

Formelsammlung – Signale und Systeme

bei Prof. Thao Dang

Tim Hilt

3. Februar 2019

Inhaltsverzeichnis

1	Grundlagen	2
2	LTI-Systeme	4
3	Fourierreihen	6
4	Fouriertransformation, Laplacetransformation	7
5	Faltung	8
6	Filter und Übertragungsfunktionen	9
7	Bode-Diagramm	11
8	Anhang	12
A	Tabellen aus Buch von Prof. Koch und Prof. Stämpfle	12
B	Impulstabelle zu FT aus Vorlesung	18
C	Werte Si-Funktion	19

1 Grundlagen

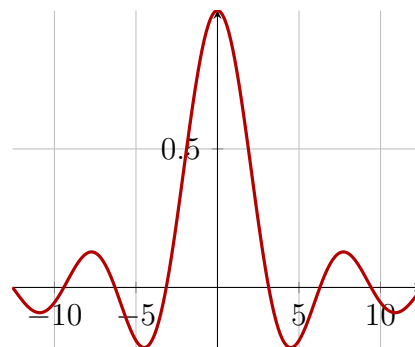
Eigenschaften Allgemeine Cosinusfunktion

$$f(t) = A \cos(\omega \cdot t + \varphi)$$

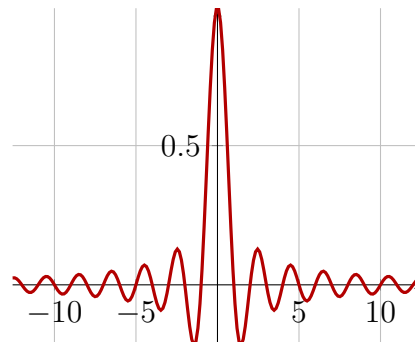
$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad ; \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

si(x)- und sinc(x)-Funktionen

$$\text{si}(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x)}{x} & x \in \mathbb{R} \setminus 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases}$$



$$\text{sinc}(x) = \begin{cases} \frac{\sin(\pi x)}{\pi x} & x \in \mathbb{R} \setminus 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases}$$



Betrag einer komplexen Zahl

$$Z = a + jb$$

$$|Z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Winkel einer komplexen Zahl

$$\arg(Z) = \varphi = \begin{cases} \arctan\left(\frac{y}{x}\right) & \text{für } x > 0, y \text{ bel.} \\ \arctan\left(\frac{y}{x}\right) + \pi & \text{für } x < 0, y \text{ bel.} \\ \frac{\pi}{2} & \text{für } x = 0, y > 0 \\ -\frac{\pi}{2} & \text{für } x = 0, y < 0 \end{cases}$$

Umrechnung e -Funktion zu Cosinus und Sinus

$$\cos \varphi = \frac{e^{j\varphi} + e^{-j\varphi}}{2} \quad \sin \varphi = \frac{e^{j\varphi} - e^{-j\varphi}}{2j}$$

Dämpfung zweier Pegel

$$a = 20 \cdot \log \left(\frac{\text{Eingang}}{\text{Ausgang}} \right) \text{ dB}$$

und wenn Eingang = 1:

$$= -20 \cdot \log(\text{Ausgang}) \text{ dB}$$

Phasengang

$$b(f) = -\arg(Z)$$

Die Phase muss dem negativen Winkel entsprechen, um bei nachlaufendem Signal eine positive Zeitverzögerung zu erhalten.

Phasenlaufzeit/Zeitverzögerung

$$t_p = \frac{b(f)}{\omega}$$

2 LTI-Systeme

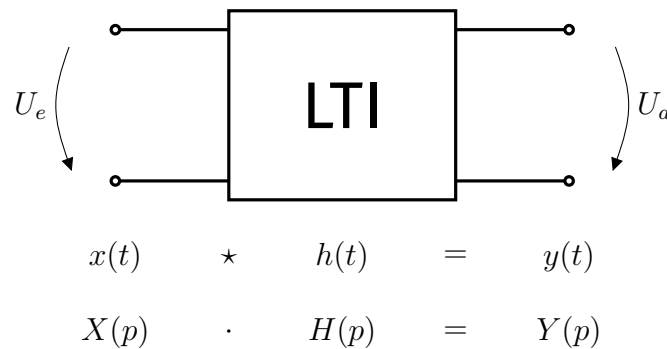


Abbildung 1: LTI-System

Linearität

Ein System gilt als linear, **wenn zum Signal nichts addiert wird**, sondern dass Signal nur entweder verschoben entlang der t -Achse oder skaliert in y -Richtung ist.

Zeitinvarianz

Wird das Signal $x(t)$ noch **mit einer anderen Funktion, die von t abhängt multipliziert**, dann ist das System **nicht** zeitinvariant, da diese Funktion sich mit der Zeit verändert und $x(t)$ somit immer mit anderen Werten multipliziert wird.

