

## Arbitraža, terminski posli in opcije

**Tomaž Košir**, *Fakulteta za matematiko in fiziko, Univerza v Ljubljani,*

**Klara Pugelj**, *Gimnazija Vič, Ljubljana, in*

**Aleš Toman**, *Ekonomska fakulteta, Univerza v Ljubljani.*

*Strokovno srečanje in 65. Občni zbor DMFA,*  
Bled, 15. - 16. november 2013

# Vsebina

## 1 Zakon ene cene in arbitražna strategija

# Vsebina

- 1 Zakon ene cene in arbitražna strategija
- 2 Terminski posli

# Vsebina

- 1 Zakon ene cene in arbitražna strategija
- 2 Terminski posli
- 3 Opcije

# Zakon ene cene

- **Zakon ene cene** pravi, da imata dve naložbi oz. investiciji enako začetno vrednost, če so vsi denarni tokovi v prihodnosti enaki za obe naložbi.

# Zakon ene cene

- **Zakon ene cene** pravi, da imata dve naložbi oz. investiciji enako začetno vrednost, če so vsi denarni tokovi v prihodnosti enaki za obe naložbi.
- Na primer: Kuponska obveznica in več brezkuponskih obveznic z zapadlostmi ob izplačilu kuponov in nominalnimi vrednostmi enakimi kuponom.

# Zakon ene cene

- **Zakon ene cene** pravi, da imata dve naložbi oz. investiciji enako začetno vrednost, če so vsi denarni tokovi v prihodnosti enaki za obe naložbi.
- Na primer: Kuponska obveznica in več brezkuponskih obveznic z zapadlostmi ob izplačilu kuponov in nominalnimi vrednostmi enakimi kuponom.
- Dobimo formulo o vrednotenju kuponske obveznice.

# Arbitražna priložnost

- **Arbitražna priložnost** je naložba, ki ima začetno vrednost enako 0 v prihodnosti pa imamo samo nenegativne denarne tokove in vsaj v enem primeru pozitiven denarni tok.



# Arbitražna priložnost

- **Arbitražna priložnost** je naložba, ki ima začetno vrednost enako 0 v prihodnosti pa imamo samo nenegativne denarne tokove in vsaj v enem primeru pozitiven denarni tok.
- V finančnem žargonu rečemo, da imamo zastonj kosilo. Predpostavka o neobstoju arbitraže je potem predpostavka, da ni zastonja kosila.

# Zgled - stavnici

- Imamo dve stavnici, ki sprejemata stave za izid tekme v košarki med moštvoma  $K$  in  $L$ .
- Stavnica A sprejema stave v razmerju 5 : 5 in stavnica B v razmerju 6 : 4.

## Zgled - stavnici

- Imamo dve stavnici, ki sprejemata stave za izid tekme v košarki med moštvoma  $K$  in  $L$ .
- Stavnica A sprejema stave v razmerju 5 : 5 in stavnica B v razmerju 6 : 4.
- Stavnica A za 5 plačanih enot v primeru zmage izbranega moštva izplača 10 enot, v primeru njegovega poraza pa 0 enot.

## Zgled - stavnici

- Imamo dve stavnici, ki sprejemata stave za izid tekme v košarki med moštvoma  $K$  in  $L$ .
- Stavnica A sprejema stave v razmerju 5 : 5 in stavnica B v razmerju 6 : 4.
- Stavnica A za 5 plačanih enot v primeru zmage izbranega moštva izplača 10 enot, v primeru njegovega poraza pa 0 enot.
- Stavnica B za 6 vplačanih enot na zmago moštva  $K$  izplača 10 enot v primeru zmage tega moštva in 0 enot v primeru poraza. V primeru stave na moštvo  $L$  pa za 4 vplačane enote izplača 10 enot v primeru zmage tega moštva in 0 v primeru poraza.

# Stavnica - nadaljevanje

Naslednja strategija je arbitražna:

# Stavnica - nadaljevanje

Naslednja strategija je arbitražna:

- Dijak si od očeta izposodi 9 denarnih enot in mu obljubi, da jih bo po tekmi vrnil.

# Stavnica - nadaljevanje

Naslednja strategija je arbitražna:

- Dijak si od očeta izposodi 9 denarnih enot in mu obljubi, da jih bo po tekmi vrnil.
- Nato vplača 5 denarnih enot na zmago moštva  $K$  v stavnici A in 4 denarne enote na zmago moštva  $L$  v stavnici B.

