INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES EN INGENIERÍA I

El problema del transbordo
Métodos de solución.

Ingeniería de Sistemas
Docente: Ing. Néstor Muñoz Abanto

Universidad Nacional de Cajamarca
"Norte de la Universidad Peruana"

LOGRO DE LA SESIÓN

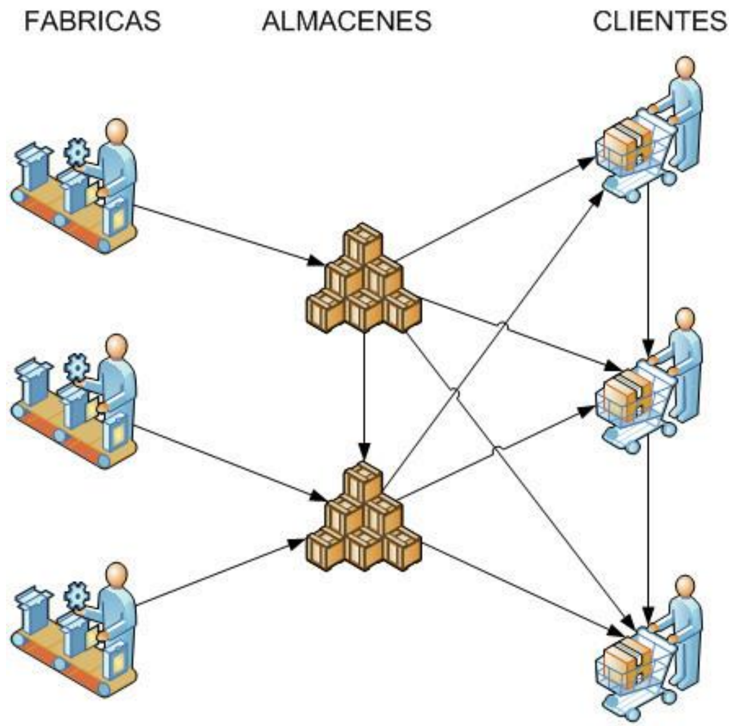
- Al término de la sesión, el estudiante analiza ***modelo de transbordo***, resuelve ejercicios en equipos de trabajo de manera clara y ordenada.

Modelos de Transbordo

El ***problema de transbordo*** es una extensión del ***problema de transporte*** en el cual los ***nodos intermedios***, llamados ***nodos de transbordo***, se añaden para representar sitios como ***almacenes***. En este tipo más general de problema de distribución se pueden hacer envíos entre cualquier par de tres tipos generales de nodos: ***de origen, de transbordo y de destino***.

El problema de transbordo permite embarques de productos desde los orígenes a los nodos intermedios y de ahí a sus destinos, desde un origen a otro, desde un sitio intermedio a otro, desde un sitio de destino a otro, y directamente desde los orígenes a los destinos.

Modelos de Transbordo



El objetivo en el ***problema de transbordo*** es determinar **cuántas unidades deben enviarse por cada arco de la red**, de modo que todas las demandas de destino se satisfagan con el ***costo de transporte mínimo posible***.

Método de programación lineal

- **CASO 1: Oferta = Demanda**
- Sean: X_{ij} los despachos del origen i a los destinos j

$$Min\ Z = x_{14}c_{14} + x_{15}c_{15} + x_{24}c_{24} + x_{25}c_{25} + x_{34}c_{34} + x_{35}c_{35} + x_{46}c_{46} + x_{47}c_{47} + x_{48}c_{48} + x_{56}c_{56} + x_{57}c_{57} + x_{58}c_{58}$$

Oferta:

$$x_{14} + x_{15} = O_1$$
$$x_{24} + x_{25} = O_2$$
$$x_{34} + x_{35} = O_3$$

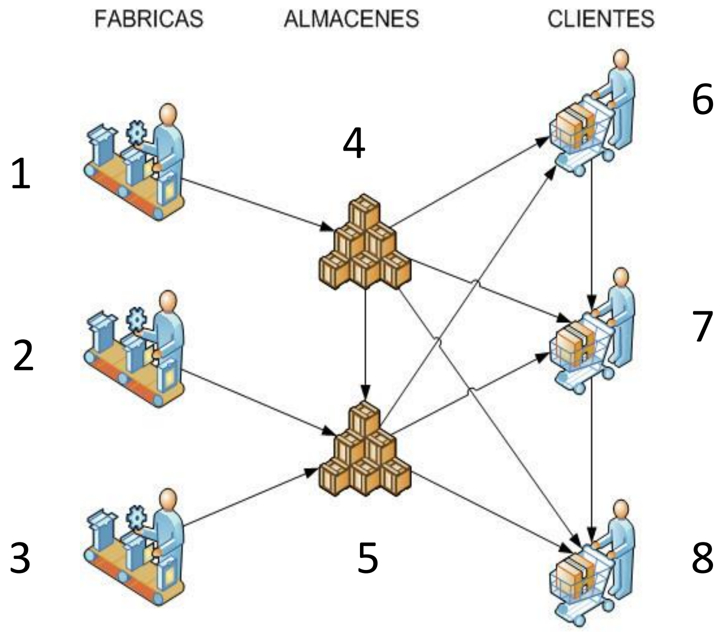
Transbordo:

$$x_{14} + x_{24} + x_{34} = x_{46} + x_{47} + x_{48}$$
$$x_{15} + x_{25} + x_{35} = x_{56} + x_{57} + x_{58}$$

Demanda:

$$x_{46} + x_{56} = D_1$$
$$x_{47} + x_{57} = D_2$$
$$x_{48} + x_{58} = D_3$$

$$x_{ij} \geq 0$$



Método de programación lineal

- **CASO 2: Oferta $\geq$ Demanda**
- Sean: x_{ij} los despachos del origen i a los destinos j

$$Min\ Z = x_{14}c_{14} + x_{15}c_{15} + x_{24}c_{24} + x_{25}c_{25} + x_{34}c_{34} + x_{35}c_{35} + x_{46}c_{46} + x_{47}c_{47} + x_{48}c_{48} + x_{56}c_{56} + x_{57}c_{57} + x_{58}c_{58}$$

Oferta:

$$x_{14} + x_{15} \leq O_1$$
$$x_{24} + x_{25} \leq O_2$$
$$x_{34} + x_{35} \leq O_3$$

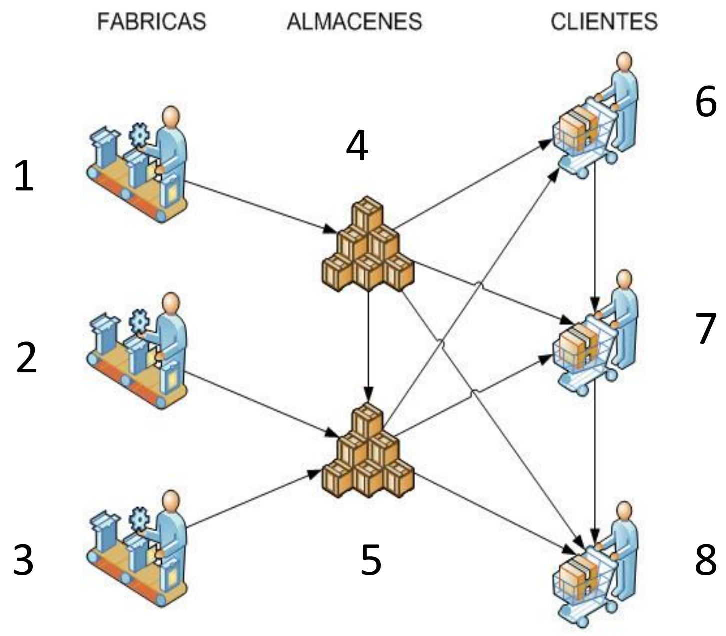
Transbordo:

$$x_{14} + x_{24} + x_{34} = x_{46} + x_{47} + x_{48}$$
$$x_{15} + x_{25} + x_{35} = x_{56} + x_{57} + x_{58}$$

Demanda:

$$x_{46} + x_{56} = D_1$$
$$x_{47} + x_{57} = D_2$$
$$x_{48} + x_{58} = D_3$$

$$x_{ij} \geq 0$$



Método de programación lineal

- **CASO 3: Oferta $\leq$ Demanda**
- Sean: x_{ij} los despachos del origen i a los destinos j

$$Min\ Z = x_{14}c_{14} + x_{15}c_{15} + x_{24}c_{24} + x_{25}c_{25} + x_{34}c_{34} + x_{35}c_{35} + x_{46}c_{46} + x_{47}c_{47} + x_{48}c_{48} + x_{56}c_{56} + x_{57}c_{57} + x_{58}c_{58}$$

