統計検定を理解せずに使っている人のために I

池田郁男

東北大学大学院農学研究科

このセミナーは、平成24年5月に開催された日本栄 養・食糧学会の教育講演「栄養学・食糧学のための実践 統計検定法 | をもとに講演内容に沿って記述する. この 講演は好評を得て、その後、お茶の水女子大学SHOKU-IKUプログラム特別講演会(平成24年6月)および平成 24年度日本農芸化学会西日本支部および日本栄養・食 糧学会九州・沖縄支部合同大会(平成24年9月)での特 別セミナーで講演した. 講演だけでは言葉足らずであっ た部分は、より詳しい内容を加えている。私は統計の専 門家ではないので、話の内容は基本的に多くの統計書の 受け売りであることをお許しいただきたい、実験研究に 携わる研究者や学生にとって多くの統計書はわかりにく く, 統計書を読むことは多大の苦痛を伴い, 挫折するこ ともしばしばである. そこで、本セミナーでは、実験研 究者の視点から、どうすれば研究者が理解しやすいかを 重点的に考えたつもりである.

世界レベルの研究を行っている研究者が、用いている統計検定の基本をわかっていなくてよいはずがない。統計を利用している研究者は必ずしも難しい統計理論の理解を必要としているわけではなく、学会や学術論文で文句を言われない適切な検定法が選べればよいのである。統計が理解できていない場合、自分の研究と似かよった研究論文の統計検定をまねて検定を行っている場合もあるかもしれない。しかし、出版されている論文が正しい統計検定法を用いているかというと必ずしもそうではな

く、不適切な検定法の論文も少なからず存在する. impact factorの高いジャーナルの論文でも、これでよいのかと思われるような統計検定法が見受けられる. 論文編集委員や査読者に統計の知識が乏しいと、不適切な統計検定法のまま雑誌に掲載される. このようなことが繰り返され、間違った統計検定法が世界中で横行することとなる.

研究で必要とされる統計検定法は多様であり、研究者がすべてを修得することは困難である。だからといって、統計書で自分が必要とする統計検定法の部分のみを読んでも、理解できない場合が多い。仕方なく、基礎統計学を読んでみるが今一つピンとこないために挫折することになる。というのが、私が何度もたどった道である。この原因は、統計学の基本中の基本がわかっていないことに集約されると、今の私は考える。統計学の基本中の基本がわかっていない人とは、標準偏差(SD)と標準誤差(SE)を自分の測定したデータのバラツキとしか理解していない人である。本セミナーはこのような方が読むには最適である。

筆者は、食品機能学および栄養化学を専門としており、培養細胞や試験管内試験、および、動物飼育試験での群間比較を多用している。多様な統計検定法をすべて網羅してしまうと、一般的な統計書と同様、難解になってしまう可能性がある。そこで、本セミナーでは私自身が研究において最低限必要と考える項目に絞り、できる

連載開始にあたって:研究者のためのわかりやすい統計学

統計学.... 実験データの解析には必須のものではあるが、何となく難しく、心を入れ替えて勉強し直しても、いつも途中で挫折してしまう。そのような読者が多いのではないだろうか。私事で恐縮であるが、私もその一人である。比較的わかりやすく書かれている統計学の書籍もあり、おおよその考え方は理解したつもりになっているし、パーソナルコンピューターを利用する統計パッケージソフトが利用できるため、何とかデータ解析はできるものの、正しく利用できているか否か、いつも不安がつきまとっている

第66回日本栄養・食糧学会(平成24年5月,東北大学)の教育講演で東北大学大学院農学研究科の池田郁男教授が「栄養学,食糧学研究のための実践的統計検定法」と題する講演をされた。会場は超満員で、多くの研究者、学生が

統計学に関心をもち、正しく利用したいと考えていることがうかがわれた. 講演は、難しい数式を極力排し、実践に必要な知識に絞り込んで、まさにポイントを押さえた形でテンポ良く進められた. 1時間という講演時間が短く感じられたが、満足感は大きかった. その後も池田教授のもとには、いくつかの学会や研究会から講演依頼があったと聞いている

本セミナーでは、その時のご講演をもとに、さらにわかりやすくするための加筆をしていただき、誌上で再現していただいた。統計解析に悩む多くの研究者およびこれから研究を始めようとしている学生諸君に、データ解析の際に参考にしていただけることを確信している。

(米谷 俊,近畿大学農学部食品栄養学科)

だけ簡潔に記述することとする.

