

Курс: Функциональное программирование
Домашнее задание 1
Тигиной Марии 2 группа

0. Покажите, что:

a) $I = S K K$
 $S K K$
 $= (\lambda x y z \rightarrow x z (y z)) K K$
 $= \lambda y z \rightarrow K z (y z) K$
 $= \lambda z \rightarrow K z (K z)$
 $= \lambda z \rightarrow (\lambda x y \rightarrow x) z (K z)$
 $= \lambda z \rightarrow z$
 $= I$
 (1 балл)

b) $K^* = K I$
 $K I$
 $= (\lambda x y \rightarrow x) (\lambda z \rightarrow z)$
 $= (\lambda y \rightarrow (\lambda z \rightarrow z))$
 $= (\lambda y z \rightarrow z)$
 $= K^*$
 (1 балл)

1. Выделите свободные и связанные переменные в термах и осуществите подстановки:
(одним цветом выделены связанные вершины)

a) $x(\lambda x y \rightarrow y(xw)u)y \ [x := \lambda z \rightarrow z]$
 $x(\lambda \textcolor{blue}{x} y \rightarrow \textcolor{red}{y}(\textcolor{blue}{x} w)u)y \ [x := \lambda z \rightarrow z]$
 $(\lambda z \rightarrow z)(\lambda \textcolor{blue}{x} y \rightarrow \textcolor{red}{y}(\textcolor{blue}{x} w)u)y$
 (1 балл)

b) $(\lambda x \rightarrow x(\lambda y \rightarrow yx)w)(\lambda x \rightarrow v) \ [w := y(\lambda v \rightarrow vx)]$
 $(\lambda \textcolor{blue}{x} \rightarrow \textcolor{blue}{x}(\lambda \textcolor{red}{y} \rightarrow \textcolor{red}{y}\textcolor{blue}{x})w)(\lambda x \rightarrow v) \ [w := y(\lambda v \rightarrow vx)]$
 $(\lambda \textcolor{blue}{x} \rightarrow \textcolor{blue}{x}(\lambda \textcolor{red}{y} \rightarrow \textcolor{red}{y}\textcolor{blue}{x})y(\lambda v \rightarrow vx))(\lambda x \rightarrow v)$
 (1 балл)

2. Уберите лишние скобки и осуществите бета-преобразование(если это возможно):

a) $((\lambda x \rightarrow (\lambda y \rightarrow ((xy)z)))(a(bc)))$
 $(\lambda x y \rightarrow xyz)(a(bc))$
 $\lambda y \rightarrow a(bc)yz$
 (1 балл)

b) $((((mn)m)(\lambda x \rightarrow ((x(uv))y))))$
 $mnm(\lambda x \rightarrow x(uv)y)$
 (1 балл)

c) $((\lambda x \rightarrow (\lambda y \rightarrow ((yx)x)))(x(xy))y)$
 $(\lambda x \rightarrow (\lambda y \rightarrow yxx))(x(xy))y$
 $(\lambda y \rightarrow y(x(xy))(x(xy)))y$
 $y(x(xy))(x(xy))$
 (1 балл)

3. Покажите, что:

$$\begin{aligned} B &= S(KS)K \\ S(KS)K &= (\lambda xyf \rightarrow xz(yf))(KS)K \\ &= \lambda f \rightarrow (KS)f(Kf) \\ &= \lambda f \rightarrow KSf(Kf) \\ &= \lambda f \rightarrow (\lambda xy \rightarrow x)Sf(Kf) \\ &= \lambda f \rightarrow (SKf) \\ &= \lambda f \rightarrow (\lambda hgx \rightarrow hx(gx))(Kf) \\ &= \lambda f \rightarrow (\lambda gx \rightarrow Kfx(gx)) \\ &= \lambda fgx \rightarrow f(gx) \\ &= B \end{aligned}$$

(2 балла)

4. Напишите терм, ведущий себя как логическая связка хог
 $XOR = \lambda b1\ b2 \rightarrow b1\ (NOT\ b2)\ b2 \rightarrow b1\ (b2\ FALSE\ TRUE)\ b2$
(1 балл)

5. Напишите терм, возводящий число Чёрча в степень (b – это основание, а e – это показатель степени):
 $POW = \lambda b\ e \rightarrow e\ b$
(1 балла)

6. Докажите дистрибутивность сложения относительно умножения для чисел Чёрча

$$\begin{aligned} PLUS &= \lambda nm \rightarrow ns(msz) \\ MULT &= \lambda nm \rightarrow n(ms)z \\ MULT &= \lambda nm \rightarrow n(PLUS\ m)0 \\ MULT\ a\ (PLUS\ b\ c) &= PLUS\ (MULT\ a\ b)\ (MULT\ a\ c) \end{aligned}$$

Достаточно посмотреть, какая кратность s(у результата этой операции.

- 1) сначала к z применяется с раз s(
 - 2) затем еще b раз, итого (b+c) раз s(
 - 3) дальше это применение повторяется a раз, итого a(b+c) s(
 - 4) так как a, b, c - целые, то a(b+c) - это тоже самое, что сначала применить as, затем bc раз s(, что и есть формула для суммы произведений.
- (2 балла)