# Stavnica - nadaljevanje

Naslednja strategija je arbitražna:

- Dijak si od očeta izposodi 9 denarnih enot in mu obljubi, da jih bo po tekmi vrnil.
- Nato vplača 5 denarnih enot na zmago moštva  $K$  v stavnici A in 4 denarne enote na zmago moštva  $L$  v stavnici B.
- Po tekmi bo v primeru zmage moštva  $K$  dobil izplačilo 10 enot iz stavnice A in 0 iz stavnice B.



# Stavnica - nadaljevanje

Naslednja strategija je arbitražna:

- Dijak si od očeta izposodi 9 denarnih enot in mu obljubi, da jih bo po tekmi vrnil.
- Nato vplača 5 denarnih enot na zmago moštva  $K$  v stavnici A in 4 denarne enote na zmago moštva  $L$  v stavnici B.
- Po tekmi bo v primeru zmage moštva  $K$  dobil izplačilo 10 enot iz stavnice A in 0 iz stavnice B.
- V primeru zmage moštva  $L$  pa bo dobil 10 denarnih enot iz stavnice B in 0 iz A.

# Stavnica - nadaljevanje

Naslednja strategija je arbitražna:

- Dijak si od očeta izposodi 9 denarnih enot in mu obljubi, da jih bo po tekmi vrnil.
- Nato vplača 5 denarnih enot na zmago moštva  $K$  v stavnici A in 4 denarne enote na zmago moštva  $L$  v stavnici B.
- Po tekmi bo v primeru zmage moštva  $K$  dobil izplačilo 10 enot iz stavnice A in 0 iz stavnice B.
- V primeru zmage moštva  $L$  pa bo dobil 10 denarnih enot iz stavnice B in 0 iz A.
- V vsakem primeru bo lahko očetu vrnil 9 enot, 1 enota pa bo njegova brez vloženih sredstev.

# Zgled - devizni tečaji

Menjalnici A v New Yorku in B v Londonu sta 19. julija 2002 objavili naslednje menjalne tečaje:

menjalnica A	nakupni	prodajni
1,0000 EUR	1,0202 USD	1,0284 USD
1,0000 GBP	1,5718 USD	1,5844 USD

  

menjalnica B	nakupni	prodajni
1,0000 EUR	0,6324 GBP	0,6401 GBP
1,0000 USD	0,6299 GBP	0,6375 GBP

Npr. menjalnica A kupi 1 EUR za 1,0202 USD in ga proda za 1,0284 USD.

# Devizni tečaji - nadaljevanje

Arbitražna strategija:

- Za zelo kratek čas si izposodimo 100 USD.

# Devizni tečaji - nadaljevanje

Arbitražna strategija:

- Za zelo kratek čas si izposodimo 100 USD.
- V A kupimo funte,
- nato v B za funte kupimo evre,

# Devizni tečaji - nadaljevanje

Arbitražna strategija:

- Za zelo kratek čas si izposodimo 100 USD.
- V A kupimo funte,
- nato v B za funte kupimo evre,
- končno evre v A zamenjamo za dolarja.

# Devizni tečaji - nadaljevanje

Arbitražna strategija:

- Za zelo kratek čas si izposodimo 100 USD.
- V A kupimo funte,
- nato v B za funte kupimo evre,
- končno evre v A zamenjamo za dolarja.
- Velja

$$\frac{100}{1,5844} \cdot \frac{1}{0,6401} \cdot 1,0202 = 100,59.$$

# Devizni tečaji - nadaljevanje

Arbitražna strategija:

- Za zelo kratek čas si izposodimo 100 USD.
- V A kupimo funte,
- nato v B za funte kupimo evre,
- končno evre v A zamenjamo za dolarja.
- Velja

$$\frac{100}{1,5844} \cdot \frac{1}{0,6401} \cdot 1,0202 = 100,59.$$

- Vrnemo dolarje in nam ostane 59 centov.



# Opis

**Terminski posel** je dogovor med dvema strankama, s katerim se dogovorita o *ceni*, po kateri bo ena stranka drugi prodala določeno blago ali vrednostni papir na določen dan v prihodnosti.

# Zgled - nakup avtomobila

- Kadar kupujemo nov avto, lahko poteče nekaj tednov od podpisa pogodbe do plačila in dobave avtomobila.

## Zgled - nakup avtomobila

- Kadar kupujemo nov avto, lahko poteče nekaj tednov od podpisa pogodbe do plačila in dobave avtomobila.
- Recimo, da ste ob podpisu pogodbe določili ceno 10.000 EUR.

