**МИНИСТЕРСТВО ЦИФРОВОГО РАЗВИТИЯ, СВЯЗИ И МАССОВЫХ КОММУНИКАЦИЙ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Ордена Трудового Красного Знамени федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

**Московский технический университет**

**связи и информатики**

──────────────────────────────────────

Факультет СиСС

Кафедра общей теории связи

**ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА**

**№ 26-1**

по дисциплине «Цифровая обработка сигналов»

на тему:

**«Анализ нерекурсивных цифровых фильтров**

**1-го и 2-го порядка»**

Вариант №4

Выполнил: студ. гр. БСС2202

Бенедисюк П. Г.

Проверил: проф. каф. ОТС

Волчков В. П.

(Осенний семестр)

Москва 2024

1. **Цель работы**

На персональном компьютере провести анализ ***нерекурсивных*** (трансверсальных) цифровых фильтров 1-го и 2-го порядка; исследовать частотные и временные характеристики фильтров, а также их взаимосвязь со значениями коэффициентов (параметров) ЦФ.

1. **Выполнение домашнего задания**
   1. **Исходные данные варианта**

В соответствии с вариантом, исходные данные в таблице 1  
 **Табл.1.** Исходные данные для расчета

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Параметр** | b0 | b1 | fд |
| **Значение** | 1 | -0,66 | 8кГц |

* 1. Запись разностного уравнения и системной функции

Разностное уравнение ЦФ:

 (1)

В данном уравнении:  
-  – совокупность коэффициентов ЦФ;  
-  – задержанные (на *m* периодов дискретизации) копии входного сигнала ЦФ.

 (2)

В данной формуле:

 - коэффициенты разностного уравнения;

 - входной сигнал с задержкой 0, 1, ...;

 - выходной сигнал.

Подставив в формулу (2) исходные данные из табл. 1, получим:

(3)

Пусть задан дискретный сигнал . Тогда его односторонним Z-преобразованием называется:

 (4)

Пусть на входе ЦФ действует сигнал , а на выходе наблюдается сигнал . Тогда системной функцией ЦФ называется отношение:

 (5)

Свойство линейности Z-преобразования:

 (6)

 (7)

Свойство смещения Z-преобразования:

 (8)

Системная функция нерекурсивного ЦФ находится с помощью (1):

 (9)

Таким образом, системная функция нерекурсивного рассчитывается как:

 (10)

После подстановки исходных данных в уравнение (10), получим:

 (11)

* 1. **Построение структурной схемы ЦФ**

Структурная схема фильтра, составленная на основе уравнения (3), показана на рис. 1











**Рис. 1.** Структурная схема нерекурсивного ЦФ 1-го порядка

* 1. Расчет и построение импульсной реакции, амплитудно- и фазо-частотной характеристики ЦФ

Импульсная реакция - отклик ЦФ на входной единичный импульс:

 (12)

где  - единичный импульс Кронекера:

 (13)

В соответствии с формулами (2) и (12) и начальными условиями получаем импульсную реакцию заданного нерекурсивного ЦФ 1-го порядка:

 (14)

График импульсной реакции  изображен на рис. 2.



**Рис. 2.** Импульсная реакция нерекурсивного ЦФ 1-го порядка (*b0*= 1; *b1* = -0,66)

Переходной функцией , *i*=0,1,2…, ЦФ называют его отклик на дискретный единичный скачок:

 (15)

Переходная характеристика строится по следующей формуле:

 (16)

Где  =  - ИХ ЦФ.

В соответствии с формулами (8) и (10) и начальными условиями получаем ПХ заданного нерекурсивного ЦФ 1-го порядка:

 (17)



**Рис. 3.** ПХ нерекурсивного ЦФ 1-го порядка (*b0*= 1; *b1* = -0,66)

Комплексным коэффициентом передачи ЦФ  называется функция частоты :

 (18)

(19)

(20)

(21)

где  - частота дискретизации,  - интервал дискретизации.

Амплитудно-частотной характеристикой ЦФ называется функция частоты:

 (22)

Где  - оператор взятия модуля комплексного числа. По определению модуля комплексного числа :

 (23)

Также по формуле Эйлера:

 (24)

 (25)

Следовательно, АЧХ ЦФ рассчитывается по следующей формуле:

 (26)

Если в уравнении (11) произвести замену , где  - круговая частота, [рад/с], - период дискретизации, [с] и взять модуль, получится АЧХ ЦФ:

 (27)



**Рис. 4.** АЧХ нерекурсивного ЦФ 1-го порядка (*b0* = 1; *b1* = -0,66)

Рассчитаем ФЧХ ЦФ, найдя аргумент  функции :

 (28)



**Рис. 5.** ФЧХ нерекурсивного ЦФ 1-го порядка (*b0* = 1; *b1* = -0,66)

3. Выполнение лабораторной работы

3.1. Исходные параметры исследуемых фильтров

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер фильтра | Порядок фильтра | *b0* | *b1* | *b2* |
| 1 | 1 | 1 | 0,92 | 0 |
| 2 | 1 | 1 | -1,08 | 0 |
| 3 | 2 | 1 | 1 | -0,08 |
| 4 | 2 | 1 | -1 | -0,08 |
| 5 | 2 | 1 | 0 | 0,92 |
| 6 | 2 | 1 | 0 | -1,08 |

3.2. Структурные схемы и уравнения исследуемых фильтров

Структурная схема исследуемого нерекурсивного ЦФ 1-го порядка, построенная на основе уравнения (2) показана на рис. 6.

 (29)



**Рис. 6.** Структурная схема нерекурсивного ЦФ 1-го порядка

Структурная схема исследуемого нерекурсивного ЦФ 2-го порядка, построенная на основе уравнения (27) показана на рис. 7.

