

Formelsammlung — Signale und Systeme

bei Prof. Thao Dang

Tim Hilt

18. Januar 2019

Inhaltsverzeichnis

1	Grundlagen und Metriken	2
2	LTI-Systeme	3
3	Fourierreihen	5
4	Fouriertransformation	6
5	Faltung	7
6	Filter und Übertragungsfunktionen	8
7	Konstruktion Bode-Diagramm	9
8	Anhang	10
A	Tabellen aus Buch von Prof. Koch und Prof. Stämpfle	10
B	Tabelle aus Vorlesung	16

1 Grundlagen und Metriken

Eigenschaften Allgemeine Cosinusfunktion

$$f(t) = A \cos(\omega \cdot t + \varphi)$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad ; \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

Betrag einer komplexen Zahl

$$Z = x + jy$$

$$|Z| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Winkel einer komplexen Zahl

$$\arg(Z) = \varphi = \begin{cases} \arctan\left(\frac{y}{x}\right) & \text{für } x > 0, y \text{ bel.} \\ \arctan\left(\frac{y}{x}\right) + \pi & \text{für } x < 0, y \text{ bel.} \\ \frac{\pi}{2} & \text{für } x = 0, y > 0 \\ -\frac{\pi}{2} & \text{für } x = 0, y < 0 \end{cases}$$

Dämpfung zweier Pegel

$$a = 20 \cdot \log\left(\frac{\text{Eingang}}{\text{Ausgang}}\right) \text{ dB}$$

und wenn Eingang = 1:

$$= -20 \cdot \log(\text{Ausgang}) \text{ dB}$$

Phasengang

$$b(f) = -\arg(Z)$$

Die Phase muss dem negativen Winkel entsprechen, um bei nachlaufendem Signal eine positive Zeitverzögerung zu erhalten.

Phasenlaufzeit/Zeitverzögerung

$$t_p = \frac{b(f)}{\omega}$$

2 LTI-Systeme

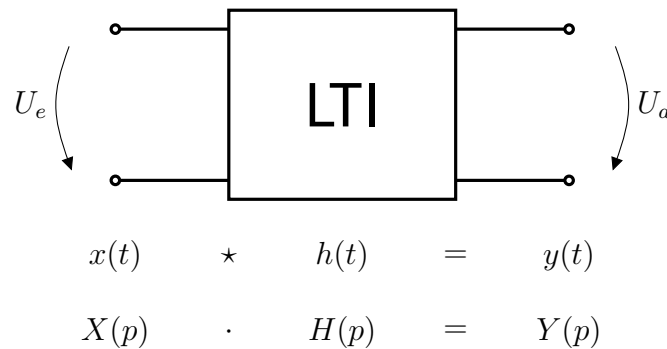


Abbildung 1: LTI-System

Linearität

Ein System gilt als linear, **wenn zum Signal nichts addiert wird**, sondern dass Signal nur entweder verschoben entlang der t -Achse oder skaliert in y -Richtung ist.

Zeitinvarianz

Wird das Signal $x(t)$ noch **mit einer anderen Funktion, die von t abhängt multipliziert**, dann ist das System **nicht** zeitinvariant, da diese Funktion sich mit der Zeit verändert und $x(t)$ somit immer mit anderen Werten multipliziert wird.

Bsp.:

$$\begin{array}{ll}
 y(t) = \sqrt{2}x(t) & \text{zeitinvariant} \\
 y(t) = x(t) \cdot \sin(t) & \text{zeitvariant!} \\
 y(t) = x^2(t) & \text{auch zeitvariant}
 \end{array}$$

Kausalität

Ein Signal ist kausal, **wenn gilt $x(t) = 0$ für $t < 0$**

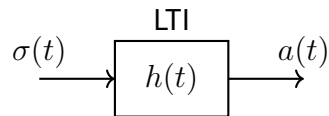
Stabilität

Beim Betrachten der Stabilität unterscheidet man 3 Fälle:

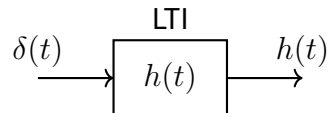
1. **Das System ist stabil**, wenn alle Pole im Pol-Nullstellen-Diagramm in der linken Halbebene liegen
2. **Das System ist grenzstabil**, wenn nur einfache Pole im Pol-Nullstellen-Diagramm auf der imaginären Achse liegen
3. **Das System ist instabil**, wenn Pole in der rechten Halbebene des Pol-Nullstellen-Diagramms liegen und/oder mehrfache Pole auf der imaginären Achse liegen

Sprungantwort und Impulsantwort

Die Sprungantwort ist das Ausgangssignal eines Systems wenn am Eingang die Sprungfunktion $\sigma(t)$ angelegt wird. Sie wird allgemein auch mit $a(t)$ bezeichnet.



Die Impulsantwort hingegen ist das Ausgangssignal eines Systems, wenn am Eingang die Impulsfunktion $\delta(t)$ angelegt wird. Sie wird allgemein auch mit $h(t)$ bezeichnet.



Um von der Sprungantwort auf die Impulsantwort zu schließen muss **Die Sprungantwort einmal abgeleitet werden**, da gilt:

$$\sigma(t)' = \delta(t) \quad \Longleftrightarrow \quad a(t)' = h(t)$$

Demnach gilt auch:

$$\int h(t) dt = a(t)$$

3 Fourierreihen

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos(k\omega t) + b_k \sin(k\omega t)), \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

Gleichanteil

$$s_G = \frac{\text{Integral über eine Periode}}{\text{Periodendauer}}$$

Reelle Fourier-Koeffizienten a_k und b_k

$$a_k = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \cos(k\omega t) dt$$

$$b_k = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \sin(k\omega t) dt$$

Umrechnung von c_k zu a_k und b_k

$$\begin{aligned} a_k &= 2\operatorname{Re}(c_k) \\ b_k &= -2\operatorname{Im}(c_k) \\ \rightarrow c_k &= \frac{a_k - ib_k}{2} \end{aligned}$$

4 Fouriertransformation

Fourierreihe aus Fouriertransformation

Achtung: stetiges f der Fouriertransformation wird durch diskretes $\frac{k}{T}$ ersetzt

$$\frac{1}{T} = f_0$$

$$s(t) \quad \circ \text{---} \bullet \quad S(f)$$

$$c_k = \frac{1}{T} \cdot S\left(\frac{k}{T}\right)$$

Demnach lässt sich der Gleichanteil berechnen durch:

$$c_0 = \frac{1}{T} \cdot S\left(\frac{0}{T}\right)$$

5 Faltung

Werden zwei Signale $u_1(t), u_2(t)$ unterschiedlicher Bandbreiten T_1, T_2 gefaltet, so beträgt die Bandbreite des neuen Signals $T_1 + T_2$.

Faltung mit $\sigma(t)$

Wird eine Funktion mit $\sigma(t)$ gefaltet, so ergibt sich für das Faltungsintegral:

$$n(t) \star \sigma(t) = \int_{-\infty}^{\infty} n(\tau) \cdot \sigma(t - \tau) d\tau = \int_{-\infty}^t n(\tau) d\tau$$

6 Filter und Übertragungsfunktionen

Im Fourierbereich: $\omega = 2\pi f$, im Laplacebereich: $j\omega = p$

	RC-Tiefpass	RC-Hochpass	RL-Tiefpass	RL-Hochpass
$\frac{U_a}{U_e} = H(j\omega)$	$\frac{1}{1+j\omega RC}$	$\frac{j\omega RC}{1+j\omega RC}$	$\frac{R}{R+j\omega L}$	$\frac{j\omega L}{R+j\omega L}$
f_G/ω_G	$\frac{1}{2\pi RC}; \frac{1}{RC}$	$\frac{1}{2\pi RC}; \frac{1}{RC}$	$\frac{R}{2\pi L}; \frac{R}{L}$	$\frac{R}{2\pi L}; \frac{R}{L}$