# Zgled - nakup avtomobila

- Kadar kupujemo nov avto, lahko poteče nekaj tednov od podpisa pogodbe do plačila in dobave avtomobila.
- Recimo, da ste ob podpisu pogodbe določili ceno 10.000 EUR.
- V času, ko čakate na dobavo, proizvajalec zaradi podražitve surovin zviša ceno na 11.000 EUR. Vas to moti?

# Zgled - nakup avtomobila

- Kadar kupujemo nov avto, lahko poteče nekaj tednov od podpisa pogodbe do plačila in dobave avtomobila.
- Recimo, da ste ob podpisu pogodbe določili ceno 10.000 EUR.
- V času, ko čakate na dobavo, proizvajalec zaradi podražitve surovin zviša ceno na 11.000 EUR. Vas to moti? Ne.

# Zgled - nakup avtomobila

- Kadar kupujemo nov avto, lahko poteče nekaj tednov od podpisa pogodbe do plačila in dobave avtomobila.
- Recimo, da ste ob podpisu pogodbe določili ceno 10.000 EUR.
- V času, ko čakate na dobavo, proizvajalec zaradi podražitve surovin zviša ceno na 11.000 EUR. Vas to moti? Ne.
- Drugače velja za trgovca. Vam mora prodati avto za 10.000 EUR, čeprav je njegova cena 11.000 EUR.

## Zgled - nakup avtomobila

- Kadar kupujemo nov avto, lahko poteče nekaj tednov od podpisa pogodbe do plačila in dobave avtomobila.
- Recimo, da ste ob podpisu pogodbe določili ceno 10.000 EUR.
- V času, ko čakate na dobavo, proizvajalec zaradi podražitve surovin zviša ceno na 11.000 EUR. Vas to moti? Ne.
- Drugače velja za trgovca. Vam mora prodati avto za 10.000 EUR, čeprav je njegova cena 11.000 EUR.
- Če se proizvajalec avtomobila odloči, da zniža ceno avtomobila na 9.500 EUR ste na slabšem vi.

## Zgled - nakup avtomobila

- Kadar kupujemo nov avto, lahko poteče nekaj tednov od podpisa pogodbe do plačila in dobave avtomobila.
- Recimo, da ste ob podpisu pogodbe določili ceno 10.000 EUR.
- V času, ko čakate na dobavo, proizvajalec zaradi podražitve surovin zviša ceno na 11.000 EUR. Vas to moti? Ne.
- Drugače velja za trgovca. Vam mora prodati avto za 10.000 EUR, čeprav je njegova cena 11.000 EUR.
- Če se proizvajalec avtomobila odloči, da zniža ceno avtomobila na 9.500 EUR ste na slabšem vi. Plačati morate 10.000 EUR, čeprav se je avtomobil medtem že pocenil.



## Zgled - Pekarna d.d.

- Ste lastnik ene delnice Pekarne d.d. Trenutna cena delnice je 100 EUR.

## Zgled - Pekarna d.d.

- Ste lastnik ene delnice Pekarne d.d. Trenutna cena delnice je 100 EUR.
- Želite skleniti terminski posel za prodajo delnice čez eno leto.

## Zgled - Pekarna d.d.

- Ste lastnik ene delnice Pekarne d.d. Trenutna cena delnice je 100 EUR.
- Želite skleniti terminski posel za prodajo delnice čez eno leto. Kaj s tem izgubite?

## Zgled - Pekarna d.d.

- Ste lastnik ene delnice Pekarne d.d. Trenutna cena delnice je 100 EUR.
- Želite skleniti terminski posel za prodajo delnice čez eno leto. Kaj s tem izgubite?
- Če delnico takoj prodate in denar naložite na banko, boste čez eno leto imeli EUR 100 plus obresti.

## Zgled - Pekarna d.d.

- Ste lastnik ene delnice Pekarne d.d. Trenutna cena delnice je 100 EUR.
- Želite skleniti terminski posel za prodajo delnice čez eno leto. Kaj s tem izgubite?
- Če delnico takoj prodate in denar naložite na banko, boste čez eno leto imeli EUR 100 plus obresti.
- Če je obrestna mera 5%, boste imeli 105 EUR.

## Zgled - Pekarna d.d.

- Ste lastnik ene delnice Pekarne d.d. Trenutna cena delnice je 100 EUR.
- Želite skleniti terminski posel za prodajo delnice čez eno leto. Kaj s tem izgubite?
- Če delnico takoj prodate in denar naložite na banko, boste čez eno leto imeli EUR 100 plus obresti.
- Če je obrestna mera 5%, boste imeli 105 EUR. Izročitvena cena mora biti 105 EUR.

