分的中值定 (6)课后习题

2.定积分的计算

- (1)变上限的定积分
 (2)牛顿——菜布尼茨公式
 - (3)定积分的换元法 (4)定积分的分部积分法
- (5)课后习题

.反常积分

- (1)无穷限的反常积分 (2)无界函数的反常积分
 - (3)球后习题

- (1)定积分的引入
- (2)定积分的几何意义
- (3)定积分的奇偶对称性
- (4)定积分的性质
- (5)定积分的中值定理
- (6)课后习题

2.定积分的计算

- (1)变上限的定积分
- (2)牛顿——莱布尼茨公式
- (3)定积分的换元法
- (4)定积分的分部积分法
- (5)课后习题

3. 反常积分

- (1)无穷限的反常积分
- (2) 无界函数的反常积分
- (3)课后习题

4.各节参考答案

1.定积分的概念

- (1)定积分的引入
- (2)定积分的几何意义
- (3)足积分的可协利标(4)定积分的性质
- (5)定积分的中位
- (6)课后习题

2.定积分的计算

- (1)变上限的定积分
- (2)牛顿——莱布尼茨公式
- (4)定积分的分部和
- (5)课后习

.反常积分

- (1)无穷限的反常积分 (2)无界函数的反常积分
- (3)课后习题
- 4.各节参考答案

设F(x)是连续函数f(x)在[a,b]上的一个原函数,则

$$\int_{a}^{b} f(x)dx = F(x)|_{a}^{b} = F(b) - F(a),$$

这就是计算定积分的牛顿——莱布尼茨公式.

- 1.定积分的概念
- (2)定积分的几何意义
- (3)定积分的奇偶对称
- (5)定积分的中值:
- 2.定积分的计算
 - (1)变上限的定利
- (2)牛顿——莱布尼茨公式
 - (4)定积分的分部积分法
- (3)444
- (1)无穷限的反常积分
- (3)课后习题

设F(x)是连续函数f(x)在[a,b]上的一个原函数,则

$$\int_{a}^{b} f(x)dx = F(x)|_{a}^{b} = F(b) - F(a),$$

这就是计算定积分的牛顿——莱布尼茨公式.

证:F(x)是连续函数f(x)在[a,b]上的一个原函数,所以

$$F(x) = \int_a^x f(t)dt + C,$$

$$\int_a^x f(t)dt = F(x) - F(a),$$

再以x = b代入等式两端得

$$\int_a^b f(t)dt = F(b) - F(a).$$

1.定积分的概念 (1)定积分的引入

(2)定积分的几何意义 (3)定积分的奇偶对称性 (4)定积分的性质 (5)企和公的由估企理

2.定积分的计算

(1)变上限的定积分(2)牛顿——莱布尼茨公式(3)定积分的接元法(4)定积分的分部积分法(5)课后习题

3. 反常积分 (1)无穷限的反常积分 (2)无界函数的反常积分

(3)课后习题

例2.2:求
$$\int_0^2 |x-1| dx$$
.

- 1.定积分的概念
- (1)定积分的引入
 (2)心和八丛日母亲日
- (2)定积分的几何意义
- (4)定积分的性质
- (5)定积分的中 (6)课丘习题
- 2.定积分的计算
 - 1)变上限的定积分
- (2)牛顿--莱布尼茨公式
 - (3)定积分的换元法
 - (4)定积分的分部积分法
- 3. 反常积分
- (1)无穷限的反常积分 (2)无界函数的后常和公
- (3)课后习题
- 4 久节糸老祭宏

例2.2:求
$$\int_{0}^{2} |x-1| dx$$
.

解:

$$\int_{0}^{2} |x - 1| dx = \int_{0}^{1} |x - 1| dx + \int_{1}^{2} |x - 1| dx$$

$$= \int_{0}^{1} (1 - x) dx + \int_{1}^{2} (x - 1) dx$$

$$= (x - 0.5x^{2})|_{0}^{1} + (0.5x^{2} - x)|_{1}^{2}$$

$$= ((1 - 0.5) - 0) + ((0.5 \cdot 4 - 2) - (0.5 - 1))$$

$$= 0.5 + 0.5$$

$$= 1.$$

1.定积分的概念
(1)定股分的机念
(2)定股分的机构。
(2)定股分的人所意义
(3)定股分的专院外管性
(4)定股分的性质
(5)定股分的性质定理
(6)深层引起
2.定积分的升
第一、来布尼波公式
(3)定股分的操剂分解份分解份分解份分解份分解份分解份分解份分解分解分别

例2.3:设
$$f(x) = x^2 - x \int_0^2 f(x) dx$$
,求 $f(x)$.

- 1 定和分的概念
- (1)定积分的引入
 (2)点点以及以及
- (2)定积分的几何意义
- (4)定积分的性质
- (0)球压引度
 - 1217719719
- (2)牛顿——莱布尼茨公式
 - 3)定积分的换元法
- (5)课后习题
- 3. 反常积分
- (1)无穷限的反常积分 (2)无界函数的反常积
- 1 夕 芯 会 本 祭 安

例2.3:设
$$f(x) = x^2 - x \int_0^2 f(x) dx$$
,求 $f(x)$.

解:设

$$a = \int_0^2 f(x) dx,$$

那么

$$f(x) = x^2 - ax,$$

故

$$a = \int_0^2 (x^2 - ax) dx = (\frac{1}{3}x^3 - \frac{a}{2}x^2)|_0^2 = \frac{8}{3} - 2a,$$

解得 $a = \frac{9}{8}$,所以

$$f(x) = x^2 - \frac{9}{8}x.$$

1.定积分的概念

- (1)定积分的引入 (2)定积分的几何意义 (3)定积分的奇偶对称性 (4)定积分的中值 (5)定积分的中值定理
- 2 定积分的计算
 - (1)变上限的定积分 (2)牛顿——莱布尼茨公式 (3)定积分的接元法
- 2 5 学和公
- (1)无穷限的反常积分 (2)无界函数的反常积分
- 4.各节参考答案

