

Курс: Функциональное программирование
Домашнее задание 3
Тигиной Марии 2 группа

1. Заселите типы:

- a) $a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow a$
 $\backslash a\ b\ c \rightarrow a$
 (1 балл)
- b) $a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow b$
 $\backslash a\ b\ c \rightarrow b$
 (1 балл)
- c) $a \rightarrow b \rightarrow a \rightarrow a$
 $\backslash a\ b\ c \rightarrow c$
 $\backslash a\ b\ c \rightarrow a$
 (1 балл)
- d) $a \rightarrow a \rightarrow a \rightarrow a$
 $\backslash a\ b\ c \rightarrow a$
 $\backslash a\ b\ c \rightarrow b$
 $\backslash a\ b\ c \rightarrow c$
 (1 балл)

2. Найдите обитателей типов:

- a) $(d \rightarrow d \rightarrow a) \rightarrow (a \rightarrow b \rightarrow c) \rightarrow (d \rightarrow b) \rightarrow d \rightarrow c$
 $f : d \rightarrow d \rightarrow a$
 $g : a \rightarrow b \rightarrow c$
 $h : d \rightarrow b$
 $\backslash f\ g\ h\ x \rightarrow g\ (f\ x\ x)\ (h\ x)$
 (1,5 балла)
- b) $(d \rightarrow d \rightarrow a) \rightarrow (c \rightarrow a) \rightarrow (a \rightarrow b) \rightarrow d \rightarrow c \rightarrow b$
 $f : d \rightarrow d \rightarrow a$
 $g : c \rightarrow a$
 $h : a \rightarrow b$
 $\backslash f\ g\ h\ x\ y \rightarrow h\ (f\ x\ x)$
 (1,5 балла)
- Сколько обитателей второго типа вы можете привести?
 Как минимум еще один:
 $\backslash f\ g\ h\ x\ y \rightarrow h\ (g\ y)$

3. Типизируйте по Чёрчу :

- a) **SKK**
 $(\backslash f^{a \rightarrow (b \rightarrow a) \rightarrow a}\ g^{a \rightarrow b \rightarrow a}\ x^a \rightarrow f\ x\ (g\ x))(\backslash x^a\ y^{b \rightarrow a} \rightarrow x)(\backslash x^a\ y^b \rightarrow x) : a \rightarrow a$
 (1 балл)
- b) **SKI**
 $(\backslash f^{a \rightarrow a \rightarrow a}\ g^{a \rightarrow a}\ x^a \rightarrow f\ x\ (g\ x))(\backslash x^a\ y^a \rightarrow a \rightarrow x)(\backslash x^a \rightarrow x) : a \rightarrow a$
 (1 балл)

4. Сконструируйте терм типа:

- $(c \rightarrow e) \rightarrow ((c \rightarrow e) \rightarrow e) \rightarrow e$
 Которому нельзя было бы приписать тип:
 $a \rightarrow (a \rightarrow e) \rightarrow e$
 $\backslash f^{c \rightarrow e}\ g^{(c \rightarrow e) \rightarrow e} \rightarrow g(\backslash c \rightarrow gf)$
 (2 балла)

5. Сконструируйте терм типа:

a) $((a \rightarrow b) \rightarrow a) \rightarrow (a \rightarrow a \rightarrow b) \rightarrow a$
 $\backslash f g \rightarrow f (\backslash a \rightarrow g a a)$
 (2 балла)

b) $((a \rightarrow b) \rightarrow a) \rightarrow (a \rightarrow a \rightarrow b) \rightarrow b$
 $\backslash f g \rightarrow g (f (\backslash a \rightarrow g a a)) (f (\backslash a \rightarrow g a a))$
 (2 балла)

c) $((((a \rightarrow b) \rightarrow a) \rightarrow a) \rightarrow b) \rightarrow b$
 $p : a \rightarrow b$
 $q : (a \rightarrow b) \rightarrow a$
 $q = \backslash p \rightarrow (\backslash a \rightarrow K a (p a))$
 $h : ((a \rightarrow b) \rightarrow a) \rightarrow a$
 $h = \backslash q \rightarrow (\backslash p \rightarrow (\backslash a \rightarrow K a (p(q p))))$
 $g : (((a \rightarrow b) \rightarrow a) \rightarrow a) \rightarrow b$
 $g = \backslash h \rightarrow (\backslash q \rightarrow (\backslash p \rightarrow (\backslash a \rightarrow K (p(h q)) (p(q p)))))$
 $f : (((a \rightarrow b) \rightarrow a) \rightarrow a) \rightarrow b \rightarrow b$
 $f = \backslash g \rightarrow (\backslash h \rightarrow (\backslash q \rightarrow (\backslash p \rightarrow (\backslash a \rightarrow K (g h) (K (p(h q)) (K (p a) (p(q p))))))))$

Можно попробовать ещё так:

$((((a \rightarrow b) \rightarrow a) \rightarrow a) \rightarrow b) \rightarrow b$
 $p : a \rightarrow (a \rightarrow a) = a \rightarrow b$
 $q : (a \rightarrow b) \rightarrow a$
 $q = \backslash p \rightarrow (\backslash a \rightarrow (p a) a)$
 $h : ((a \rightarrow b) \rightarrow a) \rightarrow a$
 $h = \backslash q \rightarrow (\backslash p \rightarrow (\backslash a \rightarrow (p(q p))((p a) a)))$
 $g : (((a \rightarrow b) \rightarrow a) \rightarrow a) \rightarrow b$
 $g = \backslash h \rightarrow (\backslash q \rightarrow (\backslash p \rightarrow (\backslash a \rightarrow p((p(h q))((p(q p))((p a) a))))))$
 $f : (((a \rightarrow b) \rightarrow a) \rightarrow a) \rightarrow b \rightarrow b$
 $f = \backslash g \rightarrow (\backslash h \rightarrow (\backslash q \rightarrow (\backslash p \rightarrow (\backslash a \rightarrow (g h)((p(h q))((p(q p))((p a) a))))))$
 (3 балла)