



On White II, Wassily Kandinsky 1923

MCE_IM_2024-2025

Mecânica e Campo Eletromagnético

Aula 1

- Apresentação da UC

Isabel Malaquias
imalaquias@ua.pt
 Gab. 13.3.16

1



Equipa Docente

- **Isabel Malaquias** (T1) - coordenadora
imalaquias@ua.pt, Gabinete: 13.3.16
- **Armando Lourenço** (T2, TP3, PL3, PL4, PL5, PL6)
alourenco@ua.pt, Gabinete: 13.2.14
- **António Cunha** (TP1, TP2)
antonio.cunha@ua.pt, Gabinete: 13.2.8
- **Sandra Correia** (PL1, PL2)
sandracorreia@ua.pt, Sala atendimento Física, Complexo Pedagógico

MCE_IM_2024-2025

2

Tipologia de aulas

G.1 Aulas Teóricas: T

T – 2ª e 3ª feiras

G.2 Aulas Práticas: TP e PL

TP - 5ª feira e PL - 5ª e 6ª feiras

Aulas Práticas: T1.1 – Movimento de Projéteis; T2.1 – Bobinas de Helmholtz

TP- Aulas teórico-práticas: resolução dos problemas TP designados por P1-P6

AVISO - Semana 16 a 20 setembro

As aulas de quinta e sexta feira desta semana **decorrerão no laboratório 13.2.23**, situado no Departamento de Física

MCE_IM_2024-2025

3

C.1 – COMPONENTE TEÓRICA

Capítulo 1. Fundamentos de Mecânica Clássica

1.1 Cinemática da partícula

Posição e trajetória. Deslocamento e distância. Velocidade instantânea e média. Aceleração instantânea e média. Aplicações 1-D: queda livre. Aplicações 2-D: projétil e movimento circular. Aplicações 3-D: movimento curvilíneo geral.

1.2 Dinâmica da partícula

Conceito de força. Leis de Newton. Forças de contacto e ligação. Tensões e outras ligações. Força de atrito. Força elástica.

Conceito de força. Leis de Newton. Forças de contacto e ligação. Tensões e outras ligações. Força de atrito. Força elástica.

1.3. Trabalho e Energia

Trabalho realizado por uma força constante e variável. Energia cinética e teorema do trabalho. Potência. Forças conservativas e forças não conservativas. Energia potencial. Conservação da energia.

1.4 Dinâmica de um sistema de partículas

Momento linear do sistema. Conservação do Momento linear. Centro de massa. Colisões. Cinemática e energia cinética de rotação. Momento de inércia. Momento de uma força. Dinâmica de rotação. Momento angular.

Capítulo 2: Sistemas oscilatórios

Oscilador harmónico simples. Oscilador harmónico amortecido. Oscilador harmónico forçado: Ressonância. Oscilações acopladas.

MCE_IM_2024-2025

4

Capítulo 3: Campos elétrico e magnético

3.1 Campo elétrico

Propriedades das cargas elétricas. Isoladores e condutores. Lei de Coulomb. Campo elétrico.

3.2 Lei de Gauss

Lei de Gauss. Aplicações da Lei de Gauss. Condutores em equilíbrio eletrostático.

3.3 Potencial elétrico

Diferença de potencial. Potencial elétrico. Energia potencial. Cálculo do campo elétrico, a partir do potencial elétrico.

3.4 Corrente elétrica e resistência

Corrente elétrica. Resistência e a Lei de Ohm. Energia e potência elétricas. Combinação de resistências. Leis de Kirchhoff.

3.5 Capacidade e condensadores

Capacidade de um condensador. Combinação de condensadores. Energia armazenada num condensador.

3.6 Campo magnético

Campo magnético. Força magnética. Lei de Biot-Savart. Lei de Ampère.

3.7 Indução eletromagnética

Lei de Faraday. Lei de Lenz. Auto-indutância. Indutância mútua.

3.8 Equações de Maxwell

Conceitos gerais sobre as equações de Maxwell.