- (1)定积分的引入
- (2)定积分的几何意义
- (3)定积分的奇偶对称性
- (4)定积分的性质
- (5)定积分的中值定理
- (6)课后习题

2.定积分的计算

- (1)变上限的定积分
 - 2)牛顿——莱布尼茨公式

(3)定积分的换元法

- (4)定积分的分部积分法
- (5)课后习题

3. 反常积分

- (1)无穷限的反常积分
- (2)无界函数的反常积分
- (3)课后习题

4.各节参考答案

1.定积分的概念

- (1)定积分的引入
 (2)它和八份目标
- (2)定积分的几何意
- (3)定积分的奇偶对称 (4)定积分的性质
- (5)定积分的中值
 (6)四天只要

2.定积分的计算

- (1)变上限的定积分
- (2)牛顿--莱布尼茨公式
 - (3)定积分的换元法
- (4)定积分的分部积分

.反常积分

- (1)无穷限的反常积分 (2)无累函数的反常和公
- (3)课后习题
- 4.各节参考答案

定积分的换元公式——设f(x)在[a,b]上连续,变换 $x = \varphi(t)$ 满足:

- ▶ 当t由 α 变到 β 时,x = x(t)由a 变到b;
- φ'(t)在[a, b]上连续,

则有

$$\int_{a}^{b} f(x)dx = \int_{\alpha}^{\beta} f(\varphi(t))\varphi'(t)dt.$$

1.定积分的概念

(2)定积分的几何意义
(3)定积分的赤偶对称性

(3)定积分的奇偶对称性 (4)定积分的性质

(6)课后习题

2.定积分的计算

(1)变上限的定积分(2)牛顿——莱布尼茨公式

(3)定积分的换无法 (4)定积分的分部积分法

2 后受和公

3. 反常积分

(1)无穷限的反常积分(2)无界函数的反常积分(3)课后习题

定积分的换元公式——设f(x)在[a,b]上连续,变换 $x = \varphi(t)$ 满足.

- ▶ 当t由 α 变到 β 时,x = x(t)由a 变到b;
- φ'(t)在[a, b]上连续,

则有

$$\int_{a}^{b} f(x)dx = \int_{\alpha}^{\beta} f(\varphi(t))\varphi'(t)dt.$$

注1:当 $\beta < \alpha$ 时,即区间换为[β, α],换元公式仍然成立.

1.定积分的概念 (1)定积分的引入 (2)定积分的几何意义 (3)定积分的奇偶对称性 (4)定积分的性质

2.定积分的计算

(1)变上限的定积分(2)牛顿——莱布尼茨公式(3)定积分的换元法

(4)定积分的分部积分 (5)课后习题

3. 反常积分 (1) 无穷限的反常积分

(2)无界函数的反常积分 (3)课后习题

定积分的换元公式——设f(x)在[a,b]上连续,变换 $x = \varphi(t)$ 满足:

- ▶ 当t由 α 变到 β 时,x = x(t)由a 变到b;
- φ'(t)在[a, b]上连续,

则有

$$\int_{a}^{b} f(x)dx = \int_{\alpha}^{\beta} f(\varphi(t))\varphi'(t)dt.$$

注1:当 $\beta < \alpha$ 时,即区间换为[β, α],换元公式仍然成立.

注2:换元必换限.

1.定积分的概念 (1)定积分的引入 (2)定积分的几何意义 (3)定积分的奇偶对称估 (4)定积分的性质 (5)定积分的中值定理

2.定积分的计算

(1)变上限的定积分
 (2)牛顿——莱布尼茨公式
 (3)定积分的换元法
 (4)空和公的公部和公注

(4) 定积分的分部和 (5) 课后习题

(1)无穷限的反常积分 (2)无界函数的反常积分 (3)谬丘贝斯

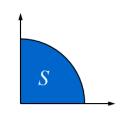
例2.4:求
$$\int_0^a \sqrt{a^2 - x^2} dx \ (a > 0).$$

- 1.定积分的概念
- (1)定积分的引入
- (2)定积分的几何意义
- (4) 定积分的性/ (E) 点 5 5 5 5 5 5
 - (5)定积分的甲位 (6)课后习题

2.定积分的计算

- (1)变上限的定积分
- (3)定积分的换元法
- (4)定积分的分部积分
- 3万常积分
- (1)无穷限的反常积分 (2)无界函数的反常积分
- (3)珠石习题

例2.4:求
$$\int_0^a \sqrt{a^2 - x^2} dx \ (a > 0)$$
.



- (1)定积分的引入 (2)定积分的几何意义 (3)定积分的奇偶对称值 (4)定积分的性质 (5)定积分的中值定理 (6)谜户日期
- 2.定积分的计算
- (1)变上限的定积分 (2)牛顿——莱布尼茨公主 (3)定积分的换元法
- (4)定积分的分部积分
- 3. 反常积分
- (1)无穷限的反常积分 (2)无界函数的反常积分 (2)深点显然
 - △ 久 节 糸 老 気 宏

例2.4:求
$$\int_0^a \sqrt{a^2 - x^2} dx$$
 $(a > 0)$.

解:令
$$x = a \sin t$$
,则 $dx = a \cos t dt$,
且 $x = 0$ 时, $t = 0$, $x = a$ 时, $t = \frac{\pi}{2}$,所以

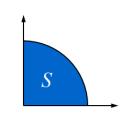
$$\int_{0}^{a} \sqrt{a^{2} - x^{2}} dx = \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} a^{2} \cos^{2} t dt$$

$$= \frac{a^{2}}{2} \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos 2t) dt$$

$$= \frac{a^{2}}{2} (t + \frac{1}{2} \sin 2t) \Big|_{0}^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= \frac{a^{2}}{2} ((\frac{\pi}{2} + \frac{1}{2} \sin(2 \cdot \frac{\pi}{2})) - 0)$$

$$= \frac{\pi a^{2}}{4}$$



- 1.定积分的概念
 - (1)足积分的引入
 (2)定积分的几何意义
 (3)定积分的奇偶对称性
 - 2.定积分的计算
- (1)变上限的定积分
- (3)定积分的接元法 (4)定积分的分部积分法
- 3.反常积分
- (1)无穷限的反常积分 (2)无界函数的反常积分
- 4.各节参考答案

