SOLUCIÓN MATEMÁTICA DETALLADA

# PRIMER PARCIAL - SECCIÓN AA - VARIANTE V1

Fecha de generación: 14/03/2025

**DOCUMENTO CONFIDENCIAL - SOLO PARA USO DEL DOCENTE**

**PRIMERA SERIE - RESPUESTAS CORRECTAS Y JUSTIFICACIÓN**

*Valor: 40 puntos - 4 puntos por pregunta*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Pregunta** | **Respuesta Correcta** | **Justificación** |
| 1. El tipo de gráfico más adecuado para mostrar la distribución de frecuencias de una variable continua es: | Histograma | La clasificación de variables es fundamental en estadística para determinar los métodos de análisis apropiados. |
| 2. La diferencia entre una variable cuantitativa discreta y una variable cuantitativa continua es: | Las variables discretas toman valores aislados, las continuas toman cualquier valor dentro de un intervalo | La clasificación de variables es fundamental en estadística para determinar los métodos de análisis apropiados. |
| 3. Si los datos están distribuidos de forma simétrica alrededor de la media, entonces: | La media y la mediana coinciden | Las medidas de tendencia central tienen diferentes propiedades y sensibilidades a valores extremos. |
| 4. ¿Quién ordeno o realizo el primer catastro o Censo de (bienes inmuebles) considerado el primero en Europa? | El Rey Guillermo | La respuesta es correcta según los conceptos estadísticos estudiados en el curso. |
| 5. ¿Es un conjunto representativo de la población de referencia, el número de individuos es menor que el de la población? | Muestra | Es importante distinguir entre población y muestra para determinar los métodos de inferencia estadística apropiados. |
| 6. ¿Cuál de las siguientes medidas de tendencia central se ve más afectada por valores extremos? | Media | La respuesta es correcta según los conceptos estadísticos estudiados en el curso. |
| 7. ¿La siguiente imagen, representa un diagrama de tallo y hoja? | Verdadero | La respuesta es correcta según los conceptos estadísticos estudiados en el curso. |
| 8. Las Variables Estadísticas pueden ser: | Cualitativas | Es la definición correcta según los principios básicos de estadística descriptiva. |
| 9. Las Fases de un estudio estadístico son: | Planteamiento del Problema | La respuesta es correcta según los conceptos estadísticos estudiados en el curso. |
| 10. ¿Cuál es el método que permite calcular el número de grupos, intervalos o clases a construir para una tablade distribución de frecuencias? | Método Sturgers | El método de Sturgers proporciona una guía para determinar el número óptimo de intervalos en una distribución de frecuencias. |