MCE_IM_2024-2025

5

C.2 – COMPONENTE PRÁTICA

Prática laboratorial (PL) Trabalhos práticos:

Série 1. Mecânica (3 aulas)

1.1. Movimento de projéteis

Série 2. Campo eletromagnético (4 aulas)

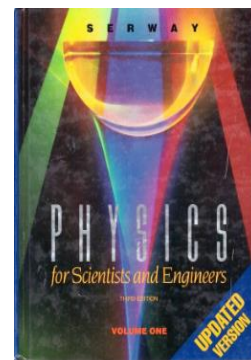
2.1. Lei da indução de Faraday

C.3 – BIBLIOGRAFIA

- Dossier pedagógico da Unidade Curricular.
- Apontamentos on-line da Unidade Curricular (<http://elearning.ua.pt/>) e referências incluídas.
- R.A. Serway, *Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics*, Saunders Golden Sunburst Series.
- P.A. Tipler e G. Mosca, *Física*, Vol. I, 5ª ed, Livros técnicos e Científicos Editora, S.A, Rio de Janeiro, 2006.
- Alonso & Finn, *Física um curso universitário*, Vol. I e II, Edgard Bluecher.
- C. Kittel et al., *Curso de Física de Berkeley: Mecânica*, Vol. 1, Edgard Bluecher.
- H.J. Pain, *The Physics of Vibrations and Waves*, Ed. Wiley.
- R. Resnick e D. Halliday, *Física*, 4ª ed, Livros Técnicos e Científicos Editora.
- R. Kip, *Fundamentals of Electricity and Magnetism*, McGraw Hill.

MCE_IM_2024-2025

6



E. AVALIAÇÃO

$N_{FINAL} = 30\% \text{ Nota PL} + 70\% \text{ Nota TP}$

A avaliação pré-definida é a AVALIAÇÃO CONTÍNUA

E.1 – COMPONENTE TEÓRICA/TEÓRICO-PRÁTICA (T/TP)

ACT1+ ACT2+ ACT3 - três momentos de avaliação individual - duração de 15 min e peso relativo total de 30%, (3x10%) – 7|8 out; 28|29 out; 25|26 nov _ Aula Teórica
Teste Final (70%), a realizar no período de exames, no dia do Exame Final – 6 janeiro 2025, 10h

EXAME DE RECURSO - 22 janeiro 2025, 10h

E.2 – COMPONENTE PRÁTICA LABORATORIAL (PL)

Se for por AVALIAÇÃO FINAL (peso de 100%) deverão inscrever-se até ao dia **30 setembro 2024**

Exame Final – 6 jan25, 10h
Exame de Recurso – 22 jan25, 10h

Parâmetros de avaliação	Valoração (%)
preparação do trabalho	25
desempenho laboratorial	25
relatório sumário/ apresentação oral*	50

*Trabalho 2.1

QUADRO – RESUMO

Avaliação pré-definida – Avaliação Contínua $N_{FINAL} = 30\% \text{ Nota PL} + 70\% \text{ Nota T}$

- o Componente Teórica /Teórico-Prática (T/TP) _ 70%
 - 3 momentos de avaliação (ACT1, ACT2 e ACT3) _ 30% (3x10%)
 - Teste Final (TF) _ 70%
- o Componente prática-laboratorial (PL) _ 30%
 - Trabalho 1.1 (T1.1) _40%
 - Trabalho 2.1 + apresentação oral (T2.1) _60%

$\text{Cálculo } N_{FINAL} = 0,30 (0,40 \text{ T1.1} + 0,60 \text{ T2.1}) + 0,70 (0,30 \text{ ACTi} + 0,70 \text{ TF})$