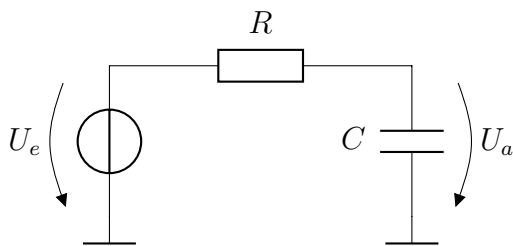


Abbildung 2: RC-Tiefpass

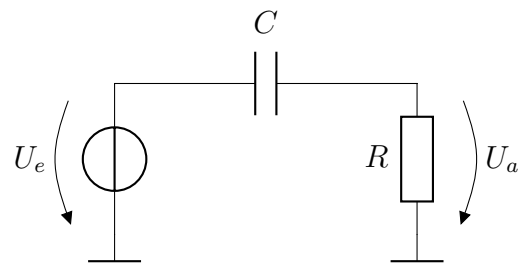


Abbildung 4: RC-Hochpass

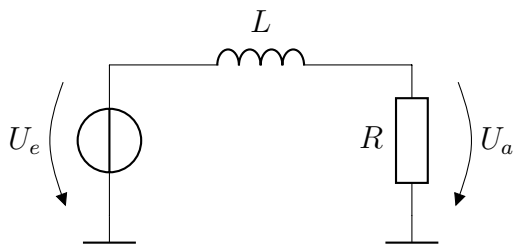


Abbildung 3: RL-Tiefpass

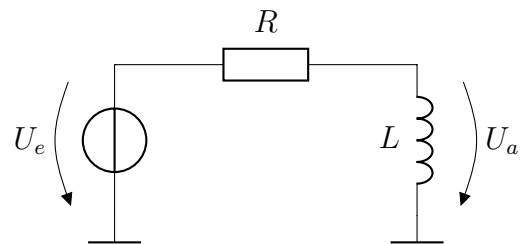


Abbildung 5: RL-Hochpass

Kondensator und Spule im Frequenzbereich

Frequenz	Spule	Kondensator
0 Hz	$Z_L = 0 \Omega$; Kurzschluss	$Z_C = \infty \Omega$; Leerlauf
∞ Hz	$Z_L = \infty \Omega$; Leerlauf	$Z_C = 0 \Omega$; Kurzschluss

7 Konstruktion Bode-Diagramm

Für Pol- Nullstellendiagramm:

1. p s im Nenner und im Zähler isolieren
2. Pol- und Nullstellen für p finden
3. Polstellen als \times und Nullstellen als \bigcirc in ein Re / Im-Diagramm (p -Ebene) eintragen

Bode-Diagramm

Das Bode-Diagramm besteht aus dem **Amplitudengang** und dem **Phasengang**. Der Amplitudengang $A(f)$ lässt sich berechnen durch

