

# МЕХАНИЗМ МНОГОШАГОВЫХ ПЕРЕГОВОРОВ С ПОСРЕДНИКОМ КАК СПОСОБ ДОСТИЖЕНИЯ КОНСЕНСУСА В ЛАБОРАТОРНОЙ ИГРЕ «ИЕРАРХИЧЕСКОЕ СООБЩЕСТВО»<sup>81</sup>

Сафина Э.В.<sup>1</sup>, Тихонова А.И.<sup>1</sup>, Меньшикова О.Р.<sup>1,2</sup>, Яминов Р.И.<sup>1,3</sup>

<sup>1</sup>Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет),  
Россия, г. Долгопрудный, Институтский пер., д.9

<sup>2</sup>Российская академия народного хозяйства и государственной службы при Президенте РФ,  
Россия, г. Москва, пр. Вернадского, д.84

<sup>3</sup>Вычислительный центр им. А.А. Дородницына ФИЦ ИУ РАН,  
Россия, г. Москва, пр. Вавилова, д.44, к.2

elmira.safina2010@yandex.ru, tikh.antonina@gmail.com, or.menshikova@gmail.com,  
yaminov84@yandex.ru

*Аннотация:* Для модели Гермейера-Вателя «Иерархическое сообщество» рассматривается механизм многошаговых переговоров с посредником, который позволяет участникам лабораторных экспериментов в большинстве случаев близко подойти к оптимальному по Парето равновесию Нэша, которое существует в данной игре, но его трудно рассчитать во время эксперимента. Найденный переговорный механизм оказался вполне адекватным «институтом согласия» для простейшего иерархического сообщества.

**Ключевые слова:** теория игр, экспериментальная экономика, лабораторные игры, игра «Иерархическое сообщество».

## Введение

Игра «Иерархическое сообщество», предложенная Гермейером и Вателем [1], хорошо изучена теоретически [2-5], в ней существует равновесие Нэша (РН), которое оптимально по Парето. Это многоуровневая игра со многими агентами.

В общем виде иерархическое сообщество состоит из произвольного числа участников  $N = \{1, \dots, n\}$  и иерархической структуры коалиций  $S \subset N: S \in \Sigma$ . Будем считать, что в структуру  $\Sigma$  входят все игроки по отдельности (одноэлементные коалиции) и сообщество всех игроков  $N$ . Иерархичность структуры  $\Sigma$  означает, что любые две коалиции из этой структуры ( $S, T \in \Sigma$ ) или не пересекаются ( $S \cap T = \emptyset$ ), или вложены одна в другую ( $S \subset T$  или  $T \subset S$ ).

Примером иерархической структуры является географическое деление: страна, регион, город, округ, район, место проживания.

Считается, что каждый игрок интересуется только теми коалициями, в которые он входит. Обладая некоторыми ресурсами, игрок может их произвольно распределить на нужды этих коалиций. Качество жизни коалиции зависит от всех ресурсов, вложенных в нее. Предполагается, что личное качество жизни игрок оценивает по слабому звену, то есть по минимуму качества жизни во всех коалициях, куда он входит.

В данной работе мы рассмотрим простейшее иерархическое сообщество с двумя участниками и двухуровневой структурой коалиций. Также мы будем использовать предположение о скалярности ресурсов и линейности функций качества жизни. Ниже будет приведено точное описание игры, а пока только отметим, что у каждого игрока есть скалярный ресурс, который он делит между двумя уровнями: часть ресурса передает на общие цели (обустройство территории, строительство общей дороги и т.д.), а остаток оставляет себе. На всех уровнях функции выигрыша линейны, а сверткой, определяющей выигрыш игрока, является минимум из собственной и общественной функций выигрыша.

Цель исследования состояла в том, чтобы придумать механизм, который приводил бы игроков к равновесию Нэша, поскольку в данной игре оно обладает многими замечательными качествами [2]. Для его вычисления нужно проделать некоторые выкладки, которые трудно сделать во время эксперимента, поэтому участники действуют методом «нащупывания» равновесия.