## Zgled - Pekarna d.d.

- Ste lastnik ene delnice Pekarne d.d. Trenutna cena delnice je 100 EUR.
- Želite skleniti terminski posel za prodajo delnice čez eno leto. Kaj s tem izgubite?
- Če delnico takoj prodate in denar naložite na banko, boste čez eno leto imeli EUR 100 plus obresti.
- Če je obrestna mera 5%, boste imeli 105 EUR. Izročitvena cena mora biti 105 EUR.
- Kaj pa če veste, da bo Pekarna d.d. izplačala dividendo v višini 3 EUR tik pred iztekom enega leta?

## Zgled - Pekarna d.d.

- Ste lastnik ene delnice Pekarne d.d. Trenutna cena delnice je 100 EUR.
- Želite skleniti terminski posel za prodajo delnice čez eno leto. Kaj s tem izgubite?
- Če delnico takoj prodate in denar naložite na banko, boste čez eno leto imeli EUR 100 plus obresti.
- Če je obrestna mera 5%, boste imeli 105 EUR. Izročitvena cena mora biti 105 EUR.
- Kaj pa če veste, da bo Pekarna d.d. izplačala dividendo v višini 3 EUR tik pred iztekom enega leta?  
Potem mora biti izročitvena cena

$$100 + 5 - 3 = 102 \text{ EUR.}$$



# Matematični opis

- $K$  - izročitvena cena,
- $T$  - čas izročitve,
- $S_t$  - cena osnovnega premoženja v času  $t \in [0, T]$ ,
- $F_t$  - izročitvena cena za terminsko pogodbo sklenjeno v času  $t$ ,  $F_0 = K$ ,
- $R$  - netvegana (efektivna) obrestna mera, ki je na voljo na trgu za vse zapadlosti.

# Matematični opis

- $K$  - izročitvena cena,
- $T$  - čas izročitve,
- $S_t$  - cena osnovnega premoženja v času  $t \in [0, T]$ ,
- $F_t$  - izročitvena cena za terminsko pogodbo sklenjeno v času  $t$ ,  $F_0 = K$ ,
- $R$  - netvegana (efektivna) obrestna mera, ki je na voljo na trgu za vse zapadlosti.
- če ni dividend:  $K = S_0(1 + R)^T$ ,

# Matematični opis

- $K$  - izročitvena cena,
- $T$  - čas izročitve,
- $S_t$  - cena osnovnega premoženja v času  $t \in [0, T]$ ,
- $F_t$  - izročitvena cena za terminsko pogodbo sklenjeno v času  $t$ ,  $F_0 = K$ ,
- $R$  - netvegana (efektivna) obrestna mera, ki je na voljo na trgu za vse zapadlosti.
- če ni dividend:  $K = S_0(1 + R)^T$ ,
- če ni dividend:  $F_t = S_t(1 + R)^{T-t}$ ,

# Matematični opis

- $K$  - izročitvena cena,
- $T$  - čas izročitve,
- $S_t$  - cena osnovnega premoženja v času  $t \in [0, T]$ ,
- $F_t$  - izročitvena cena za terminsko pogodbo sklenjeno v času  $t$ ,  $F_0 = K$ ,
- $R$  - netvegana (efektivna) obrestna mera, ki je na voljo na trgu za vse zapadlosti.
- če ni dividend:  $K = S_0(1 + R)^T$ ,
- če ni dividend:  $F_t = S_t(1 + R)^{T-t}$ ,
- znana dividenda  $I_t$  v času  $t$ :  $K = S_0(1 + R)^T - I_t(1 + R)^{T-t}$ ,

# Matematični opis

- $K$  - izročitvena cena,
- $T$  - čas izročitve,
- $S_t$  - cena osnovnega premoženja v času  $t \in [0, T]$ ,
- $F_t$  - izročitvena cena za terminsko pogodbo sklenjeno v času  $t$ ,  $F_0 = K$ ,
- $R$  - netvegana (efektivna) obrestna mera, ki je na voljo na trgu za vse zapadlosti.
- če ni dividend:  $K = S_0(1 + R)^T$ ,
- če ni dividend:  $F_t = S_t(1 + R)^{T-t}$ ,
- znana dividenda  $I_t$  v času  $t$ :  $K = S_0(1 + R)^T - I_t(1 + R)^{T-t}$ ,
- znana dividenda  $I_{t'}$ ,  $t' > t$ :  
$$F_t = S_t(1 + R)^{T-t} - I_{t'}(1 + R)^{T-t'}.$$

# Vrednost terminske pogodbe za kupca

- Če je cena osnovnega premoženja v času  $T$  večja kot izročitvena cena, smo s tem zaslužili oz. prihranili.