本セミナーでは講演で使用したスライドを図として挿 入する.本文を読むにあたって、まず、その項目の図の 内容をざっと眺めることをお勧めする.

本セミナーでは、以下の項目について言及する.

- ・母集団を意識しているか?
- ・標準偏差(SD)と標準誤差(SE)の意味は何か? 何を表現しようとしているのか?
- 正規性の検定、等分散性の検定は必要か?
- ・帰無仮説, 危険率の意味とは?
- ・パラメトリック検定(t検定)とノンパラメトリック検定(Wilcoxon順位和検定)の原理
- ・パラメトリック検定とノンパラメトリック検定はど ちらを選ぶべきか?
- ・片側検定と両側検定のどちらを用いるべきか?
- 一元配置分散分析と多重比較法
- ・二元配置分散分析と群間比較
- ・実験計画を立てるうえで、統計検定法を理解することはなぜ重要か?

統計が重要であることはわかっているが…(図1)

多くの研究者は統計検定法を日常的に利用しており、統計が重要であることを否定する人はいないであろう. 大学では基礎統計学程度は履修したかもしれないが、ほとんど役に立っていないのが現状ではないだろうか?研究室で伝統的に用いている統計検定のアプリを、教わるがままに使っている学生諸君も多いかもしれない.ま た、たとえば、自分の研究発表ではデータ表示に標準誤差(SE)を用いているが、別の研究発表では標準偏差(SD)を用いている。2つの研究はよく似ており、なぜ研究室によってSEだったりSDだったりするのか?といった疑問は誰にでも出てくるはずであるが、それに的確に答えられる人は少ない。このような疑問を解くために統計書を紐解いても計算方法はわかるが、それらの意味することが今一つ納得できない人も多いであろう。また、投稿論文や学会発表で、統計が間違っていることを指摘された経験をお持ちの研究者もいらっしゃるかもしれない。統計が不適切であると、研究室の質を問われることになりかねないことから、事態は深刻である。さらに、統計検定法を理解することは、実験結果の処理のためだけでなく、実験計画を立てるうえでも重要である

統計検定は日常的に利用しているが、意味がよくわからない。

標準偏差(SD)も標準誤差(SE)もデータのバラツキと思っている?? では、SDとSEの違いは何?? 自分の所属する研究室はSEを使っているのに、別の研究 室はSDを使っている。何故??

統計を勉強したことがあるが挫折した。 統計の本を読んでもよく理解できない。

統計が間違っていると指摘されたことがある。 論文の統計が不適切だと、研究室の質を問われる!

図1■統計が重要であることはわかっているが…

化学と生物 Vol. 51, No. 5, 2013

ことを認識すべきである.場合によっては,有意差の得られやすい実験系を組むことも可能となる.また,統計検定法を理解すれば,統計が万能ではないことも理解できる.

母集団と標本の違いを理解する(図2)

何を今更と思われる方もいらっしゃるかもしれないが、研究者が母集団と標本の違いを無意識にでも意識していなければ、統計を何もわかっていないと言われても 仕方がない.

試験例を図2に示しているが、ラットを2群に分け (たとえば、6匹対6匹)、試験食を与えた群で対照食群 に対して、ある項目に有意差があったとする. このよう な群間比較を行う研究において、ほとんどの研究者はこ の試験結果が6匹だけで起こるのではなく、世界中の同 じ系統のラットを用いて同じ試験を行っても、同様の結 果が得られることを期待しているはずである. 多くの基 礎研究は母集団で実験するのではなく,標本で実験して いる. 母集団とは、同じ食事条件を用いて試験した世界 中の同系統のラットを意味する(そのような母集団は実 際には存在しないが). 研究者は世界中のラット (母集 同)を用いて試験することはできないので、母集団から 標本として6匹のラットを抽出して試験している. すな わち、多くの研究者は標本のデータしか得ることはでき ないが、標本のデータから母集団を推定することを目的 として研究しているのである. これは極めて重要な概念 である。皆さんはこの概念を意識しているであろうか? この概念をもっていなければ、研究はただの独りよがり に陥る. なお、細胞試験や試験管内試験でも考え方は全 く同じであり、母集団、標本の概念はもたなければなら ない.