- (1)定积分的引入
- (2)定积分的几何意义
- (3)定积分的奇偶对称性
- (4)定积分的性质
- (5)定积分的中值定理
- (6)课后习题

2.定积分的计算

- (1)变上限的定积分
- (2)牛顿--莱布尼茨公式
- (3)定积分的换元法
- (4)定积分的分部积分法
- (5)课后习题

3. 反常积分

- (1)无穷限的反常积分
- (2) 无界函数的反常积分
- (3)课后习题

4.各节参考答案

1.定积分的概念

- (1)定积分的引入
- (2)定积分的几何意义
 - (4)定积分的性质
 - (5)定积分的中位
- (0) ##3 17 %

2. 定积分的计算

- 1)变上限的定积分
- (2)牛顿——莱布尼茨公
- (4)定积分的分部积分法

3 万党和公

- . 反 尔 积 分
- (1)尤另限的反常积分
 (2)无界函数的反常积分
 - (3)课后习题
- 4.各节参考答案

$$\int_a^b uv'dx = (uv)|_a^b - \int_a^b u'vdx.$$

1.定积分的概念

- (2)定积分的几何意义
 - (4)定积分的性质
 - (6)课后习题

2.定积分的计算

- 支上限的定积分
 牛顿——莱布尼茨公主
- (3)定积分的换元法 (4)定积分的分部积分法
- (5)课后习题
- 3.反常积分
- (1)无穷限的反常积分 (2)无界函数的反常积分

$$\int_a^b uv'dx = (uv)|_a^b - \int_a^b u'vdx.$$

注:边积边代限.

定积分的概念

- (1)定积分的
- (2)定积分的几何:
 - 2) 定积分的性质
 - (5)定积分的中值系
 (6)课后习题

2.定积分的计算

- 1)变上限的定积分
- (2)牛顿——莱布尼茨公式 (3)定积分的换元法
- (4)定积分的分部积分法

2 后带和公

- 3.反常积分
- (1) 无界限的反常积分
- (3)14478

$$\int_a^b uv'dx = (uv)|_a^b - \int_a^b u'vdx.$$

注:边积边代限.

例2.5:求
$$\int_0^{\frac{1}{2}} \arcsin x dx$$
.

..定积分的概念

(1)定积分的引入 (2)定积分的几何意义

3)定积分的奇偶对称性 4)定积分的性质

(6)课后习题

2.定积分的计算

(1)变上限的定积分 (2)牛顿——莱布尼茨公式 (3)定积分的换无法

(4)定积分的分部积分法

つら学和公

3.反常积分

(1)无穷限的反常积分 (2)无界函数的反常积分

$$\int_a^b uv'dx = (uv)|_a^b - \int_a^b u'vdx.$$

注:边积边代限.

例2.5:求
$$\int_0^{\frac{1}{2}} \arcsin x dx$$
.

解:

$$\Re \mathfrak{X} = (x \arcsin x) \Big|_0^{\frac{1}{2}} - \int_0^{\frac{1}{2}} x d(\arcsin x)$$

$$= \frac{\pi}{12} - \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x}{\sqrt{1 - x^2}} dx = \frac{\pi}{12} + \frac{1}{2} \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{d(1 - x^2)}{\sqrt{1 - x^2}}$$

$$= \frac{\pi}{12} + \sqrt{1 - x^2} \Big|_0^{\frac{1}{2}} = \frac{\pi}{12} + \frac{\sqrt{3}}{2} - 1.$$

1.定积分的概念

定积分的引入
 定积分的几何意义
 定积分的奇偶对称性

定积分的计算

(1)变上限的定积分 (2)牛顿——莱布尼茨公式 (3)定积分的换元法 (4)定积分的分部积分法

. 反常积分 [1]无穷限的反常积分 [2]无界函数的反常积分

(2)无界函数的反常积分 (3)课后习题 4 久节 糸 老 悠 宏

- (1)定积分的引入
- (2)定积分的几何意义
- (3)定积分的奇偶对称性
- (4)定积分的性质
- (5)定积分的中值定理
- (6)课后习题

2.定积分的计算

- (1)变上限的定积分
- (2)牛顿一一莱布尼茨公式
- (3)定积分的换元法
- (4)定积分的分部积分法
- (5)课后习题

3. 反常积分

- (1)无穷限的反常积分
- (2)无界函数的反常积分
- (3)课后习题

4.各节参考答案

1.定积分的概念

- (1)定积分的引入
- (2)定积分的几何意义
- (4)定积分的性质
- (5)定积分的中
- (0)採店习题

2. 定积分的计算

- (1)变上限的定积分
- (2)牛顿——莱布尼茨公
- (A) @ 50 A 54 A 30 50 A
- (5)课后习题

后党和公

- .反常积分
- (1)尤为限的反常积分 (2)无界函数的反常积分
 - (3)课后习题
- 4.各节参考答案

(1) 求极限
$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sqrt{1+\frac{i}{n}}$$
.

(2) 求极限
$$\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \frac{i^{p}}{n^{p+1}}$$
 $(p>0)$.

(3) 求极限
$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n-1} \sin \frac{i\pi}{n}$$
.

(4) 求极限
$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \sum_{i=2}^{n+1} \sin \frac{i\pi}{n}$$
.

(5) 求极限
$$\lim_{x\to 0} \frac{\int_0^x e^{-t^2} dt}{x^2}$$
.