# Vrednost terminske pogodbe za kupca

- Če je cena osnovnega premoženja v času  $T$  večja kot izročitvena cena, smo s tem zaslužili oz. prihranili.
- Če pa je cena osnovnega premoženja v času  $T$  manjša kot izročitvena cena, imamo izgubo.

# Vrednost terminske pogodbe za kupca

- Če je cena osnovnega premoženja v času  $T$  večja kot izročitvena cena, smo s tem zaslužili oz. prihranili.
- Če pa je cena osnovnega premoženja v času  $T$  manjša kot izročitvena cena, imamo izgubo.

$$V_T = S_T - K$$



# Vrednost terminske pogodbe za kupca

- Če je cena osnovnega premoženja v času  $T$  večja kot izročitvena cena, smo s tem zaslužili oz. prihranili.
- Če pa je cena osnovnega premoženja v času  $T$  manjša kot izročitvena cena, imamo izgubo.

$$V_T = S_T - K = S_T - F_0.$$

# Vrednost terminske pogodbe za kupca

- Če je cena osnovnega premoženja v času  $T$  večja kot izročitvena cena, smo s tem zaslužili oz. prihranili.
- Če pa je cena osnovnega premoženja v času  $T$  manjša kot izročitvena cena, imamo izgubo.

$$V_T = S_T - K = S_T - F_0.$$

- Vrednost terminskega posla (sklenjenega v času 0) je v času  $t$  enaka razliki med izročitveno ceno, ki velja v času  $t$  in izročitveno ceno v času 0; ker pa se ti dve vrednosti nanašata na čas  $T$ , ju moramo diskontirati.

# Vrednost terminske pogodbe za kupca

- Če je cena osnovnega premoženja v času  $T$  večja kot izročitvena cena, smo s tem zaslužili oz. prihranili.
- Če pa je cena osnovnega premoženja v času  $T$  manjša kot izročitvena cena, imamo izgubo.

$$V_T = S_T - K = S_T - F_0.$$

- Vrednost terminskega posla (sklenjenega v času 0) je v času  $t$  enaka razliki med izročitveno ceno, ki velja v času  $t$  in izročitveno ceno v času 0; ker pa se ti dve vrednosti nanašata na čas  $T$ , ju moramo diskontirati. Ta vrednost je tudi enaka razliki med trenutno (tržno) vrednostjo osnovnega premoženja in diskontirano izročitveno ceno:

# Vrednost terminske pogodbe za kupca

- Če je cena osnovnega premoženja v času  $T$  večja kot izročitvena cena, smo s tem zaslužili oz. prihranili.
- Če pa je cena osnovnega premoženja v času  $T$  manjša kot izročitvena cena, imamo izgubo.

$$V_T = S_T - K = S_T - F_0.$$

- Vrednost terminskega posla (sklenjenega v času 0) je v času  $t$  enaka razliki med izročitveno ceno, ki velja v času  $t$  in izročitveno ceno v času 0; ker pa se ti dve vrednosti nanašata na čas  $T$ , ju moramo diskontirati. Ta vrednost je tudi enaka razliki med trenutno (tržno) vrednostjo osnovnega premoženja in diskontirano izročitveno ceno:

$$V_t = (F_t - K) \cdot (1 + R)^{-(T-t)} = S_t - K(1 + R)^{-(T-t)}.$$

# Zgledi

- V zgledu o nakupu avtomobila je vrednost terminske pogodbe ob nakupu avta v primeru podražitve na 11.000 EUR enaka  $V_T = 1.000$  EUR. V primeru pocenitve na 9.500 EUR pa je ta vrednost enaka  $V_T = -500$  EUR.

