

# Лабораторная №2 - Задача о погоне

---

Миша Нкого Хосе Адольфо Мба НФИбд-02-19<sup>1</sup>

14 февраля, 2022, Москва, Россия

<sup>1</sup>Российский Университет Дружбы Народов

# Цели и задачи работы

---

## Цель работы:

Сегодня мы разберем один из случаев построения математической модели, в случае когда нам нужно выбрать правильную стратегию для решения задач поиска. Для примера мне был выдан вариант, где я должен рассмотреть задачу преследования браконьеров береговой охраной. Ее условия: “На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии  $k$  км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в  $n$  раз больше скорости браконьерской лодки. Необходимо определить по какой траектории необходимо двигаться катеру, чтоб нагнать лодку.”

**Задача:**

---

## Задача:

1. Изучить условия задачи. Сделать рассуждения на тему решения задачи
2. Вывести дифференциальное уравнение, беря в расчет условие, что скорость катера больше скорости лодки в  $n$  раз ( или меньше ) .
3. Рассчитать и построить траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
4. Определить по графику точку пересечения катера и лодки.

# **Процесс выполнения лабораторной работы**

---

# Теоретический материал

- Принимаем за  $t_0 = 0$ ,  $X_0 = 0$  - место нахождения лодки браконьеров в момент, когда их обнаруживают катера береговой охраны. После введем полярные координаты.
- Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как  $\frac{x}{v}$  или  $\frac{x+k}{v}$  (для второго случая  $\frac{x-k}{v}$ ). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы.
- Тогда неизвестное расстояние можно найти из следующего уравнения:  $\frac{x}{v} = \frac{x+k}{v}$  - в первом случае,  $\frac{x}{v} = \frac{x-k}{v}$  во втором случае.

- Отсюда мы найдем два значения  $x_1$  и  $x_2$ , задачу будем решать для двух случаев :

$$x_1 = \frac{k}{n+1}, \text{ при } \theta = 0$$

$$x_2 = \frac{k}{n-1}, \text{ при } \theta = -\pi$$



- Найдем тангенциальную скорость для нашей задачи  
 $v_t = r \frac{d\theta}{dt}.$
- Вектора образуют прямоугольный треугольник, откуда по теореме Пифагора можно найти тангенциальную скорость  $v_t = \sqrt{n^2 v_r^2 - v^2}$ . Поскольку, радиальная скорость равна  $v$ , то тангенциальную скорость находим из уравнения  $v_t = \sqrt{n^2 v^2 - v^2}$ . Следовательно,  
 $v_\tau = v \sqrt{n^2 - 1}.$
- Тогда получаем  $r \frac{d\theta}{dt} = v \sqrt{n^2 - 1}$

# Теоретический материал

- Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = v \\ r \frac{d\theta}{dt} = v\sqrt{n^2 - 1} \end{cases}$$

- с начальными условиями

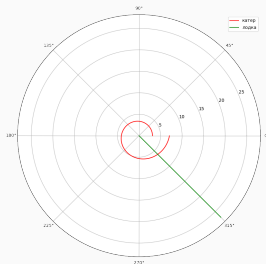
$$\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = \frac{k}{n+1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = \frac{k}{n-1} \end{cases}$$

- Исключая из полученной системы производную по  $t$ , можно перейти к следующему уравнению:  $\frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{n^2-1}}$
- Начальные условия остаются прежними. Решив это уравнение, мы получим траекторию движения катера в полярных координатах.

## Условие задачи:

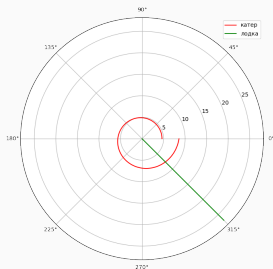
*На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 19 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 5.1 раза больше скорости браконьерской лодки*



**Figure 1:** траектории для случая 1

Точка пересечения красного и зеленого графиков является точкой пересечения катера береговой охраны и лодки браконьеров. Исходя из этого графика, мы имеем координаты:

$$\int \theta = 315$$



**Figure 2:** траектории для случая 2

Точка пересечения красного и зеленого графиков является точкой пересечения катера береговой охраны и лодки браконьеров. Исходя из этого графика, мы имеем координаты:

$$\theta = 315$$

## **Выводы по проделанной работе**

---

## Выводы по проделанной работе

Мы рассмотрели задачу о погоне, также провели анализ с помощью данных которые нам были даны, составили и решили дифференциальные уравнения. Смоделировали ситуацию и сделали вывод из модели ситуации. Из модели мы выяснили, что при погоне «по часовой стрелке» для достижения цели потребуется пройти значительно меньшее расстояние.