Равновесие Нэша зависит от соотношения капиталов игроков. При маленьком капитале одного из игроков ему ничего не нужно вкладывать в зону коллективного пользования, заботиться об этом должен только сильный игрок с большим капиталом, причем он должен вкладывать столько, чтобы

<sup>81</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта №19-01-00296А.

его собственный выигрыш и выигрыш в зоне коллективного пользования были одинаковыми, и это число будет больше капитала слабого игрока.

Если капиталы обоих игроков сравнимы, то им обоим придется вкладывать ресурс в зону коллективного пользования. Размер ресурса находится из уравнивания трех величин: собственных выигрышей игроков и выигрыша в зоне коллективного пользования. Точно рассчитать во время эксперимента равновесие Нэша довольно сложно, немного легче рассматривается случай при маленьком капитале одного из игроков, когда ему не нужно ничего вкладывать. Этот случай как раз чаще угадывается игроками.

Для того чтобы игроки пришли к консенсусу, мы ввели механизм переговоров, состоящий из пяти этапов. Первые три этапа выглядят одинаково. Игроки делают предложения друг другу по поводу того, сколько своего ресурса они готовы вложить в зону коллективного пользования. Игрокам показывают предложения друг друга и возможные выигрыши, а затем спрашивают их согласия. Если оба игрока отвечают ДА, игра заканчивается с теми предложениями, которые они сделали. Если хотя бы один из игроков ответил НЕТ, переговоры переходят на следующую стадию, которая выглядит точно так же. Таким образом проходят первые три раунда переговоров. Если игроки не договорились, в игру вступает посредник, который предлагает им оптимальное по Парето равновесие Нэша, однако игроки этого не знают. Им предстоит от раунда к раунду формировать доверие к посреднику, замечая, что выигрыш, который он им предлагает, превосходит выигрыши, которые могли бы быть достигнуты на первых трех этапах игры. Если же хотя бы один игрок не согласился с предложением посредника, то тогда игроки переходят к пятому (финальному) этапу игры, где они делают свои предложения, которые уже принимаются без обсуждения.

Мы рассмотрели два класса игр с посредником:

- Игроки знают начальные капиталы друг друга, знает их и посредник.
- Игроки не знают капиталы друг друга, не знает их и посредник. Но на 4 этапе переговоров, если игроки не договорились раньше, они могут сообщить свои капиталы посреднику, и он рассчитает равновесие Нэша по сообщенным капиталам. Опять же игроки не знают, как посредник рассчитывает свое предложение. Никто не проверяет игроков на честность, они могут сообщить свои капиталы с искажениями. И в этом случае уже нет гарантий, что выигрыш, предложенный игроку, если он послушает совета посредника, будет больше выигрышей, которые можно было достичь на первых трех этапах игры. Если хотя бы один игрок не согласился с предложением посредника, они переходят к пятому (финальному) этапу игры, где делают свои окончательные предложения, которые уже не обсуждаются, а просто принимаются.

Какие гипотезы мы хотели проверить?

- Будут ли вообще игроки прибегать к помощи посредника или предпочтут договариваться сами?
- Есть ли преимущества в многошаговости переговоров, т.е. достигают ли игроки в итоге переговоров лучшего результата по сравнению с первым шагом переговоров? В каком из двух вариантов информированности игроков о капиталах друг друга это преимущество больше?
- Если игроки уже прибегли к помощи посредника, то будут ли они следовать его рекомендациям? В каком случае это будет происходить чаще: в первом (с известными капиталами) или во втором (с неизвестными капиталами).
- Как в динамике развивается доверие к посреднику, чаще ли игроки обращаются к посреднику и слушают ли его советов в конце игры?

