

Лабораторна робота 4

ІНТЕРПОЛЯЦІЯ ДАНИХ. ІНТЕРПОЛЯЦІЙНИЙ ПОЛІНОМ ЛАГРАНЖА. ЧИСЕЛЬНЕ ДИФЕРЕНЦІЮВАННЯ.

Мета роботи: застосування алгоритмів інтерполяції для побудови поліноміального наближення функції; вивчення методів числового диференціювання функції однієї змінної.

Завдання: апроксимувати функцію $f(x)$ поліномом Лагранжа, використовуючи глобальну та кускову інтерполяції на заданих вузлах. За формулами числового диференціювання наближено знайти першу та другу похідні функції $f(x)$.

Вимоги до виконання роботи

1. Запрограмуйте обчислення інтерполяційного поліному $L(x)$ довільного степеню.
2. Функція $f(x)$ задана аналітично та у вигляді таблиці. Згідно з вашим варіантом побудуйте таблицю значень функції $f(x)$ на відрізку $[a,b]$ з кроком h :
 - а) отриманих безпосередньо за формулою;
 - б) отриманих за допомогою кускової інтерполяції поліномами Лагранжа вказаного степеню;
 - в) отриманих за допомогою глобальної інтерполяції поліномом Лагранжа.
3. Побудуйте таблицю значень функцій $f'(x)$ та $f''(x)$ на відрізку $[a,b]$ з кроком h :
 - а) отриманих безпосереднім диференціюванням;
 - б) отриманих за формулами числового диференціювання. Для обчислення значень функції, що використовуються у формулах диференціювання, скористайтесь кусково-поліноміальною інтерполяцією вказаного степеню.

Додатково

4. Запрограмуйте обчислення кубічного сплайну на заданих вузлах інтерполяції. Для пошуку невідомих коефіцієнтів із СЛР скористайтесь алгоритмами ЛРЗ або процедурою Gauss.

5. Побудуйте таблицю значень функцій $f(x)$, $f'(x)$ та $f''(x)$ на відрізку $[a, b]$ з кроком h , отриманих за допомогою сплайн-інтерполяції. Порівняйте з даними, отриманими у пп. 1 – 3.

Варіанти індивідуальних завдань

1. $f(x) = \exp(2x^3 + 3x^2 - 5)$;

x	-2,11	-1,8	-1,5	-1,15	-0,95	-0,22	-0,1	0,34	0,7	1,0
$f(x)$	0,00003	0,00096	0,00674	0,01700	0,01818	0,00763	0,00693	0,01031	0,05819	1,00

$[a, b] = [-2, 1]$; $h = 0,1$; кубічна інтерполяція.

2. $f(x) = \sin(\cos x)$;

x	0,88	1,68	2,3	2,8	3,5	4,11	4,78	5	6,5
$f(x)$	0,59490	-0,10877	-0,61806	-0,80887	-0,80546	-0,53678	0,06751	0,27987	0,82859
x	7,2	8,9	9,3	9,33	9,89	10,2			
$f(x)$	0,57152	-0,76138	-0,83725	-0,83904	-0,77941	-0,65506			

$[a, b] = [1, 10]$; $h = 0,1$; квадратична інтерполяція.

3. $f(x) = x^2 \exp(-x^2)$;

x	-2,1	-1,9	-1,6	-0,99	-0,23	0,4	0,6	0,9	1,4
$f(x)$	0,05360	0,09766	0,19790	0,36781	0,05017	0,13634	0,25006	0,36034	0,27608

$[a, b] = [-2, 0.5]$; $h = 0,1$; лінійна інтерполяція.

4. $f(x) = \exp(\sin x)$;

x	0,91	1,2	2,3	3,5	4,7	5,1	6,8	7,1	7,7	9
$f(x)$	2,20230	2,53968	2,10793	0,70414	0,36791	0,39621	1,63904	2,07294	2,68631	1,51001

$[a,b]=[1, 9]$; $h=0,1$; кубічна інтерполяція.

5. $f(x) = x \sin x - \cos x$;

x	-0.1	0.21	0.63	0.82	0.9	1.29	1.54	1.76	2.13
$f(x)$	-0.98502	-0.93425	-0.43687	-0.08268	0.08338	0.96236	1.50848	1.91667	2.33607

$[a,b]=[0, 2]$; $h=0,08$; квадратична інтерполяція.

