Algorithmik zur Optimierung in neuronalen Netzwerken

Gradient Descent und Backpropagation

Tim Hilt

Date: tbd

Hochschule Esslingen — University of Applied Sciences

Gliederung

Training

Loss-Funktion

- Dient zur Berechnung des Fehlers während dem Training
- Trainingsfehler soll minimiert werden
- $\Rightarrow$ wir suchen den Punkt, an dem die Ableitung der Loss-Funktion 0 wird, der Fehler also nicht mehr abnimmt
- Es gibt eine Vielzahl an Loss-Funktionen, wir betrachten hier die „**Mean Squared Error (MSE)**“:

$$C(w, b) = \frac{1}{2m} \sum_{x=1}^{m} (y(x) - \hat{y}(x))^2$$

Loss-Funktion

- Dient zur Berechnung des Fehlers während dem Training
- Trainingsfehler soll minimiert werden
- $\Rightarrow$ wir suchen den Punkt, an dem die Ableitung der Loss-Funktion 0 wird, der Fehler also nicht mehr abnimmt
- Es gibt eine Vielzahl an Loss-Funktionen, wir betrachten hier die „**Mean Squared Error (MSE)**“:

$$C(w,b) = \frac{1}{2m} \sum_{x=1}^{m} (y(x) - \hat{y}(x))^2$$

$C(w,b)$	Cost in Abhängigkeit von w und b
m	Anzahl der Trainingsinstanzen
$y(x)$	Gewünschter Output wenn x Input ist
$\hat{y}(x)$	Tatsächlicher Output des Netzwerkes

Gradient Descent

- Methode um die Weights w und Biases b zu optimieren
- Vorgehen:

Gradient Descent

- Methode um die Weights w und Biases b zu optimieren
- Vorgehen:
    1. Finde die Änderungsrate des Fehlers in Abhängigkeit von den Weights und Biases ($\partial C/\partial w; \partial C/\partial b$)

Gradient Descent

- Methode um die Weights w und Biases b zu optimieren
- Vorgehen:
  1. Finde die Änderungsrate des Fehlers in Abhängigkeit von den Weights und Biases ($\partial C / \partial w; \partial C / \partial b$)
  2. Multipliziere die Änderungsrate mit der Lernrate η

Gradient Descent

- Methode um die Weights w und Biases b zu optimieren
- Vorgehen:
  1. Finde die Änderungsrate des Fehlers in Abhängigkeit von den Weights und Biases ($\partial C/\partial w; \partial C/\partial b$)
  2. Multipliziere die Änderungsrate mit der Lernrate η
  3. Ziehe das Produkt aus Änderungsrate und Lernrate von den aktuellen Parametern ab

Gradient Descent

- Methode um die Weights w und Biases b zu optimieren
- Vorgehen:
  1. Finde die Änderungsrate des Fehlers in Abhängigkeit von den Weights und Biases ($\partial C/\partial w; \partial C/\partial b$)
  2. Multipliziere die Änderungsrate mit der Lernrate η
  3. Ziehe das Produkt aus Änderungsrate und Lernrate von den aktuellen Parametern ab
  4. Aktualisiere die alten Parameter durch das Ergebnis des letzten Schrittes

$$w_{k+1} = w_k - \eta \frac{\partial C}{\partial w_k}$$

$$b_{k+1} = b_k - \eta \frac{\partial C}{\partial b_k}$$

Backpropagation

Problem

Wie finde ich die Änderungsraten $\frac{\partial C}{\partial w}; \frac{\partial C}{\partial b}$, die ich für Gradient Descent benötige?

Backpropagation

Problem

Wie finde ich die Änderungsraten $\frac{\partial C}{\partial w}; \frac{\partial C}{\partial b}$, die ich für Gradient Descent benötige?

$\Rightarrow$ Idee: Divide and conquer; Problem in kleinere, handhabbare Probleme zerlegen

Backpropagation

Problem

Wie finde ich die Änderungsraten $\frac{\partial C}{\partial w}$; $\frac{\partial C}{\partial b}$, die ich für Gradient Descent benötige?

$\Rightarrow$ Idee: Divide and conquer; Problem in kleinere, handhabbare Probleme zerlegen

$$f(a,b,c,d) = ((a+b)\cdot(c+d))^2$$

Problem

Wie finde ich die Änderungsraten $\frac{\partial C}{\partial w}; \frac{\partial C}{\partial b}$, die ich für Gradient Descent benötige?

$\Rightarrow$ Idee: Divide and conquer; Problem in kleinere, handhabbare Probleme zerlegen

$$f(a, b, c, d) = ((a + b) \cdot (c + d))^2$$
$$g(a, b) = a + b$$

Problem

Wie finde ich die Änderungsraten $\frac{\partial C}{\partial w}; \frac{\partial C}{\partial b}$, die ich für Gradient Descent benötige?

$\Rightarrow$ Idee: Divide and conquer; Problem in kleinere, handhabbare Probleme zerlegen

$$f(a, b, c, d) = ((a + b) \cdot (c + d))^2$$
$$g(a, b) = a + b$$
$$h(c, d) = c + d$$

Problem

Wie finde ich die Änderungsraten $\frac{\partial C}{\partial w}; \frac{\partial C}{\partial b}$, die ich für Gradient Descent benötige?