## 1 Описание игры

### 1.1 Иерархическое сообщество с полной информацией

В данной игре игроки случайным образом разбиваются на пары.

У игрока  $i = 1, 2$  имеется капитал  $w_i > 0$ , каждый игрок знает свой капитал и капитал партнера. Игрок  $i$  может вложить часть капитала  $0 \leq x_i \leq w_i$  в качество жизни в зоне совместного проживания с игроком  $j \neq i$ .

Качество жизни в общей зоне для обоих игроков равно:

$$f_{12}(x_1, x_2) = a \cdot (x_1 + x_2), \text{ где } a > 0.$$

Качество жизни в личном пространстве для игрока  $i$  равно:

$$f_i(x_i) = w_i - x_i.$$

Выигрыш игрока  $i$  определяется по слабому звену:

$$u_i(x_1, x_2) = \min\{f_i(x_i), f_{12}(x_1, x_2)\}.$$

Между игроками проводятся переговоры в  $T$  шагов.

На шаге 1 игроки одновременно и независимо друг от друга определяют размер вклада  $x_i$  в качество совместной жизни. После того, как оба игрока подают свои предложения по вкладу, им показывают предполагаемые вклады друг друга и соответствующие им выигрыши. Если оба игрока соглашаются на такие вклады и выигрыши, то игра заканчивается. В случае, если хотя бы один игрок против, начинается следующий аналогичный шаг переговоров.

Такие переговоры продолжаются до шага  $T$ , если только игроки не договорятся раньше. Если кто-то из игроков опять против на шаге  $T$ , то посредник предлагает некоторое компромиссное решение. Игроки заранее не знают, какое решение будет им предложено.

Глядя на предложение посредника, игроки либо соглашаются на него, либо отказываются. Если хотя бы один из игроков отказался, то им предлагается независимо и одновременно принять окончательное решение, при этом согласиться или отказаться возможности уже не будет.

Игра повторяется несколько раз, причем капиталы  $w_i$  случайно и независимо выбираются равномерно из некоторого отрезка  $[A, B]$ .

Укажем, какое компромиссное решение  $(x_1^0, x_2^0)$  предлагает посредник.

Предположим, что  $w_1 \geq w_2$ , тогда:

$$x_1^0 = w_1 + \frac{a(w_1 - w_2)}{2a+1}, \text{ если } w_2 \geq \frac{a}{a+1} w_1. \text{ Тогда } u_i^0 = \frac{a}{2a+1} (w_1 + w_2), i = 1, 2, j \neq i.$$

$$x_1^0 = \frac{w_1}{1+a}, x_2^0 = 0, \text{ если } w_2 < \frac{a}{a+1} w_1. \text{ Тогда } u_1^0 = \frac{aw_1}{a+1}, u_2^0 = w_2 < u_1^0.$$

Это решение является равновесием Нэша в этой игре, которое оптимально по Парето [3].

Если капиталы игроков сравнимы, например,  $w_1 = 50, w_2 = 40 > \frac{2}{3} \cdot 50$ , то в решении посредника оба вкладывают в общее благо:  $x_1^0 = 14, x_2^0 = 4$ . Тогда  $f_{12}^0 = 36, u_1^0 = 50 - 14 = 36, u_2^0 = 40 - 4 = 36$ .

Если капитал одного из игроков существенно меньше капитала другого, то только более сильный игрок делает вклад в общее дело, а более слабый игрок не вкладывает ничего. Например, при  $w_1 = 50, w_2 = 20 < \frac{2}{3} \cdot 50$ , игрок 1 вкладывает в общее благо  $x_1^0 = \frac{50}{3}$ , игрок 2 оставляет весь свой ресурс себе ( $x_2^0 = 0$ ).

## 1.2 Иерархическое сообщество с неполной информацией

В данной игре участники аналогично случайно разбиваются на пары. Формулы для качества жизни в общей зоне и в личном пространстве, а также формулы для выигрышей остаются теми же.