ここで,後々出てくるので母集団を定義する.母集団 (たとえば,世界中のラット) の総数をN,ある測定項目の総平均値は母平均と呼び μ ,そのバラッキ方を表す母分散を σ^2 とする(母分散 σ^2 については後述する).なお,母集団から取り出した標本数(ここでは6匹)はnと表記する.

データの特徴をつかむ一差があるかどうかをどう判断するのか? (図3)

実験している者にとって、データの特徴をつかむことは重要である。たとえば、図3左上の棒グラフは2群の平均値である(各群6匹)。A群とB群間で差があるかどうかは、個人個人で判断が分かれるはずである。それ

母集団と標本の違いを理解する。

ラットを2群に分け(たとえば、6匹 対6匹)、試験食を与えた群で、対照群に対して、ある項目に有意差があるとする。

研究者は、この試験結果が6匹だけで起こるのではなく、世界中の同じ系統のラットを用いて行っても、同様な結果が得られることを期待しているはずである。

母集団とは、世界中の試験食を摂取した同系統 のラットを意味する。

研究者は世界中のラットを用いて試験することは出来ないので、標本として6匹のラットを用いて試験している。

母集団 (ある食餌を食べて いるラット) 母平均 μ 数 **N** 母分散 σ²

研究者は、<mark>標本の実験から母集団を推定する</mark>ことを目的とし て研究している。→極めて重要な概念!

図2■母集団と標本の違いを理解する

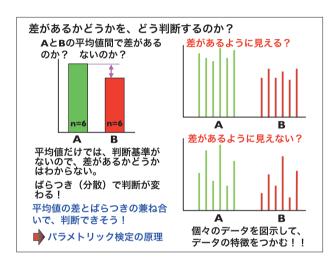


図3 ■ データの特徴をつかむ

は判断基準*1 が設定されてないからである. そこで, スライド右側上下の2つの棒グラフを見てほしい. A, B の個々のデータを棒グラフにしている. 右上のグラフを見ると, データはよく揃っており A群とB群間に差があるように見える. ところが, 右下のグラフはデータがバラバラであり, 差があるようには見えない. しかし, いずれのグラフも平均値を取ると左上のグラフとなる.

ここで重要なポイントが見えてくる。差の有無の判断は、平均値の差だけでなく、バラツキ方で変わるということである。すなわち、<u>差の有無は平均値の差とバラツキの兼ね合いで判断できそう</u>である。この考え方こそが、後に出てくるパラメトリック検定の原理である。

もう一つの重要なポイントは、個々のデータを図示す

^{*1}たとえば、2つの平均値に10%の差があったら、差があると判断しようという判断基準である。そのような判断基準を客観的に決めることは無理である。

るとデータの特徴がつかめることである。平均値と標準 誤差(標準偏差)だけを図示するのではなく、図3右側 にあるように、個々のデータも図示することをお勧めす る。

パラメトリック検定とノンパラメトリック検定 (図4)

統計検定には大きく分けてパラメトリック検定とノンパラメトリック検定の2つがある(図4). 多くの研究者はパラメトリック検定しか利用していないが、ノンパラメトリック検定も大いに利用する価値のある検定法である

パラメトリック検定は母集団のデータの分布が正規分布と仮定されている(図4の右の2つのグラフ*²). 一方, ノンパラメトリック検定は母集団の分布に仮定がない(図4のすべてのグラフ). 注意してほしいのは, ノンパラメトリック検定には母集団が正規分布している場合も含まれることである. すなわち, ノンパラメトリック検定のほうが応用範囲は広い. 詳しくは次回に記述する.