Oferta:

$$x_{14} + x_{15} = O_1$$
$$x_{24} + x_{25} = O_2$$
$$x_{34} + x_{35} = O_3$$

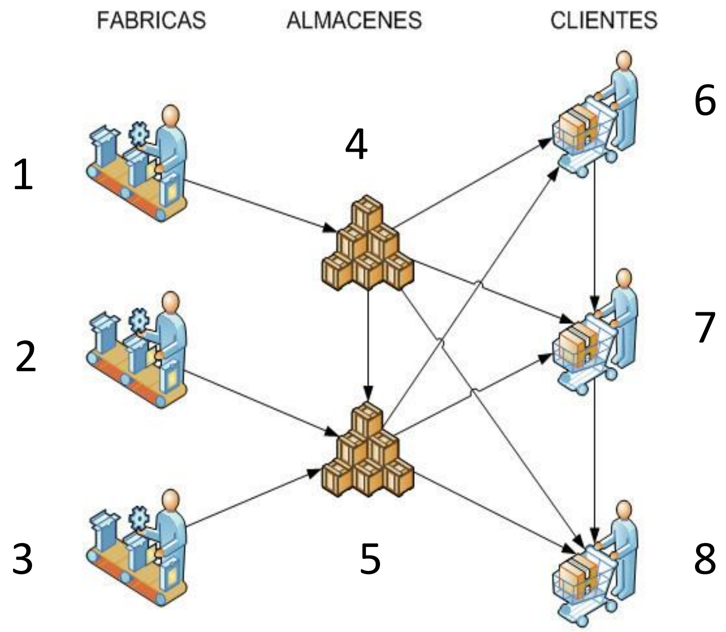
Transbordo:

$$x_{14} + x_{24} + x_{34} = x_{46} + x_{47} + x_{48}$$
$$x_{15} + x_{25} + x_{35} = x_{56} + x_{57} + x_{58}$$

Demanda:

$$x_{46} + x_{56} \leq D_1$$
$$x_{47} + x_{57} \leq D_2$$
$$x_{48} + x_{58} \leq D_3$$