On White II, Wassily Kandinsky 1923

MCE_IM_2024-2025

Aula 1

- Cap. 1 Cinemática
 - 1.1 Movimento de projéteis
 - 1.2 Movimento curvilíneo

Isabel Malaquias
imalaquias@ua.pt
Gab. 13.3.16

9



Vectores e Sistemas de coordenadas

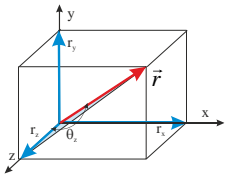
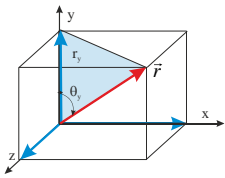
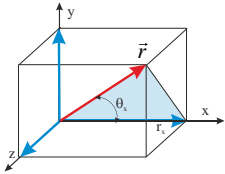
- **Módulo dum vector:**
$$|\vec{r}| = r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$
- **Decomposição / Projeção de um vector num referencial cartesiano:**

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} r \cos \theta_x \\ r \cos \theta_y \\ r \cos \theta_z \end{pmatrix}$$

- **Vector unitário – versor:**
$$|\vec{u}| = 1$$

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} \frac{r_x}{|\vec{r}|} \\ \frac{r_y}{|\vec{r}|} \\ \frac{r_z}{|\vec{r}|} \end{pmatrix}$$

MCE_IM_2024-2025



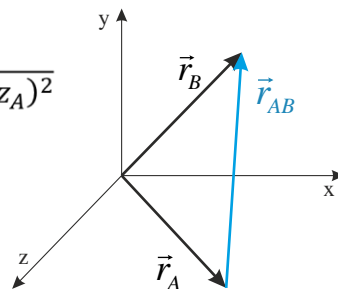
10

Vectores e Sistemas de coordenadas

• Distância entre 2 pontos:

$$\vec{r}_{AB} = \vec{r}_B - \vec{r}_A = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \\ z_B - z_A \end{pmatrix}$$

$$d(A, B) = |\vec{r}_{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$$



MCE_IM_2024-2025

11

Cylindrical coordinates (r, θ, z) :

$$\begin{aligned} x &= r \cos \theta & r &= \sqrt{x^2 + y^2} \\ y &= r \sin \theta & \theta &= \tan^{-1} \left(\frac{y}{x} \right) \\ z &= z & z &= z \end{aligned}$$

where $0 \leq \theta \leq \pi$ if $y \geq 0$ and $\pi < \theta < 2\pi$ if $y < 0$

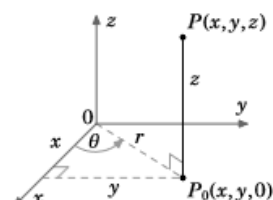


Figure 1.7.2
Cylindrical coordinates

Spherical coordinates (ρ, θ, ϕ) :

$$\begin{aligned} x &= \rho \sin \phi \cos \theta & \rho &= \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \\ y &= \rho \sin \phi \sin \theta & \theta &= \tan^{-1} \left(\frac{y}{x} \right) \\ z &= \rho \cos \phi & \phi &= \cos^{-1} \left(\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \right) \end{aligned}$$

where $0 \leq \theta \leq \pi$ if $y \geq 0$ and $\pi < \theta < 2\pi$ if $y < 0$

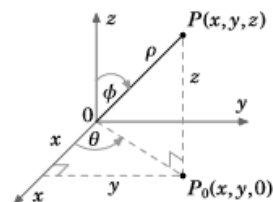


Figure 1.7.3
Spherical coordinates

MCE_IM_2024-2025

12

O movimento de uma partícula livre é rectilíneo e de velocidade constante

– movimento rectilíneo e uniforme

$$\vec{v} = \text{const}^e$$



\vec{v} - traduz a variação temporal da posição, pois de contrário, a partícula ou o corpo, entendido como uma partícula livre, estaria parado, i. é, com velocidade zero.

MCE_IM_2024-2025

13

Velocidade média

$$\vec{v}_{med} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

A 3D

$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$$

$$\Delta \vec{r} = (x' - x)\hat{i} + (y' - y)\hat{j} + (z' - z)\hat{k}$$

Simplificando-se, adequadamente, para 2D e 1D.

No limite, quando Δt tende para zero,

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \vec{v}_{med} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

Podemos também fazer uso da operação inversa, que, em cálculo, se designa por *integração*.