$\Rightarrow$ Idee: Divide and conquer; Problem in kleinere, handhabbare Probleme zerlegen

$$\begin{aligned} f(a, b, c, d) &= ((a + b) \cdot (c + d))^2 \\ g(a, b) &= a + b \\ h(c, d) &= c + d \\ i(g, h) &= g \cdot h \end{aligned}$$

Backpropagation

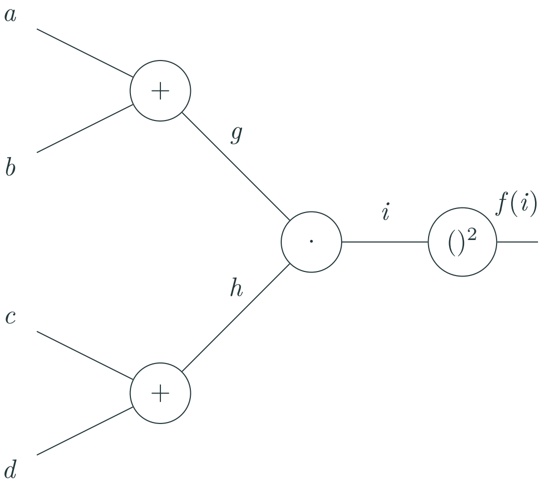
Problem

Wie finde ich die Änderungsraten $\frac{\partial C}{\partial w}; \frac{\partial C}{\partial b}$, die ich für Gradient Descent benötige?

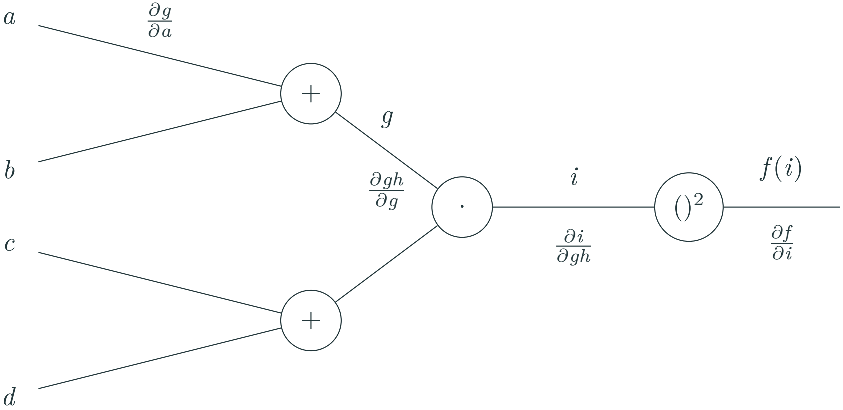
$\Rightarrow$ Idee: Divide and conquer; Problem in kleinere, handhabbare Probleme zerlegen

$$
\begin{aligned}
f(a, b, c, d) &= ((a + b) \cdot (c + d))^2 \\
g(a, b) &= a + b \\
h(c, d) &= c + d \\
i(g, h) &= g \cdot h \\
f(i) &= i^2
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
f(a, b, c, d) &= ((a + b) \cdot (c + d))^2 \\
g(a, b) &= a + b \\
h(c, d) &= c + d \\
i(g, h) &= g \cdot h \\
f(i) &= i^2
\end{aligned}
$$

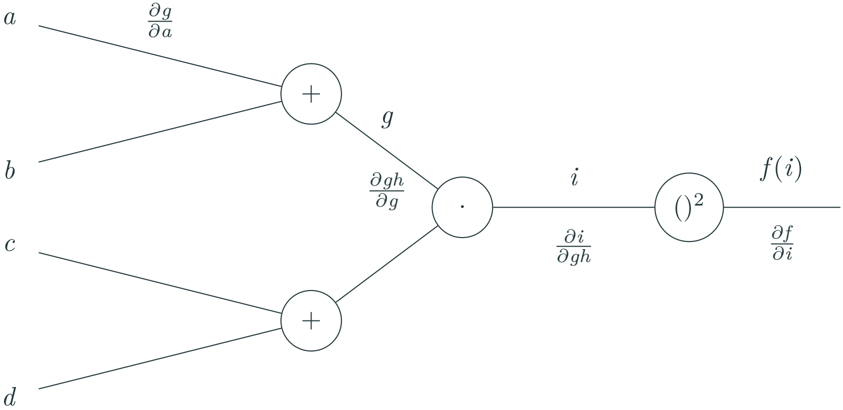


Backpropagation



Frage: $\frac{\partial f}{\partial a}$?

Backpropagation



Frage: $\frac{\partial f}{\partial a}$?

$$\frac{\partial f}{\partial a} = \frac{\partial f}{\partial i} \cdot \frac{\partial i}{\partial gh} \cdot \frac{\partial gh}{\partial g} \cdot \frac{\partial g}{\partial a}$$

Zuvor beschriebene Architektur

Pass

Optimierte Architektur

- Vorteil: Schnellere Konvergenz
- Verwendung von optimierter Cost-, Activation- und Gradient-Descent-Funktion

Fragen?

Literaturverzeichnis

- GÉRON, Aurélien. *Hands-On Machine Learning with Scikit-Learn, Keras, and TensorFlow: Concepts, Tools, and Techniques to Build Intelligent Systems*. O'Reilly Media, 2019.
- BURKOV, Andriy. *The hundred-page machine learning book*. Andriy Burkov Quebec City, Can., 2019.
- LECUN, Yann; BOTTOU, Léon; BENGIO, Yoshua; HAFFNER, Patrick. Gradient-based learning applied to document recognition. *Proceedings of the IEEE*. 1998, Jg. 86, Nr. 11, S. 2278–2324.
- XIAO, Han; RASUL, Kashif; VOLLGRAF, Roland. Fashion-mnist: a novel image dataset for benchmarking machine learning algorithms. *arXiv preprint arXiv:1708.07747*. 2017.