正規性の検定(図5)

パラメトリック検定は母集団が正規分布していることが前提である。正規分布しているかどうかは正規性の検定*3を行えば知ることができる。しかし、図5の右側の図にあるように、標本数nが6程度では正規分布しているかどうかは見た目ではわからない。正規分布しているかどうかは、少なくともnは30以上は必要と言われている。標本数が少ないと、正規性の検定では正規分布と判断される場合が多い(これは、正規性の検定の数式に当てはめると正規分布と判断されるだけであって、本当に正規分布していることを意味しない)。これらのことを考慮すると、正規性の検定で正規分布と判断されたからといって、パラメトリック検定にこだわる必要はなく、ノンパラメトリック検定を行っても問題はないと考えられる。

母集団のバラツキ方はどのように計算するのか? (図6)

数値のバラツキ方を表す言葉に分散がある. 分散の計

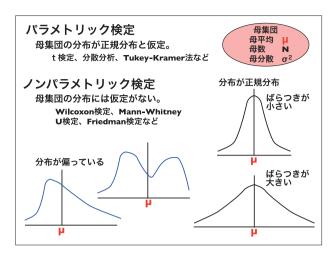


図4 ■ パラメトリック検定とノンパラメトリック検定

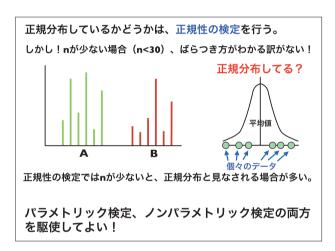


図5 ■ 正規性の検定

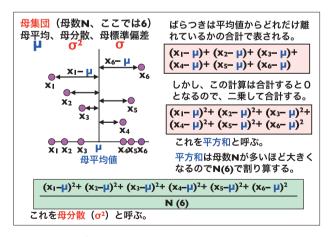


図6 ■ 母分散 σ² の計算法

算をご存知の方は多いと思うが、重要なポイントを含む ので再確認と思って読んでほしい.

まずは、母集団での分散(母分散 σ^2)である。母集団 の総数Nは相当に多い数であるが、わかりやすくするた

^{*2}正規分布は統計書やネット上でいくらでも見ることができるので参照して欲しい. なお, 本セミナーのすべての図は筆者が模式的に描いたもので必ずしも正確なものではない.

^{*3}正規性の検定はこのセミナーでは詳しく述べない.

め図6ではN=6としている。個々のデータは x_1 から x_6 で表している。その平均値は母平均 u である。図6中、 左のグラフを見て欲しい. データのバラツキは、母平均 μ からどれくらい離れているかで表すことができるの で、たとえば、データ x_1 のバラツキは $(x_1 - \mu)$ で表す ことができる。6つのデータすべてでこれを計算し合計 すれば、バラツキの総和を求めることができる(図6右 上の計算式). しかし、個々のデータは μ よりも大きい 場合と小さい場合があるので、μ を引くとプラスとマイ ナスが生じ、この総和はゼロになることは説明しなくて もわかるはずである. ゼロではバラツキは求められない ので、二乗(平方)して足すことに決まっている(図6 右中段). 平方して足すので平方和と呼ばれる. 平方和 は母数Nが多くなれば多くなるほど大きくなるので、N(ここでは6)で割り算してやると、分散を求めること ができる (図6下の計算式). これを母分散と呼び σ^2 で 表す、母分散は母集団のデータのバラツキ方を表す指標 であるが、データから平均値を引いた後、平方して足し ているので、言うなれば (バラツキ)2 を表している.