Bsp.:

$$\begin{array}{ll}
 y(t) = \sqrt{2}x(t) & \text{zeitinvariant} \\
 y(t) = x(t) \cdot \sin(t) & \text{zeitvariant!} \\
 y(t) = x^2(t) & \text{auch zeitvariant}
 \end{array}$$

Kausalität

Ein Signal ist kausal, **wenn gilt $y(t) = 0$ für $t < 0$**

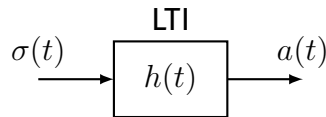
Stabilität

Beim Betrachten der Stabilität unterscheidet man 3 Fälle:

1. **Das System ist stabil**, wenn alle Pole im Pol-Nullstellen-Diagramm in der linken Halbebene liegen
2. **Das System ist grenzstabil**, wenn nur einfache Pole im Pol-Nullstellen-Diagramm auf der imaginären Achse liegen
3. **Das System ist instabil**, wenn Pole in der rechten Halbebene des Pol-Nullstellen-Diagramms liegen und/oder mehrfache Pole auf der imaginären Achse liegen

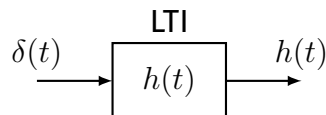
Sprungantwort und Impulsantwort

Die Sprungantwort ist das Ausgangssignal eines Systems wenn am Eingang die Sprungfunktion $\sigma(t)$ angelegt wird. Sie wird allgemein auch mit $a(t)$ bezeichnet.



Ein Rechteckimpuls ist die Kombination mehrerer skalierten und verschobener Sprungfunktionen. Aufgrund der Eigenschaften von LTI-Systemen kann die Systemantwort auf einen Rechteckimpuls daher durch die Addition mehrerer Sprungantworten konstruiert werden.

Die Impulsantwort hingegen ist das Ausgangssignal eines Systems, wenn am Eingang die Impulsfunktion $\delta(t)$ angelegt wird. Sie wird allgemein auch mit $h(t)$ bezeichnet.



Um von der Sprungantwort auf die Impulsantwort zu schließen muss Die Sprungantwort einmal abgeleitet werden, da gilt:

$$\sigma(t)' = \delta(t) \quad \Longleftrightarrow \quad a(t)' = h(t)$$

Demnach gilt auch:

$$\int h(t) dt = a(t)$$

Darüber hinaus gilt:

$$A(p) = \frac{1}{p} \cdot H(p) \quad \Rightarrow \quad H(p) = p \cdot A(p)$$

Die Impulsantwort $h(t)$ beschreibt das gesamte System. Wird die Impulsantwort transformiert, so ergibt sich die Übertragungsfunktion $H(f)$.

$$h(t) \quad \circ \text{---} \bullet \quad H(f)$$

Wird ein beliebiges Eingangssignal $x(t)$ mit der Impulsantwort gefaltet, so ergibt sich das Ausgangssignal.

$$x(t) \star h(t) = y(t)$$

3 Fourierreihen

$$f(t) = s_G + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)), \quad \omega = \frac{2\pi}{T} / 2\pi \cdot f_0$$

Gleichanteil

$$s_G = \frac{a_0}{2} = c_0 = \frac{\text{Integral über eine Periode}}{\text{Periodendauer}}$$

Reelle Fourier-Koeffizienten a_n und b_n

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \cos(n\omega t) dt$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \sin(n\omega t) dt$$

Umrechnung von c_n zu a_n und b_n

$$\begin{aligned} a_n &= 2\operatorname{Re}(c_n) \\ b_n &= -2\operatorname{Im}(c_n) \\ \rightarrow c_n &= \frac{a_n - \mathbf{j}b_n}{2} \end{aligned}$$

Berechnung der Amplituden

$$\hat{s}_n = 2 \cdot |c_n| = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$$

4 Fouriertransformation, Laplacetransformation

Fourierreihe aus Fouriertransformation

Achtung: stetiges f der Fouriertransformation wird durch diskretes $\frac{n}{T}$ ersetzt

$$\frac{1}{T} = f_0$$

$$s(t) \quad \circ \text{---} \bullet \quad S(f)$$

$$c_n = \frac{1}{T} \cdot S\left(\frac{n}{T}\right) = f_0 \cdot S(n \cdot f_0)$$

Demnach lässt sich der Gleichanteil berechnen durch:

$$c_0 = s_G = \frac{1}{T} \cdot S\left(\frac{0}{T}\right) = f_0 \cdot S(0 \cdot f_0)$$

