INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES EN INGENIERÍA I

Introducción a la PROGRAMACIÓN LINEAL
Construcción de un MODELO MATEMÁTICO

Ingeniería de Sistemas
Docente: Ing. Néstor Muñoz Abanto

Universidad Nacional de Cajamarca
"Norte de la Universidad Peruana"

AGENDA: SESION_01

- ✓ Presentación Docente
- ✓ Presentación y socialización del silabo del curso
- ✓ Guía de aprendizaje.
- ✓ Elección del delegado
- ✓ Revisión de conocimientos previos
- ✓ Planteamiento de casos
- ✓ Conclusiones

Universidad Nacional de Cajamarca
"Norte de la Universidad Peruana"

PRESENTACIÓN DOCENTE

Néstor Elías Muñoz Abanto Ingeniero de Sistemas, Magíster en Administración de la Educación, actualmente cursado estudios de doctorado en Educación y con experiencia en docencia superior universitaria.

Docente, a tiempo completo, adscrito al Departamento Académico de Sistemas, Estadística e Informática – DASEI de la Universidad Nacional de Cajamarca - UNC.

nestor.munoz@unc.edu.pe

941434300

linkedin.com/in/nestor-elias-muñoz-abanto-712aa391/

Universidad Nacional de Cajamarca
"Norte de la Universidad Peruana"

LOGRO DE LA SESIÓN

Al finalizar la sesión el estudiante comprende el concepto de Investigación de Operaciones y sus diferentes aplicaciones así como la importancia de la Programación Lineal para poder usarla como herramienta en la solución de problemas

Recopilación de conocimientos previos

¿Qué es Investigación de Operaciones?

Aplicación de Investigación de Operaciones

Videos: Introductorios a Investigación de Operaciones

¿Qué es Investigación de Operaciones?

https://www.youtube.com/watch?v=ArhP40Fwpyw&t=20s

Aplicación de Investigación de Operaciones

https://www.youtube.com/watch?v=pMjOy9catNI

Introducción a la Programación Lineal

La programación lineal en adelante PL, esta orientada a la ***asignación de recursos*** *limitados* entre actividades competitivas de la mejor manera posible (es decir, en forma ***óptima***).

La PL utiliza un ***modelo matemático para describir el problema:***

LINEAL:

Todas las funciones matemáticas del modelo deben ser funciones lineales.

PROGRAMACIÓN*:*

No se refiere a la programación en computadoras si no a la Planeación.

La programación lineal es una técnica matemática utilizada para optimizar (maximizar o minimizar) una función objetivo, sujeta a un conjunto de restricciones lineales. Es una herramienta fundamental en la investigación de operaciones y tiene aplicaciones en diversos campos como la economía, la ingeniería, la logística, entre otros.

Programación Lineal

La programación lineal da respuesta a situaciones en las que se exige **maximizar** o **minimizar** funciones que se encuentran sujetas a determinadas limitaciones, que llamaremos **restricciones**.

- Características:
  - Una función objetivo lineal que se va a maximizar o a minimizar.
  - Una serie de restricciones lineales
  - Variables restringidas a valores no negativos.

Investigación de Operaciones – Hiller . Lieberman

Programación Lineal

Estructura de un modelo de Programación Lineal

Función Objetivo

Consiste en optimizar el objetivo que persigue una restricción la cual es una función lineal de las diferentes actividades del problema, la función objetivo se maximiza o minimiza.

Variables de decisión

Son las incógnitas del problema. La definición de las variables es el punto clave y básicamente consiste en los niveles de todas las actividades que pueden llevarse a cabo en el problema a formular.

Universidad Nacional de Cajamarca
"Norte de la Universidad Peruana"

Estructura de un modelo de Programación Lineal

Restricciones

Son los diferentes requisitos que deben cumplir cualquier solución para que pueda llevarse a cabo, dichas restricciones pueden ser de capacidad, mercado, materia prima, calidad, balance de materiales, etc.

Sujeto a:

Condición técnica

Todas las variables deben tomar valores positivos, o en algunos casos pueden ser que algunas tomen valores negativos

Región Factible: Es el conjunto de todas las posibles soluciones que cumplen con las restricciones. La solución óptima debe estar dentro de esta región.