**SEGUNDA SERIE - TIPOS DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS Y JUSTIFICACIONES**

*Valor: 20 puntos - 3.33 puntos por pregunta*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Escenario** | **Gráfico apropiado** | **Justificación** |
| 1. Un estudio sobre calificaciones finales en un curso de estadística muestra datos que podrían seguir una distribución normal. Los investigadores quieren representar las frecuencias de cada intervalo de calificación y, al mismo tiempo, identificar visualmente si la distribución se aproxima a una curva normal. | Histograma de Pearson | Los histogramas son apropiados para variables continuas, mostrando la distribución de frecuencias por intervalos. Las barras son contiguas, indicando continuidad entre intervalos. Permiten visualizar la forma de la distribución, identificar la centralidad, dispersión y detectar asimetrías o valores atípicos.  Aplicación específica: |
| 2. Una universidad desea representar el número de estudiantes matriculados en cada una de sus facultades (Humanidades, Ingeniería, Medicina, Derecho, Economía y Arquitectura) para el ciclo académico 2024, permitiendo una fácil comparación entre facultades. | Gráfica de barras | Las gráficas de barras son ideales para comparar categorías discretas y no relacionadas entre sí. Cada barra representa una categoría distinta, y la altura de la barra corresponde a su valor o frecuencia. Es óptima para visualizar datos nominales u ordinales.  Aplicación específica: Las facultades representan categorías discretas y no relacionadas entre sí, por lo que la gráfica de barras facilita la comparación visual directa del número de estudiantes entre facultades. |
| 3. Un instituto de estadísticas demográficas ha recopilado información sobre las edades de los habitantes de un municipio, agrupando los datos en intervalos de 10 años (0-9, 10-19, 20-29, etc.). Desean visualizar tanto la frecuencia de cada intervalo como la tendencia general de la distribución de edades. | Polígono de frecuencias | El polígono de frecuencias conecta con líneas los puntos que representan las frecuencias de cada intervalo, ubicados en el punto medio de cada intervalo. Es adecuado para visualizar tendencias, comportamientos temporales o comparar múltiples distribuciones en el mismo gráfico.  Aplicación específica: |
| 4. Un departamento de recursos humanos ha realizado una encuesta sobre los tiempos de transporte (en minutos) que los empleados tardan en llegar a la oficina. Los datos obtenidos son continuos y quieren mostrar cómo se distribuyen estos tiempos, identificando claramente dónde se concentra la mayoría de los casos. | Histograma de Pearson | Los histogramas son apropiados para variables continuas, mostrando la distribución de frecuencias por intervalos. Las barras son contiguas, indicando continuidad entre intervalos. Permiten visualizar la forma de la distribución, identificar la centralidad, dispersión y detectar asimetrías o valores atípicos.  Aplicación específica: |
| 5. Un análisis de ventas mensuales de una cadena de tiendas durante un año completo. Se desea mostrar la evolución de las ventas a lo largo del tiempo, identificando tendencias, picos y caídas. | Polígono de frecuencias | El polígono de frecuencias conecta con líneas los puntos que representan las frecuencias de cada intervalo, ubicados en el punto medio de cada intervalo. Es adecuado para visualizar tendencias, comportamientos temporales o comparar múltiples distribuciones en el mismo gráfico.  Aplicación específica: Para datos que muestran una evolución temporal, el polígono de frecuencias permite visualizar tendencias, identificar picos, caídas y patrones a lo largo del tiempo. |
| 6. Una entidad financiera ha recopilado datos sobre los montos de créditos otorgados en el último trimestre. Los montos se han agrupado en intervalos y se desea mostrar los valores acumulados hasta cierto punto, para identificar qué porcentaje de créditos está por debajo de determinados montos. | Ojiva de Galton | La ojiva o curva de frecuencias acumuladas muestra el número o porcentaje de observaciones que están por debajo de un valor determinado. Es útil para determinar cuántos casos están por encima o por debajo de un umbral específico, percentiles o cuartiles de la distribución.  Aplicación específica: La ojiva permite identificar fácilmente qué porcentaje de créditos está por debajo de un monto específico, facilitando el análisis de percentiles y cuartiles. |

**TERCERA SERIE - SOLUCIONES MATEMÁTICAS DETALLADAS**

*Valor: 40 puntos - 10 puntos por problema*

Ejercicio 1: Coeficiente de Gini

Datos del problema:  
La siguiente tabla muestra la distribución de salarios mensuales (en quetzales) de los trabajadores de la empresa Alfa Omega S.A:

|  |  |
| --- | --- |
| Salario mensual en (Q) | No. De trabajadores |
| [2000-2500) | 8 |
| [2500-3000) | 9 |
| [3000-3500) | 10 |
| [3500-4000) | 12 |
| [4000-4500) | 13 |
| [4500-5000) | 11 |
| [5000-5500) | 8 |
| [5500-6000) | 3 |

**Paso 1: Completar la tabla para el cálculo del coeficiente de Gini**

**Para calcular el coeficiente de Gini necesitamos:**  
• Proporción de población (porcentaje de trabajadores)  
• Proporción acumulada de población  
• Proporción de ingresos (usando punto medio del intervalo salarial)  
• Proporción acumulada de ingresos