$$A(f) = -20 \log(|H(f)|)$$

während sich der Phasengang $b(f)$ berechnen lässt über

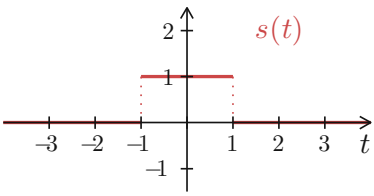
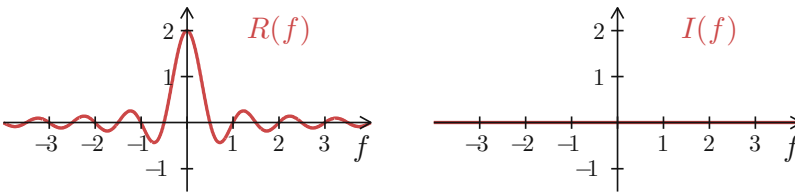
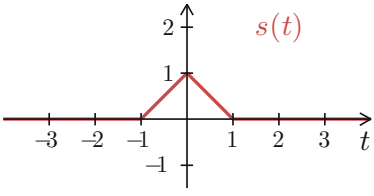
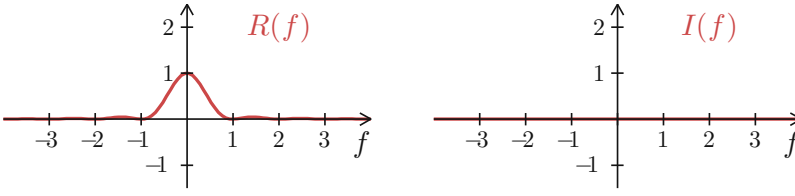
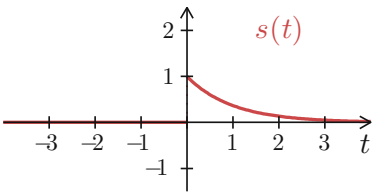
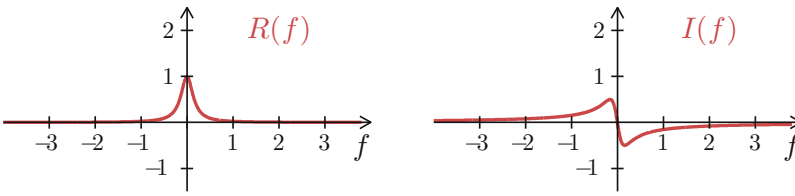
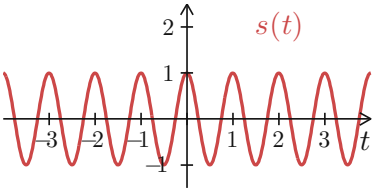
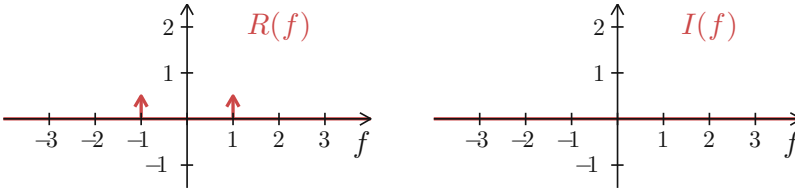
$$b(f) = -\arctan\left(\frac{\operatorname{Im}(H(f))}{\operatorname{Re}(H(f))}\right) + \begin{cases} 0 & \operatorname{Re}(H(f)) > 0 \\ \pm\pi & \operatorname{Re}(H(f)) < 0 \end{cases}$$