 (30)



**Рис. 7.** Структурная схема нерекурсивного ЦФ 2-го порядка

3.3. Выражения для расчета характеристик, исследуемых ЦФ

При помощи амплитудно-частотной характеристики (АЧХ), фазо-частотной характеристики (ФЧХ) и импульсной характеристики (ИХ) производится исследование нерекурсивных цифровых фильтров.

ИХ фильтра первого порядка представлена в формуле (14).

ИХ фильтра второго порядка:

 (31)

АЧХ фильтра первого порядка представлена в формуле (21).

АЧХ фильтра второго порядка:

 (32)

ФЧХ фильтра первого порядка представлена в формуле (26).

ФЧХ фильтра второго порядка:

 (33)

ПХ фильтра первого порядка представлена в формуле (17).

ПХ фильтра второго порядка:

 (34)

3.4. Результаты экспериментального исследования

**Рис. АЧХ-1** (; ; )**Рис. АЧХ-2** (; ; )



**Рис. ФЧХ-1**(; ; )**Рис. ФЧХ-2** (; ; )



**Рис. ИХ-1** (; ; )**Рис. ИХ-2** (; ; )

**

**Рис. ПХ-1** (; ; )**Рис. ПХ-2** (; ; )



****Рис. АЧХ-3** (; ; )**Рис. АЧХ-4** (; ; )

**Рис. ФЧХ-3** (; ; )**Рис. ФЧХ-4** (; ; )

**

**Рис. ИХ-3** (; ; )**Рис. ИХ-4** (; ; )

**Рис. ПХ-3** (; ; )**Рис. ПХ-4** (; ; )



**Рис. АЧХ-5** (; ; )**Рис. АЧХ-6** (; ; )



**Рис. ФЧХ-5** (; ; )**Рис. ФЧХ-6** (; ; )



**Рис. ИХ-5** (; ; )**Рис. ИХ-6** (; ; )



**Рис. ПХ-5** (; ; )**Рис. ПХ-6** (; ; )

4. Детальные выводы по проделанной работе

4.1. Анализ устойчивости

Критерий оценки устойчивости по импульсной характеристике фильтра:

Цифровой фильтр устойчив, если сумма абсолютных значений отсчетов его импульсной характеристики равна

. (35)

Все исследуемые ЦФ являются КИХ-фильтрами (с конечной ИХ). Следовательно, все исследуемые графики устойчивы

4.2. Классификация исследуемых ЦФ

Цифровые фильтры классифицируются по такому типу:

- ФНЧ – фильтр, у которого АЧХ локализована в области [0, ]

- ПФ – фильтр, у которого АЧХ локализована в области *[]*

- ФВЧ – фильтр, у которого АЧХ локализована в области [ ]

- РФ-фильтр, у которого дополняющая АЧХ описывает полосовой фильтр

Список коэффициентов и соответствующих им типов фильтров, полученных в результате анализа частотных характеристик:

Фильтр №1: () является ФНЧ 1-го порядка.

Фильтр №2: () является ФВЧ 1-го порядка.

Фильтр №3: () является ФНЧ 2-го порядка.

Фильтр №4: () является ФВЧ 2-го порядка.

Фильтр №5: () является РФ 2-го порядка.

Фильтр №6: () является ПФ 2-го порядка.

4.3. Анализ поведения АЧХ

Основные параметры при анализе АЧХ исследуемых ЦФ 1-ого и 2-ого порядков:

- ширина полосы пропускания (по уровню 0,7 от максимального значения);

- крутизна спада/подъема;

- наличие пульсаций;

Сравним фильтр №1 и фильтр №3. Оба фильтра являются ФНЧ фильтрами, только фильтр №1 – 1-го порядка, а №3 – 2-го порядка. Ширина полосы пропускания фильтра №3 [2234 Гц] больше, чем у фильтра №1 [1949 Гц].

У ФНЧ 1 больше, чем у фильтра №3 

Крутизна спада АЧХ фильтра №1 больше, чем у фильтра №3. В обоих фильтрах в полосе пропускания отсутствуют пульсации.

Сравним фильтр №2 и фильтр №4. Оба фильтра являются ФВЧ фильтрами, только фильтр №2 – 1-го порядка, а №4 – 2-го порядка. Ширина полосы пропускания фильтра №4 [2247 Гц] больше, чем у фильтра №2 [2017 Гц].

У ФВЧ 1  меньше, чем у ФВЧ 2 

Крутизна подъема АЧХ фильтра №4 больше, чем у фильтра №2. В обоих фильтрах в полосе пропускания отсутствуют пульсации.

4.4. Преимущества и недостатки нерекурсивных ЦФ

Преимущества нерекурсивных ЦФ:

1. Отсутствие обратных связей – это обеспечивает постоянную устойчивость.
2. Конечная импульсная характеристика, благодаря которой переходные процессы в фильтре затухают за ограниченное время.
3. Простота проектирования
4. Имеют линейную фазо-частотную характеристику, позволяющую избегать искажений сигнала.

Недостатки нерекурсивных ЦФ:

1. Большая вычислительная сложность: для достижения желаемых частотных свойств требуется импульсная характеристика с большим количеством отсчетов, что увеличивает вычислительные затраты на реализацию фильтра.
2. Они не могут аппроксимировать амплитудно-частотные характеристики с крутыми переходами, т.е. для получения приемлемых частотных характеристик, например, полосовых фильтров с высокой прямоугольностью АЧХ необходимы нерекурсивные фильтры высокого порядка до нескольких сотен и даже тысяч.