母標準偏差とは何か? (図7)

母分散 σ^2 の計算式からわかるように、 σ^2 は平均値とは単位(次元)が異なっており、平均値と直接比較ができない、そこで、次元を揃えるために母分散 σ^2 をルートし σ とする。この σ を母標準偏差と呼ぶ、先に、 σ^2 を(バラツキ)² と表したが、これをルートすることで得られた σ が(バラツキ)を表すこととなる。多くの統計書では、単に標準偏差と書かれていることがあり、後で出てくる標本標準偏差や不偏標準偏差と混乱する場合があることから、本セミナーでは、母標準偏差、標本標準偏差、不偏標準偏差を明確に区別することとする。

 σ^2 および σ はデータが大きくばらつけば、当然大きな値となる。正規分布図は σ が大きければ、裾野が大きく広がることになる(図7下の正規分布グラフ参照).

母集団から標本 n 個を取って実験を行う場合(図8)

動物試験や試験管内試験などの基礎研究では母集団で 実験することはほとんどない、そこで、母集団から標本 n個を取り出して実験することとなる。動物実験ではブ リーダーから購入して、ある食餌を与えたラットが標本 に相当する、その平均値(標本平均)を X_m と表す(図 8)

重要なので再度述べるが、通常の群間比較研究におい

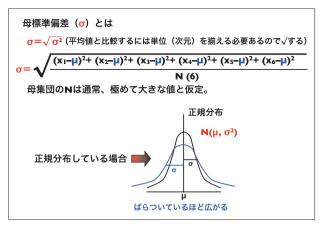


図7■母標準偏差 σ

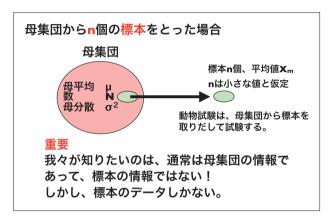


図8 ■ 母集団から標本 n 個を取って実験を行う場合

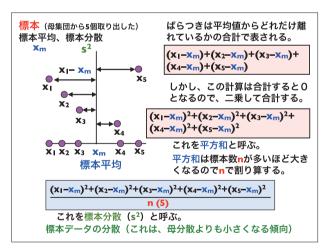


図9 ■ 標本分散 s² の計算法

て、<u>われわれが知りたいのは、多くの場合、母集団の情報であって標本の情報ではない</u>. しかし、得られるのは標本の情報のみである! このポイントをもう一度頭に入れて欲しい.

標本データのバラツキ方はどのように計算するのか? (図9)

図9にあるように、母集団から取り出した標本数をn=5とする。 $(バラッキ)^2$ の計算方法は母集団の場合(図6)と全く同じであり、N=6がn=5に変わったのみである。すなわち、平方和をnで割ると計算できる(説明は割愛するが、図9を見てほしい)。母集団の場合は母分散であったが、今回は標本データであるから、標本分散と呼び。 s^2 で表す。

標準偏差とは何か? (図10,11)

当然のことながら、標本分散 s^2 は標本の(バラツキ) 2 である。標本のバラツキ方を知りたいのであればこの計算でよい *4 . 標本の(バラツキ)を知りたければ、標本分散 s^2 をルートして、s を求めればよい(図10の上式)。このs を標本標準偏差と呼ぶ。しかし、群間比較研究を行う多くの研究者が知りたいのは、標本分散や標本標準偏差ではないはずである。研究者は母集団の(バラツキ) 2 、すなわち母分散 σ^2 および母標準偏差 σ を知りたい(推定したい)のである。標本分散は、母分散と同じではなく、母分散よりも少し小さな値となることが実践的にも、理論的にもすでに知られており、母分散を推定するためにはnではなく、n-1で割り算すると丁度よいことがわかっている *5 . ここで、n-1は自由度と呼ばれる *6 . すなわち、nで割ると標本分散がわかり、自由度n-1で割ると母分散を推定できるのである *4 .