$$x_{ij} \geq 0$$

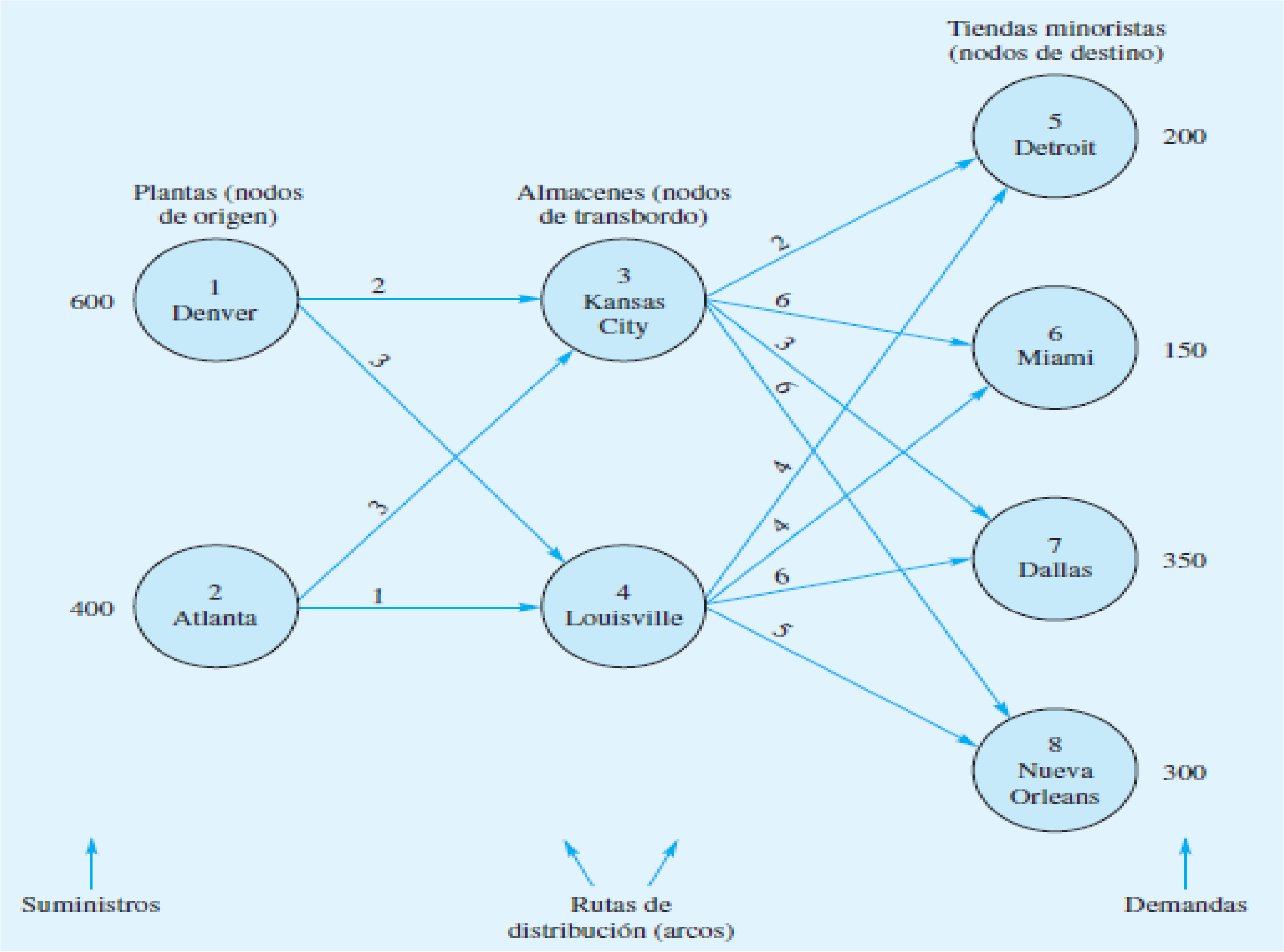


Ejemplo de Modelo de Transbordo

Considere el problema de transbordo que enfrenta *Ryan Electronics*. *Ryan* es una compañía de sistemas electrónicos con instalaciones de producción en *Denver* y *Atlanta*. Los componentes producidos en cualquiera de las instalaciones pueden enviarse a los ***almacenes regionales*** de la empresa, los cuales se localizan en Kansas City y Louisville. Desde los almacenes regionales, la empresa abastece las tiendas minoristas en Detroit, Miami, Dallas y Nueva Orleans. Las características clave del problema se muestran en el modelo de red representado en la *figura A*. Observe que el **suministro** en cada **origen** y la **demanda** en cada **destino** se muestran en los márgenes izquierdo y derecho, respectivamente. Los nodos 1 y 2 son los nodos de origen; los nodos 3 y 4 son los de transbordo, y los nodos 5, 6, 7 y 8 son los de destino. El ***costo*** de ***transporte*** por ***unidad*** para cada ruta de distribución y los arcos del modelo de red se muestran en la misma *figura A*.

Modelo de Red

Figura A



Modelo Tabuar

	Almacén	
Planta	**Kansas City**	**Louisville**
Denver	2	3
Atlanta	3	1

	Tienda minorista			
Almacén	**Detroit**	**Miami**	**Dallas**	**Nueva Orleans**
Kansas City	2	6	3	6
Louisville	4	4	6	5

Solución

Oferta:

Denver = 600 unidades

Atlanta = 400 unidades

Oferta total = 1000 unidades

Ejemplo de Modelo de Transbordo

Demanda

Detroit = 200

Miami = 150

Dallas = 350

Nueva Orleans = 300

Demanda total = 1000 unidades

Variables de decisión

x_{ij}= la cantidad de unidades enviada desde el nodo *i* hasta el nodo *j*.

Por ejemplo.

x_{13}: denota la cantidad de unidades enviadas desde la planta de Denver al almacén de Kansas City,

x_{14}: denota la cantidad de unidades enviadas desde la planta de Denver al almacén de Louisville.

