



Universidad  
Nacional de  
Cajamarca  
*"Norte de la Universidad Peruana"*



---

## UNIDAD II: AUTOMATAS A PILA (AP)

ING. SANDRA RODRIGUEZ AVILA

# CONTENIDO

- REPRESENTACION DE UN AP  
DIAGRAMA DE ESTADOS
- REPRESENTACION DE UN AP  
MATRIZ DE TRANSICION
- EJEMPLOS AP
- TRANSFORMACIÓN DE UNA GRAMÁTICA DE  
CONTEXTO LIBRE EN UN AP
- EJEMPLOS GCL-AP



# INTRODUCCION



## DEFINICION FORMAL DE UN AP:

$$AP = (Q, Te, Tp, \delta, q_0, Z_0, F)$$

## CONFIGURACION DE UN AP:

$$(q, w, \alpha)$$

$q$  es el estado actual,  $w$  es la cadena por leer y  $\alpha$  es el contenido de la pila en ese instante

## LENGUAJE RECONOCIDO POR UN AF:

$$L(AF) = \{t/t \in Te^*, (q_1, t) \rightarrow (q_i, \lambda), q_i \in F\}$$

# INTRODUCCION



## LENGUAJE RECONOCIDO POR UN AP:

a) Cuando se llega a una configuración final

$$L(AP) = \{w/w \in Te^* \text{ y } (q_0, w, Z_0) \rightarrow (q_f, \lambda, \alpha)\}$$

b) Por vaciado de pila

$$L(AP) = \{w/w \in \Sigma^* \text{ y } (q_0, w, Z_0) \rightarrow (q', \lambda, \lambda)\}$$

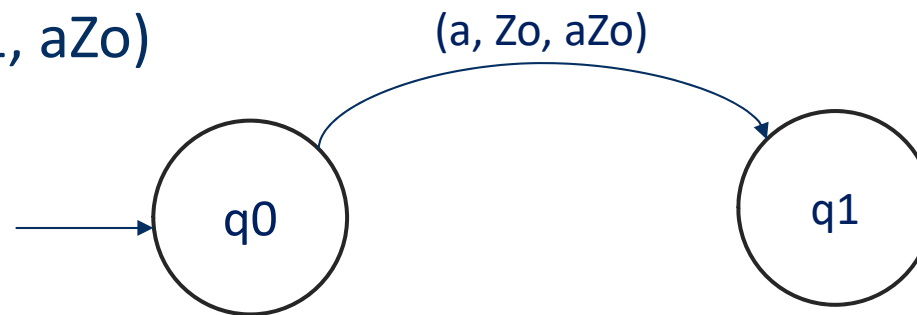
# REPRESENTACION DE UN AP

## DIAGRAMA DE ESTADOS



- Los nodos son los estados y las ramas están marcadas con los símbolos de entrada y contenidos de pila antes y después de la transición.

$$\delta(q_0, a, Z_0) \rightarrow (q_1, aZ_0)$$



- Los estados finales, se marcan con un doble círculo, y el estado inicial también se señala con una flecha.

# REPRESENTACION DE UN AP

## MATRIZ DE TRANSICION

- Los estados se ubican en las filas seguidos de los contenidos de pila antes de la transición y los símbolos de entrada en las columnas. En las entradas de la matriz se coloca el estado hacia el cual se transita y los contenidos de pila después de la transición.

$\delta(q_0, 0, Z) \rightarrow (q_1, 0Z)$



$\delta$	0	1	$\lambda$
$q_0, Z$	$q_1, 0Z$	-	$q_0, \lambda$
$q_1, 0$	$q_1, 00$	$q_2, \lambda$	-
$q_2, 0$	-	$q_2, \lambda$	-
$q_2, Z$	-	-	$q_0, \lambda$

## EJEMPLOS AP

### Ejemplo 1

Construir un AP que reconozca el lenguaje (con vaciado de pila)

$$L = \{0^n 1^n / n \geq 0\}$$

Mecanismo de funcionamiento:

El AP va almacenando todos los 0 de la cinta en la pila, y cuando va encontrando los 1, va sacando los ceros de la pila. La cadena vacía también pertenece al lenguaje.