- (1)定积分的引入(2)定和分的目何查》
- (2)定积分的市偶对称性
- (4)定积分的性质(5) かかみめかは
- (0)採后习题

. 定积分的计算

- (1)变上限的定积分(2)牛顿——莱布尼茨公式
 - 4)定积分的分部积分:
 - (5)课后习题

反常积分

- (1)无穷限的反常积分
- (2)无界函数的反常积分
- 4.各节参考答案

- (1)定积分的引入
- (2)定积分的几何意义
- (3)定积分的奇偶对称性
- (4)定积分的性质
- (5)定积分的中值定理
- (6)课后习题

2.定积分的计算

- (1)变上限的定积分
- (2)牛顿——莱布尼茨公式
- (3)定积分的换元法
- (4)定积分的分部积分法
- (5)课后习题

3. 反常积分

- (1)无穷限的反常积分
- (2) 无界函数的反常积分
- (3)课后习题

4.各节参考答案

1.定积分的概念

- (1)定积分的引入
- (2)定积分的几何意义
- (3)定积分的奇偶对称(A)空和公的神质
- (5)定积分的中位
- (6)课后习题

2.定积分的计算

- (1)变上限的定积分
- (2)牛顿——莱布尼茨公:
- (4) 定积分的分部积 (5) 调片 9 题

3.反常积分

- 1) 无常期的反常的
- (2)无界函数的反常积分
- (3)课后习题
- 4.各节参考答案

- (1)定积分的引入
- (2)定积分的几何意义
- (3)定积分的奇偶对称性
- (4)定积分的性质
- (5)定积分的中值定理
- (6)课后习题

2.定积分的计算

- (1)变上限的定积分
- (2)牛顿--莱布尼茨公式
- (3)定积分的换元法
- (4)定积分的分部积分法
- (5)课后习题

3. 反常积分

- (1)无穷限的反常积分
- (2) 无界函数的反常积分
- (3)课后习题

4.各节参考答案

1.定积分的概念

- (1)定积分的引力
- (2)定积分的几何意义
- (3) 之积分的可同内积(4) 定积分的性质
- (5)定积分的中位
- (6)课后习题

2.定积分的计算

- (1)变上限的定积分
- (2)牛顿--莱布尼茨公:
- (4) 之(4) 之(4) 之(4)
- (4)足积分的分部和
- (5)课后。

.反常积分

(1)无穷限的反常积分 (2)无界函数的反常积分

- 3)课后习题
- 4.各节参考答案

引例:曲线 $y = e^{-\frac{X}{2}}$ 和y轴以及x轴围成的开口曲边梯形的面积可记作

$$A=\int_0^{+\infty}e^{-\frac{X}{2}}dx,$$

- 1.定积分的概念
- (1)定积分的引入
- (2)定积分的几何意义
 - 4)定积分的性质
 - [5]定积分的中值定 [6]课后习题
- 2.定积分的计算
 - 1)变上限的定积分
- (2)牛顿——菜布尼茨公式 (3)空和公的梅子生
 - (4)定积分的分部积
- 15 学和公
- (1)无穷限的反常积分
- (2)无界函数的反常积分 (3)课后习题
- 1 夕节系老父安

引例:曲线 $y = e^{-\frac{X}{2}}$ 和y轴以及x轴围成的开口曲边梯形的面积可记作

$$A=\int_0^{+\infty}e^{-\frac{X}{2}}dx,$$

其含义可以理解为

$$A = \lim_{b \to +\infty} \int_0^b e^{-\frac{X}{2}} dx = \lim_{b \to +\infty} (-2e^{-\frac{X}{2}}|_0^b)$$
$$= \lim_{b \to +\infty} (-2e^{-\frac{b}{2}} + 2) = 2.$$

1 定积分的概念

(1)定积分的引入 (2)定积分的几何意义

(3)定积分的奇偶对系(4)定积分的性质

2 定积分的计算

(1)变上限的定积分(2)牛頓——莱布尼茨公式

(4)定积分的分部积分

3万学和分

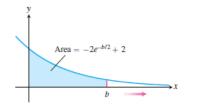
(1)无穷限的反常积分
(2)无界函数的反常积分
(3)课后习题

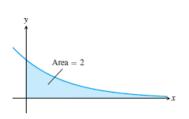
引例:曲线 $y = e^{-\frac{X}{2}}$ 和y轴以及x轴围成的开口曲边梯形的面积可记作

$$A=\int_0^{+\infty}e^{-\frac{X}{2}}dx,$$

其含义可以理解为

$$A = \lim_{b \to +\infty} \int_0^b e^{-\frac{X}{2}} dx = \lim_{b \to +\infty} (-2e^{-\frac{X}{2}}|_0^b)$$
$$= \lim_{b \to +\infty} (-2e^{-\frac{b}{2}} + 2) = 2.$$





- 1.定积分的概念
- (1)足积分的引力(2)や知込めまな
- (2)定积分的几何
- (4)定积分的性质
- (5)定积分的中值
 (6)课后习题
- 2.定积分的计算
 - 1)变上限的定积
 - (3)定积分的换元法
 - 2)定积分的分部积分分
 - 3.反常积分
- (1)无穷限的反常积分 (2)无界函数的反常积分
- 4.各节参考答案

无穷限反常积分定义如下:

- 1.定积分的概念
- (1)定积分的引入
- (2)定积分的几何意义
- (4)定积分的性质
- (5)定积分的中化 (6)理戶以點

2.定积分的计算

- 1)变上限的定积分
- (2)牛顿--莱布尼茨公立
- (4) 定积分的分部积分
- (5)课后习题
- 3万常积分

(1)无穷限的反常积分

- (1)无穷限的反常积分
 (2)无界函数的反常积分
- (3)课后习题

无穷限反常积分定义如下:

$$\int_{a}^{+\infty} f(x)dx = \lim_{b \to +\infty} \int_{a}^{b} f(x)dx$$

若右边极限存在,则左边的反常积分收敛,反之发散.

- 1.定积分的概念
- (1)定积分的引
- (2)定积分的几何
- (4)定积分的性质
- (5)定积分的中值定
 (6)四点口幣
- 2.定积分的计算
 - .)变上限的定积
- (3)定积分的接元法
- (4)定积分的分部和
- 3.反常积分
- (1)无穷限的反常积分 (2)无界函数的反常积分
- 1 夕节系老领安

无穷限反常积分定义如下:

$$\int_{a}^{+\infty} f(x)dx = \lim_{b \to +\infty} \int_{a}^{b} f(x)dx$$

若右边极限存在,则左边的反常积分收敛,反之发散.

$$\int_{-\infty}^{b} f(x)dx = \lim_{a \to -\infty} \int_{a}^{b} f(x)dx$$

若右边极限存在,则左边的反常积分收敛,反之发散.

