Лабораторной работе №2

Задача о погоне - вариант № 38

Миша Нкого Хосе Адольфо Мба НФИбд-02-19

Содержание

List of Figures

1 Цель работы:

Сегодня мы разберем один из случаев построения математической модели, в случае когда нам нужно выбрать правильную стратегию для решения задач поиска. Для примера мне был выдан вариант, где я должен рассмотреть задачу преследования браконьеров береговой охраной. Ее условия: “На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии k км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в n раза больше скорости браконьерской лодки. Необходимо определить по какой траектории необходимо двигаться катеру, чтоб нагнать лодку.”

2 Задача:

1. Изучить условия задачи. Сделать рассуждения на тему решения задачи
2. Вывести дифференциальное уравнение, беря в расчет условие, что скорость катера больше скорости лодки в n раз (или меньше) .
3. Рассчитать и построить траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
4. Определить по графику точку пересечения катера и лодки.

3 Ход работы:

- Принимаем за $t_0 = 0, X_0 = 0$ - место нахождения лодки браконьеров в момент, когда их обнаруживают катера береговой охраны. Также $X_0 = k$ - место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки браконьеров.

- После введем полярные координаты. Будем считать, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров $x_0 = 0(\theta = x_0 = 0)$, а полярная ось r проходит через точку нахождения катера береговой охраны.

- Чтобы найти расстояние x (расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение.

- Пусть через время t катер и лодка окажутся на одном расстоянии x от полюса, а за это время лодка пройдет x, в то время как катер $x-k$ (или $x+k$, в зависимости от начального положения катера относительно полюса).

- Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как $\frac{x}{v}$ или $\frac{x+k}{v}$ (для второго случая $\frac{x-k}{v}$). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы.

- Тогда неизвестное расстояние можно найти из следующего уравнения: $\frac{x}{v} = \frac{x+k}{v}$ - в первом случае, $\frac{x}{v} = \frac{x-k}{v}$ во втором случае.

- Отсюда мы найдем два значения x_1 и x_2, задачу будем решать для двух случаев :

$x_1 = \frac{k}{n+1}$,при $\theta = 0$
$x_2 = \frac{k}{n-1}$,при $\theta = -\pi$

4 Ход работы:

- После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки υ. Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие: υ_r - радиальная скорость и υ_t - тангенциальная скорость. Радиальная скорость - это скорость, с которой катер удаляется от полюса $\upsilon_r = \frac{dr}{dt}$. Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем $\upsilon = \frac{dr}{dt}$.

- Тангенциальная скорость – это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости $\frac{d\theta}{dt}$ на радиус $r, \upsilon r = r\frac{d\theta}{dt}$

- Найдем тангенциальную скорость для нашей задачи $\upsilon_t = r\frac{d\theta}{dt}$.

- Вектора образуют прямоугольный треугольник, откуда по теореме Пифагора можно найти тангенциальную скорость $\upsilon_t = \sqrt{n^2\upsilon_r^2 - \upsilon^2}$. Поскольку, радиальная скорость равна υ, то тангенциальную скорость находим из уравнения $\upsilon_t = \sqrt{n^2\upsilon^2 - \upsilon^2}$. Следовательно, $\upsilon_\tau = \upsilon\sqrt{n^2 - 1}$.

- Тогда получаем $r\frac{d\theta}{dt} = \upsilon\sqrt{n^2 - 1}$

- Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений :

$$
\begin{cases}
\frac{dr}{dt} = \upsilon \\
r\frac{d\theta}{dt} = \upsilon\sqrt{n^2 - 1}
\end{cases}
$$

- с начальными условиями

$$
\begin{cases}
\theta_0 = 0 \\
r_0 = \frac{k}{n+1}
\end{cases}
$$

$$
\begin{cases}
\theta_0 = -\pi \\
r_0 = \frac{k}{n-1}
\end{cases}
$$

- Исключая из полученной системы производную по t, можно перейти к следующему уравнению: $\frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{n^2-1}}$

  Стоит заметить, что начальные условия остаются прежними. После того, как мы решим это уравнение, мы получаем траекторию движения катера в полярных координатах. Теперь, когда нам известно все, что нам нужно, построим траекторию движения катера и лодки для двух случаев.