У игрока  $i = 1, 2$  имеется капитал  $w_i > 0$ , каждый игрок знает свой капитал, но не знает чужой. Единственное, что знает игрок  $i$  – это то, что  $w_j \in [10, 100], j \neq i$ .

Между игроками проводятся переговоры в  $T$  шагов, причем до шага  $T$  их механизм аналогичен механизму в предыдущей игре.

Если кто-то из игроков против на шаге  $T$ , то посредник запрашивает у игроков значения их капиталов и на этой основе предлагает компромиссное решение  $(x_1^0, x_2^0)$ . Игроки заранее не знают, какое решение будет им предложено.

Если кто-то из игроков не соглашается на предложение посредника, им предлагается сделать окончательный выбор: они вводят свои предложения и отказаться от них уже не могут.

Отметим, что в данной версии игры участники могут солгать о своем капитале, при этом посредник предложит в качестве решения равновесие Нэша, рассчитанное по сообщенным капиталам игроков (возможно, отличающимся от их реальных капиталов).

Стоит отметить, что в обеих играх социальный оптимум (максимум суммарного выигрыша) достигается в равновесии: для игры с полной информации в равновесии Нэша, предлагаемом

посредником. Для игры с неполной информации в равновесии Байеса-Нэша (РБН): сообщить посреднику истинный капитал и согласится с предложенным дележем.

Для обеих лабораторных игр были выбраны параметры:  $T = 3, a = 2, w_i \in [10, 100], u_i(x_1, x_2) = \min\{w_i - x_i, 2(x_1 + x_2)\}$ .

### 3 Результаты экспериментов

#### 3.1 Групповое поведение

Итак, у нас имеется два варианта игры и две группы студентов МФТИ, обучающихся экспериментальной экономике. В 2020 году было 10 раундов, играли 14 человек, эта игра описана в работе [6], поэтому мы остановимся на игре 2021 года. В варианте с известными капиталами участвовало 28 человек и было проведено 10 раундов. В игре с неполной информацией о капиталах было проведено 15 раундов и принимали участие 26 человек.

Посмотрим, как распределены заключенные сделки по пяти этапам для обеих игр.

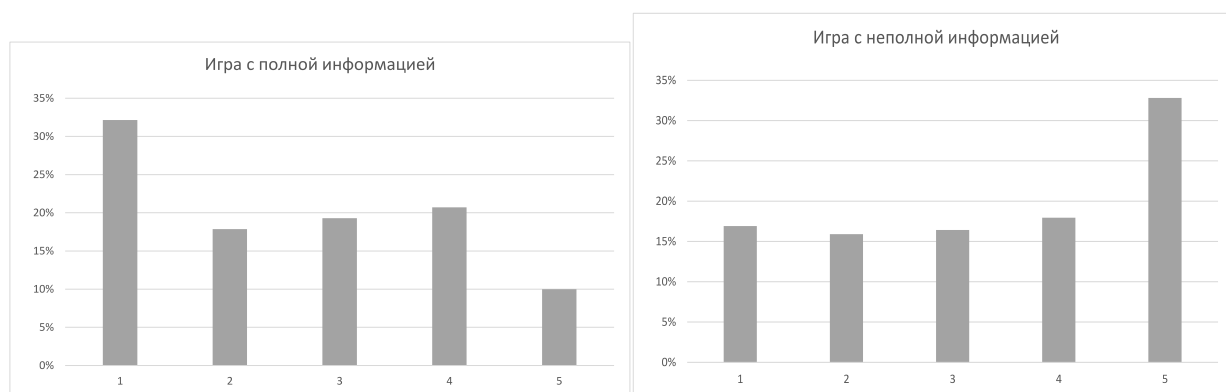


Рис. 1. Распределение заключенных сделок по пяти периодам переговоров для игр с полной и неполной информацией о капиталах партнеров

На графиках (рис. 1) видно, что в первой игре наибольшее количество сделок заключалось на первом этапе без переговоров (32%), а на последнем этапе заключалось только 10% сделок. Посредник предлагал РН по известным капиталам партнеров, однако в игроки не всегда соглашались с мнением посредника.