- 1.定积分的概念
- (1)定积分的引.
- (2)定积分的几何
- (3)定积分的奇偶对称(4)定积分的性质
- (5)全和公的申债。
 - (6)课后习题

2.定积分的计算

- (1)变上限的定利
- (2) 中领——来布尼茨公式
 - 4)定积分的分部积分
- (5) 採店习题
- 3. 反常积分
- (1)无穷限的反常积分
- (2)无界函数的反常积分
 -) 14 A A A

无穷限反常积分定义如下:

$$\int_{a}^{+\infty} f(x)dx = \lim_{b \to +\infty} \int_{a}^{b} f(x)dx$$

若右边极限存在,则左边的反常积分收敛,反之发散.

$$\int_{-\infty}^{b} f(x)dx = \lim_{a \to -\infty} \int_{a}^{b} f(x)dx$$

若右边极限存在,则左边的反常积分收敛,反之发散.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = \lim_{a \to -\infty} \int_{a}^{c} f(x)dx + \lim_{b \to +\infty} \int_{c}^{b} f(x)dx$$

若右边两个极限都存在,则左边的反常积分收敛,若右边有一个极限不存在,则发散.

1.定积分的概念

- (1)定积分的引。
 (2)空和公的目
- (2)定积分的几个
- (4)定积分的性质
 - (5)定积分的中值定(6)课后习题

2.定积分的计算

- (1)变上限的定和
- (3)定积分的接元法
- (4)定积分的分部积分
- 3. 反常积分
- (1)无穷限的反常积分(2)无界函数的反常积分(3)课后习题
- 4.各节参考答案

若F(x)是f(x)的原函数,引入记号

$$F(+\infty) = \lim_{x \to +\infty} F(x), F(-\infty) = \lim_{x \to -\infty} F(x),$$

则有类似牛顿——莱布尼茨形式的计算表达式:

$$\int_{a}^{+\infty} f(x)dx = F(x)|_{a}^{+\infty} = F(+\infty) - F(a),$$

$$\int_{-\infty}^{b} f(x)dx = F(x)|_{-\infty}^{b} = F(b) - F(-\infty),$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = F(x)|_{-\infty}^{+\infty} = F(+\infty) - F(-\infty).$$

- 1.定积分的概念
- (1)定积分的引入
 (2)空和入场日标
- (2)定积分的几何点
- (4)定积分的性质
- (5)定积分的甲值定(6)课后习题
- 2.定积分的计算
 - 1)变上限的定积
 - (2)牛顿——莱布尼茨公式
 - 4)定积分的分部积分治
 - (5)珠石刁鸡
 - 3.反常积分
- (1)无穷限的反常积分
 (2)无界函数的反常积分
 (3)课后习题
- 4.各节参考答案

例4.1:求
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2}.$$

- (1)定积分的引入
- (3)定积分的奇偶对称
- (5)定积分的中
- 2.定积分的计算
 - (1)亦上部的全和公
- (2)牛顿——莱布尼茨
- (4)定积分的分部积
- 2 16 0
- 3. 及吊积分
- (1)无穷限的反常积分 (2)无界函数的反常积分
- 1 夕 艾 矣 本 父 安

例4.1:求
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2}.$$

原式 =
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2} = \arctan x|_{-\infty}^{\infty} = (\frac{\pi}{2} - (-\frac{\pi}{2})) = \pi.$$

- 1 少和公的概念
- (1)定积分的引入 (2)定积分的几何意义
 - (4)定积分的性质
- 0 0 0 0 0 0 0 0
 - (1)变上限的定积分(2)牛顿——莱布尼茨公式
 - 4)定积分的分部积分;
- 3 万常和分
- (1)无穷限的反常积分 (2)无界函数的反常积分
- 1 久节系老公安

例4.1:求
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2}$$
.

原式 =
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2} = \arctan x|_{-\infty}^{\infty} = \left(\frac{\pi}{2} - \left(-\frac{\pi}{2}\right)\right) = \pi.$$

例4.2:求
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{xdx}{1+x^2}$$
.

- 1 空和公的概念
- (1)定积分的引入 (2)定积分的几何意义
 - (3)定积分的亦偶对求 (4)定积分的性质
- 2 定积分的计算
 - (1)变上限的定积分(2)牛顿——菜布尼茨公式
 - (4)定积分的分部积分法
 - 7 万常和分
- (1)无穷限的反常积分 (2)无界函数的反常积分

例4.1:求
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2}$$
.

原式 =
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2} = \arctan x|_{-\infty}^{\infty} = (\frac{\pi}{2} - (-\frac{\pi}{2})) = \pi.$$

例4.2:求
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x dx}{1 + x^2}.$$

解:因为
$$\frac{x}{1+x^2}$$
 是奇函数,所以原式为0.

- 1 定积分的概念
- (1)定积分的引入(2)定积分的几何意义(3)定积分的责偶对称性
 - (3)定积分的亦偶对相 (4)定积分的性质
- 2 定积分的计算
 - (1)变上限的定积分 (2)牛顿——莱布尼茨公式
- (4)定积分的分部积分治
- 3.反常积分
- (1)无穷限的反常积分 (2)无界函数的反常积分
- 4.各节参考答案

例4.1:求
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2}.$$

原式 =
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2} = \arctan x|_{-\infty}^{\infty} = \left(\frac{\pi}{2} - \left(-\frac{\pi}{2}\right)\right) = \pi.$$

例4.2:求
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x dx}{1 + x^2}.$$

解:因为
$$\frac{x}{1+x^2}$$
 是奇函数,所以原式为0.

再做一遍例4.2吧!

- 1.定积分的概念
- (1)定积分的引入(2)定积分的几何意义
- (3)定积分的奇偶对称性(4)定积分的性质
- (6)课后习题
- 2.定积分的计算
- (1)变上限的定积分 (2)牛顿——莱布尼茨公式 (2)企和八价格二件
- (4)定积分的分部积分
- 3. 反常积分
- (1)无穷限的反常积分 (2)无界函数的反常积分 (2)现在日葵
- 4.各节参考答案

例4.1:求
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2}$$
.

原式 =
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2} = \arctan x|_{-\infty}^{\infty} = (\frac{\pi}{2} - (-\frac{\pi}{2})) = \pi.$$

例4.2:求
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{xdx}{1+x^2}$$
.

解:因为
$$\frac{x}{1+x^2}$$
是奇函数,所以原式为0.

再做一遍例4.2吧!

$$\text{\mathbb{R}:} \qquad \text{\mathbb{R} $\vec{\lambda}$} = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d(1+x^2)}{1+x^2} = \frac{1}{2} \ln(1+x^2)|_{-\infty}^{+\infty},$$

这是发散的.

