UNIVERSIDAD NACIONAL DE CAJAMARCA

FACULTAD DE INGENIERÍA

ESCUELA ACADÉMICO PROFESIONAL DE INGENIERÍA DE SISTEMAS

Tema:

Practica 01: Ejercicios Propuestos

Docente:

Ing. Néstor Muñoz Abanto

Estudiantes:

Caruajulca Tiglla, Alex Eli

Chunque Chuquiruna, David Jhonathan

Casquin Fasabi, Jorge Luis

Quiliche Cruzado, Carlos Enrique

Curso:

INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES EN INGENIERÍA I

Cajamarca- Perú

2024

Presentación 1

Ejemplo 01

Una fábrica produce dos productos: A y B. La empresa quiere maximizar sus ganancias.

Función Objetivo: Maximizamos la ganancia Z, donde cada producto A aporta $40 y cada producto B aporta $30.

$$Z = 40A + 30B$$

Variables de Decisión: A y B (cantidad de productos A y B a producir)

Restricciones:
Máximo de 50 horas de trabajo disponible.
Máximo de 30 unidades de materia prima.

Cada producto A requiere 2 horas de trabajo y 1 unidad de materia prima.
Cada producto B requiere 1 hora de trabajo y 2 unidades de materia prima.

Las restricciones se pueden formular así:

$2A + B \leq 50$ (horas de trabajo)
$A + 2B \leq 30$ (materia prima)
$A \geq 0$ (no producimos cantidades negativas)
$B \geq 0$ (no producimos cantidades negativas

Si se consideran estas desigualdades como igualdades, se tiene:

$2A + B = 50$
$A + 2B = 30$

Cálculo de Puntos:

- Despejando B y haciendo A = 0 en:
  $2A + B = 50 \rightarrow B = 50$

  PUNTO 1: (0, 50)

- Despejando A y haciendo B = 0 en:
  $2A + B = 50 \rightarrow A = 25$

  PUNTO 2: (25, 0)

- Despejando B y haciendo A = 0 en:
  $A + 2B = 30 \rightarrow B = 15$

  PUNTO 3: (0, 15)

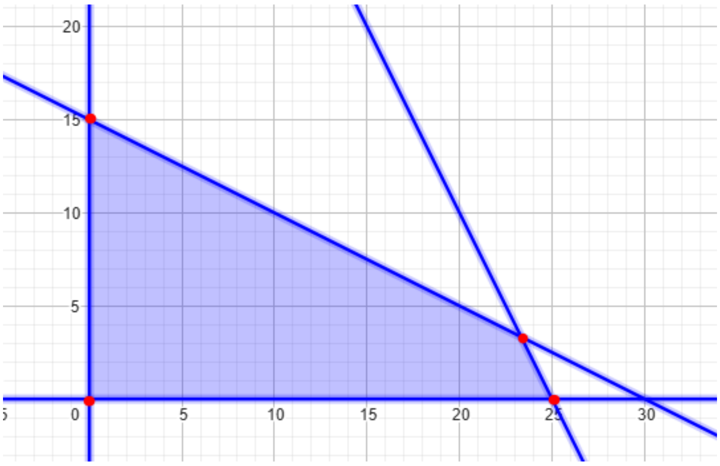
- Despejando A y haciendo B = 0 en:
  $A + 2B = 30 \rightarrow A = 30$

PUNTO 4: (30, 0)

Resolución del Problema

1. Graficar las restricciones: Dibujamos las rectas correspondientes a las restricciones en un plano (A en el eje horizontal y B en el eje vertical).

2. Identificar la Región Factible: La región factible es la intersección de las áreas que satisfacen todas las restricciones.



3. Determinar la Solución Óptima: Evaluamos la función objetivo en los vértices de la región factible para encontrar el valor máximo de Z.

Los vértices de la región factible son (0,0), (0,15), (25,0), y (23.33,3.34), evaluamos Z en cada uno:

En (0, 0): Z = 40(0) + 30(0) = 0

En (0, 15): Z = 40(0) + 30(15) = 450

En (25, 0): Z = 40(25) + 30(0) = 1 000

En (23.33, 3.34): Z = 40(23.33) + 30(3.34) = 1 033.4

Y debido a que no se pueden producir cantidades fraccionarias. La solución óptima es producir **23** unidades de **A** y **3** de **B**, obteniendo una ganancia máxima de **$1 010**.