Во второй игре, наоборот, большинство сделок заключалось на последнем этапе. Игроки не всегда честно сообщали посреднику информацию, в большинстве случаев занижая свой капитал, а иногда даже сообщая, что он равен нулю. У многих игроков это давало худший выигрыш по сравнению с выигрышами на первых трех этапах игры, поэтому они, естественно, не соглашались и переходили к пятому этапу переговоров.

Посмотрим на диаграмму успешных переговоров (рис. 2).



Рис. 2. Распределение сообщений о своем капитале посреднику в игре с неполной информацией

Будем считать, что переговоры прошли успешно, если суммарный выигрыш после переговоров превысил выигрыш на первом этапе. Из рисунка 3 видно, что в большинстве случаев введенный переговорный механизм работал успешно: в 86% в первой игре и в 78% во второй игре суммарный выигрыш после переговоров превысил общий выигрыш всех игроков на первом этапе, т.е. игроки приблизились к РН, которое дает максимальный суммарный выигрыш.

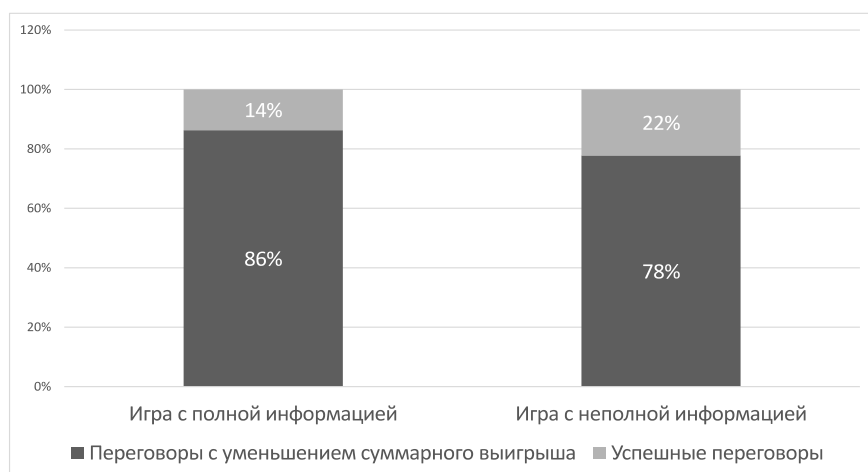


Рис. 3. Успешность переговоров в двух играх

Также интересна статистика использования посредника по периодам (рис. 4).

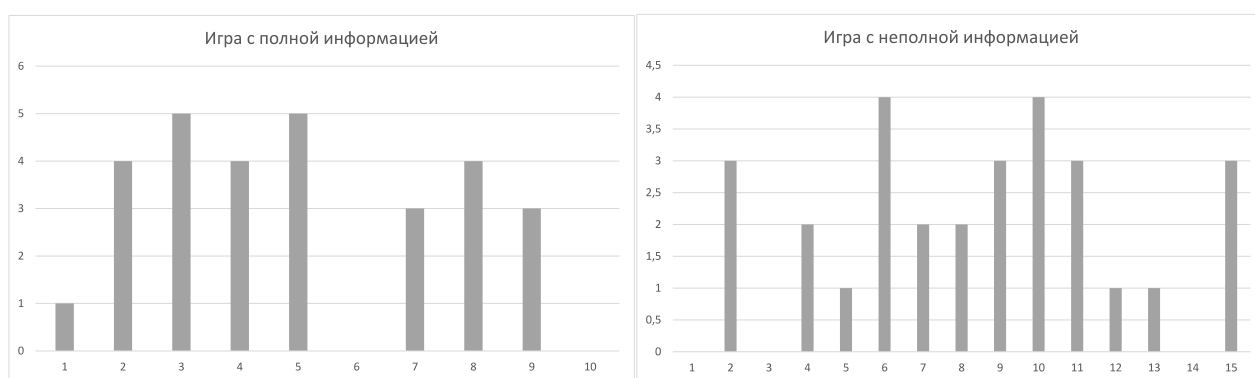


Рис. 4. Динамика использования помощи посредника по совершенным сделкам для двух игр