1.定积分的概念

- (1)定积分的引入 (2)定积分的几何意义 (3)定积分的奇偶对称性
 - 4)定积分的性质 5)定积分的中值定理

2.定积分的计算

- (1) 变上限的定积分 (2) 牛頓——莱布尼茨公式 (3) 定积分的换元法
 - 3 万党和公
- (1)无穷限的反常积分(2)无界函数的反常积分(3)课后习题
- 4.各节参考答案

- (1)定积分的引入
- (2)定积分的几何意义
- (3)定积分的奇偶对称性
- (4)定积分的性质
- (5)定积分的中值定理
- (6)课后习题

2.定积分的计算

- (1)变上限的定积分
- (2)牛顿——莱布尼茨公式
- (3)定积分的换元法
- (4)定积分的分部积分法
- (5)课后习题

3. 反常积分

- (1)无穷限的反常积分
- (2)无界函数的反常积分
- (3)课后习题

4.各节参考答案

1.定积分的概念

- (1)定积分的引入
- (2)定积分的几何意
- (3)定积分的奇偶对称
- (5) 定积分的中
 - (6)课后习题

2.定积分的计算

- (1)变上限的定积分
- (2)牛顿——莱布尼茨公司
- (4)足积分的分甲积为
- (3)14.81

.反常积分

- (1)无穷限的反常积分 (2)无界函数的反常积分
- 3)课后习题
- 4.各节参考答案

引例:曲线 $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$ 和y轴以及直线x = 1围成的开口曲边梯形的面积可记作

$$A = \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx,$$

- 1.定积分的概念
 - (1)定积分的引入
 - 2)定积分的几何意义
 - (4)定积分的性质(5)空和分的中值空罩
- (6)课后习题
 - 2. 定积分的计界
- (2)牛顿——莱布尼茨公式
 - 4)定积分的分部积分
- - .反常积分
- (1)无穷限的反常积分 (2)无界函数的反常积分
- (3)课后习题

引例:曲线 $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$ 和y轴以及直线x = 1围成的开口曲边梯形的面积可记作

$$A=\int_0^1\frac{1}{\sqrt{x}}dx,$$

其含义可以理解为

$$A = \lim_{a \to 0^+} \int_a^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$$
$$= \lim_{a \to 0^+} (2\sqrt{x}|_a^1)$$
$$= \lim_{a \to 0^+} (2 - 2\sqrt{a})$$
$$= 2.$$

1.定积分的概念

- (1)定积分的引入(2)定积分的几何意义
- (3)定积分的奇偶对称((4)定积分的性质
- (5)定积分的中值 (6)课后习题

2.定积分的计算

- (2)牛顿——莱布尼茨公式(3)定积分的接元法
 - (4)定积分的分部积分
- 3 万常积分
- 3. 反常积分
- (1)光芳帐的反常积分
 (2)无界函数的反常积分
 (3)课后习题
 - 4.各节参考答案

引例:曲线 $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$ 和y轴以及直线x = 1围成的开口曲边梯形的面积可记作

$$A = \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx,$$

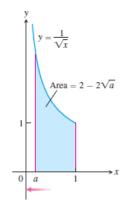
其含义可以理解为

$$A = \lim_{a \to 0^{+}} \int_{a}^{1} \frac{1}{\sqrt{x}} dx$$

$$= \lim_{a \to 0^{+}} (2\sqrt{x}|_{a}^{1})$$

$$= \lim_{a \to 0^{+}} (2 - 2\sqrt{a})$$

$$= 2.$$



1.定积分的概念

- (1)定积分的引力(2)定积分的几何
- (2)定积分的几何意义
 (3)定积分的奇偶对称
- (4)定积分的性质
 (5)定积分的中值
- 2.定积分的计算
 - 1)变上限的定积
- (2)牛顿一一菜布尼茨公式
 - (4)定积分的分部积分
- 3. 反常积分
- (1)无穷限的反常积分 (2)无界函数的反常积分
- 4.各节参考答案

- 1 空和公的概念
- (1)定积分的引入
 (2)它和公的目标会习
- (2)定积分的几何意义
- (4)定积分的性质
- (6)课后习题
- 2.定积分的计算
- (1)变上限的定积分
- (3)定积分的换元法
- (4)定积分的分部积
- 2 万岁和公
- 3. 反常积分
- (1)无穷限的反常积分 (2)无界函数的反常积分

▶ 设f(x)在(a,b]上连续,在点a的右邻域内无界,此时a称 为**奇点**,有

$$\int_{a}^{b} f(x)dx = \lim_{\varepsilon \to 0^{+}} \int_{a+\varepsilon}^{b} f(x)dx,$$

若右边极限存在,则左边的反常积分收敛,反之发散.

1.定积分的概念

- (1)定积分的引力
- (2)定积分的几何
- (4)定积分的性质
- (5)定积分的中值定(6)课后习题

2.定积分的计算

- (1)变上限的定积分
 (2)牛顿——菜布尼茨公式
- 3)定积分的换无法
- (5)课后习题
- 3. 反常积分
- (1)无穷限的反常积分 (2)无界函数的反常积分
- 1 久节系老签安

▶ 设f(x)在(a,b]上连续,在点a的右邻域内无界,此时a称 为**奇点**,有

$$\int_{a}^{b} f(x)dx = \lim_{\varepsilon \to 0^{+}} \int_{a+\varepsilon}^{b} f(x)dx,$$

若右边极限存在,则左边的反常积分收敛,反之发散.

▶ 设f(x)在[a,b)上连续,在点b的左邻域内无界(奇点),有

$$\int_{a}^{b} f(x)dx = \lim_{\varepsilon \to 0^{+}} \int_{a}^{b-\varepsilon} f(x)dx,$$

若右边极限存在,则左边的反常积分收敛,反之发散.