MCE_IM_2024-2025

14



$$\int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} d\vec{r} = \int_{t_0}^t \vec{v} dt$$

$$\vec{r} - \vec{r}_0 = \int_{t_0}^t \vec{v} dt$$

Se a velocidade for constante, podemos ainda escrever

$$\vec{r} - \vec{r}_0 = \vec{v} (t - t_0) \Leftrightarrow \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v} (t - t_0)$$

A 1D, obtemos expressões já conhecidas, como

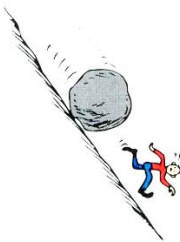
$$x = x_0 + v_x (t - t_0)$$

MCE_IM_2024-2025

15

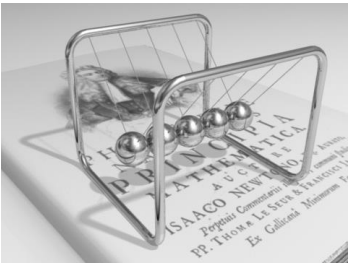


Momento linear ou Quantidade de movimento



$$\vec{p} = m \vec{v}$$

Quanto maior é o momento linear de um corpo, mais difícil é travá-lo e maior será o efeito provocado se for posto em repouso por impacto ou colisão.



DEFINITIONS.

DEFINITION I.
The quantity of matter is the measure of the same, arising from its density and bulk conjointly.

Thus air of a double density, in a double space, is quadruple in quantity; in a triple space, sextuple in quantity. The same thing is to be understood of snow, and fine dust or powders, that are condensed by compression or liquefaction; and of all bodies that are by any causes whatever differently condensed. I have no regard in this place to a medium, if any such there is, that freely pervades the interstices between the parts of bodies. It is this quantity that I mean hereafter everywhere under the name of body or mass. And the same is known by the weight of each body; for it is proportional to the weight, as I have found by experiments on pendulums, very accurately made, which shall be shewn hereafter.

DEFINITION II.
The quantity of motion is the measure of the same, arising from the velocity and quantity of matter conjointly.

The motion of the whole is the sum of the motions of all the parts; and therefore in a body double in quantity, with equal velocity, the motion is double; with twice the velocity, it is quadruple.

https://en.wikipedia.org/wiki/File:Newtons_cradle_animation_book_2.gif

MCE_IM_2024-2025

16

Dinâmica do movimento

A variação temporal da quantidade de movimento ou momento linear, traduz a actuação de uma força sobre a partícula.

Exº: ocorre uma interacção que obriga a partícula a variar a sua velocidade, admitindo-se que a sua massa não varia.

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$$

A aceleração traduz, portanto, a variação temporal da velocidade

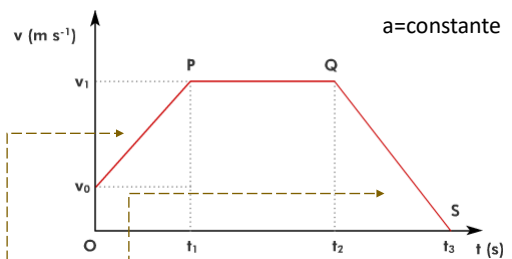
MCE_IM_2024-2025

17

Usando o conceito de integral, podemos verificar que

$$\int_{\vec{v}_0}^{\vec{v}} d\vec{v} = \int_{t_0}^t \vec{a} dt$$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \int_{t_0}^t \vec{a} dt$$



Se a aceleração for constante, poderemos escrever

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}(t - t_0)$$

MCE_IM_2024-2025

18

Também podemos verificar que, se

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \quad \text{e} \quad \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

então

$$\vec{a} = \frac{d(d\vec{r})}{dt(dt)} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