Ejemplo 01

Imagina que una fábrica produce dos productos: A y B. La empresa quiere maximizar sus ganancias.

•**Función Objetivo**: Maximizaremos la ganancia Z, donde cada producto A aporta $40 y cada producto B aporta $30.

$$Z=40A+30B$$

•**Variables de Decisión**: Ay B (cantidad de productos A y B a producir).

•**Restricciones**: Supongamos que la fábrica tiene ciertas limitaciones:

- Máximo de 50 horas de trabajo disponible.
- Máximo de 30 unidades de materia prima.
- Cada producto A requiere 2 horas de trabajo y 1 unidad de materia prima.
- Cada producto B requiere 1 hora de trabajo y 2 unidades de materia prima.

•Las restricciones se pueden formular así:

$$\begin{cases} 2A+B\leq 50 & \text{(horas de trabajo)} \\ A+2B\leq 30 & \text{(materia prima)} \\ A\geq 0 & \text{(no producimos cantidades negativas)} \\ B\geq 0 & \text{(no producimos cantidades negativas} \end{cases}$$

Ejemplo 01

Resolución del Problema

1.Graficar las Restricciones: Dibujamos las rectas correspondientes a las restricciones en un plano (A en el eje horizontal y B en el eje vertical).

2.Identificar la Región Factible: La región factible es la intersección de las áreas que satisfacen todas las restricciones.

3.Determinar la Solución Óptima: Evaluamos la función objetivo en los vértices de la región factible para encontrar el valor máximo de Z.

Suponiendo por ejemplo, si los vértices de la región factible serían : (0,0), (0,15), (20,0), y (10,10) evaluamos Z en cada uno:

- En (0,0): $Z=40(0)+30(0)=0$
- En (0,15): $Z=40(0)+30(15)=450$
- En (20,0): $Z=40(20)+30(0)=800$
- En (10,10): $Z=40(10)+30(10)=700$

La solución óptima es producir 20 unidades de A y 0 de B, obteniendo una ganancia máxima de $800.

Conclusión

La programación lineal es una herramienta poderosa para la toma de decisiones óptimas en situaciones con recursos limitados. Su principal fortaleza radica en su capacidad para manejar múltiples restricciones de manera eficiente y encontrar la mejor solución posible dentro de un conjunto de posibilidades factibles.

Ejemplo 02:

- La WYNDOR GLASS CO. Produce artículos de vidrio de alta calidad, que incluyen ventanas y puertas de vidrio. Tiene tres plantas. Los marcos y molduras de aluminio se hacen en la planta 1, los de madera en la planta 2; la 3 produce el vidrio y ensamblado de los productos.

Investigación de Operaciones – Hiller . Lieberman

CASO: WYNDOR GLASS CO

Universidad Nacional de Cajamarca
"Norte de la Universidad Peruana"

- Debido a una reducción en las ganancias, la alta administración ha decidido reorganizar la línea de producción de la compañía. Se descontinuaran varios productos no rentables y se dejara libre una parte de la capacidad de producción para emprender la fabricación de dos productos nuevos que tienen ventas potenciales grandes:

- Producto 1: una puerta de vidrio de 8 pies con marco de aluminio.

- Producto 2: una ventana de resbalón con marco de madera de 4x6.

Pasos para la solución:

- Definir las variables de decisión
- Definir la Función objetivo
- Plantear las Restricciones
- Plantear la No Negatividad

La tabla resume los datos reunidos.

Planta	Tiempo de producción por lote, horas Producto		Tiempo de producción disponible a la semana, horas
	1	2	
1	1	0	4
2	0	2	12
3	3	2	18
Ganancia por lote	$3000	$5000	

SOLUCION:

Definir las variables de decisión

En el lenguaje matemático de PL, el problema consiste en seleccionar valores de x1 y x2.