Transformation von $\cos(2\pi f_0 t)$

$$\cos(2\pi f_0 t) \quad \circ \text{---} \bullet \quad \frac{1}{2} (\delta(f - f_0) + \delta(f + f_0))$$

Spezielle Rücktransformationen

Zu der Funktion

$$\frac{p}{p+1}$$

ergibt die Korrespondenztabelle keine Einträge. Hier hilft das Erweitern des Zählers mit $1 - 1$:

$$\frac{p}{p+1} = \frac{p+1-1}{p+1}$$

$$\rightarrow = \frac{p+1}{p+1} - \frac{1}{p+1}$$

$$\rightarrow = 1 - \frac{1}{p+1}$$

5 Faltung

Werden zwei Signale $u_1(t), u_2(t)$ unterschiedlicher Bandbreiten T_1, T_2 gefaltet, so beträgt die Bandbreite des neuen Signals $T_1 + T_2$.

Faltung mit $\sigma(t)$

Wird eine Funktion mit $\sigma(t)$ gefaltet, so ergibt sich für das Faltungsintegral:

$$n(t) \star \sigma(t) = \int_{-\infty}^{\infty} n(\tau) \cdot \sigma(t - \tau) d\tau = \int_{-\infty}^t n(\tau) d\tau$$

6 Filter und Übertragungsfunktionen

Zeitkonstante τ beim **Kondensator**: $\tau = R \cdot C$

Zeitkonstante τ bei der **Spule**: $\tau = \frac{L}{R}$

Im Fourierbereich: $\omega = 2\pi f$, im Laplacebereich: $j\omega = p$

	RC-Tiefpass	RC-Hochpass	RL-Tiefpass	RL-Hochpass
$\frac{U_a}{U_e} = H(j\omega)$	$\frac{1}{1 + j\omega RC}$	$\frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC}$	$\frac{R}{R + j\omega L}$	$\frac{j\omega L}{R + j\omega L}$
f_G/ω_G	$\frac{1}{2\pi RC}; \frac{1}{RC}$	$\frac{1}{2\pi RC}; \frac{1}{RC}$	$\frac{R}{2\pi L}; \frac{R}{L}$	$\frac{R}{2\pi L}; \frac{R}{L}$

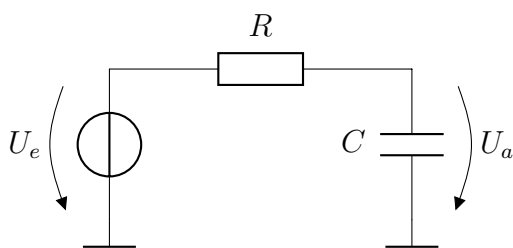


Abbildung 2: RC-Tiefpass

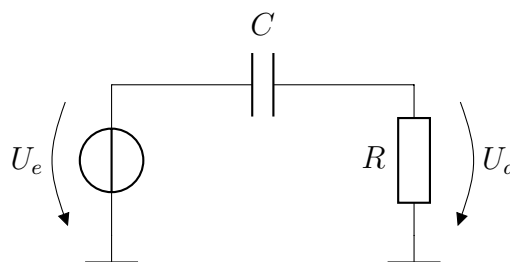


Abbildung 4: RC-Hochpass

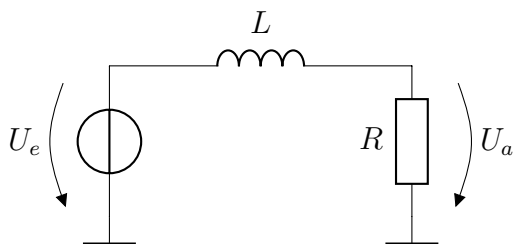


Abbildung 3: RL-Tiefpass

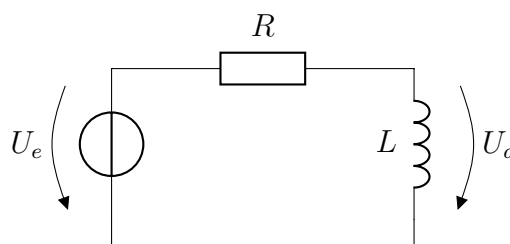


Abbildung 5: RL-Hochpass

Frequenz	Spule	Kondensator
0 Hz	$Z_L = 0 \Omega$; Kurzschluss	$Z_C = \infty \Omega$; Leerlauf
∞ Hz	$Z_L = \infty \Omega$; Leerlauf	$Z_C = 0 \Omega$; Kurzschluss

Tabelle 1: Spule und Kondensator im Frequenzbereich

Vorgehen, wenn nach $H(p), p \rightarrow \infty$ gefragt ist

1. Stelle $H(p)$ auf
2. Löse so auf, dass ps einzeln stehen
3. Setze $p = \infty$ ein
4. Kürze soweit wie möglich
5. Betrachte Rest