Ejemplo 02:

La WYNDOR GLASS CO. Produce artículos de vidrio de alta calidad, que incluyen ventanas y puertas de vidrio. Tiene tres plantas. Los marcos y molduras de aluminio se hacen en la planta 1, los de madera en la planta 2; la 3 produce el vidrio y ensamblado de los productos

Debido a una en las ganancias, la alta administración reorganizar la línea de producción de reducción ha decidido la compañía. Se descontinuaran varios productos no rentables y se dejará libre una parte de la capacidad de producción para emprender la fabricación de dos productos nuevos que tienen ventas potenciales grandes:

•Producto 1: una puerta de vidrio de 8 pies con marco de aluminio.
•Producto 2: una ventana de resbalón con marco de madera de 4x6.

Planta	Tiempo de producción por lote, horas Producto		Tiempo de producción disponible a la semana, horas
	1	2	
1	1	0	4
2	0	2	12
3	3	2	18
Ganancia por lote	3000	5000	

<u>SOLUCIÓN</u>

X= número de unidades del producto 1 fabricados por semana
Y= número de unidades del producto 2 fabricados por semana
Z= ganancia por semana

Variables de Decisión: X y Y

Función Objetivo: Maximizamos la ganancia Z. Vamos a considerar la ganancia en miles para la facilitación del cálculo.

Z = 3X+ 5Y

Restricciones

x<=4
2y<=12
3x+2y<=18
x>=0
y>=0

Ahora consideramos las desigualdades como igualdades para hallar los puntos.

x=4
Punto 1 = (4, 0)

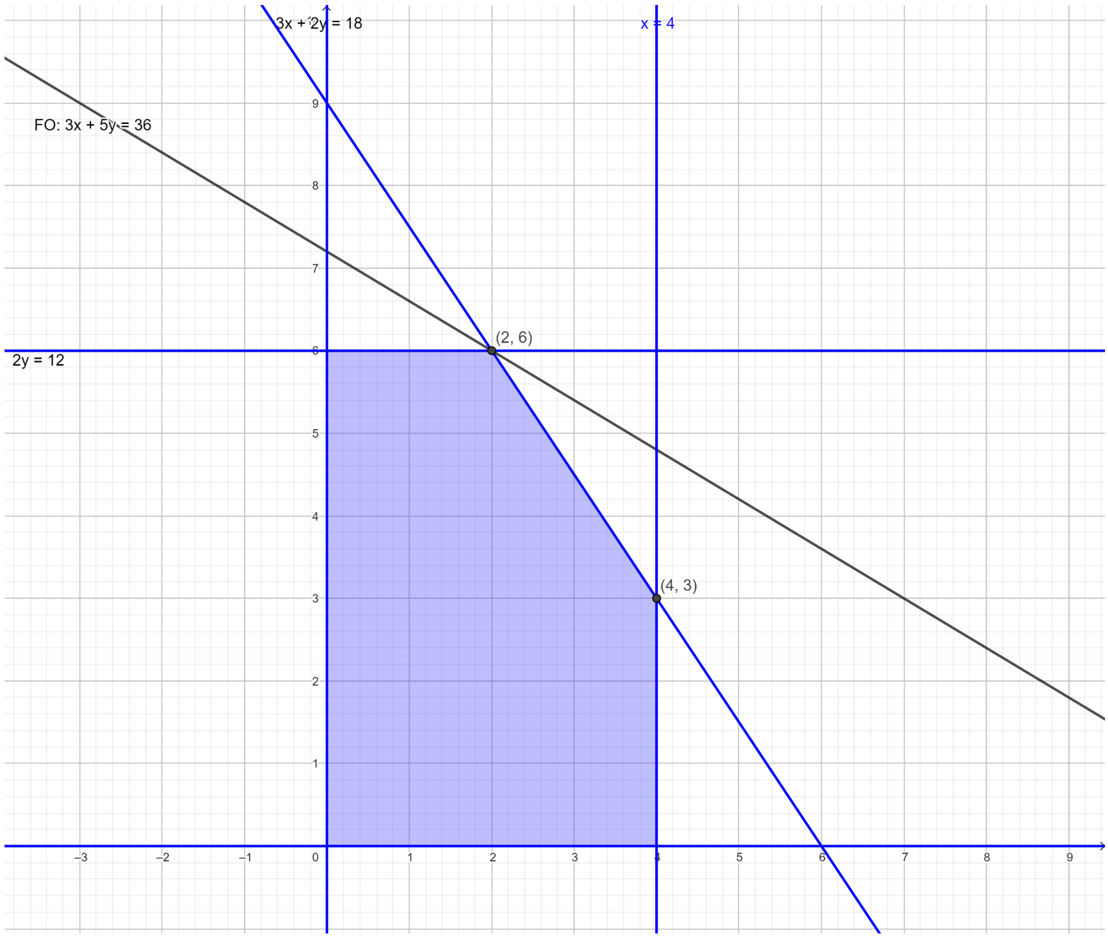
2y=12
y = 6
Punto 2 = (0, 6)