- X_1 = número de lotes del producto 1 fabricados por semana
- X_2 = número de lotes del producto 2 fabricados por semana
- Z = ganancia semanal total (en miles de dólares) al producir los 2 productos

Definir la Función objetivo

Función Objetivo:

Max: Z= 3X1+5X2

Restricciones:

$1X_1 \leq 4$

$2X_2 \leq 12$

$3X_1 + 2X_2 \leq 18$

Planta	Tiempo de producción por lote, horas Producto		Tiempo de producción disponible a la semana, horas
	1	2	
1	1	0	4
2	0	2	12
3	3	2	18
Ganancia por lote	$3000	$5000	

Plantear la No Negatividad

$X_1, X_2 \geq 0$ (no negatividad)

Plantear las Restricciones

Restricciones:

Sujeta a las restricciones impuestas sobre sus valores por las capacidades de producción limitadas disponibles en las tres plantas.

La tabla indica que cada lote del producto 1 que se produce por semana usa 1 hora de producción a la semana en la planta 1, y solo se dispone de 4 horas semanales.

Modelo Matemático:

Max: Z= 3X1+5X2

s.a.

$$1X_1 \leq 4$$

$$2X_2 \leq 12$$

$$3X_1 + 2X_2 \leq 18$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

SOLUCIÓN:

Si se consideran estas desigualdades como igualdades, se tiene:

$$1X_1 = 4$$

$$2X_2 = 12$$

$$3X_1 + 2X_2 = 18$$

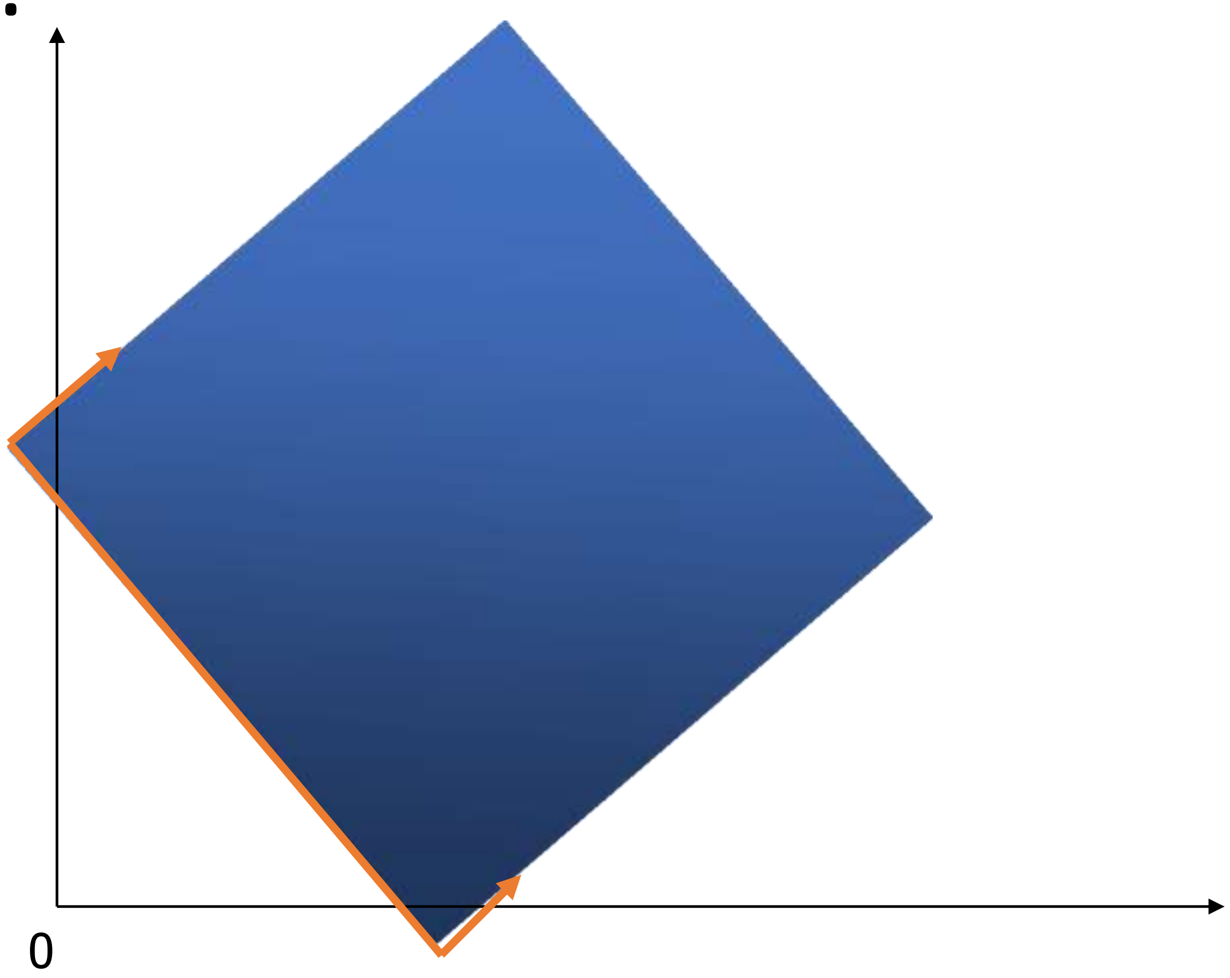
NOTA:

Universidad Nacional de Cajamarca
"Norte de la Universidad Peruana"

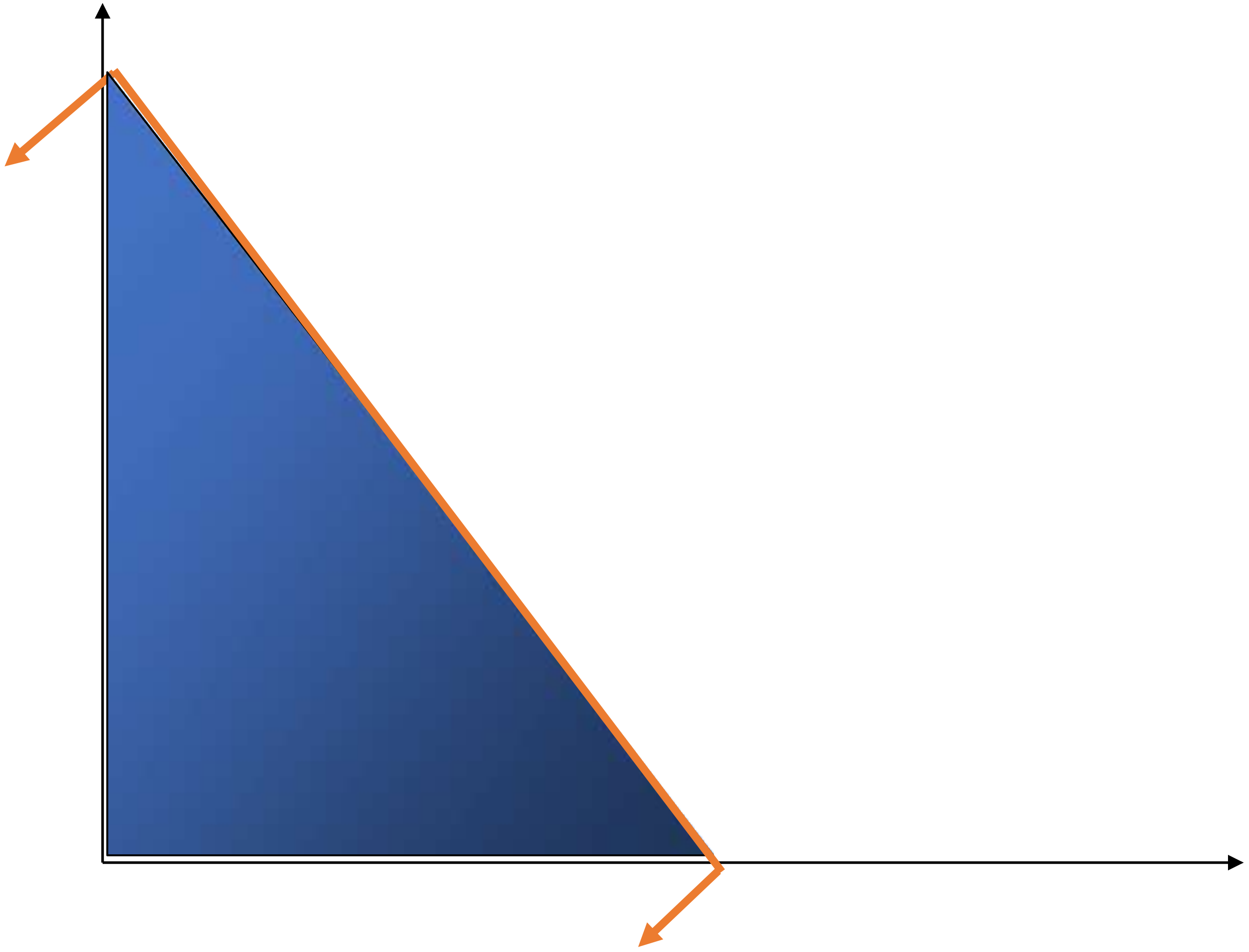
- Recordando a la hora de graficar, los signos de cada restricción, ya que estas nos sirven para encontrar las posibles soluciones del problema que se analiza, obteniéndose el área de factibilidad, la cual se obtiene por la intersección de las gráficas de cada una de las restricciones y de esta se obtiene la solución optima :