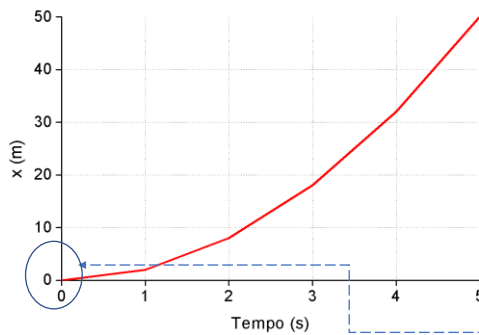
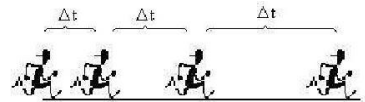
$$\therefore \vec{a} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

MCE_IM_2024-2025

19

Movimento retilíneo uniformemente acelerado –

- dependência da posição



$$v = \frac{dx}{dt}; \quad dx = v dt$$

$$x = \int (v_0 + at) dt + C_2$$

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 + C_2$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

MCE_IM_2024-2025

20

Expressões obtidas para o caso de uma partícula que está sujeita a uma interação constante

Tem uma **aceleração constante**, podemos caracterizar um pouco melhor o seu movimento:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \int_{t_0}^t \vec{a} dt$$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}(t - t_0)$$

Por outro lado,

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$\int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} d\vec{r} = \int_{t_0}^t \vec{v} dt$$

peço que,

$$\vec{r} - \vec{r}_0 = \int_{t_0}^t \vec{v} dt$$

MCE_IM_2024-2025

21

isto é,

$$\vec{r} - \vec{r}_0 = \int_{t_0}^t \vec{v} dt$$

$$\vec{r} - \vec{r}_0 = \int_{t_0}^t [\vec{v}_0 + \vec{a}(t - t_0)] dt$$

$$\vec{r} - \vec{r}_0 = \vec{v}_0(t - t_0) + \int_{t_0}^t \vec{a}(t - t_0) dt$$

$$\vec{r} - \vec{r}_0 = \vec{v}_0(t - t_0) + \int_{t_0}^t \vec{a} t dt - \int_{t_0}^t \vec{a} t_0 dt$$

$$\vec{r} - \vec{r}_0 = \vec{v}_0(t - t_0) + \frac{1}{2} \vec{a}(t^2 - t_0^2) - \vec{a} t_0(t - t_0)$$

$$\vec{r} - \vec{r}_0 = \vec{v}_0(t - t_0) + \frac{1}{2} \vec{a}(t^2 - t_0^2) - \vec{a} t_0(t - t_0)$$

...

$$\vec{r} - \vec{r}_0 = \vec{v}_0(t - t_0) + \frac{1}{2} \vec{a}(t - t_0)^2$$

i.é,

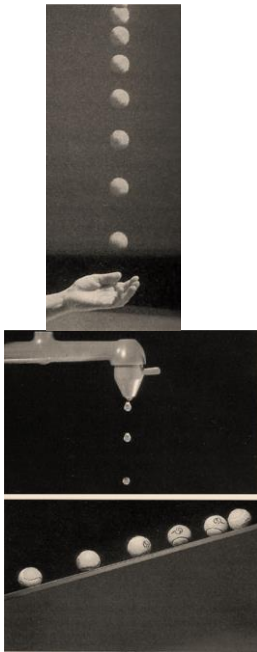
$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2$$

se $t_0 = 0$

m.u.a.

MCE_IM_2024-2025

22

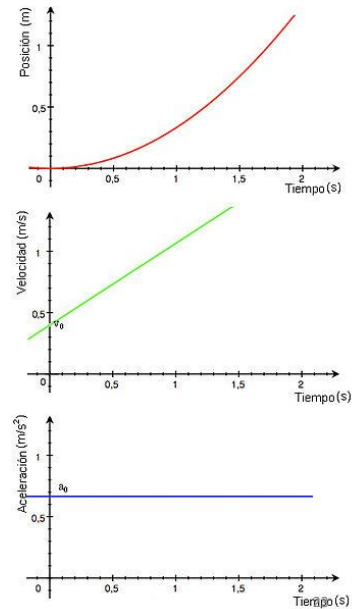


Se o movimento ocorrer a 1D,
as expressões simplificam-se:

$$a = \text{const}^e$$

$$v_x = v_{0x} + at$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$



MCE_IM_2024-2025

A 3D teremos de considerar essa situação para cada uma das expressões anteriores

$$\vec{a} = \vec{a}_x + \vec{a}_y + \vec{a}_z$$

$$\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y + \vec{v}_z$$

e também

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2$$

se $t_0 = 0$,

com as componentes

$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$$

Situação geral

MCE_IM_2024-2025

24



Exemplo – Cap.1

5 - A aceleração de um corpo que se move ao longo de uma linha recta é dada por

$$\vec{a} = (4 - t^2) \hat{i}$$

em que as unidades de **a** (aceleração) são m.s^{-2} e **t** está em segundos.