Sprungantwort schnell berechnen

$$a(t) = (a(0) - a(\infty)) \cdot e^{-\frac{t}{T}} + a(\infty)$$

A.9 Korrespondenzen der Fourier-Transformation

Zeitfunktion $s(t)$	Fourier-Transformation $S(f) = R(f) + \mathbf{i}I(f)$	
<p>The graph shows the signum function $s(t) = \text{sgn}(t)$. It is a horizontal line at $y = -1$ for $t < 0$ and a horizontal line at $y = 1$ for $t > 0$. The t-axis ranges from -3 to 3, and the y-axis ranges from -1 to 2.</p> <p>$s(t) = \text{sgn}(t)$</p>	<p>The graph shows the real part $R(f)$ of the Fourier transform. It is a horizontal line at $y = 0$ for all f. The f-axis ranges from -3 to 3, and the y-axis ranges from -1 to 2.</p> <p>$R(f)$</p>	<p>The graph shows the imaginary part $I(f)$ of the Fourier transform. It is an odd function passing through the origin, with a vertical asymptote at $f = 0$. The f-axis ranges from -3 to 3, and the y-axis ranges from -1 to 2.</p> <p>$I(f)$</p>
	$S(f) = -\mathbf{i} \frac{1}{\pi f}$	
<p>The graph shows the unit step function $s(t) = \sigma(t)$. It is a horizontal line at $y = 0$ for $t < 0$ and a horizontal line at $y = 1$ for $t > 0$. The t-axis ranges from -3 to 3, and the y-axis ranges from -1 to 2.</p> <p>$s(t) = \sigma(t)$</p>	<p>The graph shows the real part $R(f)$ of the Fourier transform. It is a horizontal line at $y = 0$ for all f, with a red arrow pointing up at $f = 0$ indicating a delta function. The f-axis ranges from -3 to 3, and the y-axis ranges from -1 to 2.</p> <p>$R(f)$</p>	<p>The graph shows the imaginary part $I(f)$ of the Fourier transform. It is an odd function passing through the origin, with a vertical asymptote at $f = 0$. The f-axis ranges from -3 to 3, and the y-axis ranges from -1 to 2.</p> <p>$I(f)$</p>
	$S(f) = \frac{1}{2} \delta(f) - \mathbf{i} \frac{1}{2\pi f}$	
<p>The graph shows the Dirac delta function $s(t) = \delta(t)$. It is a vertical red arrow at $t = 0$ with a height of 1. The t-axis ranges from -3 to 3, and the y-axis ranges from -1 to 2.</p> <p>$s(t) = \delta(t)$</p>	<p>The graph shows the real part $R(f)$ of the Fourier transform. It is a horizontal line at $y = 1$ for all f. The f-axis ranges from -3 to 3, and the y-axis ranges from -1 to 2.</p> <p>$R(f)$</p>	<p>The graph shows the imaginary part $I(f)$ of the Fourier transform. It is a horizontal line at $y = 0$ for all f. The f-axis ranges from -3 to 3, and the y-axis ranges from -1 to 2.</p> <p>$I(f)$</p>
	$S(f) = 1$	
<p>The graph shows the constant function $s(t) = 1$. It is a horizontal line at $y = 1$ for all t. The t-axis ranges from -3 to 3, and the y-axis ranges from -1 to 2.</p> <p>$s(t) = 1$</p>	<p>The graph shows the real part $R(f)$ of the Fourier transform. It is a horizontal line at $y = 0$ for all f, with a red arrow pointing up at $f = 0$ indicating a delta function. The f-axis ranges from -3 to 3, and the y-axis ranges from -1 to 2.</p> <p>$R(f)$</p>	<p>The graph shows the imaginary part $I(f)$ of the Fourier transform. It is a horizontal line at $y = 0$ for all f. The f-axis ranges from -3 to 3, and the y-axis ranges from -1 to 2.</p> <p>$I(f)$</p>
	$S(f) = \delta(f)$	

Zeitfunktion $s(t)$	Fourier-Transformation $S(f) = R(f) + \mathbf{i} I(f)$
 $s(t) = \sigma(t+1) - \sigma(t-1)$	 $S(f) = 2 \frac{\sin(2\pi f)}{2\pi f}$
 $s(t) = (1+t)(\sigma(t+1) - \sigma(t)) + (1-t)(\sigma(t) - \sigma(t-1))$	 $S(f) = \left(\frac{\sin(\pi f)}{\pi f} \right)^2$
 $s(t) = e^{-t} \sigma(t)$	 $S(f) = \frac{1}{1 + \mathbf{i} 2\pi f} = \frac{1}{1 + 4\pi^2 f^2} - \mathbf{i} \frac{2\pi f}{1 + 4\pi^2 f^2}$
 $s(t) = \cos(2\pi t)$	 $S(f) = \frac{1}{2} (\delta(f-1) + \delta(f+1))$