Мы видим, что помощью посредника в первой игре пользовались больше всего на 2-5 этапах, меньше - на 7-9. Объяснение можно найти в том, что игроки прошли период обучения и переговоры реже стали доходить до этапа посредника. Во второй игре посредником больше пользовались в середине игры, в конце доверие к нему упало.

В первой игре отклонение от РН имеет тренд к снижению (рис. 5). Показательно, что для этапов с большим числом вмешательства посредника отклонение от РН в переговорах минимально. Почти во всех периодах помощь посредника давала выигрыш, более близкий к выигрышу от РН.

Во второй игре, наоборот, в большинстве периодов к выигрышу в РН близки сделки без посредника. В половине сделок игра доходит до посредника, но его помощь не оказывается существенной, поскольку большинство договоров заключается на пятом этапе.

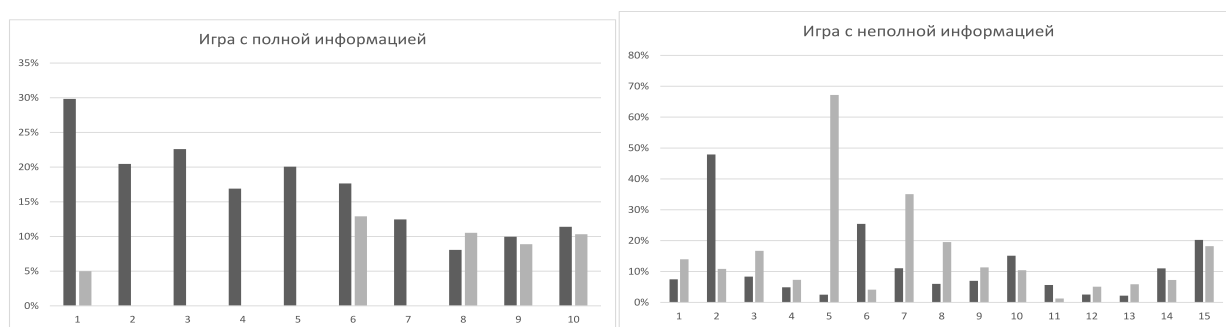


Рис. 5. Отличие выигрыша от выигрыша в РН без использования посредника (выделено темным) и с использованием посредника (выделено светлым) для двух игр

Рассмотрим эффективность переговорного процесса. Будем измерять ее как отклонение суммарного выигрыша от максимального возможного выигрыша (рис. 6), который, кстати, достигается в РН (или в равновесии Байеса-Нэша для игры с неполной информацией). Отклонение

выигрыша составляет около 10% от максимально возможного, если рассматривать этапы переговоров, в которых участники эксперимента согласились с результатами, в отличие от средних отклонений в 20-30%, получаемых на этапах переговоров, в которых один из игроков или оба не согласились с результатами. Это означает, что переговорный механизм позволяет тем игрокам, кто не смог сразу достигнуть согласия, договориться о более выгодном варианте на одном из следующих этапов переговоров и тем самым улучшить результат, приблизившись к РН.