3x+2y<=18
Consideramos y = 0

3x = 18
x=6
Punto 3 = (6, 0)

Consideramos x = 0
2y =18
y=9
Punto 4 = (0, 9)

Con los puntos hallamos el área de factibilidad



Encontramos los puntos de intersección en **x=4** y **3x+2y=18:**
x(-3) =4(-3)

-3x   =-12
3x + 2y =18
2y = 6
y = 3

Reemplazamos -> x = 4
Tenemos el punto de intersección (4,3)

Encontramos los puntos de intersección en **y=6** y **3x+2y=18:**

y(-2) = 6(-2)

3x+2y=18
-2y = -12

3x = 6
x= 2

Reemplazamos -> x = 2
Tenemos el punto de intersección (2,6)

Con las intersecciones hallamos el máximo valor en la función objetivo 3x +5y:

3(0) + 5(6) =30
3(4) + 5(3) =27
3(2) + 5(6) =36
3(4) + 5(0) =12

Podemos observar que la solución óptima deseada es X=2, Y=6, con Z= 36. Lo cual indica que se debe fabricar los productos 1 y 2 a una tasa de 2 y 6 lotes por semana respectivamente, con una ganancia total de $36000.

Presentación 2
Ejemplo 01: Confeccionista de Ternos

Una sastrería confecciona dos nuevos tipos de ternos: elegante profesional y noche de gala. Los tiempos empleados en el áreas de corte y confección para cada tipo de terno se presentan en la siguiente tabla:

	CORTE	CONFECCIÓN	UTILIDAD
Elegante Profesional	3	2	5
Noche de Gala	4	7	8

Las horas disponibles empleadas por semana para el área de corte son 23 horas y para el área de confección son 24 horas. Las utilidades de cada tipo son \$5 y \$8, respectivamente.

¿Cuántos ternos de cada tipo deben producir por semana el fabricante con el fin de maximizar la utilidad?

SOLUCIÓN

x_e: $Número\ de\ ternos\ de\ Elegante\ Profesional$

x_n: $Número\ de\ ternos\ de\ noche\ de\ gala$

T. total en corte: $3x_e + 4x_n \leq 23$

T. total en confección : $2x_e + 7x_n \leq 24$

$x_e, x_n \geq 0$

Para: $3x_e + 4x_n = 23$

Cuando:

$x_e = 0 \ \rightarrow \ x_n = 5.75 \rightarrow (0, 5.75)$

$x_n = 0 \ \rightarrow \ x_e = 7.66 \rightarrow (7.66, 0)$

Para: $2x_e + 7x_n = 24$

Cuando:

$x_e = 0 \ \rightarrow \ x_n = 3.42 \rightarrow (0, 3.42)$

$x_n = 0 \ \rightarrow \ x_e = 12 \rightarrow (12, 0)$

1. $3x_e + 4x_n = 23$
2. $2x_e + 7x_n = 24$

$3x_e = 23 - 4x_n$

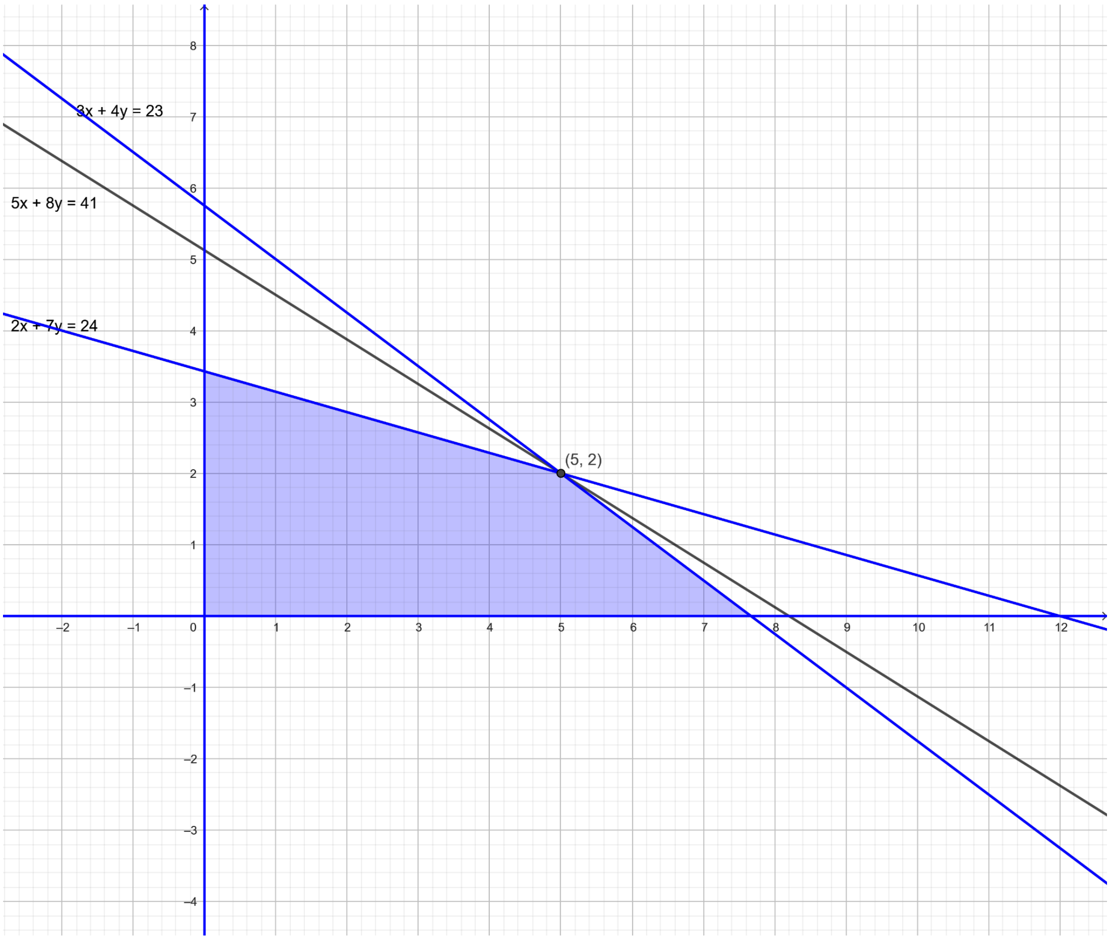
$$x_e = \frac{23-4x_n}{3}$$

$$2x_e + 7x_n = 24$$

$$2(\frac{23-8x_n}{3}) + 7x_n = 24$$
$$\frac{46-8x_n}{3} + 7x_n = 24$$
$$\frac{46-8x_n+21x_n}{3} = 24$$
$$46 - 8x_n + 21x_n = 72$$
$$13x_n = 26$$
$$x_n = 2$$

$$3x_e = 23 - 4x_n$$
$$3x_e = 23 - 4(2)$$
$$3x_e = 15$$
$$x_e = 5$$

Tenemos la intersección (5,2)



Hallamos la utilidad máxima en la función objetivo z = $5x_e + 8\,x_n$

Z = $0(5)\ +\ 3.42(8)$ =27.36
Z = 5(5) + 2(8) =41
Z = $7.66(5)\ +\ 0(8)$ =38,33

Podemos observar que la máxima utilidad se da en el punto (5, 2).

Ejemplo 03:
Reddy Mikks produce pinturas para interiores y exteriores, M1 y M2. La tabla siguiente proporciona los datos básicos del problema.

	Toneladas de materia prima		Disponibilidad diaria máxima(ton)
	Pinturas para exteriores	Pinturas para interiores	
Materia prima, M1	6	4	24
Materia prima, M2	1	2	6
Utilidad por ton (miles de $)	5	4	

Una encuesta de mercado indica que la demanda diaria de pintura para interiores no puede ser mayor que 1 tonelada más que la de pintura para exteriores. También, que la demanda máxima diaria de pintura para interiores es de 2 toneladas.

Reddy Mikks desea determinar la mezcla óptima (la mejor) de productos para exteriores y para interiores que maximice la utilidad diaria total.

El modelo de programación lineal, como en cualquier modelo de investigación de operaciones, tiene tres componentes básicos.

