

# Descrete $p$ -dispersion problem

Tilen Klinc, Janez Podlogar

27. november 2022

## 1 Opis problema

Obravnavamo problem izbire  $p$  točk iz nabora  $n$  točk v nekem prostoru tako, da je minimalna razdalja med izbranimi točkami maksimizirana. Cilje je izbrati točke tako, da so čim bolj “razpršene”. Problem se pojavi v kontekstu logistike, ko je bližina poslopji nezaželjena.

Primer je izbira lokacij raketnih silosov. Če so silosi skoncentrirani na enem območju, jih lahko nasportnik uniči z enim napadom. Dlje kot so silosi med sabo, manjše so možnosti, da bo nasportnik uničil vse z enim napadom. “Dobra” lokacija silosov torej odvira od napada, saj bo v primeru, ko z enim napadom ne more uničiti vseh silosov, deležen protinapada. V tem kontekstu je problem posplošitev reka “ne nosi vseh jajc v eni košari”.

Drugi primer je lokacija franšiznih restavracij v mestu. Odločevalci imajo na voljo  $n$  lokacij za najem, želijo pa si jih odpreti  $p$ . Ne želijo si odpreti dveh restavracij v bližini, saj bi si delili isti bazen strank. Skupna prodaja bo višja, če so restavracije “dobro razpršene” po mestu.

Omenimo, da bi v primeru raketnih silosov pride v poštev evklidska razdalja, v primeru restavracij pa razdalja po mestnih ulicah. A na naše reševanje problema metrika ne bo vplivala.

## 2 Formalizacija problema

Za lokacije imamo podano lokacije  $I = \{1, 2, \dots, n\}$  in matriko  $D \in \mathbb{R}^{n \times n}$ , kjer nam  $d_{ij} \in D$  pove razdaljo med lokacijo  $i$  in lokacijo  $j$ . Brez škode za splošnost predpostavimo, da je matrika  $D$  simetrična in da so njeni ne diagonalni elementi strogo pozitivni. Rešujemo optimizacijski problem

$$\begin{aligned} \max f(U) \\ \text{p.p. } f(U) &= \min\{d_{ij} \mid i, j \in U \text{ in } i \neq j\} \\ U &\subseteq I \\ |U| &= p. \end{aligned}$$

## 3 Načrt dela

Predstavlja bova “Kuby”[1] formulacijo optimizacijskega problema in kompaktno linearno formulacijo problema opisano v “Sayah in Irnich”[2].

Problem bomo reševali minimizacijo v dani smeri oziroma *line search* in z zgoraj omenjenim kompaktnim linearnim programom v katerega bomo vključili spodnje in zgornje omejitve problema [2]. Oba algoritma bomo primerjali na naključno generiranih točkah v ravnini.

Algoritme bova implementirana v programskem okolju **Sage**. V primeru, da bo **Sage** pretežak se bova zanesla na **R** in knjižnico **lpSolve** ali pa na **Python** in paket **SciPy**.

## Literatura

- [1] Michael J Kuby. Programming models for facility dispersion: The p-dispersion and maxisum dispersion problems. *Geographical Analysis*, 19(4):315–329, 1987.
- [2] David Sayah and Stefan Irnich. A new compact formulation for the discrete p-dispersion problem. *European Journal of Operational Research*, 256(1):62–67, 2017.