6. $f(x) = \ln(x^4 - 2x^2 + 3)$;

x	-1.6	-1,1	-0,6	-0,2	0,2	0,7	0,93	1,2	1,51
$f(x)$	1.48921	0,71496	0,87946	1,07213	1,07213	0,81541	0,70223	0,78554	1.29161

$[a,b]=[-1.5, 1.5]$; $h=0,12$; лінійна інтерполяція.

7. $f(x) = \exp(x) \sin(x^3)$;

x	2.51	2.62	2,7	2,81	2.91	2.959	3	3.01	3.04
$f(x)$	-1.2932	-10,4527	11.0147	-3.2493	-8.6484	13.4931	19.2093	17.1088	3.74
x	3.05	3.07	3.08						
$f(x)$	-2.0721	-13.2096	-17.6195						

$[a,b]=[2.5, 3]$; $h=0,01$; кубічна інтерполяція.

8. $f(x) = \frac{\sin x}{x}$;

x	6	6.1	6.4	6.9	7.41	7.65	8	8.56	8.9
$f(x)$	-0.0466	-0.0299	0.0182	0.0838	0.1219	0.128018	0.1237	0.08889	0.05629
x	9.51	9.9							
$f(x)$	-0.00895	-0.04622							

$[a,b]=[6, 10]$; $h=0,1$; квадратична інтерполяція.

9. $f(x) = \sqrt{x} \exp(x)$;

x	1	1,21	1.38	1.39	1,5	1.54	1.62	1.76	1.77
$f(x)$	2.71828	3.68883	4.66945	4.73344	5.48893	5.78860	6.43153	7.71107	7.81066
x	1.88	2.16	2.77	2.88					
$f(x)$	8.98571	12.74392	26.56046	30.23182					

$[a,b]=[1, 2.5]$; $h=0,01$; кубічна інтерполяція.

10. $f(x) = \ln(x^2 + x + 1)$;

x	0.5	0.69	0.78	0.99	1.21	1.34	1.51	1.63	1.71	1.83
$f(x)$	0.55962	0.77293	0.87062	1.0886	1.30131	1.41963	1.566561	1.66523	1.72884	1.82114

$[a,b]=[0, 1.5]$; $h=0,01$; лінійна інтерполяція.

11. $f(x) = \sin(x^2 + x - 0.1)$;

x	1	1.23	1.37	1.44	1.5	1.57	1.63	1.76	1.79
$f(x)$	0.94630	0.47828	-0.00531	-0.26867	-0.48679	-0.71268	-0.86508	-0.99898	-0.98354
x	1.86	2.16	2.27	2.35	2.4	2.55			
$f(x)$	-0.87410	0.42812	0.86226	0.99668	0.97885	0.45492			

$[a,b] = [1; 2.5]$; $h = 0,1$; квадратична інтерполяція.

12. $f(x) = \arcsin \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$;

x	0.98	1.36	1.7	1.99	2.61	2.65	2.78	2.89	3.1
$f(x)$	0.7753	0,9368	1.0391	1,1051	1,2049	1.21	1.2255	1.2377	1.2588

$[a,b] = [1, 3]$; $h = 0,1$; лінійна інтерполяція.

13. $f(x) = \arctg(\exp x)$;

x	0.11	0.53	1.6	1.23	1.37	1.44	1.5	1.57	1.63
$f(x)$	0.8403	1.0388	1.3716	1.2864	1.322	1.3382	1.3513	1.3657	1.3773
x	1.76	1.86	2.16						
$f(x)$	1.4004	1.4164	1.456						

$[a,b] = [0, 1.5]$ з кроком $h = 0,01$; кубічна інтерполяція.

14. $f(x) = 3^x + \sin x$;

x	-0.11	0.11	0.24	0.36	0.57	0.66	0.89	1.1	1.39	1.6
$f(x)$	0.7764	1.2382	1.5394	1.8374	2.4101	2.6780	3.4356	4.2396	5.5884	6.7991

$[a,b] = [0, 1.5]$; $h = 0,01$; кубічна інтерполяція.

КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ

1. Що являє собою задача поліноміальної інтерполяції? Скільки розв'язків вона має?
2. Що таке похибка інтерполяції?
3. Чим відрізняється глобальна інтерполяція від кускової?
4. Для чого використовується апроксимація функції при чисельному відшукуванні її похідної?
5. Що називається порядком похибки формули чисельного диференціювання відносно кроку диференціювання?