SOLUCIÓN

X= Número de toneladas de pinturas para exteriores
Y= Número de toneladas de pinturas para interiores
Z= ganancia

Variables de Decisión: X y Y

Función Objetivo: Maximizamos la ganancia Z. Vamos a considerar la ganancia en miles para la facilitación del cálculo.

Z = 5X+ 4Y

Restricciones
Uso de la materia prima M1

$6x+4y<=24$

Uso de la materia prima M2
$1x+2y<=6$

La demanda diaria de pintura para interiores no puede ser mayor que 1 tonelada más que la de pintura para exteriores.
$y - x <= 1$

La demanda máxima diaria de pintura para interiores es de 2 toneladas
$y<=2$

Restricciones de no negatividad
$x>=0$
$y>=0$

Ahora consideramos las desigualdades como igualdades para hallar los puntos.

$6x+4y=24$
Consideramos $y = 0$
$6x+4(0)=24$
$x=4$
Punto 1 = (4, 0)

Consideramos $x = 0$
$6(0)+4(y)=24$
$y=6$

Punto 2 = (0, 6)

$1x+2y<=6$
Consideramos $y = 0$
$1x+2(0)=6$
$x=6$
Punto 3 = (6, 0)

Consideramos $x = 0$
$1(0)+2(y)=6$
$y=3$

Punto 4 = (0, 3)