本セミナーでは、n-1で割った分散を不偏分散と呼び u^2 で表し、標本分散 s^2 と区別することとする(図 10の下側). (統計書を読む場合、不偏分散と標本分散を明確に区別しておかないと混乱する。また、本によっては、不偏分散を標本分散と記述している場合があり、混乱に拍車をかける。)

母分散を推定する不偏分散 u^2 のルートがuであり, 不偏標準偏差と呼ばれる.不偏標準偏差uこそが.母集

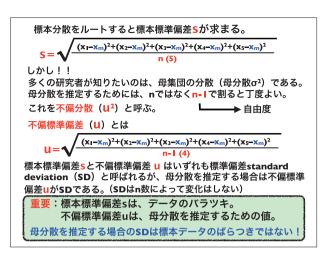


図10 ■ 標本標準偏差と不偏標準偏差

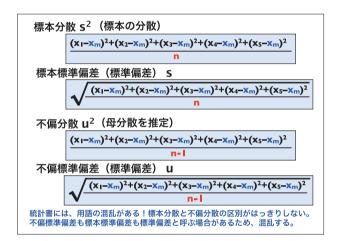


図11 ■ 分散と標準偏差のまとめ

団のバラツキを推定したい研究者が一般的に用いる標準偏差(standard deviation; SD)である(統計書では、不偏標準偏差と呼ばず、単に標準偏差と記述されている場合が多い)。このu(すなわちSD)を標本データのバラツキと思っている方が多いのではないか? それは間違っている.

ところで、実は先に述べた標本標準偏差sもまた標準偏差と呼ばれるため、混乱する原因となっていることから、統計書を読む際には注意を要する。母集団を推定する場合は、n-1で割った不偏標準偏差が正しい $*^7$. 一方、標本標準偏差sは、標本データのバラツキを意味している。Excelの関数では、不偏標準偏差はstdevであり、標本標準偏差はstdevであるので、間違わないように注意しなければならない。

標本分散,標本標準偏差,不偏分散,不偏標準偏差を

^{*&}lt;sup>4</sup>たとえば、あるブリーダーから購入したWistarラット6匹の血清コレステロール濃度がどれくらいばらついているかを知りたい場合は標本分散でよい.しかし、そのブリーダーが所有するWistarラット全体の血清コレステロール濃度のバラツキを推定したければ、不偏分散を計算すべきである.

^{*5}実際に正規分布する母集団から標本を取ることを何度も繰り返して、標本分散を計算してみると母分散よりも小さくなるのである。また、理論的に計算で求めることができるので、興味があれば『バイオサイエンスの統計学』(南江堂)を読んで欲しい(1).

^{*6}自由度の定義は多くの統計書に記載されているのでお読みいただきたい. 私自身は,統計書の自由度に関する記載内容はわかるものの,その本質を十分には理解できていない.

^{*7}不偏標準偏差を標本標準偏差と記述した本もあり、さらにさらに混乱する.

まとめて、図11に記載する. この区別をしっかり認識し、統計書の混乱した記述に惑わされないことが肝要である.

平均値±SDは何を意味しているのか?(図12)

母平均 μ と母標準偏差 σ を推定したい場合,標本データの平均値 X_m は母平均 μ を推定する値と位置づけられる。また,すでに述べたようにSDは母標準偏差 σ を推定している。平均値 $X_m \pm SD$ の範囲は,図12にあるように,正規分布する母集団のデータの68%が存在することが期待される範囲を示している。また, $X_m \pm 2SD$ では,正規分布する母集団のデータの96%が存在することが期待される範囲を示している。

研究者は平均値±SDで何を表現したいのか?(図 13)

平均値 \pm SDは平均値から母平均 μ を、SDから母標準偏差 σ を推定していることから、『らくらく生物統計学』(中山書店)によると、研究者は母平均 μ を推定したいのは当然として、さらに、母集団のデータのバラツキにも同様に関心があるはずであると述べている⁽²⁾、SDを用いている研究者の皆さんは、母集団のデータのバラツキに関心をもって平均値 \pm SDを用いているであるうか?もし、平均値にしか興味がなければ、SDよりもSEを用いたほうがよいかもしれない(SEは次回に登場し、SDとSEの違いをより明確にする).