Ejemplo de Modelo de Transbordo

Universidad Nacional de Cajamarca
"Norte de la Universidad Peruana"

Caso 1 : Oferta = Demanda

Función Objetivo

Refleja el costo de envío total por las 12 rutas de envío.

$$Min\ Z = 2x_{13} + 3x_{14} + 3x_{23} + 1\,x_{24} + 2x_{35} + 6\,x_{36} + 3\,x_{37} + 6x_{38} + 4x_{45} + 4x_{46} + 6x_{47} + 5x_{48}$$

Restricciones

Oferta

$$x_{13} + x_{14} = 600$$

La oferta en la planta de Denver es de 600 unidades, la cantidad enviada desde esta planta debe ser igual que 600

$$x_{23} + x_{24} = 400$$

La oferta en la planta de Atlanta es de 400 unidades, la cantidad enviada desde esta planta debe ser igual que 400

Ejemplo de Modelo de Transbordo

Universidad Nacional de Cajamarca
"Norte de la Universidad Peruana"

Garantizar que la cantidad de unidades enviada fuera del nodo transbordo debe ser igual a la cantidad de unidades enviadas hacia él.

Transbordo

$$x_{35} + x_{36} + x_{37} + x_{38} = x_{13} + x_{23}$$

$$x_{35} + x_{36} + x_{37} + x_{38} - x_{13} - x_{23} = 0$$

Almacén de Kansas City (nodo 3)

$$x_{45} + x_{46} + x_{47} + x_{48} = x_{14} + x_{24}$$

$$x_{45} + x_{46} + x_{47} + x_{48} - x_{14} - x_{24} = 0$$

Almacén de Louisville (nodo 4)

Ejemplo de Modelo de Transbordo

*Para desarrollar las restricciones asociadas con los nodos de destino, reconocemos que para cada nodo la **cantidad enviada** al destino debe ser **igual** a la **demanda**.*

Demanda

$$\begin{cases} x_{35} + x_{45} = 200 & \textit{Tienda minorista Detroit (nodo 5)} \\ x_{36} + x_{46} = 150 & \textit{Tienda minorista Miami (nodo 6)} \\ x_{37} + x_{47} = 350 & \textit{Tienda minorista Dallas (nodo 7)} \\ x_{38} + x_{48} = 300 & \textit{Tienda minorista Nueva Orleans (nodo 8)} \end{cases}$$

$$x_{ij} \geq 0$$

Ejemplo de Modelo de Transbordo

Solución optima con **LINDO**

```
min 2x13 + 3x14 + 3x23 + x24 + 2x35 + 6x36 + 3x37 + 6x38 + 4x45 + 4x46 + 6x47 + 5x48
st
        x13 + x14 = 600
        x23 + x24 = 400

        x35 + x36 + x37 + x38 - x13 - x23 = 0
        x45 + x46 + x47 + x48 - x14 - x24 = 0

        x35 + x45 = 200
        x36 + x46 = 150
        x37 + x47 = 350
        x38 + x48 = 300
end
gin x13
gin x14
gin x24
gin x35
gin x36
gin x37
gin x38
gin x45
gin x46
```