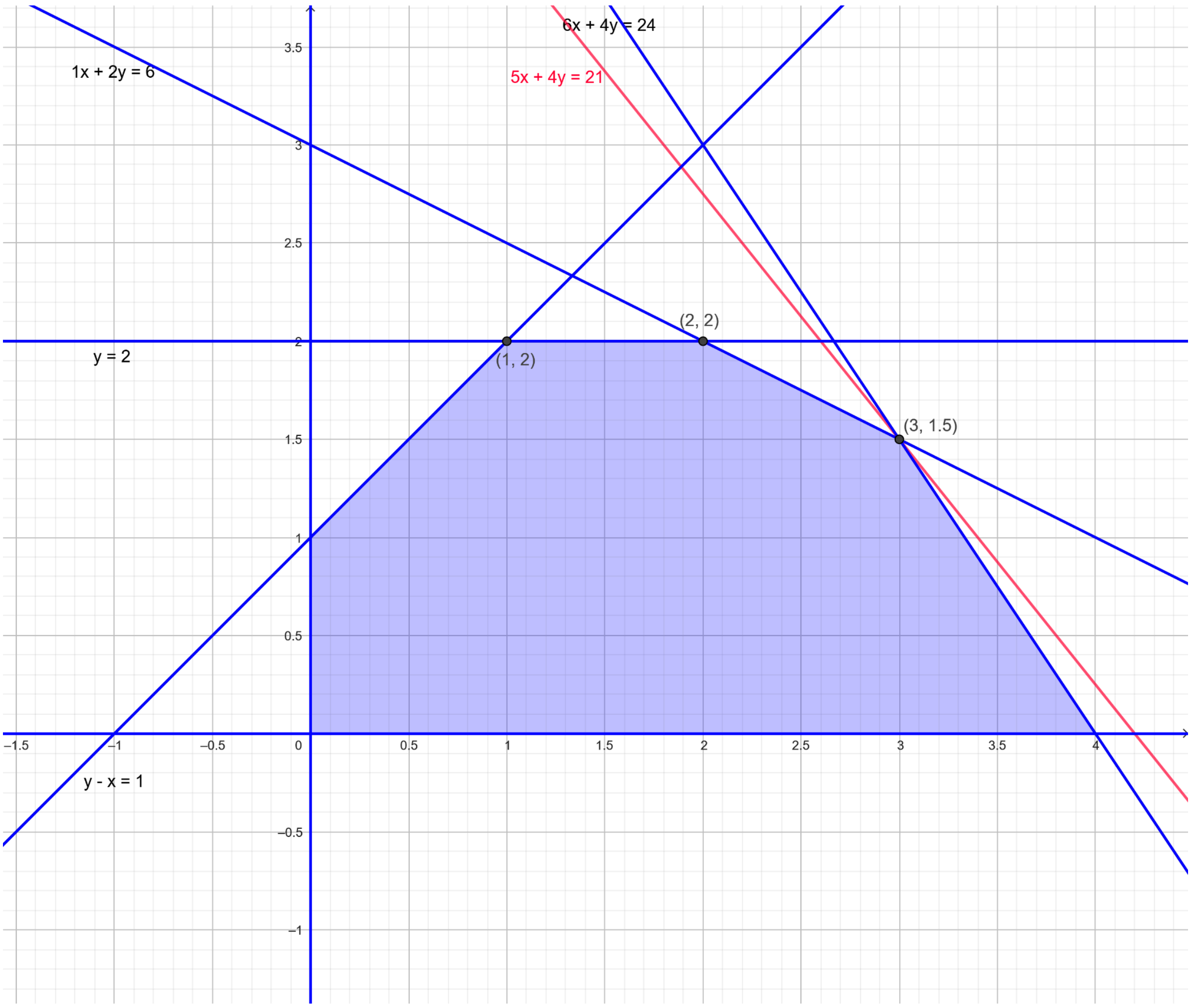
$y - x <= 1$
Consideramos $y = 0$

$0 - x <= 1$
$x=-1$

Punto 5 = (-1, 0)

Consideramos x = 0
y - 0 <= 1
y=1
Punto 6 = (0, 1)

Con los puntos hallamos el área de factibilidad



Encontramos los puntos de intersección **y=2** y **y - x = 1**

y(-1) = 2(-1)
-y   =-2
y -x = 1
-x = -1
x =1

Reemplazamos -> y = 2
Tenemos el punto de intersección (1,2)

Encontramos los puntos de intersección **y=2** y **1x+2y = 6**

y(-2) = 2(-2)
-2y =-4
1x +2y = 6
x = 2

Reemplazamos -> y = 2
Tenemos el punto de intersección (2,2)

Encontramos los puntos de intersección **6x+4y=24** y **1x+2y = 6**

1x(-2)+2y(-2) = 6(-2)
-2x -4y =-12
6x+4y=24
4x =12
x=3

Reemplazamos -> y = 1.5
Tenemos el punto de intersección (3,1.5)

Con las intersecciones hallamos el máximo valor en la función objetivo 5x +4y:

5(0) +4(1) =4
5(1) +4(2) =14
5(2) +4(2) =18
5(3) +4(1.5) =21
5(4) +4(0) =20

La solución óptima es x=3 y y=1.5. Por lo que z = 5(3) + 4(1.5) = 21.Eso corresponde a 3 toneladas de pintura para exteriores y 1.5 toneladas de pintura para interiores. La ganancia correspondiente es 21000.

EJERCICIO PROPUESTO
Se dispone de 600 g de un determinado fármaco para elaborar pastillas grandes y pequeñas. Las grandes pesan 40 g y las pequeñas 30 g. Se necesitan, al menos, tres pastillas grandes y, al menos, el doble de pequeñas que de grandes. Cada pastilla grande proporciona un beneficio de 2 soles y la pequeña, de 1 sol. ¿Cuántas pastillas se han de elaborar de cada clase para que el beneficio sea máximo?

	Pastillas grandes	Pastillas pequeñas
Cantidad	x	y
Masa	40x	30y
Beneficio	2	1

Función Objetivo: Maximizamos la ganancia Z. Vamos a considerar la ganancia en miles para la facilitación del cálculo.