7 Bode-Diagramm

Für Pol- Nullstellendiagramm:

1. p s im Nenner und im Zähler isolieren
2. Pol- und Nullstellen des Bruchs für p finden
3. Polstellen als \times und Nullstellen als \circ in ein Re / Im-Diagramm (p -Ebene) eintragen

Das Bode-Diagramm besteht aus dem **Amplitudengang** und dem **Phasengang**. Der Amplitudengang $a(f)$ lässt sich berechnen durch

$$a(f) = -20 \log(|H(f)|)$$

während sich der Phasengang $b(f)$ berechnen lässt über

$$b(f) = -\arctan\left(\frac{\operatorname{Im}(H(f))}{\operatorname{Re}(H(f))}\right) + \begin{cases} 0 & \operatorname{Re}(H(f)) > 0 \\ \pm\pi & \operatorname{Re}(H(f)) < 0 \end{cases}$$

Zudem kann der **lineare Amplitudengang** als

$$A(f) = |H(f)|$$

dargestellt werden.

Schrittweise Konstruktion des Bode-Diagramms

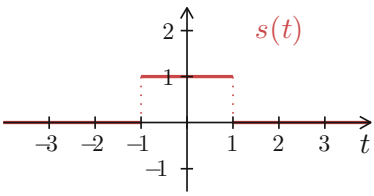
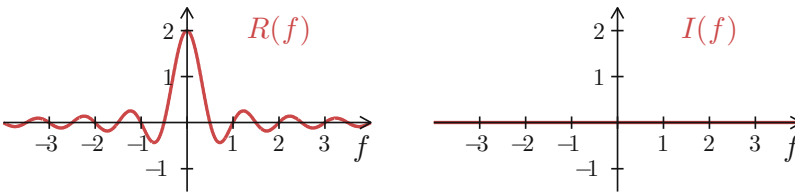
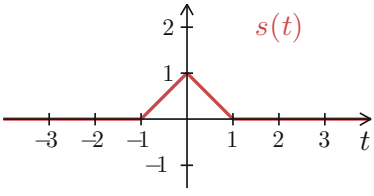
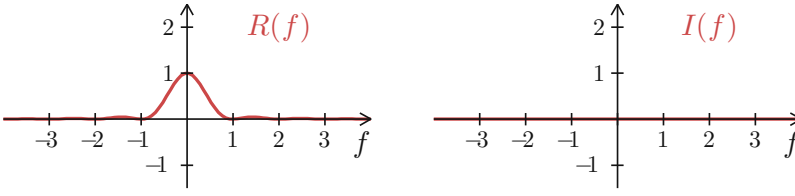
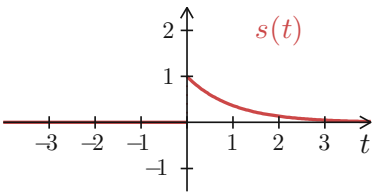
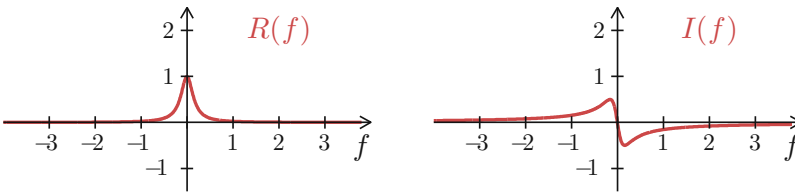
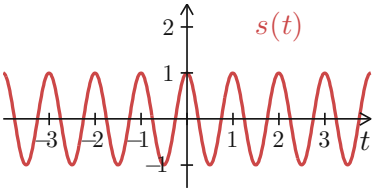
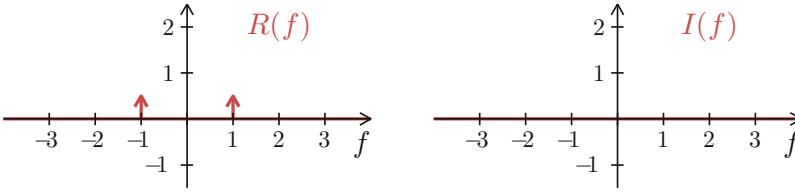
1. $|H(f)|$ bestimmen
2. f_G berechnen
3. Werte für f in $|H(f)|$ einsetzen (für $f = 0$ und zwei Werte im Sperrbereich) und $20 \cdot \log(|H(f)|)$ berechnen
4. Asymptoten zeichnen
5. Bode Diagramm zeichnen, f_G befindet sich am Schnittpunkt beider Asymptoten