Solución

$x_{13} = 550$ $x_{14} = 50$ $x_{23} = 0$ $x_{24} = 400$ $x_{35} = 200$

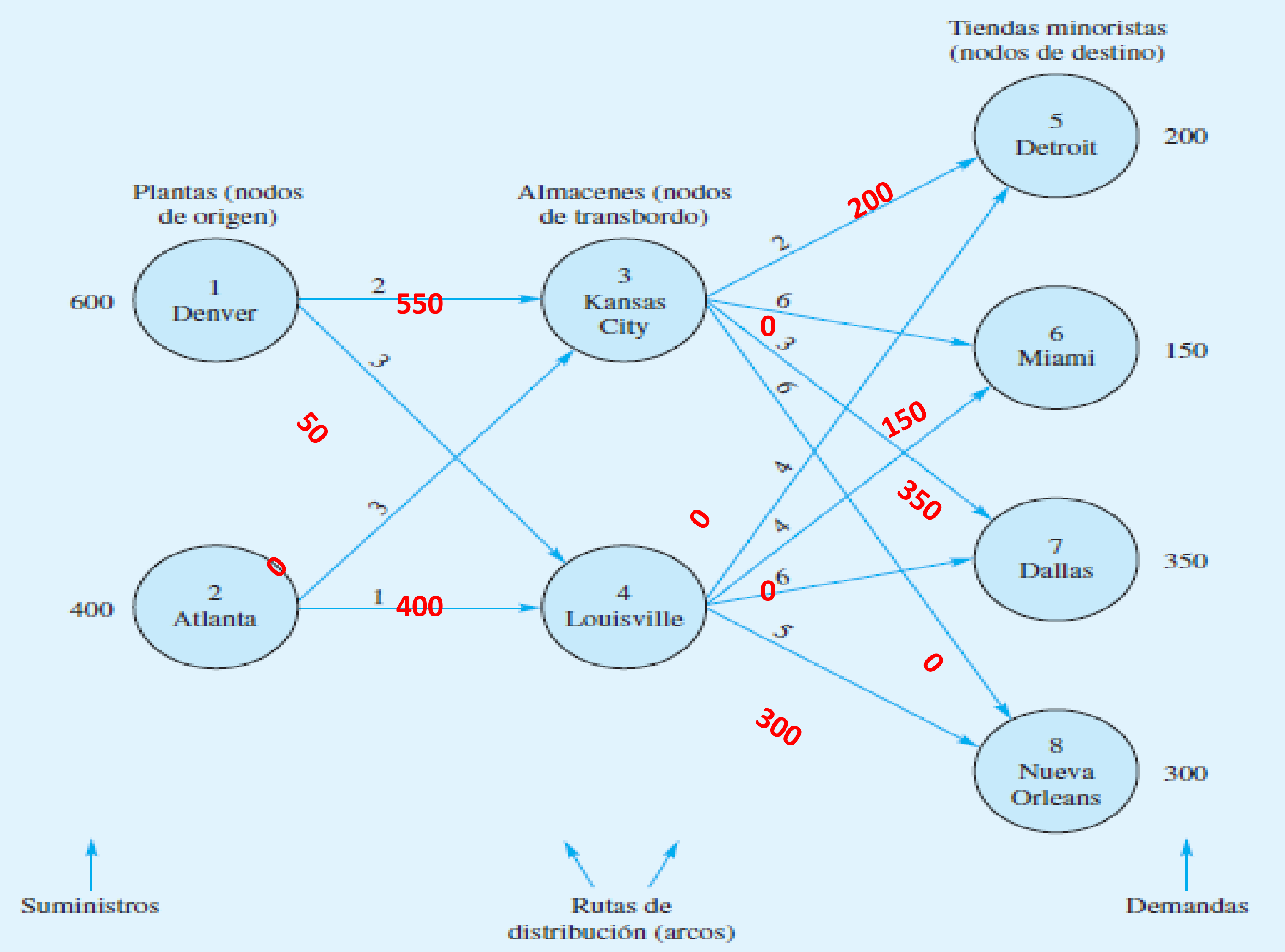
$x_{36} = 0$ $x_{37} = 350$ $x_{38} = 0$ $x_{45} = 0$ $x_{46} = 150$

$x_{47} = 0$ $x_{48} = 300$

$$z = 5200$$

Ejemplo de Modelo de Transbordo

Interpretación de resultados:



La distribución de los productos por cada arco se muestra en la figura, de tal manera de logra minimizar el costo a ***$5200****.*

Ejemplo de Modelo de Transbordo

Con Solver

	Almacén			
Planta	Kansas City	LoisVille		
Denver	2	3		
Atlanta	3	1		
	Tienda minoristas			
Almacén	Detroit	Miami	Dallas	Nueva Orleans
Kansas City	2	6	3	6
LoisVille	4	4	6	5

Tabulamos los costos por cada envío.

Ejemplo de Modelo de Transbordo

Con Solver

	Almacén	
Planta	Kansas City	LoisVille
Denver	2	3
Atlanta	3	1

	Tienda minoristas			
Almacén	Detroit	Miami	Dallas	Nueva Orleans
Kansas City	2	6	3	6
LoisVille	4	4	6	5