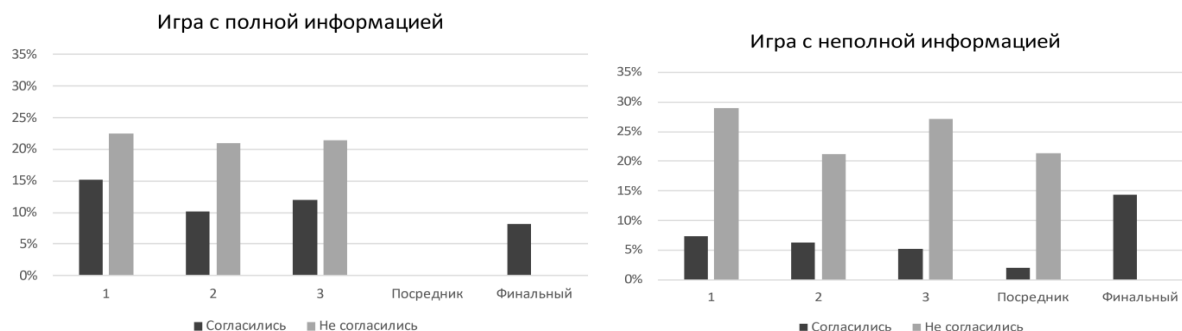


Рис. 6. Среднее отклонение суммарного выигрыша по этапам переговоров от выигрыша в РН (0% означает, что выигрыш совпадает с равновесным выигрышем)

Для игры с неполной информацией на этапе с посредником согласившиеся на результат в среднем сообщали истинную информацию о своем капитале (среднее отклонение сообщенного капитала от истинного составляет 6%), в то время как те, кто не согласился на результат, сообщали капитал, значительно отличающийся от истинного (среднее отклонение сообщенного капитала от истинного составляет 32%). Они смогли улучшить результат на финальном этапе игры. Тем не менее, их результат отличается на 15% (рис. 6) от возможного равновесного выигрыша, что значительно хуже отклонения на 5% достигаемого другими игроками на предыдущих этапах переговоров.

### 3.2 Индивидуальное поведение

Для каждого игрока были посчитаны суммарные по всем попыткам выигрыши за игру, а также выигрыши, которые бы он получил, если бы в каждой паре, в которой он участвовал, было достигнуто РН. В игре с известными капиталами вектор выигрышей игроков ожидаемо оказался ближе к вектору выигрышей в РН, их корреляция составляет 0.88. В игре с неизвестным капиталом противника соответствующая корреляция равна 0.77. Интересно отметить, что только один игрок смог набрать больше очков, чем предполагалось в РН.

Во второй игре наблюдается тесная взаимосвязь между честным сообщением информации посреднику и завершением игры на 4 этапе (корреляция 0.93), а также между честным сообщением капитала и прибеганием к помощи посредника (корреляция 0.85). Для честных игроков обнаруживается доверчивость игроков посреднику, они следуют его рекомендациям. Конечно, так поступают не все игроки. Нас заинтересовал психологический портрет этих игроков.

Всех участников экспериментов мы протестировали по двум психологическим тестам: MBTI [7] и Эннеаграмма [8]. В Эннеаграмме выделяется девять типов личностей (эннеа – по-гречески девять). Среди них есть два типа Миротворец и Лидер, которые психологически противостоят друг другу. Миротворцы всячески пытаются избежать конфликтов, а Лидеров конфликты не смущают, они считают, что это вполне нормальный способ решения проблем. Выяснилось, что Миротворцы, как правило, честно сообщают свой капитал посреднику, прислушиваются к его рекомендациям, заканчивают игру в 4 раунде и имеют наибольший выигрыш. Лидеры, которые противостоят Миротворцам психологически, противостоят им и по поведению: они редко заканчивают игру в 4 раунде и, как правило, делают это раньше (во 2 и 3 раунде), они не привыкли слушаться никого, в том числе и посредника. Интересно также выяснить, кто проходит этап взаимодействия с посредником и не соглашается с ним, переходя к последнему пятому раунду, в котором невозможны переговоры между участниками. Это, как правило, Экстравертные люди (MBTI), Энтузиасты, Напористые, которые привыкли добиваться своего (Эннеаграмма).

