

# **Отчет по лабораторной работе №3**

**Модель боевых действий - вариант 38**

Миша Нкого Хосе Адольфо Мба НФИбд-02-19

# Содержание

<b>1</b>	<b>Цель работы</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Задание</b>	<b>5</b>
<b>3</b>	<b>Выполнение лабораторной работы</b>	<b>6</b>
3.1	Теоретические сведения . . . . .	6
3.2	Модель боевых действий между регулярными войсками: . . . . .	6
3.3	Теоретические сведения . . . . .	7
3.4	Модель боевых действий между регулярными войсками и партизанскими отрядами: . . . . .	7
3.5	Модель боевых действий между партизанскими отрядами: . . . . .	8
3.6	Модель простейший боевых действий: . . . . .	8
3.7	Это - жесткая модель, которая допускает точное решение . . . . .	8
3.8	Вывод из модели: . . . . .	9
3.9	Рассотрим второй случай: . . . . .	9
3.10	Фазовые траектории для второго случая . . . . .	10
3.11	Задача . . . . .	11
3.12	№1. Модель боевых действий между регулярными войсками . . . . .	11
3.13	№2. Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов . . . . .	12
3.14	Код программы . . . . .	12
<b>4</b>	<b>Выводы</b>	<b>14</b>

# List of Figures

3.1	Жесткая модель войны . . . . .	9
3.2	Фазовые траектории для второго случая . . . . .	10
3.3	График численности для случая 1 . . . . .	11
3.4	График численности для случая 2 . . . . .	12

# 1 Цель работы

Целью работы является рассмотрение некоторых простейших моделей боевых действий, а именно модели Ланчестера. В борьбе могут принимать участия регулярные и партизанские отряды. В таком случае главной характеристикой будет учитываться численность войск. Если численность войск станет равной нулю, то данная сторона будет являться проигравшей (при условии, что у другой стороны остались войска) .

## 2 Задание

1. Изучение трех случаев модели Ланчестера
2. Теоритический вывод уравнений для построения графика
3. Построение графиков изменения численности войск
4. Определение стороны победившей в ходе битвы

## **3 Выполнение лабораторной работы**

### **3.1 Теоретические сведения**

Рассмотри три случая ведения боевых действий с учетом различных типов войск:

1. Боевые действия между регулярными войсками 2. Боевые действия с участием регулярных войск и партизанских отрядов 3. Боевые действия между партизанскими отрядами

В первом случае (сражение между регулярными войсками) численность войск определяется тремя факторами:

1. скорость уменьшения численности войск из-за причин, не связанных с боевыми действиями (болезни, травмы, дезертирство);
2. скорость потерь, обусловленных боевыми действиями противоборствующих сторон (что связано с качеством стратегии, уровнем вооружения, профессионализмом солдат и т.п.);
3. скорость поступления подкрепления (задаётся некоторой функцией от времени).

### **3.2 Модель боевых действий между регулярными войсками:**

В случае модели боевых действий между регулярными войсками описывается следующим образом:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t) \\ \frac{dy}{dt} = -c(t)x(t) - h(t)y(t) + Q(t) \end{cases}$$

### 3.3 Теоретические сведения

\*Потери, которые не связаны с боевыми действиями, описывают члены  $-a(t)x(t)$  и  $-h(t)y(t)$ , члены  $-b(t)y(t)$  и  $-c(t)x(t)$  отражают потери на поле боя. Коэффициенты  $b(t)$ ,  $c(t)$  указывают на эффективность боевых действий со стороны  $y$  и  $x$  соответственно,  $a(t), h(t)$  - величины, характеризующие степень влияния различных факторов на потери. Функции  $P(t), Q(t)$  учитывают возможность подхода подкрепления к войскам  $X$  и  $Y$  в течение одного дня.

\*В случае сражения между регулярными войсками и партизанскими отрядами. Партизанские отряды в сравнение с регулярными менее уязвимы, так как действуют скрытно. В таком случае, сопернику придется действовать неизбирательно, по площадям, занимаемым партизанами. Поэтому можно сделать вывод, что темп потерь партизан, проводящих свои операции в разных местах на некоторой известной территории, вдобавок пропорционален численности самих партизан.

### 3.4 Модель боевых действий между регулярными войсками и партизанскими отрядами:

В результате модель принимает вид:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t) \\ \frac{dy}{dt} = -c(t)x(t)y(t) - h(t)y(t) + Q(t) \end{cases}$$

### 3.5 Модель боевых действий между партизанскими отрядами:

Модель ведение боевых действий между партизанскими отрядами с учетом предположений, сделанном в предыдущем случае, имеет вид:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)x(t)y(t) + P(t) \\ \frac{dy}{dt} = -h(t)y(t) - c(t)x(t)y(t) + Q(t) \end{cases}$$