定积分的概念

- (1) 定积分的引力
 (2) 定积分的几个
- (2)定积分的几何
 - 年)定积分的性质
- (5)定积分的中值》
 (6)课后习题

2.定积分的计算

- (1)变上限的定积分 (2)牛顿——莱布尼茨公式
 - (4)定积分的分部积 (-)
- 3.反常积分
- 3. 反常积分
- (1)无穷限的反常积分 (2)无界函数的反常积分 (3)课后习题
- 4.各节参考答案

▶ 设f(x)在(a, b]上连续,在点a的右邻域内无界,此时a称 为**奇点**,有

$$\int_{a}^{b} f(x)dx = \lim_{\varepsilon \to 0^{+}} \int_{a+\varepsilon}^{b} f(x)dx,$$

若右边极限存在,则左边的反常积分收敛,反之发散.

▶ 设f(x)在[a,b)上连续,在点b的左邻域内无界(奇点),有

$$\int_{a}^{b} f(x)dx = \lim_{\varepsilon \to 0^{+}} \int_{a}^{b-\varepsilon} f(x)dx,$$

若右边极限存在,则左边的反常积分收敛,反之发散.

▶ 设f(x)在[a,b]上除点c(a < c < b)外连续,在点c 的邻域内无界(奇点),有

$$\int_{a}^{b} f(x)dx = \lim_{\varepsilon_{1} \to 0^{+}} \int_{a}^{c - \varepsilon_{1}} f(x)dx + \lim_{\varepsilon_{2} \to 0^{+}} \int_{c + \varepsilon_{2}}^{b} f(x)dx$$

若右边两个极限都存在,则左边的反常积分收敛,若右边有一个极限不存在,则发散.

1.定积分的概念

(1)定积分的引入(2)定积分的几何意义(3)定积分的奇偶对称性

2.定积分的计算

(1)变上限的定积分 (2)牛顿——莱布尼茨公式 (3)定积分的换元法

3.反常积分 (1)无穷限的反常积分

(2)无界函数的反常积分(3)课后习题

4.各节参考答案

若F(x)是f(x)的原函数,也有类似牛顿——莱布尼茨形式的计算表达式:

▶ 若a为奇点,则

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a^+),$$

▶ 若b为奇点,则

$$\int_a^b f(x)dx = F(b^-) - F(a),$$

▶ 若a, b都为奇点,则

$$\int_{a}^{b} f(x) dx = F(b^{-}) - F(a^{+}),$$

▶ 若奇点c ∈ (a, b),则

$$\int_{a}^{b} f(x)dx = F(b) \underbrace{-F(c^{+}) + F(c^{-})}_{\text{不可抵消!}} -F(a).$$

1.定积分的概念

- (1)定积分的引入 (2)定积分的几何意义 (3)定积分的责偶对称性
- (3)定积分的奇偶对称性 (4)定积分的性质 (5)00.500.600.600.000
- 2.定积分的计算
- (1)变上限的定积分 (2)牛顿——莱布尼茨公式
- (4)定积分的分部积分》 (E) 图 5 2 5 5
- 3.反常积分
 - (1)无穷限的反常积分 (2)无界函数的反常积分
- 4.各节参考答案

例4.3:求 $\int_0^a \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} \ (a > 0).$

- 1 定积分的概念
- (1)定积分的引入
- (2)定积分的几何意义
- (4)定积分的性质
- (5)定积分的甲值
 (6)课后习题
- 2.定积分的计算
 - (1)变上限的定积
- (2)牛顿——莱布尼茨公
- (4)定积分的分部积
- 2 36 0
- 3. 反常积分
- (1)无穷限的反常积分 (2)无界函数的反常积分
 - (3)课后习题
- A 久 节 糸 老 公 宏

例4.3:求
$$\int_0^a \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}}$$
 (a > 0).

原式 =
$$\int_0^a \frac{d(x/a)}{\sqrt{1-(x/a)^2}} = \arcsin(\frac{x}{a})|_0^{a^-} = \arcsin 1 = \frac{\pi}{2}$$
.

1 它和公的概念

- (1)定积分的引入 (2)定积分的几何意义 (3)定积分的奇偶对称性
 - (4)足积分的性质(5)定积分的中值定
- 2.定积分的计算
 - 1)变上限的定积分 2)牛顿——莱布尼茨公式
- (4)定积分的分部积分分
- 3 万学和公
- (1)无穷限的反常积分 (2)无界函数的反常积分
- 4 夕 甘 至 去 水 亦

例4.3:求
$$\int_0^a \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}}$$
 (a > 0).

原式 =
$$\int_0^a \frac{d(x/a)}{\sqrt{1-(x/a)^2}} = \arcsin(\frac{x}{a})|_0^{a^-} = \arcsin 1 = \frac{\pi}{2}$$
.

例4.4:求
$$\int_{-1}^{1} \frac{dx}{x^2}$$
.

1 定积分的概念

- (1)定积分的引入(2)定积分的几何意义(3)定积分的奇偶对称性
- (4)定积分的性质 (5)定积分的中值定

2.定积分的计算

- (1)变上限的定积分 (2)牛顿——莱布尼茨公式 (2)公和公的检示计
 - (4)定积分的分部积分法
- 3 万常积分

3. 反常积分

- (1)无穷限的反常积分 (2)无界函数的反常积分 (2)增与口管
- 4 夕 艾 矣 去 然 好

例4.3:求
$$\int_0^a \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}}$$
 $(a>0)$.

原式 =
$$\int_0^a \frac{d(x/a)}{\sqrt{1-(x/a)^2}} = \arcsin(\frac{x}{a})|_0^{a^-} = \arcsin 1 = \frac{\pi}{2}$$
.

例4.4:求
$$\int_{-1}^{1} \frac{dx}{x^2}$$
.

$$\mathbf{R}: \ \mathbb{R} \stackrel{1}{\lesssim} = -\frac{1}{x}|_{-1}^{1} = -2.$$

- 1 定积分的概念
- (1)定积分的引入(2)定积分的几何意义
- (3)定积分的奇偶对称(4)定积分的性质
- 2 定积分的计算
- (1)变上限的定积分 (2)牛顿——莱布尼茨公式
- (5)课后习题
- 3.反常积分
- (1)无穷限的反常积分 (2)无界函数的反常积分
- 4.各节参考答案

例4.3:求
$$\int_0^a \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$$
 $(a > 0)$.

原式 =
$$\int_0^a \frac{d(x/a)}{\sqrt{1-(x/a)^2}} = \arcsin(\frac{x}{a})|_0^{a^-} = \arcsin 1 = \frac{\pi}{2}$$
.