測定誤差はどうなるのか? (図14)

実験データには測定誤差が必ず含まれる.しかし、統計は測定誤差を配慮してくれない.当たり前である.個人個人の分析能力を判断してくれる統計検定などあるはずがない.測定誤差の大きいデータは、統計検定をするに値しない.たとえば、図14下段の左右の棒グラフが、同じ試料を別々の人が測定した結果であったら、どうであろうか? どちらが正しいのかは、神のみぞ知るである.残念ながら、このようなことは研究の現場ではよく起こる.長年の個人的経験から言うと、少なくとも研究室に入ったばかりの学生の多くは、教員(研究者)が思っているよりも定量分析能力は低い.しかも、彼らは自分の定量能力を知らない.どれだけ長く学生実験をやっていても、定量性を高めようという意識と訓練がなければ、定量能力はあまり高くならない.定量分析能力を知るためには、ある一連の測定値を再測定させて、1

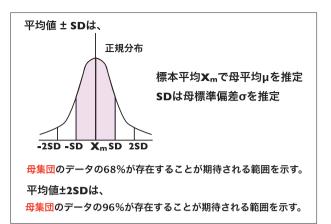


図12 ■ 平均値± SD は何を意味しているのか?

研究者はSDで何を表現するのか?

研究者は母平均μと母標準偏差σに関心があるはず。

SDを用いている研究者の皆さん! 母標準偏差σに関心がありますか?

もし母平均µだけに関心がある場合は、標準誤差 (SE)を用いても何の問題もない。

標準誤差(SE)は次回に記載します。

らくらく生物統計学:中山書店

図13 ■ 研究者は平均値±SDで何を表現したいのか?

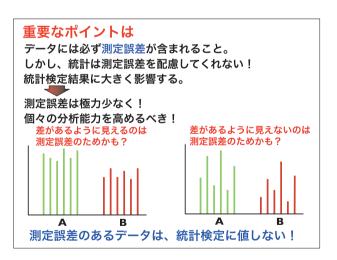


図14 ■ 統計検定は測定誤差を考慮しない!

回目と2回目の測定データの相関を取らせるのがよい. 一般的な分析で、相関係数0.99程度でy=xの直線上に乗れば、分析能力は高いと判断できる $*^8$. いずれにしても、正しい統計検定結果を得るためには、測定誤差を極

力少なくする努力が必要である. 特に,分析能力の低い 学生諸君の分析能力を高めることが,正しい研究結果や 統計検定結果を得るために重要であることは,言うまで もない.

おわりに

次回は、パラメトリック検定およびノンパラメトリック検定の基礎について述べる。パラメトリック検定では、標準誤差(SE)が登場し、SDとの違いを明確にする。本セミナーを書くにあたっては多くの統計書にお世話になった。特に、文献に挙げた本は、比較的わかりやすく書かれている(1~4).

汝献

- 1) 市原清志: "バイオサイエンスの統計学", 南江堂, 1990.
- 2) 足立堅一: "らくらく生物統計学", 中山書店, 1998.
- 3) 石村貞夫: "すぐわかる統計処理", 東京図書, 1994.
- 4) 石村貞夫: "すぐわかる統計解析", 東京図書, 1993.

プロフィル



池田 郁男 (Ikuo IKEDA)

<略歴>1975年九州大学農学部食糧化学工学科卒業/九州大学大学院農学研究科博士後期課程修了、農学博士、九州大学農学部助手、助教授を経て2005年より東北大学大学院農学研究科教授<研究テーマ>食品成分および栄養素の肥満、動脈硬化症予防作用に関する研究、ステロール吸収機構に関する研究<趣味>バドミントン



米 谷 俊 (Takashi KOMETANI)

< 哈歷>1980年京都大学大学院農学研究科修士課程修了(食品工学専攻)/同年江崎グリコ(株)入社(研究所配属)/1994年京都大学農学博士/2000年江崎グリコ(株)中央研究所所長/2007年江崎グリコ(株)健康科学研究所所長/2009年江崎グリコ(株)研究本部技術参与/2012年近畿大学農学部食品栄養学科教授<研究テーマ>食品成分による生活習慣病の改善、胎生期の栄養が成長後の健康に及ぼす影響

^{**}リアルタイム PCR のように超微量のサンプリングを要する分析で、このような高い相関係数が得られたら、天才的分析能力の持ち主かもしれない.