A.10 Eigenschaften der Fourier-Transformation

Eigenschaft	Zeitfunktion	Bildfunktion
Linearität	$C_1 s_1(t) + C_2 s_2(t)$	$C_1 S_1(f) + C_2 S_2(f)$
Zeitverschiebung	$s(t - t_0)$	$e^{-i 2 \pi f t_0} S(f)$
Frequenzverschiebung	$e^{i 2 \pi f_0 t} s(t)$	$S(f - f_0)$
Amplitudenmodulation	$s(t) \cos(2 \pi f_0 t)$	$\frac{1}{2} (S(f - f_0) + S(f + f_0))$
Ähnlichkeit	$s(at)$	$\frac{1}{ a } S\left(\frac{f}{a}\right)$
Zeitumkehr	$s(-t)$	$S(-f)$
Differenziation in t	$\dot{s}(t)$ $\ddot{s}(t)$ \vdots $\frac{d^n}{dt^n} s(t)$	$i 2 \pi f S(f)$ $(i 2 \pi f)^2 S(f)$ \vdots $(i 2 \pi f)^n S(f)$
Differenziation in f	$(-i 2 \pi t) s(t)$ $(-i 2 \pi t)^2 s(t)$ \vdots $(-i 2 \pi t)^n s(t)$	$S'(f)$ $S''(f)$ \vdots $S^{(n)}(f)$
Multiplikation in t	$t s(t)$ $t^2 s(t)$ \vdots $t^n s(t)$	$S'(f)$ $\frac{S''(f)}{-i 2 \pi}$ \vdots $\frac{S^{(n)}(f)}{(-i 2 \pi)^n}$
Integration	$\int_{-\infty}^t s(\tau) d\tau$	$\frac{1}{i 2 \pi f} S(f) + \frac{1}{2} S(0) \delta(f)$
Faltung in t	$s_1(t) \star s_2(t)$	$S_1(f) \cdot S_2(f)$
Faltung in f	$s_1(t) \cdot s_2(t)$	$S_1(f) \star S_2(f)$

A.11 Korrespondenzen der Laplace-Transformation

Bildfunktion $F(s)$	Zeitfunktion $f(t)$	Bildfunktion $F(s)$	Zeitfunktion $f(t)$
1	$\delta(t)$	$\frac{a}{s^2 + a^2}$	$\sin at$
$\frac{1}{s}$	1	$\frac{s}{s^2 + a^2}$	$\cos at$
$\frac{1}{s^2}$	t	$\frac{a}{s^2 - a^2}$	$\sinh at$
$\frac{n!}{s^{n+1}}$	t^n	$\frac{s}{s^2 - a^2}$	$\cosh at$
$\frac{1}{s - a}$	e^{at}	$\frac{a}{(s - b)^2 + a^2}$	$e^{bt} \sin at$
$\frac{1}{(s - a)^2}$	$t e^{at}$	$\frac{s - b}{(s - b)^2 + a^2}$	$e^{bt} \cos at$
$\frac{a}{s(s - a)}$	$e^{at} - 1$	$\frac{a}{(s - b)^2 - a^2}$	$e^{bt} \sinh at$
$\frac{a - b}{(s - a)(s - b)}$	$e^{at} - e^{bt}$	$\frac{s - b}{(s - b)^2 - a^2}$	$e^{bt} \cosh at$
$\frac{a}{1 + as}$	$e^{-\frac{t}{a}} \quad (a \neq 0)$	$\frac{2as}{(s^2 + a^2)^2}$	$t \sin at$
$\frac{a^2}{(1 + as)^2}$	$t e^{-\frac{t}{a}} \quad (a \neq 0)$	$\frac{s^2 - a^2}{(s^2 + a^2)^2}$	$t \cos at$
$\frac{1}{s(1 + as)}$	$1 - e^{-\frac{t}{a}} \quad (a \neq 0)$	$\frac{2as}{(s^2 - a^2)^2}$	$t \sinh at$
$\frac{a - b}{(1 + as)(1 + bs)}$	$e^{-\frac{t}{a}} - e^{-\frac{t}{b}} \quad (a, b \neq 0)$	$\frac{s^2 + a^2}{(s^2 - a^2)^2}$	$t \cosh at$
$\frac{s}{(s - a)^2}$	$(1 + at)e^{at}$	$\frac{2}{(s - a)^3}$	$t^2 e^{at}$
$\frac{(a - b)s}{(s - a)(s - b)}$	$a e^{at} - b e^{bt}$	$\frac{2s}{(s - a)^3}$	$(at^2 + 2t)e^{at}$
$\frac{a^3 s}{(1 + as)^2}$	$(a - t)e^{-\frac{t}{a}} \quad (a \neq 0)$	$\frac{2s^2}{(s - a)^3}$	$(a^2 t^2 + 4at + 2)e^{at}$
$\frac{ab(a - b)s}{(1 + as)(1 + bs)}$	$a e^{-\frac{t}{b}} - b e^{-\frac{t}{a}} \quad (a, b \neq 0)$	$\frac{a^2}{s^2(s - a)}$	$e^{at} - at - 1$