Sprungantwort schnell berechnen

$$a(t) = (a(0) - a(\infty)) \cdot e^{-\frac{t}{T}} + a(\infty)$$

A.9 Korrespondenzen der Fourier-Transformation

Zeitfunktion $s(t)$	Fourier-Transformation $S(f) = R(f) + \mathbf{i}I(f)$	
<p>$s(t) = \text{sgn}(t)$</p>		<p>$S(f) = -\mathbf{i} \frac{1}{\pi f}$</p>
<p>$s(t) = \sigma(t)$</p>		<p>$S(f) = \frac{1}{2} \delta(f) - \mathbf{i} \frac{1}{2\pi f}$</p>
<p>$s(t) = \delta(t)$</p>		<p>$S(f) = 1$</p>
<p>$s(t) = 1$</p>		<p>$S(f) = \delta(f)$</p>

Zeitfunktion $s(t)$	Fourier-Transformation $S(f) = R(f) + \mathbf{i} I(f)$
 $s(t) = \sigma(t+1) - \sigma(t-1)$	 $S(f) = 2 \frac{\sin(2\pi f)}{2\pi f}$
 $s(t) = (1+t)(\sigma(t+1) - \sigma(t)) + (1-t)(\sigma(t) - \sigma(t-1))$	 $S(f) = \left(\frac{\sin(\pi f)}{\pi f} \right)^2$
 $s(t) = e^{-t} \sigma(t)$	 $S(f) = \frac{1}{1 + \mathbf{i} 2\pi f} = \frac{1}{1 + 4\pi^2 f^2} - \mathbf{i} \frac{2\pi f}{1 + 4\pi^2 f^2}$
 $s(t) = \cos(2\pi t)$	 $S(f) = \frac{1}{2} (\delta(f-1) + \delta(f+1))$

A.10 Eigenschaften der Fourier-Transformation

Eigenschaft	Zeitfunktion	Bildfunktion
Linearität	$C_1 s_1(t) + C_2 s_2(t)$	$C_1 S_1(f) + C_2 S_2(f)$
Zeitverschiebung	$s(t - t_0)$	$e^{-i 2 \pi f t_0} S(f)$
Frequenzverschiebung	$e^{i 2 \pi f_0 t} s(t)$	$S(f - f_0)$
Amplitudenmodulation	$s(t) \cos(2 \pi f_0 t)$	$\frac{1}{2} (S(f - f_0) + S(f + f_0))$
Ähnlichkeit	$s(at)$	$\frac{1}{ a } S\left(\frac{f}{a}\right)$
Zeitumkehr	$s(-t)$	$S(-f)$
Differenziation in t	$\dot{s}(t)$ $\ddot{s}(t)$ \vdots $\frac{d^n}{dt^n} s(t)$	$i 2 \pi f S(f)$ $(i 2 \pi f)^2 S(f)$ \vdots $(i 2 \pi f)^n S(f)$
Differenziation in f	$(-i 2 \pi t) s(t)$ $(-i 2 \pi t)^2 s(t)$ \vdots $(-i 2 \pi t)^n s(t)$	$S'(f)$ $S''(f)$ \vdots $S^{(n)}(f)$
Multiplikation in t	$t s(t)$ $t^2 s(t)$ \vdots $t^n s(t)$	$S'(f)$ $\frac{S''(f)}{-i 2 \pi}$ \vdots $\frac{S^{(n)}(f)}{(-i 2 \pi)^n}$
Integration	$\int_{-\infty}^t s(\tau) d\tau$	$\frac{1}{i 2 \pi f} S(f) + \frac{1}{2} S(0) \delta(f)$
Faltung in t	$s_1(t) \star s_2(t)$	$S_1(f) \cdot S_2(f)$
Faltung in f	$s_1(t) \cdot s_2(t)$	$S_1(f) \star S_2(f)$