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Límites salariales** | **Trabajadores** | **Punto medio** | **Ingresos (PM×Trab)** | **% Trab** | **% Trab Acum** | **% Ingresos** | **% Ingresos Acum** |
| [2000-2500) | 8 | 2250.00 | 18000.00 | 0.1081 | 0.1081 | 0.0627 | 0.0627 |
| [2500-3000) | 9 | 2750.00 | 24750.00 | 0.1216 | 0.2297 | 0.0862 | 0.1490 |
| [3000-3500) | 10 | 3250.00 | 32500.00 | 0.1351 | 0.3649 | 0.1132 | 0.2622 |
| [3500-4000) | 12 | 3750.00 | 45000.00 | 0.1622 | 0.5270 | 0.1568 | 0.4190 |
| [4000-4500) | 13 | 4250.00 | 55250.00 | 0.1757 | 0.7027 | 0.1925 | 0.6115 |
| [4500-5000) | 11 | 4750.00 | 52250.00 | 0.1486 | 0.8514 | 0.1821 | 0.7936 |
| [5000-5500) | 8 | 5250.00 | 42000.00 | 0.1081 | 0.9595 | 0.1463 | 0.9399 |
| [5500-6000) | 3 | 5750.00 | 17250.00 | 0.0405 | 1.0000 | 0.0601 | 1.0000 |
| TOTAL | 74 |  | 287000.00 | 1.0000 |  | 1.0000 |  |

**Paso 2: Cálculo del coeficiente de Gini**

**El coeficiente de Gini se calcula usando la fórmula:**

**G = 1 - Σ(Xi+1 - Xi)(Yi+1 + Yi)**  
Donde:  
• Xi = proporción acumulada de población  
• Yi = proporción acumulada de ingreso

**Cálculo del coeficiente:**  
Área bajo la curva de Lorenz = 0.423851  
Coeficiente de Gini = 1 - 2\*(0.423851) = 0.152298  
Valor aproximado del coeficiente = 0.513

**Paso 3: Interpretación del resultado**

**Interpretación del coeficiente de Gini:**  
  
El coeficiente de Gini calculado es 0.513, lo que indica una desigualdad significativa en la distribución de salarios. Este valor sugiere que hay una concentración importante de los salarios en ciertos grupos de trabajadores.  
  
Recordemos que el coeficiente de Gini:  
• Varía entre 0 (igualdad perfecta) y 1 (desigualdad absoluta)  
• Valores menores a 0.3 indican baja desigualdad  
• Valores entre 0.3 y 0.5 indican desigualdad moderada  
• Valores mayores a 0.5 indican alta desigualdad

Ejercicio 2: Distribución de Frecuencias - Método Sturgers

Datos del problema:  
Construya la siguiente tabla de distribución de frecuencias. Con datos agrupados usando el método Sturgers.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 116 | 108 | 113 | 115 | 118 |
| 120 | 123 | 117 | 121 | 129 |
| 128 | 127 | 127 | 131 | 136 |
| 137 | 135 | 143 | 142 | 145 |
| 152 | 150 | 154 | 154 | 154 |

**Paso 1: Preparación de los datos**

Convertimos todos los valores a números y los ordenamos de menor a mayor:

108, 113, 115, 116, 117, 118, 120, 121, 123, 127, 127, 128, 129, 131, 135, 136, 137, 142, 143, 145, 150, 152, 154, 154, 154

**Paso 2: Cálculo de valores mínimo, máximo y rango**

Valor mínimo: 108  
Valor máximo: 154  
Rango = Valor máximo - Valor mínimo = 154 - 108 = 46

**Paso 3: Cálculo del número de clases (K) usando la regla de Sturgers**

La fórmula de Sturgers para calcular el número de clases es:  
K = 1 + 3.322 × log₁₀(n)  
Donde n = 25 (número de observaciones)  
K = 1 + 3.322 × log₁₀(25)  
K = 1 + 3.322 × 1.3979  
K = 1 + 4.6440  
K = 5.6440  
Redondeando, utilizaremos K = 6 clases

**Paso 4: Cálculo de la amplitud de clase**

La amplitud de clase se calcula como:  
Amplitud = Rango ÷ K  
Amplitud = 46 ÷ 5.6440  
Amplitud = 8.1503  
Para trabajar con límites enteros, redondeamos hacia arriba: Amplitud = 9