例4.4:求
$$\int_{-1}^{1} \frac{dx}{x^2}$$
.

$$\mathbf{R}: \ \mathbb{R} \preceq = -\frac{1}{x}|_{-1}^{1} = -2.$$

再做一遍例4.4吧!

1.定积分的概念

- (1)定积分的引入(2)定积分的几何意》
- (3)定积分的奇偶对称性
 - 5)定积分的中值定 6)调片日期
- 2.定积分的计算
 - 变上限的定积分
 - 3)定积分的换元法
- (5)课后习题
- 3. 反常积分
- (1)无穷限的反常积分 (2)无界函数的反常积分
- 4.各节参考答案

例4.3:求
$$\int_0^a \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}}$$
 (a > 0).

原式 =
$$\int_0^a \frac{d(x/a)}{\sqrt{1-(x/a)^2}} = \arcsin(\frac{x}{a})|_0^{a^-} = \arcsin 1 = \frac{\pi}{2}$$
.

例4.4:求
$$\int_{-1}^{1} \frac{dx}{x^2}$$
.

$$\mathbf{R}$$
: $\mathbf{R} \preceq \mathbf{1} = -\frac{1}{x}|_{-1}^{1} = -2$.

再做一遍例4.4吧!

原式 =
$$\int_{-1}^{0} \frac{dx}{x^2} + \int_{0}^{1} \frac{dx}{x^2} = (-\frac{1}{x})|_{-1}^{0-} + (-\frac{1}{x})|_{0+}^{1} = \infty$$

这是发散的.

1.定积分的概念

- (1)定积分的引入 (2)定积分的几何意义
- (3)定积分的奇偶对称性 (4)定积分的性质
- 2 字积分的计算
 - (1)变上限的定积分 (2)牛顿——莱布尼茨公式
 - (4)定积分的分部积分:
- 3.反常积分
- (1)无穷限的反常积分 (2)无界函数的反常积分 (3)谬后习题
 - 4.各节参考答案

- (1)定积分的引入
- (2)定积分的几何意义
- (3)定积分的奇偶对称性
- (4)定积分的性质
- (5)定积分的中值定理
- (6)课后习题

2.定积分的计算

- (1)变上限的定积分
- (2)牛顿——莱布尼茨公式
- (3)定积分的换元法
- (4)定积分的分部积分法
- (5)课后习题

3. 反常积分

- (1)无穷限的反常积分
- (2) 无界函数的反常积分
- (3)课后习题

4.各节参考答案

1.定积分的概念

- (1)定积分的引入
- (2)定积分的几何意义
- (4)定积分的性质
- (5)定积分的中
- (6)课后习题

2.定积分的计算

- (1)变上限的定积分
- (2)牛顿——莱布尼茨公司
- (J) 大机力的状儿法 (A) 内面的现在分型面
- (4) 足积分的分甲积 (E) 四三〇四
- 2 26 C A

反常积分

- (1)无穷限的反常积分
- (3)课后习题

4.各节参考答案

(2)
$$\not x \int_0^{+\infty} 2e^{-x} \sin x dx$$
.

(4)
$$\sharp \int_{2}^{+\infty} \frac{2dx}{x^2 - 1}.$$

(6)
$$\cancel{x} \int_{0}^{1} \ln x dx$$
.

$$(7) \not \! x \int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{x}}.$$

- (1)定积分的引入 (2)企和入场日标。
- (2)定积分的几何意义
- (3) 定积分的可仍对标任(4) 定积分的性质
 - (5)定积分的中值:
 (6)理戶日期

2.定积分的计算

- (1)变上限的定积:
- (2)牛顿--莱布尼茨公立
 - (3)足积分则模无法(4)企知入品入部和入
- (5)课后习题

3 万常和分

- (1)无穷限的反常积分 (2)无器函数的反常积分
- (3)课后习题

- (1)定积分的引入
- (2)定积分的几何意义
- (3)定积分的奇偶对称性
- (4)定积分的性质
- (5)定积分的中值定理
- (6)课后习题

2.定积分的计算

- (1)变上限的定积分
- (2)牛顿一一莱布尼茨公式
- (3)定积分的换元法
- (4)定积分的分部积分法
- (5)课后习题

3. 反常积分

- (1)无穷限的反常积分
- (2)无界函数的反常积分
- (3)课后习题

4.各节参考答案

1.定积分的概念

- (1)定积分的引入
- (2)定积分的几何意义
- (4)定积分的性质
- (5)定积分的中化

2.定积分的计算

- (1)变上限的定积分
- (2)牛顿--莱布尼茨公
- (4)定积分的分部和
- (5)误后习题

3万学和分

- (1)无穷限的反常积分
- (3)课后习题

4.各节参考答案

$$(1) \int_0^1 \sqrt{1+x} dx \qquad (2) \int_0^1 x^p dx \qquad (3) \int_0^1 \sin \pi x dx$$

(4)
$$\int_{-1}^{1} \sin \pi x dx$$
 (5) $\sqrt{2}$ (6) 0.5 (7) 0.5 $A + B$

(8)提示:令
$$f(x) = \frac{\sin x}{x}$$
,考察其在[0, $\pi/2$]上的最值.

定积分的计算

$$(1)\frac{4\sqrt{2}-2}{3} \qquad (2)\frac{1}{p+1} \qquad (3)\frac{2}{\pi} \qquad (4)\frac{2}{\pi} \qquad (5) \propto (6)x^2 - \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$$

反常积分

$$(1)\frac{1}{p^2}$$
 $(2)1$ $(3)\frac{3\pi}{4}$ $(4)\ln 3$ $(5)\ln 2$ $(6)-1$ $(7)4$

1.定积分的概念 (1)定积分的引入 (2)定积分的几何意义 (3)定积分的青锅对称性 (4)定积分的性质 (5)定积分的中值定理

2 定积分的计算

(1)变上限的定积分 (2)牛顿——莱布尼茨公式 (3)定积分的换元法 (4)定积分的分部积分法

3.反常积分 (1)无穷限的反常积分

(2)无界函数的反常积分 (3)课后习题 4.各节参考答案

4.各节参考答