### 3.6 Модель простейший боевых действий:

\*В простейшей модели борьбы двух противников коэффициенты  $b(t)$  и  $c(t)$  являются постоянными. Попросту говоря, предполагается, что каждый солдат армии  $x$  убивает за единицу времени  $c$  солдат армии  $y$ , также это работает и в обратную сторону. Также не учитываются потери, не связанные с боевыми действиями, и возможность подхода подкрепления. Состояние системы описывается точкой  $(x, y)$  положительного квадранта плоскости. Координаты этой точки,  $x$  и  $y$  - это численности противостоящих армий. Тогда модель принимает вид

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -by \\ \frac{dy}{dt} = -ax \end{cases}$$

### 3.7 Это - жесткая модель, которая допускает точное решение

$$\frac{dx}{dy} = \frac{by}{cx} \\ cxdx = bydy, cx^2 - by^2 = C$$

Эволюция численностей армий  $x$  и  $y$  происходит вдоль гиперболы, заданной этим уравнением (рис. 3.1). По какой именно гиперболе пойдет война, зависит



от начальной точки.

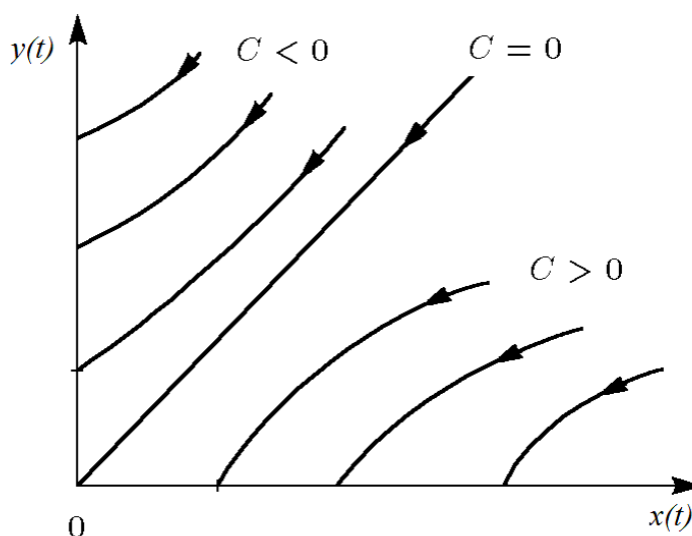


Figure 3.1: Жесткая модель войны

### 3.8 Вывод из модели:

Для борьбы с вдвое более многочисленным противником нужно в четыре раза более мощное оружие, с втрое более многочисленным - в девять раз и т. д. (на это указывают квадратные корни в уравнении прямой). Стоит помнить, что эта модель сильно идеализирована и неприменима к реальной ситуации. Но может использоваться для начального анализа.

### 3.9 Рассмотрим второй случай:

война между регулярными войсками и партизанскими отрядами с теми же упрощениями, то модель принимает вид:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -by(t) \\ \frac{dy}{dt} = -cx(t)y(t) \end{cases}$$

Эта система приводит нас к уравнению  $\frac{d}{dt} = (\frac{b}{2}x^2(t) - cy(t)) = 0$  которое, при заданных начальных условиях, имеет одно единственное решение:  $\frac{b}{2}x^2(t) - cy(t) = \frac{b}{2}x^2(0) - cy(0) = C_1$

### 3.10 Фазовые траектории для второго случая

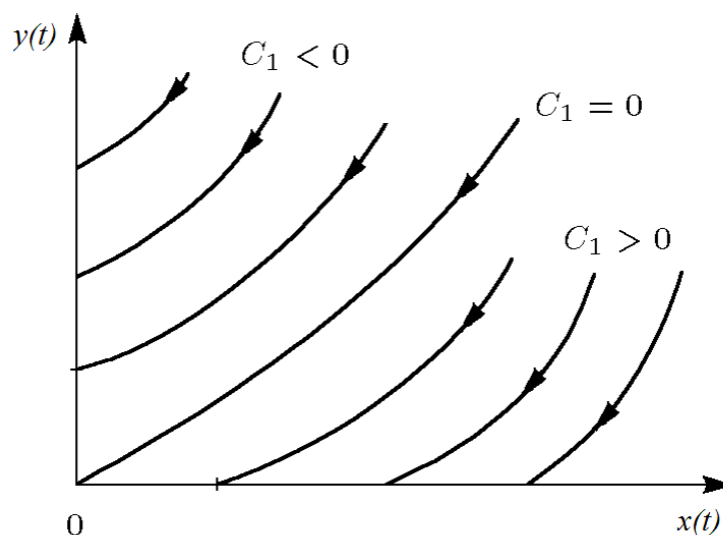


Figure 3.2: Фазовые траектории для второго случая

Из Рисунка fig. 3.2 видно, что при  $C_1 > 0$  побеждает регулярная армия, при  $C_1 < 0$  побеждают партизаны. Аналогично противостоянию регулярных войск, победа обеспечивается не только начальной численностью, но и боевой вырубкой и качеством вооружения. При  $C_1 > 0$  получаем соотношение  $\frac{b}{2}x^2(0) > cy(0)$  Чтобы одержать победу партизанам необходимо увеличить коэффициент  $c$  и повысить свою начальную численность на соответствующую величину. Причем это увеличение, с ростом начальной численности регулярных войск  $x(0)$  должно расти не линейно, а пропорционально второй степени  $x(0)$ . Таким образом, можно сделать вывод, что регулярные войска находятся в более выгодном положении, так как неравенство для них выполняется при меньшем росте начальной численности войск. Рассмотренные простейшие модели соперничества

соответствуют системам обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка, широко распространенным при описании многих естественно научных объектов.