A.12 Eigenschaften der Laplace-Transformation

Eigenschaft	Zeitfunktion	Bildfunktion
Linearität	$C_1 f_1(t) + C_2 f_2(t)$	$C_1 F_1(s) + C_2 F_2(s)$
Ähnlichkeit ($a > 0$)	$f(at)$	$\frac{1}{a} F\left(\frac{s}{a}\right)$
Zeitverschiebung	$\sigma(t - t_0) f(t - t_0)$	$e^{-t_0 s} F(s)$
Dämpfung	$e^{-s_0 t} f(t)$	$F(s + s_0)$
Differenziation in t	$f'(t)$ $f''(t)$ \vdots $f^{(n)}(t)$	$s F(s) - f(0)$ $s^2 F(s) - s f(0) - f'(0)$ \vdots $s^n F(s) - \sum_{k=0}^{n-1} s^{n-k-1} f^{(k)}(0)$
Differenziation in s	$-t f(t)$ $t^2 f(t)$ \vdots $(-t)^n f(t)$	$F'(s)$ $F''(s)$ \vdots $F^{(n)}(s)$
Multiplikation mit t	$t f(t)$ $t^2 f(t)$ \vdots $t^n f(t)$	$-F'(s)$ $F''(s)$ \vdots $(-1)^n F^{(n)}(s)$
Integration im Zeitbereich	$\int_0^t f(\tau) d\tau$	$\frac{1}{s} F(s)$
Integration im Bildbereich	$\frac{1}{t} f(t)$	$\int_s^\infty F(u) du$
Faltung im Zeitbereich	$f_1(t) \star f_2(t)$	$F_1(s) \cdot F_2(s)$
Periodische Funktion	$f(t + T) = f(t)$	$\frac{1}{1 - e^{-Ts}} \int_0^T f(t) e^{-st} dt$

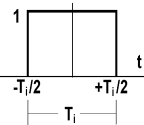
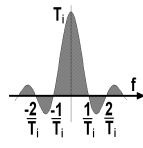
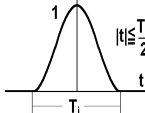
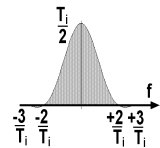
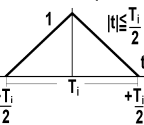
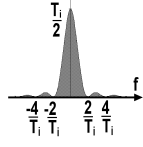
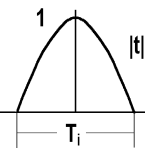
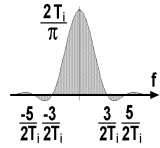
A.13 Korrespondenzen der z-Transformationen

Bildfunktion $F(z)$	Zeitfolge (f_k)	Bildfunktion $F(z)$	Zeitfolge (f_k)
1	δ_k	$\frac{1}{z^n}$	1 für $k = n$, 0 sonst
$\frac{z}{z-1}$	1	$\frac{z}{(z-1)^2}$	k
$\frac{z}{z-a}$	a^k	$\frac{az}{(z-a)^2}$	$k a^k$