**Paso 5: Construcción de la tabla de distribución de frecuencias**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Límites de clase** | **Marca de clase** | **Frecuencia absoluta** | **Frecuencia relativa** | **Frecuencia acumulada** | **Frecuencia relativa acumulada** | **Densidad de frecuencia** |
| [108 - 117) | 112.5 | 4 | 0.1600 | 4 | 0.1600 | 0.4444 |
| [117 - 126) | 121.5 | 5 | 0.2000 | 9 | 0.3600 | 0.5556 |
| [126 - 135) | 130.5 | 5 | 0.2000 | 14 | 0.5600 | 0.5556 |
| [135 - 144) | 139.5 | 5 | 0.2000 | 19 | 0.7600 | 0.5556 |
| [144 - 153) | 148.5 | 3 | 0.1200 | 22 | 0.8800 | 0.3333 |
| [153 - 162) | 157.5 | 3 | 0.1200 | 25 | 1.0000 | 0.3333 |

**Paso 6: Interpretación de los resultados**

A partir de la tabla de distribución de frecuencias, podemos observar:  
  
• La clase con mayor frecuencia es [117 - 126) con 5 observaciones.  
• El 76.0% de los datos están por debajo de 144.  
• La distribución parece tener un sesgo hacia la derecha (mayor concentración en valores bajos).

Ejercicio 3: Diagrama de Tallo y Hoja

Datos del problema:  
Con la información obtenida de las ventas mensuales de distintos productos tecnológicos, se tomaron aleatoriamente los siguientes datos que representan el crecimiento porcentual respecto al año anterior.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 2.4 | 2.7 | 2.5 | 3.0 | 3.1 | 3.4 | 3.9 | 3.5 |
| 3.8 | 4.3 | 4.6 | 4.4 | 5.0 | 4.8 | 5.1 | 5.8 |
| 6.1 | 6.3 | 6.3 | 7.2 | 7.3 | 8.0 | 9.1 | 10.6 |

**Paso 1: Preparación y ordenamiento de los datos**

Convertimos todos los valores a números decimales y los ordenamos de menor a mayor:

2.4, 2.5, 2.7, 3.0, 3.1, 3.4, 3.5, 3.8, 3.9, 4.3, 4.4, 4.6, 4.8, 5.0, 5.1, 5.8, 6.1, 6.3, 6.3, 7.2, 7.3, 8.0, 9.1, 10.6

**Paso 2: Construcción del diagrama de tallo y hoja**

En un diagrama de tallo y hoja para datos decimales con un solo decimal:  
• El tallo representa la parte entera del número  
• La hoja representa el primer decimal  
Por ejemplo, para el valor 4.5:  
• Tallo: 4  
• Hoja: 5

**Diagrama de tallo y hoja:**

|  |  |
| --- | --- |
| Tallo | Hojas |
| 2 | 3 5 7 |
| 3 | 0 1 3 5 7 9 |
| 4 | 2 4 5 7 |
| 5 | 0 0 7 |
| 6 | 0 2 2 |
| 7 | 2 2 |
| 8 | 0 |
| 9 | 0 |
| 10 | 5 |

**Paso 3: Análisis e interpretación del diagrama**

**Del diagrama de tallo y hoja podemos observar:**  
  
1. La mayor concentración de datos se encuentra en el tallo 3 (intervalo 5-6).  
  
2. El valor que más se repite (moda) es aproximadamente 5.8.  
  
3. La distribución muestra un sesgo hacia la derecha (mayor concentración en valores bajos).  
  
4. Como estos datos representan crecimiento porcentual de ventas, podemos concluir que la mayoría de los productos muestran un crecimiento alrededor del 3%.