4.1 Условие задачи:

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 19 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 5.1 раза больше скорости браконьерской лодки

4.2 Код программы:

```
from math import *
import numpy as np
from scipy.integrate import odeint
import matplotlib.pyplot as plot

n=5.1 #разница в скорости движения
s=19 #расстояние обнаружения
fi=pi*3/4 #угол движения

def f(tetha, r): #уравнение для катера береговой охраны
    dr=r/sqrt(n**2 - 1)
    return dr

def f2(t): # уравнение для лодки браконьеров
    xt = tan(fi+pi)*t
    return xt

r0=s/(n+1) #первый рассматриваемый случай случай


#решение диф.уравнения для катера береговой охраны
tetha = np.arange(0, 2*pi, 0.01)
r = odeint(f, r0, tetha)



#вычисление диф уравнения траектории лодки браконьеров
t=np.arange(0.00000000000001, 20)
r1=np.sqrt(t**2 + f2(t)**2)
```

```
tetha1=np.arctan(f2(t)/t)

plot.rcParams["figure.figsize"] = (10, 10)

plot.polar(tetha, r, 'red')
plot.polar(tetha1, r1, 'green')


#вычисление точки пересечения охраны и браконьеров
tmp=0
for i in range(len(tetha)):
    if round(tetha[i], 2) == round(fi+pi, 2):
        tmp=i
print("Тета:", tetha[tmp], "r:", r[tmp][0])
print("X:", r[tmp][0]/sqrt(2), "Y:", -r[tmp][0]/sqrt(2))

plot.legend()
plot.savefig("01.png",dpi=400)


r0=s/(n-1) #второй случай


#решение диф.уравнения для катера береговой охраны
tetha = np.arange(0, 2*pi, 0.01)
r = odeint(f, r0, tetha)
```

```
#вычисление траектории лодки браконьеров
t=np.arange(0.00000000000001, 20)
r1=np.sqrt(t**2 + f2(t)**2)
tetha1=np.arctan(f2(t)/t)

plot.rcParams["figure.figsize"] = (8, 8)

plot.polar(tetha, r, 'red', label = 'катер')
plot.polar(tetha1, r1, 'green', label = 'лодка')


#вычисление точки пересечения охраны и браконьеров
tmp=0
for i in range(len(tetha)):
    if round(tetha[i], 2) == round(fi+pi, 2):
        tmp=i
print("Тета:", tetha[tmp], "r:", r[tmp][0])
print("X:", r[tmp][0]/sqrt(2), "Y:", -r[tmp][0]/sqrt(2))

plot.legend()
plot.savefig("02.png",dpi=400)
```