- Para el signo ≥ , el área será toda la que se encuentre sobre la recta trazada a partir de los puntos encontrados.
- Para el signo ≤ , el área será toda la que se encuentre bajo la recta trazada a partir de los puntos encontrados.

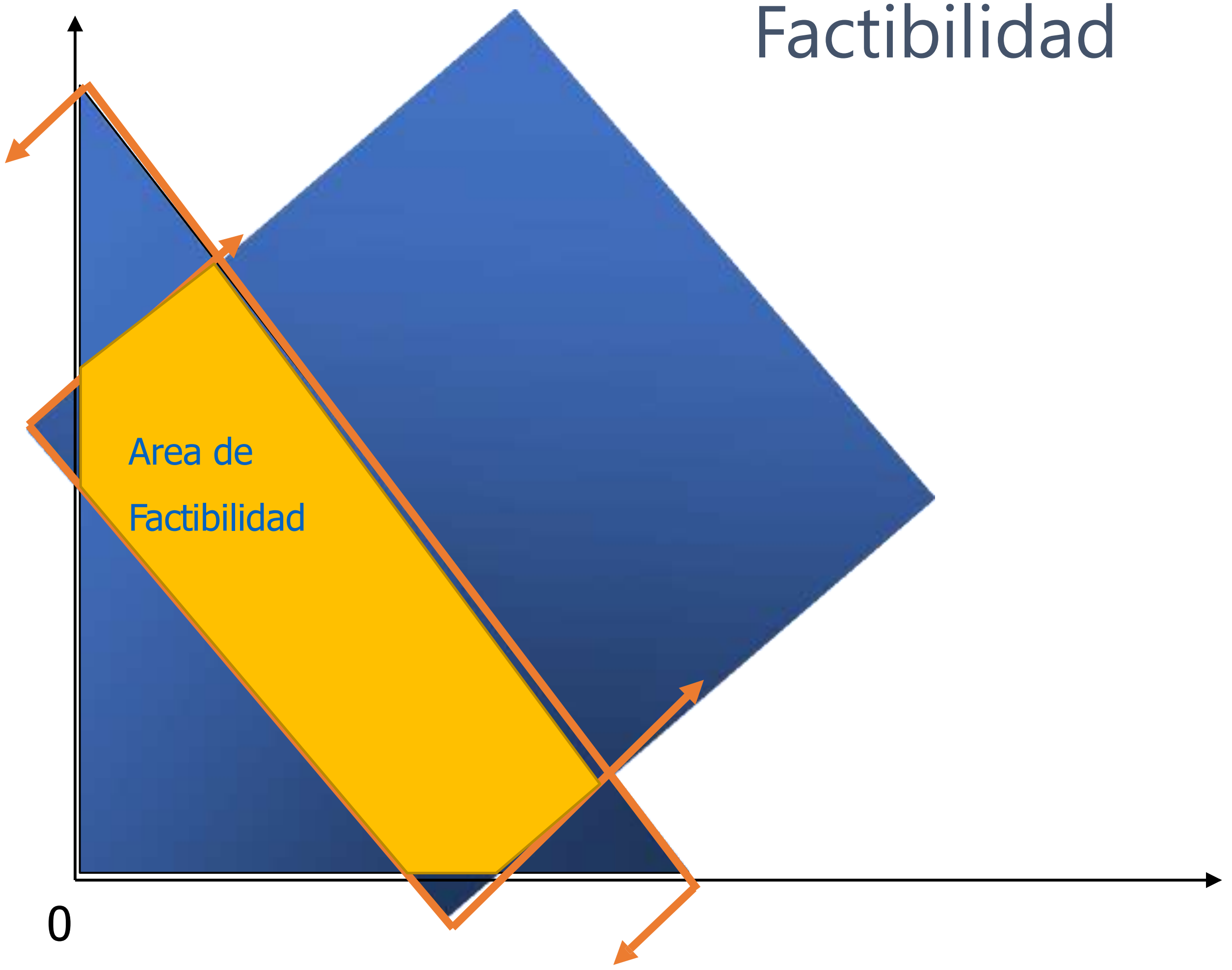
Signo ≥:



Signo ≤ :



Área de Factibilidad



Calculo de Puntos:

Despejando para X_1 en:

$$1\,X_1 = 4$$

$$X_1 = 4$$

PUNTO 1: (4,0)

Despejando para X_2 en:

$$2X_2 = 12$$

$$X_2 = 12/2$$

$$\longrightarrow X_2 = 6$$

PUNTO 2: (0,6)

Despejando para X_1 y haciendo $X_2 = 0$ en:

$$3X_1 + 2X_2 = 18$$

$$\longrightarrow \quad 3X_1 = 18$$

$$X_1 = 18/3$$

$$X_1 = 6$$

PUNTO 3: (6,0)

Despejando para X_2 y haciendo $X_1 = 0$ en:

$$3X_1 + 2X_2 = 18$$

$$2X_2 = 18$$
$$X_2 = 18/2$$
$$X_2 = 9$$

PUNTO 4: (0,9)

PUNTOS ENCONTRADOS

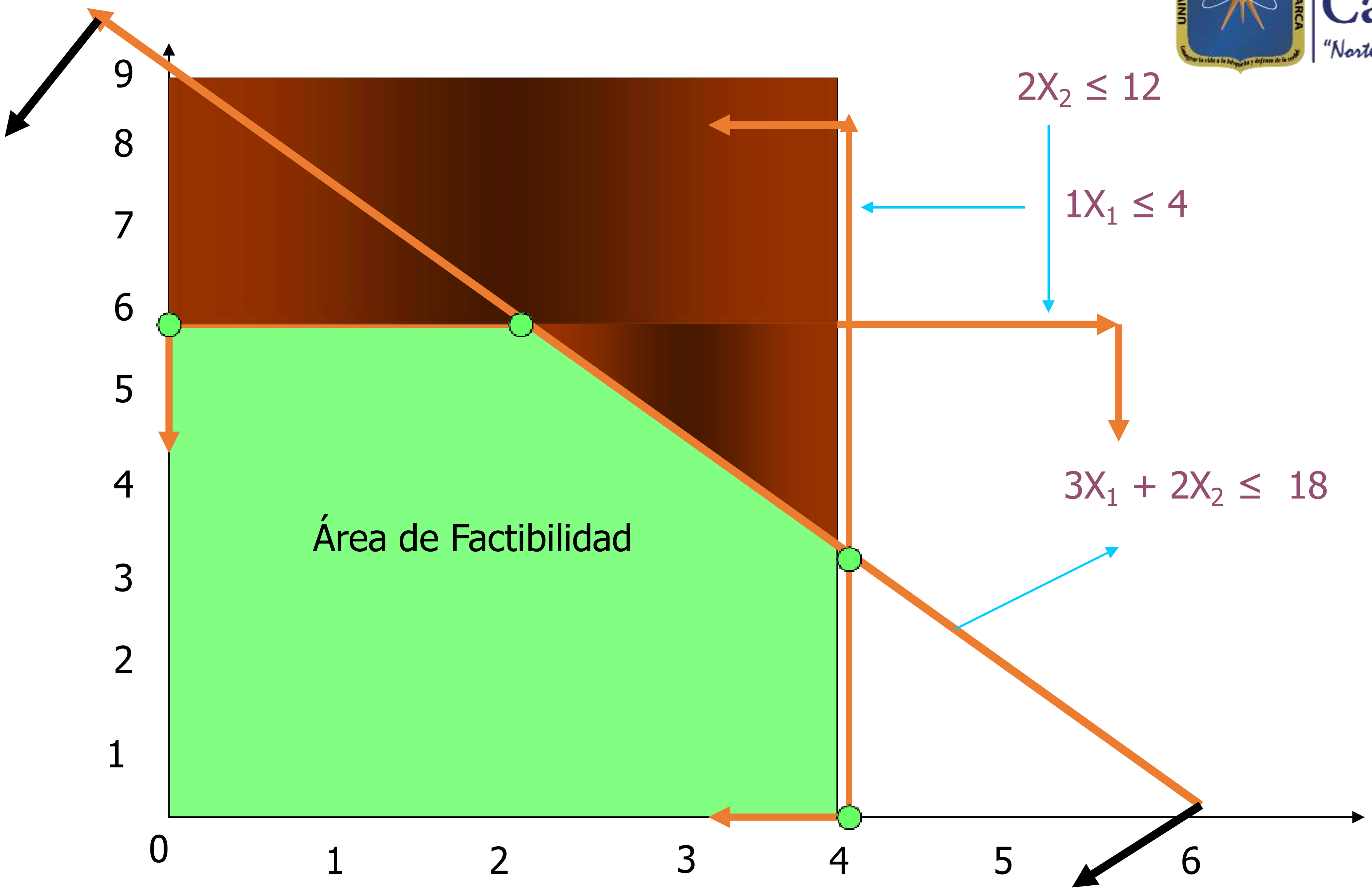
PUNTO 1: (4,0)

PUNTO 2: (0,6)

PUNTO 3: (6,0)

PUNTO 4: (0,9)

GRAFICO DE PUNTOS



- Área de factibilidad:

Es aquella donde podemos encontrar las posibles soluciones al problema. Se forma por el área encerrada por las rectas encontradas de las restricciones.

Localizando los puntos en las esquinas del área factible encontramos que los puntos son:

Encontrando los puntos de intersección del área de factibilidad:

Igualando $X_1=4$ y $3X_1 + 2X_2 = 18$:

$X_2 = 3$ (4,3)

Igualando $X_2=6$ y $3X_1 + 2X_2 = 18$:

$X_1 = 2$ (2,6)

PUNTOS ENCONTRADOS