$Z = 2X + Y$

Restricciones

Restricción por masa
$40x + 30y <= 600$

Restricción por cantidad
$x >= 3$
$y >= 2x$

Restricción por no negatividad
$x >= 0$
$y >= 0$

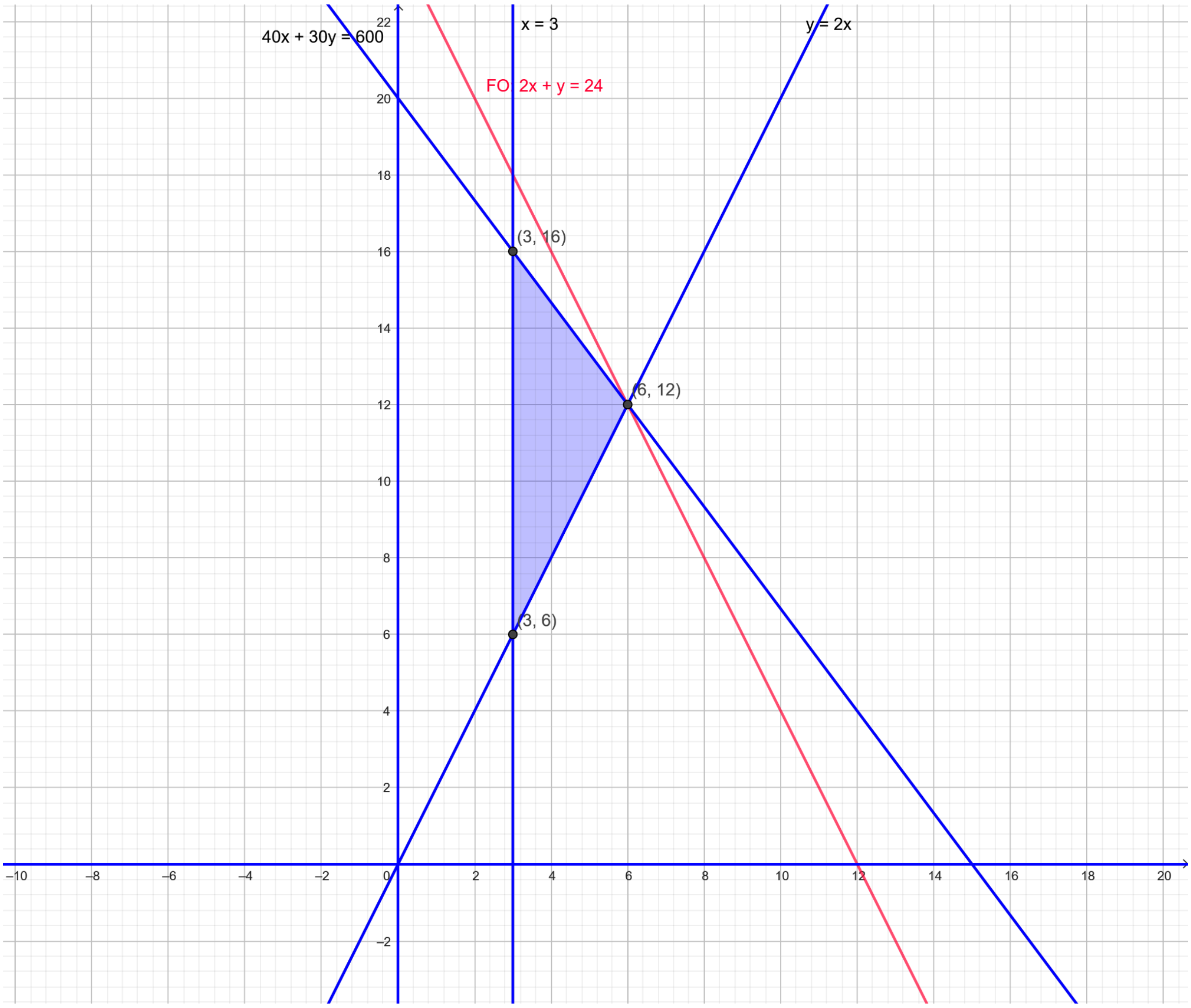
Ahora consideramos las desigualdades como igualdades para hallar los puntos.
$40x + 30y <= 600$
Consideramos y = 0
$40x + 30(0) <= 600$
$x = 15$
Punto 1 = (15, 0)

Consideramos x = 0
$40(0) + 30y <= 600$
$y = 20$

Punto 2 = (0, 20)
$x = 3$

x=3
Punto 3 = (3, 0)

y>=2x
Punto 4 = (0, 0)



Encontramos los puntos de intersección **40x +30y=600** y **x = 3**

40x +30y=600
40(3) +30y=600
y =16

Reemplazamos -> x = 3
Tenemos el punto de intersección (3,16)

Encontramos los puntos de intersección **40x +30y=600** y **y=2x**

y=2x
y(-30)=2x(-30)
60x - 30y = 0
40x +30y=600

$100x = 600$
$x=6$

Reemplazamos -> $y = 12$
Tenemos el punto de intersección (6,12)

Encontramos los puntos de intersección **$x=3$** y **$y=2x$**

$y=2x$
$y=2(-3)$
$y=6$

Reemplazamos -> $x = 3$
Tenemos el punto de intersección (3,6)

Con las intersecciones hallamos el máximo valor en la función objetivo $2x +y$:

$2(3) + (16) =22$
$2(6) + (12) =24$
$2(3) + (6) =12$

La solución óptima es $x=6$ y $y=12$. Por lo que $z = 2(6) + 12 = 24$. Eso corresponde a 6 pastillas grandes y 12 pastillas pequeñas. La ganancia correspondiente es de 24 soles.