

## Zad6 - Klasyfikator bayesowski

### 1. Zbiór uczący.

Dreszcze	Katar	Ból głowy	Gorączka	Grypa?
Tak	Nie	Średni	Tak	Nie
Tak	Tak	Nie	Nie	Tak
Tak	Nie	Duży	Tak	Tak
Nie	Tak	Średni	Tak	Tak
Nie	Nie	Nie	Nie	Nie
Nie	Tak	Duży	Tak	Tak
Nie	Tak	Duży	Nie	Nie
Tak	Tak	Średni	Tak	Tak

### 2. Klasyfikator bayesowski – opis.

- Klasyfikator bayesowski jest prostym probabilistycznym klasyfikatorem.
- Zakłada on, że zmienne są niezależne od siebie.
- Opiera się on na twierdzeniu Bayesa.

Twierdzenie Bayesa:

$$P(C|X) = \frac{P(X|C) * P(C)}{P(X)}$$

Powyższy wzór pozwala wyznaczyć prawdopodobieństwo zdarzenia w którym klasa C opisuje zdarzenie X.

$P(C)$  – oznacza prawdopodobieństwo a-priori wystąpienia klasy C.

$P(X|C)$  – oznacza prawdopodobieństwo a-posteriori, że zdarzenie X należy do klasy C.

$P(X)$  – oznacza prawdopodobieństwo a-priori wystąpienia przykładu X.

W przypadku n-atrybutów, które opisują zdarzenie  $X=\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ , wartość  $P(X|C)$  jest wyrażona wzorem:

$$P(X|C) = \prod_{i=1}^n p(x_i | C)$$

### 3. Obliczenia.

### 3.1. Prawdopodobieństwo wystąpienia klasy C.

C	P(C)
Grypa = Tak	$=5/8=0,625$
Grypa = Nie	$=3/8=0,375$

### 3.2. Prawdopodobieństwo przynależności poszczególnych atrybutów zdarzenia X do klasy C.

X C	P(X C)
Dreszcze=Tak   Grypa=Tak	0,6
Dreszcze=Tak   Grypa=Nie	0,333333333
Dreszcze=Nie   Grypa=Tak	0,4
Dreszcze=Nie   Grypa=Nie	0,666666667
Katar=Tak   Grypa=Tak	0,8
Katar=Tak   Grypa=Nie	0,333333333
Katar=Nie   Grypa=Tak	0,2
Katar=Nie   Grypa=Nie	0,666666667
Ból głowy=Nie   Grypa=Tak	0,2
Ból głowy=średni Grypa=Tak	0,4
Ból głowy=duży Grypa=Tak	0,4
Ból głowy=Nie   Grypa=Nie	0,333333333
Ból głowy=średni Grypa=Nie	0,333333333
Ból głowy=duży Grypa=Nie	0,333333333
Gorączka=Tak   Grypa=Tak	0,8
Gorączka=Tak   Grypa=Nie	0,333333333
Gorączka=Nie   Grypa=Tak	0,2
Gorączka=Nie   Grypa=Nie	0,666666667

## 4. Klasyfikacja.

Zdarzenie do zaklasyfikowania:

Dreszcze	Katar	Ból głowy	Gorączka	Grypa?
Tak	Nie	średni	Tak	?

Przynależność zdarzenia X do klasy Grypa=Tak wyraża się wzorem:

$$\begin{aligned}
 P(X|Grypa = Tak) &= p(Dreszcze = Tak | Grypa = Tak) * \\
 &\quad p(Katar = Nie | Grypa = Tak) * \\
 &\quad p(Ból\ głowy = średni|Grypa = Tak) * \\
 &\quad p(Gorączka = Tak | Grypa = Tak)
 \end{aligned}$$

Zgodnie z powyższym wzorem otrzymujemy:

$$P(X|Grypa = Tak) = 0,6 * 0,2 * 0,4 * 0,8 = 0,024$$

Przynależność zdarzenia X do klasy Grypa=Nie wyraża się wzorem:

$$\begin{aligned} P(X|Grypa = Nie) = & p(Dreszcze = Tak | Grypa = Nie) * \\ & p(Katar = Nie | Grypa = Nie) * \\ & p(Ból głowy = \acute{s}redni | Grypa = Nie) * \\ & p(Gorączka = Tak | Grypa = Nie) \end{aligned}$$

Zgodnie z powyższym wzorem otrzymujemy:

$$P(X|Grypa = Nie) = 0,33 * 0,66 * 0,33 * 0,33 = 0,009259$$

Posiadając powyższe obliczenia policzmy  $P(Grypa=Tak|X)$  oraz  $P(Grypa=Nie|X)$ :

$$\begin{aligned} P(Grypa = Tak|X) &= P(X|Grypa = Tak) * P(Grypa = Tak)/P(X) \\ P(Grypa = Nie|X) &= P(X|Grypa = Nie) * P(Grypa = Nie)/P(X) \end{aligned}$$

Dodatkowo  $P(X)$  wyraża się wzorem:

$$\begin{aligned} P(X) &= P(X|Grypa = Tak) * P(Grypa = Tak) + \\ & P(X|Grypa = Nie) * P(Grypa = Nie) \end{aligned}$$

Podstawiając do wzorów otrzymujemy:

$$P(X|Grypa = Tak) * P(Grypa = Tak) = 0,024 * 0,625 = 0,015$$

$$P(X|Grypa = Nie) * P(Grypa = Nie) = 0,009259 * 0,375 = 0,003472$$

$$P(X) = 0,015 + 0,003472 = 0,018472$$

$$P(Grypa = Tak|X) = \frac{0,015}{0,018472} = 0,81203$$

$$P(Grypa = Nie|X) = \frac{0,003472}{0,018472} = 0,18797$$

$P(Grypa = Tak|X) > P(Grypa = Nie|X)$  zatem zdarzenie klasyfikujemy do klasy Grypa=Tak.