A.14 Eigenschaften der z-Transformationen

Eigenschaft	Zeitfolge	Bildfunktion
Linearität	$C_1 (f_k) + C_2 (g_k)$	$C_1 F(z) + C_2 G(z)$
Dämpfung	$(a^{-k} f_k)$	$F(az)$
Indexverschiebung	(f_{k-n}) (f_{k+1}) (f_{k+2}) \vdots (f_{k+n})	$z^{-n} F(z)$ $z(F(z) - f_0)$ $z^2(F(z) - f_0 - f_1 z^{-1})$ \vdots $z^n \left(F(z) - \sum_{k=0}^{n-1} f_k z^{-k} \right)$
Differenzen	(Δf_k) $(\Delta^2 f_k)$ \vdots $(\Delta^n f_k)$	$(z-1)F(z) - z f_0$ $(z-1)^2 F(z) - z((z-1)f_0 + \Delta f_0)$ \vdots $(z-1)^n F(z) - z \sum_{k=0}^{n-1} (z-1)^{n-k-1} \Delta^k f_0$
Multiplikation mit k	$(k f_k)$ $(k^2 f_k)$ \vdots	$-z F'(z)$ $z F'(z) - z^2 F''(z)$ \vdots
Faltung im Zeitbereich	$(f_k) \star (g_k)$	$F(z) \cdot G(z)$

Korrespondenzen der FT

Zeitfunktion $s(t)$ ○—● Spektralfunktion $\underline{S}(f)$	Fourierkoeffizienten a_0, a_n, b_n	Zeitfunktion $s(t)$ ○—● Spektralfunktion $\underline{S}(f)$	Fourierkoeffizienten a_0, a_n, b_n
$s(t) = 1$ (Bereich $-\frac{T_i}{2} \leq t \leq \frac{T_i}{2}$) Rechteck - Impuls 	$\underline{S}(f) = T_i \frac{\sin(\pi f T_i)}{\pi f T_i}$  $a_0 = \frac{T_i}{T}$ $a_n = \frac{T_i}{T} \cdot \frac{\sin\left(\frac{n\pi T_i}{T}\right)}{\frac{n\pi T_i}{T}}$ $b_n = 0$ Sonderfall: $T = 2T_i$: (Rechteck-Schwingung) $a_0 = 1$ $a_n = (-1)^{\frac{n-1}{2}} \cdot \frac{2}{n\pi}$ $n = 1, 3, 5, 7,$	$s(t) = \cos^2\left(\pi \frac{t}{T_i}\right)$ $= \frac{1}{2} \left(1 + \cos 2\pi \frac{t}{T_i} \right)$ \cos^2 - Impuls 	$\underline{S}(f) = \frac{T_i}{2} \cdot \frac{\sin(\pi f T_i)}{\pi f T_i (1 - (fT_i)^2)}$  $a_0 = \frac{T_i}{T}$ $a_n = \frac{T_i}{T} \cdot \frac{\sin\left(\frac{n\pi T_i}{T}\right)}{\frac{n\pi T_i}{T} \left(1 - \left(\frac{nT_i}{T}\right)^2 \right)}$ $b_n = 0$
$s(t) = 1 - 2 \frac{ t }{T_i}$ (Bereich $-\frac{T_i}{2} \leq t \leq \frac{T_i}{2}$) Dreieck - Impuls 	$\underline{S}(f) = \frac{T_i}{2} \left(\frac{\sin(\pi f T_i/2)}{\pi f T_i/2} \right)^2$  $a_0 = \frac{T_i}{T}$ $a_n = \frac{T_i}{T} \left(\frac{\sin\left(\frac{n\pi T_i}{2T}\right)}{\frac{n\pi T_i}{2T}} \right)^2$ $b_n = 0$ Sonderfall: $T = T_i$: (Dreieck-Schwingung) $a_0 = 1$ $a_n = \frac{4}{\pi^2} \cdot \frac{1}{n^2}$ $n = 1, 3, 5, 7,$	$s(t) = \cos\left(\pi \frac{t}{T_i}\right)$ \cos - Impuls 	$\underline{S}(f) = \frac{2T_i}{\pi} \cdot \frac{\cos(\pi f T_i)}{1 - (2fT_i)^2}$  $a_0 = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{T_i}{T}$ $a_n = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{T_i}{T} \cdot \frac{\cos\left(\frac{n\pi T_i}{T}\right)}{1 - \left(\frac{2nT_i}{T}\right)^2}$ $b_n = 0$

Skript, Tabelle 2.2.