MATRICES

MATRICES

DEFINICION. Se denomina así a un arreglo o a una disposición rectangular de números (R,C) de funciones o vectores que están ordenados en filas(horizontales) y en columnas (verticales) y que verifican ciertas reglas para determinadas operaciones.

Es un arreglo de elementos de un cuerpo funciones.

- ❖ Las matrices se denotan con letras mayúsculas como A, B, C, etc.
- ❖ Los números o funciones se les denomina Elementos o entradas de una matriz los cuales se encierra entre paréntesis o entre corchetes, denotándose con letras minúsculas Sub indicadas a_{11}, a_{12}, …a_{ij}.

- ❖ Los subíndices de un elemento indican: el primero la fila en la que está la componente y el segundo la columna. Así el elemento a13 ocupara la primera fila y tercera columna.

- El elemento aij ocupa la i-ésima fila y la j-ésima columna

$$A = (aij) = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdot & \cdot & \cdot & a_{1j} & \cdot & \cdot & \cdot & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdot & \cdot & \cdot & a_{2j} & \cdot & \cdot & \cdot & a_{2m} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{i1} & a_{i2} & a_{i3} & \cdot & \cdot & \cdot & a_{ij} & \cdot & \cdot & \cdot & a_{im} \\ \cdot & \cdot & \cdot & & & & \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & & & & \cdot & & & & \cdot \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \cdot & \cdot & \cdot & a_{mj} & \cdot & \cdot & \cdot & a_{mxn} \end{pmatrix}_{mxn}$$

DIMENSION U ORDEN DE UNA MATRIZ: El orden de una matriz está dado por el producto indicado mxn, donde "m" indica el número de filas y "n" el número de columnas.

Simbólicamente $(a_{ij})_{mxn}$

Al conjunto de matrices de orden mxn se denota por M^{mxn}

$$\mathrm{A} = [\mathrm{aij}] \in M^{mxn} \qquad A = (aij)_{mxn} \qquad A = \|aij\|_{mxn}$$

Ejemplo 01: $A = [\mathrm{aij}] \in M^{3x2} / a_{ij} = 2i - j$

TIPOS DE MATRICES:

A. MATRIZ RECTANGULAR: es aquella matriz donde el número de filas es diferente al número de columnas.

$$A = \begin{vmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 2 \end{vmatrix}_{2x2} \qquad A = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 5 & 0 \\ 2 & 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}_{2x4}$$

B. MATRIZ FILA: es aquella matriz que está conformada por una fila y n columnas, es decir es de orden 1xn.

$$B = \begin{vmatrix} 5 & 7 & 9 \end{vmatrix}_{1x3} \qquad A = \begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 & 5 \end{vmatrix}_{1x4}$$

C. MATRIZ COLUMNA O VECTOR COLUMNA: es aquella matriz de “m filas y una columna, es decir es de orden mx1.

$$B = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}$$

D.MATRIZ CERO OMATRIZ NULA : es aquella matriz que tiene todos sus elementos iguales a cero , es decir aij=0 , ∀ i , ∀ j .

$$A = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

E. MATRIZ CUADRADA: es aquella matriz donde el número de filas es igual al número de columnas. Si la matriz es de orden nxm, se dice que la matriz es de orden n.

$$A = \begin{vmatrix} -2 & 5 & 6 \\ -4 & 7 & -1 \\ 3 & -4 & 2 \end{vmatrix}_{3x3}$$

A los elementos que forman la línea a11, a22, a33…. ann, se les denomina DIAGONAL PRINCIPAL DE LA MATRIZ.

La suma de los elementos de la diagonal principal de la matriz cuadrada A, se le denomina Traza de una matriz.

IGUALDAD DE MATRICES

DEFINICION: Dos matrices A=(aij)mxn y B=(bij) mxn son iguales si dichas matrices son del mismo orden y sus elementos correspondientes son guales.

aij=bij

Ejemplo 01: $\mathrm{A} = [\mathrm{aij}] \in M^{3x2} / a_{ij} = 2i - j$

OPERACIONES CON MATRICES

1. ADICION DE MATRICES

DEFINICION: Sean las matrices A = (aij) $_{mxn}$ y B = (bij) $_{mxn}$ se denomina suma de A y B a la matriz C dela forma C=A+B=(aij + bij) $_{mxn}$., que se obtiene sumando los elementos de A con los correspondientes elementos de B.

Ley de composición interna

$$(A,B) \rightarrow A+B$$, i = 1,2, 3..., n; j = 1,2,3,....,m.

$$= (a_{ij}) + (b_{ij})$$

$$= (a+b)_{ij}$$

$$= (c)_{ij}$$

Si dos matrices se pueden sumar se dice que son CONFORMABLES para la adición.

OPUESTA DE UNA MATRIZ:

Si A = $(a_{ij})_{mxn}$ es una matriz entonces su opuesta es y -A = $(-a_{ij}$ $_{mxn}$

PROPIEDADES DE LA ADICIÓN DE MATRICES

Si A, B y C son matrices del mismo orden, entonces se cumple las siguientes propiedades:

$$A, B \in M^{mxn} \longrightarrow (A, B) \in M^{mxn}$$

$$A + B = B + A$$

$$(A + B) + C = A + (B + C)$$

$$A + 0 = A$$

$$A + (-A) = (-A) + A = 0$$

DIFERENCIA DE MATRICES

DEFINICION: Dadas las matrices A y B del mismo orden, la diferencia entre A y B es otra matriz C, del mismo orden tal que:

$$c_{ij} = (a_{ij})_{mxn} - (b_{ij})_{mxn}$$
$$c_{ij} = (a_{ij} - b_{ij})_{mxn}$$

PRODUCTO DE UN ESCALAR POR UNA MATRIZ:

Dada una matriz A y un escalar K se define el producto de dicho escalar por la matriz A de la siguiente manera

$$kA = k(a_{ij}) = (ka_{ij})$$

Donde cada elemento de A se multiplica por el escalar K.

PROPIEDADES DEL PRODUCTO DE UN ESCALAR POR UNA MATRIZ

si $A = M^{mxn}, B = M^{mxn}$ Y "p" y "q" Son números reales, entonces

$$p(qA) = (pq)A$$

$$(p+q)A = pA + qA$$

$$p(A+B) = pA + pB$$