	Almacén	
Planta	Kansas City	LoisVille
Denver		
Atlanta		

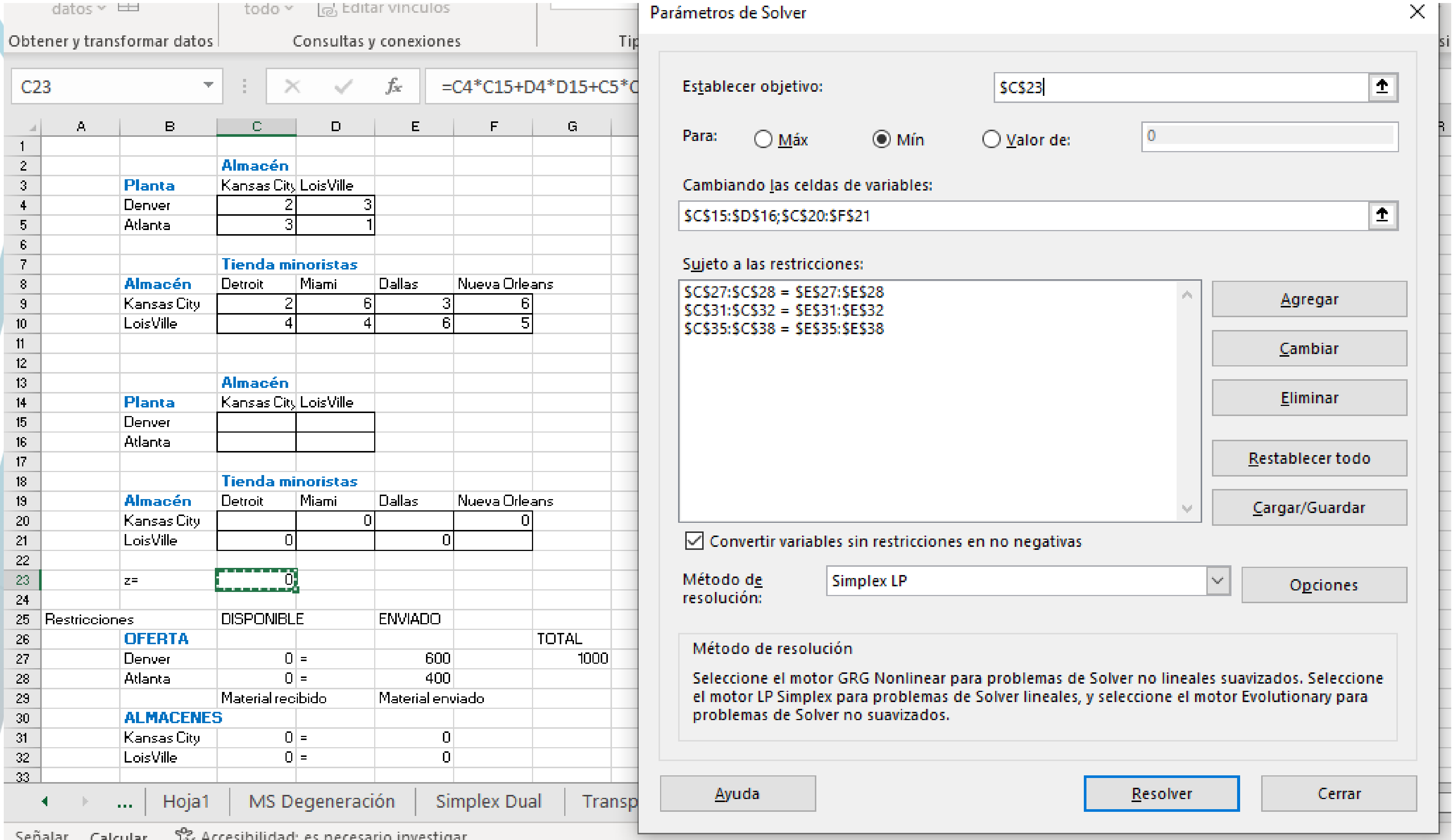
	Tienda minoristas			
Almacén	Detroit	Miami	Dallas	Nueva Orleans
Kansas City		0		0
LoisVille	0		0	

z= =C4*C15+D4*D15+C5*C16+D5*D16+C9*C20+D9*D20+E9*E20+F9*F20+C10*C21+D10*D21+E10*E21+F10*F21

Asignamos el valor a Z=

Ejemplo de Modelo de Transbordo

Con Solver



Determinamos las restricciones

Actividad:

- Plantee un ejercicio de transporte y de transbordo analice y explique los resultados, compártalo en el SIA

Gracias

- Néstor Muñoz
- Docente
- nestor.munoz@unc.edu.pe

941434300

Universidad Nacional de Cajamarca
"Norte de la Universidad Peruana"