

Osnove verjetnosti in statistike

Zvezne slučajne spremenljive

Asistent dr. Kristina Veljković

LASTNOSTI

- ▶ Obstaja integrabilna funkcija $p_X(x) \geq 0$, tako da velja

$$F_X(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x p_X(t) dt, \quad x \in \mathbb{R}$$

- ▶ $p_X(x)$ je gostota verjetnosti, $F_X(x)$ porazdelitvena funkcija.

LASTNOSTI

- ▶ Obstaja integrabilna funkcija $p_X(x) \geq 0$, tako da velja

$$F_X(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x p_X(t) dt, \quad x \in \mathbb{R}$$

- ▶ $p_X(x)$ je gostota verjetnosti, $F_X(x)$ porazdelitvena funkcija.

- ▶ Lastnosti

- ▶ $\int_{-\infty}^{+\infty} p_X(x) dx = 1,$

- ▶ $p_X(x) = F'_X(x),$

- ▶ $P(a < X < b) = \int_a^b p_X(x) dx = F_X(b) - F_X(a), \quad a, b \in \mathbb{R}, a < b,$

- ▶ $P(X = a) = 0, \quad a \in \mathbb{R}.$

Primer 1.(Zbirka) Naj bo X zvezna slučajna spremenljivka na intervalu $[-1, 1]$ z gostoto $p_X(x) = c(1 - x^2)$. Določi konstanto $c \in \mathbb{R}$, da bo p_X res gostota, in izračunaj $P(|X| > \frac{1}{2})$.

ZVEZNE SLUČAJNE SPREMENLJIVKE

Pričakovana vrednost (matematično upanje) zvezne slučajne spremenljivke X z gostoto verjetnosti p_X je

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xp_X(x)dx.$$

Primer 2.(Zbirka) Za

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ \frac{x^2}{4}, & x \in [0, 2], \\ 1, & 2 < x, \end{cases}$$

izračunaj $E(X)$ in $D(X)$.

Primer 3.(Zbirka) Za

$$p_X(x) = \begin{cases} x, & x \in [0, \sqrt{2}], \\ 0, & x \notin [0, \sqrt{2}], \end{cases}$$

določi $F_X(x)$, $E(X)$, $D(X)$.

- $$E(aX + b) = aE(X) + b, \quad a, b - \text{konstante}$$
- $$E(X + Y) = E(X) + E(Y).$$

- $$D(aX + b) = a^2 D(X), \quad a, b - \text{konstante}$$
- $$D(X + Y) = D(X) + D(Y), \quad \text{če sta } X \text{ in } Y \text{ neodvisni.}$$

Primer 4.(Zbirka) Za neodvisni slučajni spremenljivki X in Y velja

$$E(X)=2, D(X)=1, E(Y)=1, D(Y)=4.$$

Za $Z=2X-3Y+5$ izračunaj $E(Z)$ in $D(Z)$.