Домашнее задание 4

Батрутдинов Тимур, БПИ206

8 февраля 2021 г.

$\boxed{\textbf{1}}$ $P \subseteq \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

$\boxed{\textbf{2}}$ Пусть $R \subseteq A \times B$ функционально.

$\boxed{\textbf{3}}$ $f : A \implies B$ и $g : A \to B$. Доказать, что $f \cup g : A \to B \Leftrightarrow f = g$

$\boxed{\textbf{4}}$ $f : A \implies B$ и $g : B \to C$. Доказать следствие: $g \circ f$ - инъекция $\implies f$ - тоже инъекция.

$\boxed{\textbf{5}}$ Доказать: $f : A \to B$ инъективна $\Leftrightarrow \forall C \forall g, h : C \to A : (f \circ g = f \circ h \implies g = h)$

$\boxed{\textbf{6}}$

a). $\mathbb{Q}^{\underline{3}}$: $\{(0, \frac{1}{2}), (1, \frac{2}{3}), (2, \frac{4}{7})\}$

b).$\mathbb{R}^{\mathbb{Q}}$: $\{(\frac{1}{2}, \sqrt{2}), (\frac{2}{3}, \pi), (\frac{3}{4}, \sqrt{5})\}$

c). $\mathbb{R}^{\mathbb{R}\times\mathbb{Z}}$: $\{((4.13{,}8), 17.6), ((0.21{,}2093), 0.2), ((3.71{,}3), 9)\}$

$\boxed{\textbf{7}}$ Пусть $A \cap B = \varnothing$. Доказать: $C^{A\cup B} \sim C^A \times C^B$

1) $|A| + |B| = |A \cup B| - |A \cap B| = |A \cup B| - 0 = |A \cup B|$.
Пусть $|A| = n, |B| = m, |C| = k$

Известно, что $|A^B| = |A|^{|B|}$.
Также очевиден факт, что $|C^A \times C^B| = |C^A| \cdot |C^B|$

Тогда $|C^{A\cup B}| = k^{n+m}, |C^A| = k^n, |C^B| = k^m$,
$|C^A \times C^B| = |C^A| \cdot |C^B| = k^n \cdot k^m = k^{n+m}$.
Выходит, что $|C^{A\cup B}| = |C^A \times C^B| = k^{n+m}$, а значит, $C^{A\cup B} \sim C^A \times C^B$.

$\boxed{\textbf{8}}$ $P_1(A)$ - множество всех подмножеств множества A вида $\{x\}$. Доказать: $P_1(A) \sim A\ \forall A$

$\boxed{\textbf{9}}$ Доказать, что для любых A, B, C верно, используя характ. функции:

a). $(A \backslash B) \backslash C = (A \backslash C) \cup (B \backslash C)$

b). $(A \backslash B) \cup B = A \Leftrightarrow B \subseteq A$

$\boxed{\textbf{10}}$ Доказать с помощью теоремы Кантора-Бернштейна-Шрёдера:

a). $\mathbb{N}^{\mathbb{N}\times\mathbb{Q}} \times \mathbb{N} \sim \mathbb{R}^{\mathbb{Q}}$

b). $\underline{5}^{\mathbb{N}} \sim \underline{3}^{\mathbb{N}}$

c). любой квадрат (с внутренностью) и любой круг на плоскости равномощны друг другу; (подумайте о движениях и других геометрических преобразованиях плоскости)

d). множество всевозможных треугольников на плоскости равномощно $\mathbb{R}$.