### 3.11 Задача

Условие: Между страной  $X$  и страной  $Y$  идет война. Численность состава войск исчисляется от начала войны, и являются временными функциями  $x(t)$  и  $y(t)$ . В начальный момент времени страна  $X$  имеет армию численностью 882000 человек, а в распоряжении страны  $Y$  армия численностью в 747000 человек. Для упрощения модели считаем, что коэффициенты  $a, b, c, h$  постоянны. Также считаем  $P(t), Q(t)$  непрерывные функции. Постройте графики изменения численности войск армии  $X$  и армии  $Y$  для следующих случаев:

### 3.12 №1. Модель боевых действий между регулярными войсками

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.4x(t) - 0.67y(t) + \sin(3t) + 1 \\ \frac{dy}{dt} = -0.77x(t) - 0.14y(t) + \cos(2t) + 2 \end{cases}$$

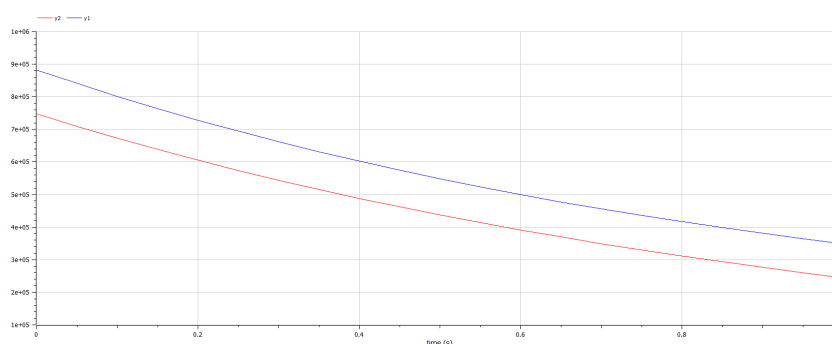


Figure 3.3: График численности для случая 1

Победа достается армии  $X$ .

### 3.13 №2. Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.24x(t) - 0.67y(t) + |\sin(2t)| \\ \frac{dy}{dt} = -0.47x(t)y(t) - 0.14y(t) + |\cos(2t)| \end{cases}$$

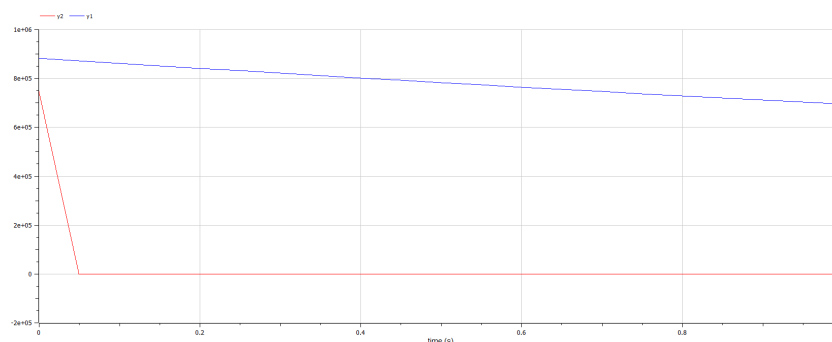


Figure 3.4: График численности для случая 2

Победа достается армии  $X$ .

### 3.14 Код программы

model Project

```
parameter Real a(start=0.4);
parameter Real b(start=0.67);
parameter Real c(start=0.77);
parameter Real h(start=0.14);
Real y1(start=882000);
Real y2(start=747000);
```

equation

```
der(y1)= -a*y1-b*y2 + sin(3*time)+1;
der(y2)= -c*y1-h*y2 + cos(2*time)+2;
```

```
    annotation(experiment(StartTime=0, StopTime=1, Tolerance=1e-
06,Interval=0.05));
```

```
end Project;
```

```
model Project
```

```
    parameter Real a(start=0.24);
```

```
    parameter Real b(start=0.67);
```

```
    parameter Real c(start=0.47);
```

```
    parameter Real h(start=0.14);
```

```
    Real y1(start=882000);
```

```
    Real y2(start=747000);
```

```
    equation
```

```
        der(y1)= -a*y1-b*y2 + abs(sin(2*time));
```

```
        der(y2)= -c*y1*y2-h*y2 + abs(cos(2*time));
```

```
    annotation(experiment(StartTime=0, StopTime=1, Tolerance=1e-
06,Interval=0.05));
```

```
end Project;
```

## 4 Выводы

В результате проделанной лабораторной работы мы познакомились с моделью «Войны и сражения». Изучили и проверили, как работает модель в различных ситуациях и трех случаях численности и состава войск. Построили графики  $y(t)$  и  $x(t)$  в рассматриваемых случаях.