Formelsammlung — Signale und Systeme

bei Prof. Thao Dang

Tim Hilt

15. Januar 2019

1 Allgemeines

Dämpfung zweier Pegel

$$a = 20 \cdot \log \left(\frac{\text{Eingang}}{\text{Ausgang}} \right) \text{dB}$$

und wenn Eingang = 1:

$$= -20 \cdot \log(\text{Ausgang})\text{dB}$$

2 LTI-System

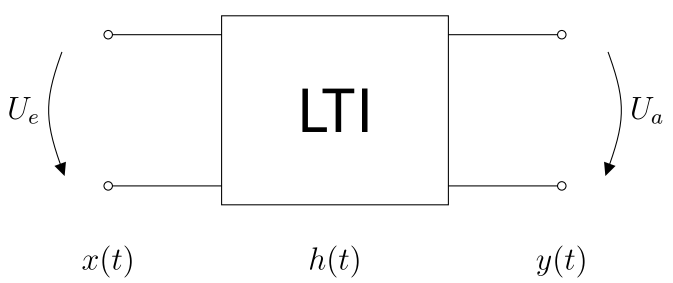

Abbildung 1: LTI-System

Eigenschaften Allgemeine Cosinusfunktion

$$f(t) = A\cos(\omega \cdot t)$$
$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Betrag einer komplexen Zahl

$$Z = x + jy$$
$$|Z| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Winkel einer komplexen Zahl

$$\arg(Z) = \varphi = \begin{cases} \arctan\left(\frac{y}{x}\right) & \text{für } x > 0, y \text{ bel.} \\ \arctan\left(\frac{y}{x}\right) + \pi & \text{für } x < 0, y \text{ bel.} \\ \frac{\pi}{2} & \text{für } x = 0, y > 0 \\ -\frac{\pi}{2} & \text{für } x = 0, y < 0 \end{cases}$$

Phasengang

$$b(f) = -\arg(Z)$$

Die Phase muss dem negativen Winkel entsprechen, um bei nachlaufendem Signal eine positive Zeitverzögerung zu erhalten.

Phasenlaufzeit/Zeitverzögerung

$$t_p = \frac{b(f)}{\omega}$$

Formel der verbotenen Werte

Verfahren zur einfachen Lösung von Partialbrüchen. Dabei wird jeweils mit dem Nenner eines einzelnen Partialbruchs durchmultipliziert, gekürzt und danach für p der zuvor verbotene Wert der Polstelle des aktuellen Partialbruchs eingesetzt. Alle anderen Partialbrüche werden somit $= 0$ und es kann ein sehr einfacher Vergleich mit der linken Seite der Gleichung, der Ursprungsgleichung, gemacht werden.

Es verhält sich jedoch anders, wenn eine mehrfache Nullstelle zur Anwendung kommt.

3 Fourierreihen

Das erste Glied $a_1/b_1/c_1$ einer Fourierreihe heißt **Grundschwingung**. Alle folgenden Glieder werden **Oberschwingungen** genannt.

4 Fouriertransformation

Fourierreihe aus Fouriertransformation

Achtung: stetiges f der Fouriertransformation wird durch diskretes $\frac{k}{T}$ ersetzt

$$\frac{1}{T} = f_0$$
$$s_0(t) \circ\!\!-\!\!\bullet\, S_0(f)$$
$$c_k = \frac{1}{T} \cdot S_0\left(\frac{k}{T}\right)$$

5 Faltung

Werden zwei Signale $u_1(t), u_2(t)$ unterschiedlicher Bandbreiten T_1, T_2 gefaltet, so beträgt die Bandbreite des neuen Signals $T_1 + T_2$.

5.1 Faltung mit $\sigma(t)$

Wird eine Funktion mit $\sigma(t)$ gefaltet, so ergibt sich für das Faltungsintegral:

$$n(t) \star \sigma(t) = \int_{-\infty}^{\infty} n(\tau) \cdot \sigma(t - \tau) d\tau = \int_{-\infty}^{t} n(\tau) d\tau$$

Für Pol- Nullstellendiagramm:

- ps im Nenner und im Zähler isolieren
- Pol- und Nullstellen für p finden
- Polstellen als $\times$ und Nullstellen als $\bigcirc$ in ein Re / Im-Diagramm eintragen

Bode-Diagramm

Das Bode-Diagramm besteht aus dem **Amplitudengang** und dem **Phasengang**. Der Amplitudengang $A(f)$ lässt sich berechnen durch

$$A(f) = |H(f)|$$

während sich der Phasengang $b(f)$ berechnen lässt über

$$b(f) = -\arctan\left(\frac{\mathrm{Im}(H(f))}{\mathrm{Re}(H(f))}\right) + \begin{cases} 0 & \mathrm{Re}(H(f)) > 0 \\ \pm\pi & \mathrm{Re}(H(f)) < 0 \end{cases}$$

Achtung! Es gilt:

$$\begin{aligned} H(p) &= \frac{\text{Zähler}}{\text{Nenner}} \\ \arg(H(p)) &= \end{aligned}$$

Sprungantwort schnell berechnen

$$a(t) = (a(0) - a(\infty)) \cdot e^{-\frac{t}{T}} + a(\infty)$$