PUNTO 1: (0,6)

PUNTO 2: (2,6)

PUNTO 3: (4,3)

PUNTO 4: (4,0)

Universidad Nacional de Cajamarca
"Norte de la Universidad Peruana"

Con los puntos encontrados evaluamos la función objetivo, con la finalidad de encontrar la solución óptima para el problema. En este caso lo importante es que la función a maximizar Z nos de él valor más grande al valuar los puntos encontrados.

TABLA

Punto	X_1	X_2	$Z = 3X_1+5x_2$
1	0	6	30
2	2	6	36
3	4	3	27
4	4	0	12

Conclusión:

La solución optima deseada es X1=2, X2=6, con Z= 36.

Lo cual indica que WYNDOR GLASS Co. debe fabricar los productos 1 y 2 a una tasa de 2 y 6 lotes por semana, con una ganancia total resultante de $36000 semanales.

Actividad

Universidad Nacional de Cajamarca
"Norte de la Universidad Peruana"

En equipos, analice el ejemplo N01 y determine:

1. Función Objetivo: FO
2. Variables
3. Restricciones
4. Solución optima

Actividad

- Elabore una línea de tiempo sobre la historia de Investigación de Operaciones.
- Elabore un organizador visual Investigación de Operaciones y sus aplicaciones

Gracias

Néstor Muñoz
Docente
nestor.munoz@unc.edu.pe
941434300