A.11 Korrespondenzen der Laplace-Transformation

Bildfunktion $F(s)$	Zeitfunktion $f(t)$	Bildfunktion $F(s)$	Zeitfunktion $f(t)$
1	$\delta(t)$	$\frac{a}{s^2 + a^2}$	$\sin at$
$\frac{1}{s}$	1	$\frac{s}{s^2 + a^2}$	$\cos at$
$\frac{1}{s^2}$	t	$\frac{a}{s^2 - a^2}$	$\sinh at$
$\frac{n!}{s^{n+1}}$	t^n	$\frac{s}{s^2 - a^2}$	$\cosh at$
$\frac{1}{s - a}$	e^{at}	$\frac{a}{(s - b)^2 + a^2}$	$e^{bt} \sin at$
$\frac{1}{(s - a)^2}$	$t e^{at}$	$\frac{s - b}{(s - b)^2 + a^2}$	$e^{bt} \cos at$
$\frac{a}{s(s - a)}$	$e^{at} - 1$	$\frac{a}{(s - b)^2 - a^2}$	$e^{bt} \sinh at$
$\frac{a - b}{(s - a)(s - b)}$	$e^{at} - e^{bt}$	$\frac{s - b}{(s - b)^2 - a^2}$	$e^{bt} \cosh at$
$\frac{a}{1 + as}$	$e^{-\frac{t}{a}} \quad (a \neq 0)$	$\frac{2as}{(s^2 + a^2)^2}$	$t \sin at$
$\frac{a^2}{(1 + as)^2}$	$t e^{-\frac{t}{a}} \quad (a \neq 0)$	$\frac{s^2 - a^2}{(s^2 + a^2)^2}$	$t \cos at$
$\frac{1}{s(1 + as)}$	$1 - e^{-\frac{t}{a}} \quad (a \neq 0)$	$\frac{2as}{(s^2 - a^2)^2}$	$t \sinh at$
$\frac{a - b}{(1 + as)(1 + bs)}$	$e^{-\frac{t}{a}} - e^{-\frac{t}{b}} \quad (a, b \neq 0)$	$\frac{s^2 + a^2}{(s^2 - a^2)^2}$	$t \cosh at$
$\frac{s}{(s - a)^2}$	$(1 + at)e^{at}$	$\frac{2}{(s - a)^3}$	$t^2 e^{at}$
$\frac{(a - b)s}{(s - a)(s - b)}$	$a e^{at} - b e^{bt}$	$\frac{2s}{(s - a)^3}$	$(at^2 + 2t)e^{at}$
$\frac{a^3 s}{(1 + as)^2}$	$(a - t)e^{-\frac{t}{a}} \quad (a \neq 0)$	$\frac{2s^2}{(s - a)^3}$	$(a^2 t^2 + 4at + 2)e^{at}$
$\frac{ab(a - b)s}{(1 + as)(1 + bs)}$	$a e^{-\frac{t}{b}} - b e^{-\frac{t}{a}} \quad (a, b \neq 0)$	$\frac{a^2}{s^2(s - a)}$	$e^{at} - at - 1$

A.12 Eigenschaften der Laplace-Transformation

Eigenschaft	Zeitfunktion	Bildfunktion
Linearität	$C_1 f_1(t) + C_2 f_2(t)$	$C_1 F_1(s) + C_2 F_2(s)$
Ähnlichkeit ($a > 0$)	$f(at)$	$\frac{1}{a} F\left(\frac{s}{a}\right)$
Zeitverschiebung	$\sigma(t - t_0) f(t - t_0)$	$e^{-t_0 s} F(s)$
Dämpfung	$e^{-s_0 t} f(t)$	$F(s + s_0)$
Differenziation in t	$f'(t)$ $f''(t)$ \vdots $f^{(n)}(t)$	$s F(s) - f(0)$ $s^2 F(s) - s f(0) - f'(0)$ \vdots $s^n F(s) - \sum_{k=0}^{n-1} s^{n-k-1} f^{(k)}(0)$
Differenziation in s	$-t f(t)$ $t^2 f(t)$ \vdots $(-t)^n f(t)$	$F'(s)$ $F''(s)$ \vdots $F^{(n)}(s)$
Multiplikation mit t	$t f(t)$ $t^2 f(t)$ \vdots $t^n f(t)$	$-F'(s)$ $F''(s)$ \vdots $(-1)^n F^{(n)}(s)$
Integration im Zeitbereich	$\int_0^t f(\tau) d\tau$	$\frac{1}{s} F(s)$
Integration im Bildbereich	$\frac{1}{t} f(t)$	$\int_s^\infty F(u) du$
Faltung im Zeitbereich	$f_1(t) \star f_2(t)$	$F_1(s) \cdot F_2(s)$
Periodische Funktion	$f(t + T) = f(t)$	$\frac{1}{1 - e^{-Ts}} \int_0^T f(t) e^{-st} dt$

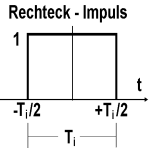
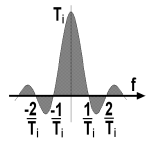
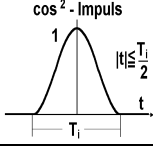
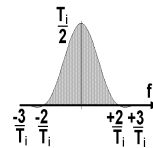
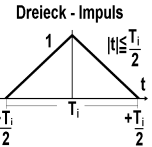
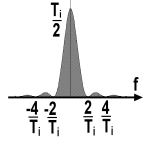
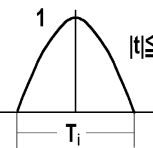
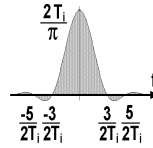
A.13 Korrespondenzen der z-Transformationen