Таким образом, можно сделать вывод о том, что от психологического состава группы зависит результат эксперимента, в частности, близость фактического выигрыша игроков и выигрыша в равновесии Нэша. При большом количестве Миротворцев в группе вторая игра может приблизиться к первой. Но для проверки этого факта нужно провести дополнительные эксперименты.

## Заключение

В обеих играх у участников была возможность договориться самим на первых трех этапах переговоров и не прибегать к помощи посредника. Однако они делали это в обеих играх. В первой игре большинство сделок было заключено на первом этапе переговоров, а во второй – на последнем этапе. В первой игре большинство игроков, прибегнувших с помощью посредника, соглашались с ним, и меньше всего сделок было заключено на последнем этапе. Во второй игре, наоборот, из-за нечестного сообщения информации на 4 этапе, многие получали результат, которым были недовольны, поэтому переходили к финальному этапу игры.

Во второй игре были игроки, которые честно сообщали информацию Посреднику, они же, как правило, с ним соглашались и стремились закончить игру в 4 раунде. Но из-за партнера у них не всегда это получалось. Был изучен психологический портрет игроков, честно сообщающих свою информацию, а также несогласных с посредником и переходящих на последний этап игры.

Переговоры друг с другом и помощь посредника в обеих играх привели к тому, что суммарный выигрыш после переговоров был существенно больше выигрыша, полученного после первого этапа игры для обеих игр.

В первой игре посредником чаще пользовались в первых раундах, от раунда к раунду развивалось доверие к посреднику, а потом участники уже могли справляться сами. Во второй игре к помощи посредника чаще прибегали в середине игры, к концу он их разочаровал, и доверие упало.

В первой игре отклонение от РН имело тренд к снижению, а во второй игре к РН более близки сделки первых периодов без посредника.

## Литература

1. Гермейер Ю.Б., Ватель И.А. Игры с иерархическим вектором интересов // Изв. АН СССР, Техническая кибернетика. – 1974. – №3. – С. 54-69.
2. Меньшиков И.С., Меньшикова О.Р. Сильные ситуации равновесия и N-ядро в играх с иерархическим вектором интересов // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. – 1985. – Т. 25. – № 9. – С. 1304-1313.
3. Кукушкин Н.С., Меньшиков И.С., Меньшикова О.Р., Моисеев Н.Н. Устойчивые компромиссы в играх со структурированными функциями выигрыша // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. – 1985. – Т. 25. – № 12. – С. 1761-1776.
4. Кукушкин Н.С., Меньшиков И.С., Меньшикова О.Р., Моисеев Н.Н. Об одном классе теоретико-игровых конструкций, представляющих интерес для экологии // Докл. АН СССР. – 1986. – Т. 287. – № 5. – С. 1044-1046.
5. Кукушкин Н.С., Меньшиков И.С., Меньшикова О.Р., Моисеев Н.Н. Математические модели и теория “институтов согласия” // Моделирование процессов мирового развития и сотрудничества / Под ред. Д.М. Гвишиани, Е.П. Велихова, В.М. Лейбина. – М.: Наука, 1991. – С. 160-199.
6. Меньшиков И.С., Меньшикова О.Р., Седуш А.О. Теория игр и лабораторный анализ принятия решений // Сборник докладов XXVIII Моисеевских чтений – Международной научно-практической конференции «Моисеев Н.Н. о России в XXI веке: глобальные вызовы, риски и решения», Часть 1. – Москва–Н. Новгород: Мининский университет. – С. 277-287.
7. Майерс, И. Б. У каждого свой дар. МВТИ: определение типов // И. Б. Майерс, П. Майерс – М.: Бизнес Психологи, 2010. – 291 с.
8. Рисо Д.Р., Хадсон Р. Мудрость Эннеаграммы. Полное руководство по психологическому росту для девяти типов личности // – М.: Открытый мир, 2010. – 532 с.