**Solución:** Se puede definir un AP, de la forma:

$$AP = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{0, 1\}, \{Z, 0\}, \delta, q_0, Z, \{q_0\})$$



# EJEMPLOS AP

## Ejemplo 1

$\delta$ :

1.  $\delta(q_0, 0, Z) \rightarrow (q_1, 0Z)$
2.  $\delta(q_1, 0, 0) \rightarrow (q_1, 00)$
3.  $\delta(q_1, 1, 0) \rightarrow (q_2, \lambda)$
4.  $\delta(q_2, 1, 0) \rightarrow (q_2, \lambda)$
5.  $\delta(q_2, \lambda, Z) \rightarrow (q_0, \lambda)$
6.  $\delta(q_0, \lambda, Z) \rightarrow (q_0, \lambda)$





$(q_0, 0, Z) \rightarrow (q_1, 0Z)$   
 $(q_1, 0, 0) \rightarrow (q_1, 00)$   
 $(q_1, 1, 0) \rightarrow (q_2, \lambda)$   
 $(q_2, 1, 0) \rightarrow (q_2, \lambda)$   
 $(q_2, \lambda, Z) \rightarrow (q_0, \lambda)$   
 $(q_0, \lambda, Z) \rightarrow (q_0, \lambda)$

## EJEMPLOS AP



función de transición  $\delta$  del AP

$\delta$	0	1	$\lambda$
$q_0, Z$	$q_1, 0Z$	-	$q_0, \lambda$
$q_1, 0$	$q_1, 00$	$q_2, \lambda$	-
$q_2, 0$	-	$q_2, \lambda$	-
$q_2, Z$	-	-	$q_0, \lambda$

# TRANSFORMACIÓN DE UNA GRAMÁTICA DE CONTEXTO LIBRE EN UN AP

Sea la gramática  $G=(N,T,P,S)$  y se desea obtener un  $AP=(Q, Te, Tp, \delta, q_0, Z_0, F)$

**Solución:** Se determinan los distintos elementos del  $AP=(Q, Te, Tp, \delta, q_0, Z_0, F)$  donde

$Q = \{q\}$  único estado

$Te = T$

$Tp = T \cup N$

$q_0 = q$

$Z_0 = S$

$F = \{\emptyset\}$



# TRANSFORMACIÓN DE UNA GRAMÁTICA DE CONTEXTO LIBRE EN UN AP

$\delta$ :

a) Símbolos terminales

$$\delta(q, t, t) \rightarrow (q, \lambda)$$

b) Reglas de producción

$$\delta(q, \lambda, S) \rightarrow (q, \alpha)$$



## EJEMPLOS GCL - AP



### Ejemplo 2

Sea la gramática  $G=(N, T, P, S)$  que representa el manejo de expresiones aritméticas, siendo  $N=\{E, T, F\}$  donde  $E$  es la abreviatura de expresión,  $T$  la de término y  $F$  la de factor.  $T=\{a, +, *, (, )\}$  donde  $a$  representa a los identificadores. El símbolo inicial  $S=E$ .

Las reglas de producción son las siguientes:

$$E \rightarrow E + T \mid T \qquad T \rightarrow T * F \mid F \qquad F \rightarrow (E) \mid a$$

Construir un AP que reconozca el mismo lenguaje generado por la gramática  $G$ .

## EJEMPLOS GCL - AP



### Ejemplo 2

**Solución:**  $AP = (Q, T_e, T_p, \delta, q_0, Z_0, F)$  donde

$Q = \{q\}$  único estado

$T_e = T = \{a, +, *, (, )\}$

$T_p = T \cup N = \{a, +, *, (, ), E, T, F\}$

$q_0 = q$                        $Z_0 = S = E$                        $F = \{\emptyset\}$