Determinar a velocidade e a posição em função do tempo, sabendo que, quando $t = 3 \text{ s}$, $v = 2 \text{ m.s}^{-1}$ e $x = 9 \text{ m}$.

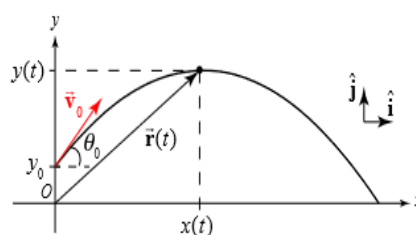
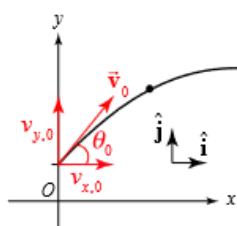
MCE_IM_2024-2025

25

Exemplo - Cap. 1

12 - Um projectil é lançado com uma velocidade de 100 m.s^{-1} , fazendo um ângulo de 60° com a horizontal. Calcule:

- O alcance do projectil.
- A altura máxima.
- A velocidade e a altura, 10 s após o lançamento.



2 dimensões

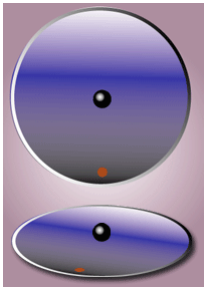
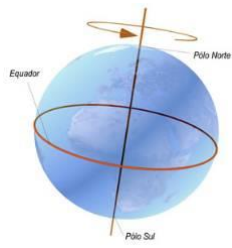
MCE_IM_2024-2025

26

Movimento curvilíneo com $a = c^{te}$

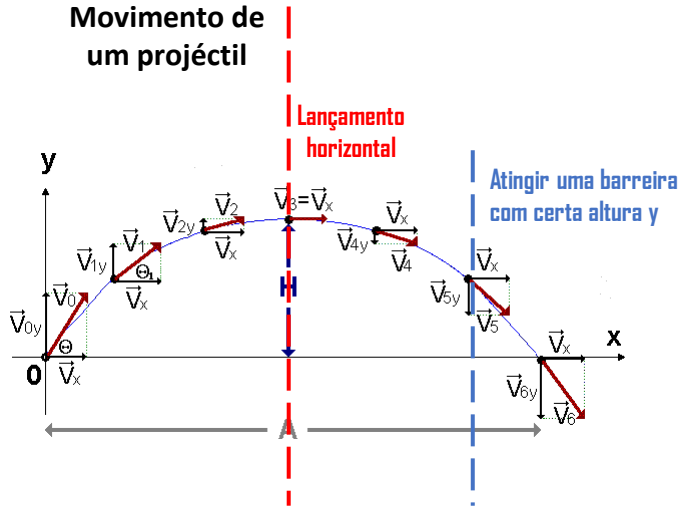
Pontos de partida:

- desprezamos os efeitos da resistência do ar
- desprezamos os efeitos de rotação da Terra
- admitimos que o módulo da aceleração da gravidade não varia com a altitude nem com a latitude do lugar, isto é,
admitimos que $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$



27

Movimento de um projectil



A = alcance
H = altura máxima

Informações úteis que podem obter-se:

- i) tempo total de voo do projectil
- ii) alcance máximo
- iii) altura máxima
- iv) tipo de trajetória

$$\vec{v}_0 = v_0 \cos \theta \hat{i} + v_0 \sin \theta \hat{j}$$

$$\begin{aligned} \vec{a} &= \vec{g} \\ \vec{v} &= \vec{v}_0 + \vec{g}(t - t_0) \\ \vec{r} &= \vec{r}_0 + \vec{v}_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\vec{g}(t - t_0)^2 \end{aligned}$$

i) tempo total de voo do projectil

Neste caso, em $t = 0$ s, $x_0 = y_0 = 0$ m, pelo que

$$y = y_0 + v_{oy}(t - t_0) - \frac{1}{2}g(t - t_0)^2$$

$$0 = v_{oy} t - \frac{1}{2}g t^2$$

$$t = 0 \quad \text{e} \quad t = \frac{2v_{oy}}{g}$$

ii) alcance máximo

Continuamos a admitir que, em $t = 0$ s, $x_0 = y_0 = 0$ m, pelo que

$$x = x_0 + v_{ox}(t - t_0)$$

$$\begin{aligned} x_{m\acute{a}x} = R &= v_{ox} t_{voo} = v_{ox} \frac{2v_{oy}}{g} = \\ &= \frac{2v_{ox}v_{oy}}{g} = \frac{2v_o^2 \sin\theta \cos\theta}{g} \end{aligned}$$

$$x_{m\acute{a}x} = R = \frac{v_o^2 \sin 2\theta}{g}$$

MCE_IM_2024-2025

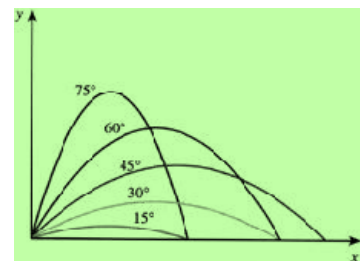
29

O **alcance máximo**, R , é atingido para um ângulo de 45°

sendo $y_{\text{inicial}} = y_{\text{final}}$

$$x_{m\acute{a}x} = R = \frac{v_o^2 \sin 2\theta}{g}$$

$$R = \frac{v_o^2}{g}$$



MCE_IM_2024-2025

30

iii) altura máxima, $y_{\text{máx}} = h$

Considerámos que, em $t = 0$ s, $x_0 = y_0 = 0$ m, pelo que

$$v_y = v_{oy} - g(t - t_o)$$

$$y = y_o + v_{oy}(t - t_o) - \frac{1}{2} g (t - t_o)^2$$

$$0 = v_{oy} - g t$$

$$y_{\text{máx}} = h = v_{oy} t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$t = \frac{v_{oy}}{g}$$

$$y_{\text{máx}} = v_{oy} \left(\frac{v_{oy}}{g} \right) - \frac{1}{2} g \left(\frac{v_{oy}}{g} \right)^2$$

$$y_{\text{máx}} = \frac{v_{oy}^2}{2g}$$

MCE_IM_2024-2025

31

iv) tipo de trajectória ?

– parabólica ($y = ax - bx^2$)

Em $t = 0$ s, $x_0 = y_0 = 0$ m

$$x = v_{ox} t \quad \Rightarrow \quad t = \frac{x}{v_{ox}}$$

$$y = v_{oy} t - \frac{1}{2} g t^2 \quad \Rightarrow \quad y = \left(\frac{v_{oy}}{v_{ox}} \right) x - \left(\frac{g}{2v_{ox}^2} \right) x^2$$

$$y = (\tan \theta) x - \left(\frac{g}{2 v_o^2 \cos^2 \theta} \right) x^2$$

MCE_IM_2024-2025

32



Questão 1

Uma bola de massa $0,5 \text{ kg}$ é lançada com uma velocidade, v , numa direcção que faz 30° com a horizontal. A bola atinge uma velocidade de $17,7 \text{ m.s}^{-1}$, colide com o solo localizado $3,675 \text{ m}$ acima do ponto de lançamento no instante $t = 1,5 \text{ s}$.

- i. Determine a velocidade inicial da bola.
- ii. Calcule a que distância do ponto de lançamento a bola atinge o solo.
- iii. Calcule o vector velocidade da bola no instante em que esta colide com o solo.