Bildfunktion $F(z)$	Zeitfolge (f_k)	Bildfunktion $F(z)$	Zeitfolge (f_k)
1	δ_k	$\frac{1}{z^n}$	1 für $k = n$, 0 sonst
$\frac{z}{z-1}$	1	$\frac{z}{(z-1)^2}$	k
$\frac{z}{z-a}$	a^k	$\frac{az}{(z-a)^2}$	$k a^k$

A.14 Eigenschaften der z-Transformationen

Eigenschaft	Zeitfolge	Bildfunktion
Linearität	$C_1 (f_k) + C_2 (g_k)$	$C_1 F(z) + C_2 G(z)$
Dämpfung	$(a^{-k} f_k)$	$F(az)$
Indexverschiebung	(f_{k-n}) (f_{k+1}) (f_{k+2}) \vdots (f_{k+n})	$z^{-n} F(z)$ $z(F(z) - f_0)$ $z^2(F(z) - f_0 - f_1 z^{-1})$ \vdots $z^n \left(F(z) - \sum_{k=0}^{n-1} f_k z^{-k} \right)$
Differenzen	(Δf_k) $(\Delta^2 f_k)$ \vdots $(\Delta^n f_k)$	$(z-1)F(z) - z f_0$ $(z-1)^2 F(z) - z((z-1)f_0 + \Delta f_0)$ \vdots $(z-1)^n F(z) - z \sum_{k=0}^{n-1} (z-1)^{n-k-1} \Delta^k f_0$
Multiplikation mit k	$(k f_k)$ $(k^2 f_k)$ \vdots	$-z F'(z)$ $z F'(z) - z^2 F''(z)$ \vdots
Faltung im Zeitbereich	$(f_k) \star (g_k)$	$F(z) \cdot G(z)$

Korrespondenzen der FT

Zeitfunktion $s(t)$ ○—● Spektralfunktion $\underline{S}(f)$	Fourierkoeffizienten a_0, a_n, b_n	Zeitfunktion $s(t)$ ○—● Spektralfunktion $\underline{S}(f)$	Fourierkoeffizienten a_0, a_n, b_n
$s(t) = 1$ <i>(Bereich $-\frac{T_i}{2} \leq t \leq \frac{T_i}{2}$)</i> 	$\underline{S}(f) = T_i \frac{\sin(\pi f T_i)}{\pi f T_i}$  $a_0 = \frac{T_i}{T}$ $a_n = \frac{T_i}{T} \cdot \frac{\sin\left(\frac{n\pi T_i}{T}\right)}{\frac{n\pi T_i}{T}}$ $b_n = 0$ Sonderfall: $T=2T_i$: (Rechteck-Schwingung) $a_0 = 1$ $a_n = (-1)^{\frac{n-1}{2}} \cdot \frac{2}{n\pi}$ $n = 1, 3, 5, 7,$	$s(t) = \cos^2\left(\pi \frac{t}{T_i}\right)$ $= \frac{1}{2} \left(1 + \cos 2\pi \frac{t}{T_i} \right)$ 	$\underline{S}(f) = \frac{T_i}{2} \cdot \frac{\sin(\pi f T_i)}{\pi f T_i (1 - (fT_i)^2)}$  $a_0 = \frac{T_i}{T}$ $a_n = \frac{T_i}{T} \cdot \frac{\sin\left(\frac{n\pi T_i}{T}\right)}{\frac{n\pi T_i}{T} \left(1 - \left(\frac{nT_i}{T}\right)^2 \right)}$ $b_n = 0$
$s(t) = 1 - 2 \frac{ t }{T_i}$ <i>(Bereich $-\frac{T_i}{2} \leq t \leq \frac{T_i}{2}$)</i> 	$\underline{S}(f) = \frac{T_i}{2} \left(\frac{\sin(\pi f \frac{T_i}{2})}{\pi f \frac{T_i}{2}} \right)^2$  $a_0 = \frac{T_i}{T}$ $a_n = \frac{T_i}{T} \left(\frac{\sin\left(\frac{n\pi T_i}{2T}\right)}{\frac{n\pi T_i}{2T}} \right)^2$ $b_n = 0$ Sonderfall: $T=T_i$: (Dreieck-Schwingung) $a_0 = 1$ $a_n = \frac{4}{\pi^2} \cdot \frac{1}{n^2}$ $n = 1, 3, 5, 7,$	$s(t) = \cos\left(\pi \frac{t}{T_i}\right)$ 	$\underline{S}(f) = \frac{2T_i}{\pi} \cdot \frac{\cos(\pi f T_i)}{1 - (2fT_i)^2}$  $a_0 = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{T_i}{T}$ $a_n = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{T_i}{T} \cdot \frac{\cos\left(\frac{n\pi T_i}{T}\right)}{1 - \left(\frac{2nT_i}{T}\right)^2}$ $b_n = 0$