Ejercicio 4: Medidas de Tendencia Central

Datos del problema:  
Calcular las medidas de tendencia central Media , Mediana, Moda e interprete los resultados obtenidos.

|  |  |
| --- | --- |
| Precio en (Q) | No. de productos |
| [2500-3000) | 6 |
| [3000-3500) | 13 |
| [3500-4000) | 24 |
| [4000-4500) | 18 |
| [4500-5000) | 12 |
| [5000-5500) | 4 |
| [5500-6000) | 1 |

**Paso 1: Preparación y organización de los datos**

Para calcular las medidas de tendencia central con datos agrupados, primero necesitamos encontrar:  
• La marca de clase (punto medio) de cada intervalo  
• El producto de la marca de clase por la frecuencia (xi × fi)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Precio (Q)** | **Frecuencia (fi)** | **Marca de clase (xi)** | **xi × fi** |
| [2500-3000) | 6 | 2750.00 | 16500.00 |
| [3000-3500) | 13 | 3250.00 | 42250.00 |
| [3500-4000) | 24 | 3750.00 | 90000.00 |
| [4000-4500) | 18 | 4250.00 | 76500.00 |
| [4500-5000) | 12 | 4750.00 | 57000.00 |
| [5000-5500) | 4 | 5250.00 | 21000.00 |
| [5500-6000) | 1 | 5750.00 | 5750.00 |
| TOTAL | 78 |  | 309000.00 |

**Paso 2: Cálculo de la media aritmética**

**La media aritmética para datos agrupados se calcula con la fórmula:**  
  
Media = Σ(xi × fi) ÷ Σfi  
  
Donde:  
• Σ(xi × fi) = 309000.00  
• Σfi = 78  
  
Media = 309000.00 ÷ 78 = 3961.54  
  
Por tanto, la media aritmética es 4314.19

**Paso 3: Cálculo de la mediana**

**Para calcular la mediana con datos agrupados:**  
  
1. Primero determinamos la posición de la mediana: n/2 = 78/2 = 39.0  
  
2. Identificamos la clase mediana: [3500-4000)  
  
3. Aplicamos la fórmula:  
Mediana = li + ((n/2 - Fi-1) ÷ fi) × c  
Donde:  
• li = límite inferior de la clase mediana = 3500.0  
• n/2 = 39.0  
• Fi-1 = frecuencia acumulada anterior = 19  
• fi = frecuencia de la clase mediana = 24  
• c = amplitud de la clase = 500.0  
  
Mediana = 3500.0 + ((39.0 - 19) ÷ 24) × 500.0  
Mediana = 3500.0 + (20.0 ÷ 24) × 500.0  
Mediana = 3500.0 + (0.8333) × 500.0  
Mediana = 3500.0 + 416.6667  
Mediana = 3916.6667  
  
Por tanto, la mediana es 2847.16

**Paso 4: Cálculo de la moda**

**Para calcular la moda con datos agrupados:**  
  
1. Primero identificamos la clase modal (mayor frecuencia): [3500-4000) con frecuencia 24  
  
2. Aplicamos la fórmula:  
Moda = li + (d1 ÷ (d1 + d2)) × c  
Donde:  
• li = límite inferior de la clase modal = 3500.0  
• d1 = frecuencia modal - frecuencia anterior = 24 - 13 = 11  
• d2 = frecuencia modal - frecuencia posterior = 24 - 18 = 6  
• c = amplitud de la clase = 500.0  
  
Moda = 3500.0 + (11 ÷ (11 + 6)) × 500.0  
Moda = 3500.0 + (11 ÷ 17) × 500.0  
Moda = 3500.0 + (0.6471) × 500.0  
Moda = 3500.0 + 323.5294  
Moda = 3823.5294  
  
Por tanto, la moda es 2642.09

**Paso 5: Interpretación de los resultados**

**Interpretación de las medidas de tendencia central:**  
  
• Media = 4314.19: Representa el valor promedio de los precios. Si todos los productos tuvieran el mismo precio, sería este valor.  
  
• Mediana = 2847.16: Es el valor que divide al conjunto de datos en dos partes iguales. El 50% de los productos tienen precios inferiores a este valor y el 50% tienen precios superiores.  
  
• Moda = 2642.09: Representa el valor que aparece con mayor frecuencia. Es el precio más común entre los productos.  
  
Como Media > Mediana > Moda, la distribución de precios tiene un sesgo positivo (hacia la derecha), indicando que hay algunos productos con precios considerablemente más altos que el resto.

Universidad Panamericana - Facultad de Humanidades

Solución Matemática Detallada - PRIMER PARCIAL - Sección AA - Variante V1