## EJEMPLOS GCL - AP

$\delta$ :

a) Símbolos terminales

1.  $\delta(q, a, a) \rightarrow (q, \lambda)$
2.  $\delta(q, +, +) \rightarrow (q, \lambda)$
3.  $\delta(q, *, *) \rightarrow (q, \lambda)$
4.  $\delta(q, (, ( ) \rightarrow (q, \lambda)$
5.  $\delta(q, ), ) \rightarrow (q, \lambda)$

b) Reglas de producción

6.  $\delta(q, \lambda, E) \rightarrow (q, T)$
7.  $\delta(q, \lambda, E) \rightarrow (q, E + T)$
8.  $\delta(q, \lambda, T) \rightarrow (q, F)$
9.  $\delta(q, \lambda, T) \rightarrow (q, T * F)$
10.  $\delta(q, \lambda, F) \rightarrow (q, (E))$
11.  $\delta(q, \lambda, F) \rightarrow (q, a)$



# EJEMPLOS AP



## Ejemplo 3

Construir un AP con vaciado de pila capaz de reconocer el lenguaje:  $L=\{tct^r \mid \text{siendo } t=(a+b)^+\}$  donde  $T_e=\{a, b, c\}$  y  $t^r$  es la inversa de  $t$ .

- Mecanismo de funcionamiento: ir apilando la tira  $t$  hasta que aparezca el símbolo  $c$  y entonces se va comparando símbolo a símbolo el de entrada con el superior (o izquierda) de la pila, llegándose a vaciar la pila y la tira de entrada si es una sentencia de  $L$ .

## EJEMPLOS AP



### Ejemplo 3

**Solución:** Se determinan los distintos elementos del  $AP = (Q, Te, Tp, \delta, q_0, Z, F)$  donde

$$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$$

$$Te = \{a, b, c\}$$

$$Tp = \{a, b, Z\}$$

$$q_0 = q_0$$

$$Z_0 = Z$$

$$F = \{q_3\}$$



# EJEMPLOS AP

## Ejemplo 3

$\delta$ :

1.  $\delta(q_0, a, Z) \rightarrow (q_1, aZ)$
2.  $\delta(q_0, b, Z) \rightarrow (q_1, bZ)$
3.  $\delta(q_1, a, \alpha) \rightarrow (q_1, a\alpha)$
4.  $\delta(q_1, b, \alpha) \rightarrow (q_1, b\alpha)$
5.  $\delta(q_1, c, \alpha) \rightarrow (q_2, \alpha)$
6.  $\delta(q_2, a, a) \rightarrow (q_3, \lambda)$
7.  $\delta(q_2, b, b) \rightarrow (q_3, \lambda)$
8.  $\delta(q_3, a, a) \rightarrow (q_3, \lambda)$
9.  $\delta(q_3, b, b) \rightarrow (q_3, \lambda)$
10.  $\delta(q_3, \lambda, Z) \rightarrow (q_3, \lambda)$

$\alpha$  = contenido + a la izq. (a ó b)



## EJEMPLOS AP



### Ejemplo 3

Reconocer aca

$(q_0, aca, Z) \rightarrow (1) (q_1, ca, aZ) \rightarrow (5) (q_2, a, aZ) \rightarrow (6) (q_3, \lambda, Z)$   
 $\rightarrow (10) (q_3, \lambda, \lambda)$

Si se reconoce la tira aca.

# CONCLUSIONES



- Los AP se pueden representar a través de diagramas de estados y/o matrices que representan a la función de transición  $\delta$ .
- Los AP reconocen lenguajes definidos por la Gramática del tipo 2, realizando un conjunto de movimientos hasta llegar a una configuración final y/o al vaciado de pila
- Se puede realizar la transformación entre GCL y AP que reconocen lenguajes definidos por dichas gramáticas.

# BIBLIOGRAFIA

- ALFONSECA Enrique, ALFONSECA Manuel y MORIYON Roberto. ***Teoría de Autómatas y Lenguajes Formales***. 2007. Madrid. Editorial Mc Graw Hill.
- <http://dehesa.unex.es/bitstream/10662/2367/1/978-84-691-6345-0.pdf>
- [http://di002.edv.uniovi.es/~cueva/publicaciones/libros/36\\_LGA.pdf](http://di002.edv.uniovi.es/~cueva/publicaciones/libros/36_LGA.pdf)

## RECURSOS GRAFICOS

- Pixabay
- Pexels
- Icon-Icons