Skript, Tabelle 2.2.

k	$\text{si}\left(k \cdot \frac{\pi}{2}\right)$	$\text{si}\left(k \cdot \frac{\pi}{3}\right)$	$\text{si}\left(k \cdot \frac{\pi}{4}\right)$	$\text{si}\left(k \cdot \frac{\pi}{5}\right)$	$\text{si}\left(k \cdot \frac{\pi}{6}\right)$	$\text{si}\left(k \cdot \frac{\pi}{7}\right)$	$\text{si}\left(k \cdot \frac{\pi}{8}\right)$
0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
1	0.6366	0.8270	0.9003	0.9355	0.9549	0.9668	0.9745
2	0.0000	0.4135	0.6366	0.7568	0.8270	0.8710	0.9003
3	-0.2122	0.0000	0.3001	0.5046	0.6366	0.7241	0.7842
4	0.0000	-0.2067	0.0000	0.2339	0.4135	0.5431	0.6366
5	0.1273	-0.1654	-0.1801	0.0000	0.1910	0.3484	0.4705
6	0.0000	0.0000	-0.2122	-0.1559	0.0000	0.1611	0.3001
7	-0.0909	0.1181	-0.1286	-0.2162	-0.1364	0.0000	0.1392
8	0.0000	0.1034	0.0000	-0.1892	-0.2067	-0.1208	0.0000
9	0.0707	0.0000	0.1000	-0.1039	-0.2122	-0.1936	-0.1083
10	0.0000	-0.0827	0.1273	0.0000	-0.1654	-0.2172	-0.1801
11	-0.0579	-0.0752	0.0818	0.0850	-0.0868	-0.1975	-0.2139
12	0.0000	0.0000	0.0000	0.1261	0.0000	-0.1452	-0.2122
13	0.0490	0.0636	-0.0693	0.1164	0.0735	-0.0744	-0.1810
14	0.0000	0.0591	-0.0909	0.0668	0.1181	0.0000	-0.1286
15	-0.0424	0.0000	-0.0600	0.0000	0.1273	0.0645	-0.0650
16	0.0000	-0.0517	0.0000	-0.0585	0.1034	0.1089	0.0000
17	0.0374	-0.0486	0.0530	-0.0890	0.0562	0.1278	0.0573
18	0.0000	0.0000	0.0707	-0.0841	0.0000	0.1207	0.1000
19	-0.0335	0.0435	0.0474	-0.0492	-0.0503	0.0917	0.1238
20	0.0000	0.0413	0.0000	0.0000	-0.0827	0.0483	0.1273
21	0.0303	0.0000	-0.0429	0.0445	-0.0909	0.0000	0.1120
22	0.0000	-0.0376	-0.0579	0.0688	-0.0752	-0.0439	0.0818
23	-0.0277	-0.0360	-0.0391	0.0658	-0.0415	-0.0757	0.0424
24	0.0000	0.0000	0.0000	0.0390	0.0000	-0.0905	0.0000
25	0.0255	0.0331	0.0360	0.0000	0.0382	-0.0869	-0.0390
26	0.0000	0.0318	0.0490	-0.0360	0.0636	-0.0670	-0.0693
27	-0.0236	0.0000	0.0333	-0.0561	0.0707	-0.0358	-0.0871
28	0.0000	-0.0295	0.0000	-0.0541	0.0591	0.0000	-0.0909
29	0.0220	-0.0285	-0.0310	-0.0323	0.0329	0.0333	-0.0811
30	0.0000	0.0000	-0.0424	0.0000	0.0000	0.0581	-0.0600
31	-0.0205	0.0267	-0.0290	0.0302	-0.0308	0.0701	-0.0314
32	0.0000	0.0258	0.0000	0.0473	-0.0517	0.0679	0.0000
33	0.0193	0.0000	0.0273	0.0459	-0.0579	0.0528	0.0295
34	0.0000	-0.0243	0.0374	0.0275	-0.0486	0.0284	0.0530
35	-0.0182	-0.0236	0.0257	0.0000	0.0273	0.0000	0.0672
36	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0260	0.0000	-0.0269	0.0707
37	0.0172	0.0224	-0.0243	-0.0409	0.0258	-0.0471	0.0636
38	0.0000	0.0218	-0.0335	-0.0398	0.0435	-0.0572	0.0474
39	-0.0163	0.0000	-0.0231	-0.0240	0.0490	-0.0557	0.0250
40	0.0000	-0.0207	0.0000	0.0000	0.0414	-0.0436	0.0000

Tabelle 2.1: Ausgewählte Werte der si-Funktion