

# Домашнее задание 4

Батрутдинов Тимур, БПИ206

3 февраля 2021 г.

1  $P \subseteq \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

2 Пусть  $R \subseteq A \times B$  функционально.

3  $f : A \Rightarrow B$  и  $g : A \rightarrow B$ . Доказать, что  $f \cup g : A \rightarrow B \Leftrightarrow f = g$

4  $f : A \Rightarrow B$  и  $g : B \rightarrow C$ . Доказать следствие:  $g \circ f$  - инъекция  $\Rightarrow f$  - тоже инъекция.

5 Доказать:  $f : A \rightarrow B$  инъективна  $\Leftrightarrow \forall C \forall g, h : C \rightarrow A : (f \circ g = f \circ h \Rightarrow g = h)$

6

a).  $\mathbb{Q}^3$

b).  $\mathbb{R}^{\mathbb{Q}}$

c).  $\mathbb{R}^{\mathbb{R} \times \mathbb{Z}}$

7 Пусть  $A \cap B = \emptyset$ . Доказать:  $C^{A \cup B} \sim C^A \times C^B$

8  $P_1(A)$  - множество всех подмножеств множества  $A$  вида  $\{x\}$ . Доказать:  $P_1(A) \sim A \forall A$

9 Доказать, что для любых  $A, B, C$  верно, используя характ. функции:

a).  $(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$

b).  $(A \setminus B) \cup B = A \Leftrightarrow B \subseteq A$

10 Доказать с помощью теоремы Кантора-Бернштейна-Шрёдера:

a).  $\mathbb{N}^{\mathbb{N} \times \mathbb{Q}} \times \mathbb{N} \sim \mathbb{R}^{\mathbb{Q}}$

b).  $5^{\mathbb{N}} \sim 3^{\mathbb{N}}$

c). любой квадрат (с внутренностью) и любой круг на плоскости равномощны друг другу; (подумайте о движениях и других геометрических преобразованиях плоскости)

d). множество всевозможных треугольников на плоскости равномощно  $\mathbb{R}$ .