4.3 Результаты работы программы

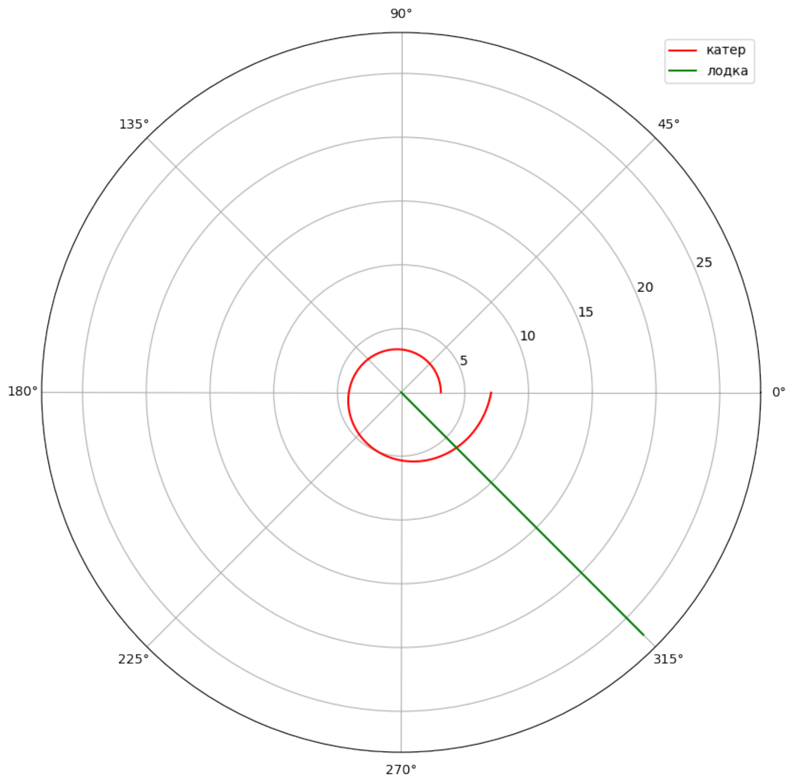

Figure 4.1: траектории для случая 1

Точка пересечения красного и зеленого графиков является точкой пересечения катера береговой охраны и лодки браконьеров. Исходя из этого графика, мы имеем координаты:

$$\begin{cases} \theta = 315 \\ r = 6.139 \end{cases}$$

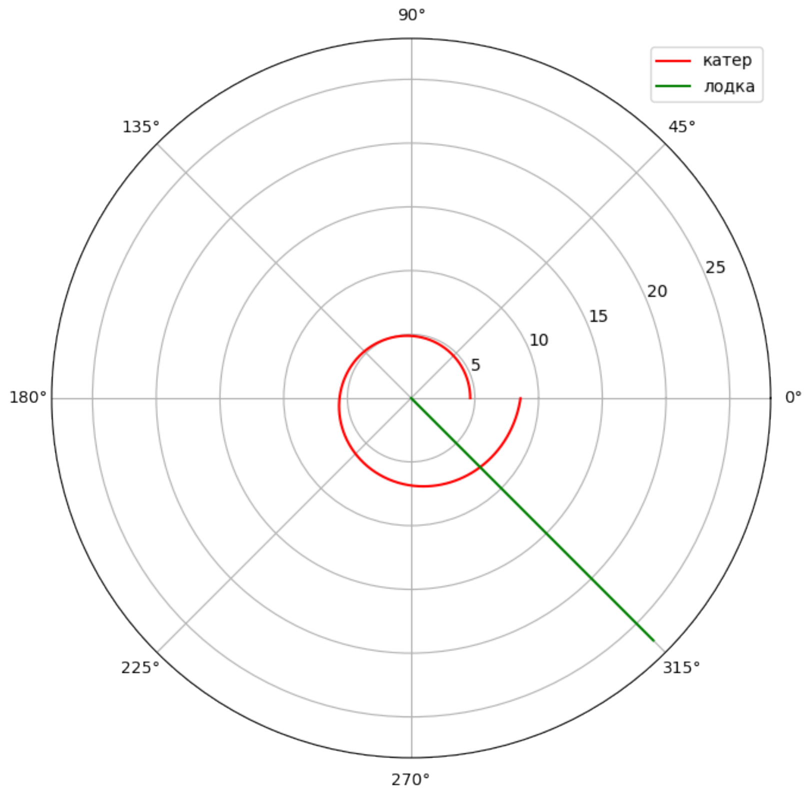

Figure 4.2: траектории для случая 2

Точка пересечения красного и зеленого графиков является точкой пересечения катера береговой охраны и лодки браконьеров. Исходя из этого графика, мы имеем координаты:

$$\begin{cases} \theta = 315 \\ r = 7.658 \end{cases}$$

Из этого можно сделать вывод, что при погоне «по часовой стрелке» для достижения цели потребуется пройти меньшее расстояния, а значит уйдет меньше времени на погоню.

5 Выводы

Мы рассмотрели задачу о погоне, также провели анализ с помощью данных которые нам были даны, составили и решили дифференциальные уравнения. Смоделировали ситуацию и сделали вывод из модели ситуации.