# Zgledi

- V zgledu o nakupu avtomobila je vrednost terminske pogodbe ob nakupu avta v primeru podražitve na 11.000 EUR enaka  $V_T = 1.000$  EUR. V primeru pocenitve na 9.500 EUR pa je ta vrednost enaka  $V_T = -500$  EUR.
- V zgledu terminskega posla na delnico Pekarne d.d. predpostavimo najprej, da je cena delnice čez eno leto enaka  $S_1 = 110$  EUR. Tedaj je vrednost terminskega posla enaka

$$V_1 = S_1 - K = 110 - 102 = 8 \text{ EUR.}$$

# Zgledi

- V zgledu o nakupu avtomobila je vrednost terminske pogodbe ob nakupu avta v primeru podražitve na 11.000 EUR enaka  $V_T = 1.000$  EUR. V primeru pocenitve na 9.500 EUR pa je ta vrednost enaka  $V_T = -500$  EUR.
- V zgledu terminskega posla na delnico Pekarne d.d. predpostavimo najprej, da je cena delnice čez eno leto enaka  $S_1 = 110$  EUR. Tedaj je vrednost terminskega posla enaka

$$V_1 = S_1 - K = 110 - 102 = 8 \text{ EUR.}$$

- Če bi bila cena delnice čez eno leto enaka 99 EUR, pa bi bila vrednost terminskega posla enaka

$$V_1 = S_1 - K = 99 - 102 = -3 \text{ EUR.}$$

## Zgledi - nadaljevanje

- Poračunajmo še vrednost našega posla po 6 mesecih v primerih, da je  $S_{0,5} = 110$  EUR, oziroma  $S_{0,5} = 99$  EUR. Spomnimo, da delnica Pekarne d.d. izplača dividendo v višini 3 EUR v času  $t = 1$ .



## Zgledi - nadaljevanje

- Poračunajmo še vrednost našega posla po 6 mesecih v primerih, da je  $S_{0,5} = 110$  EUR, oziroma  $S_{0,5} = 99$  EUR. Spomnimo, da delnica Pekarne d.d. izplača dividendo v višini 3 EUR v času  $t = 1$ .
- Imamo  $K = 102$  EUR in  $I_1 = 3$  EUR. Izročitvena cena za terminske pogodbe sklenjene v času  $t = 0,5$  je enaka

$$F_{0,5} = S_{0,5}(1 + R)^{0,5} - I_1.$$

## Zgledi - nadaljevanje

- Poračunajmo še vrednost našega posla po 6 mesecih v primerih, da je  $S_{0,5} = 110$  EUR, oziroma  $S_{0,5} = 99$  EUR. Spomnimo, da delnica Pekarne d.d. izplača dividendo v višini 3 EUR v času  $t = 1$ .
- Imamo  $K = 102$  EUR in  $I_1 = 3$  EUR. Izročitvena cena za terminske pogodbe sklenjene v času  $t = 0,5$  je enaka

$$F_{0,5} = S_{0,5}(1 + R)^{0,5} - I_1.$$

- Vrednost prvotnega terminskega posla pa je

$$V_{0,5} = (F_{0,5} - K)(1 + R)^{-0,5}.$$

## Zgledi - nadaljevanje 2

- Pri efektivni obrestni meri  $R = 5\%$  dobimo naslednje vrednosti:

$S_{0,5}$	$F_{0,5}$	$V_{0,5}$
99 EUR	98,44 EUR	-3,47 EUR
110 EUR	109,72 EUR	7,53 EUR

# Naloga 1

## Naloga

*Naj bo osnovno premoženje za terminske pogodbe unča zlata. Predpostavimo tudi, da lastnik zlata nima nobenih stroškov s skladiščenjem. Trenutna cena za unčo zlata je 950 EUR in netvegana obrestna mera je  $R = 3\%$ . Denimo, da na trgu lahko sklenemo terminsko pogodbo za nakup ene unče zlata čez tri mesece z izročitveno ceno 955 EUR.*

- 1 Ali ta izročitvena cena omogoča arbitražno priložnost?
- 2 Če arbitraža obstaja, opišite, kako si investitor, ki ima v lasti unčo zlata, na trgu zagotovi arbitražno priložnost.

# Rešitev 1

Podano imamo:

- $S_0 = 950$
- $R = 3\%$
- $T = 0,25$
- $K = 955$
- ① Ker je

$$S_0(1 + R)^T = 957,05 \neq 955 = K,$$

obstaja arbitražna priložnost.

# Rešitev 1

Podano imamo:

- $S_0 = 950$
- $R = 3\%$
- $T = 0,25$
- $K = 955$

1 Ker je

$$S_0(1 + R)^T = 957,05 \neq 955 = K,$$

obstaja arbitražna priložnost.

2 Investitor uporabi naslednjo strategijo v času 0:

- Proda zlato po tržni ceni.
- Naloži dobljen denar po netvegani obrestni meri.
- Sklene terminski posel za nakup zlata.

# Rešitev 1 - nadaljevanje

Čez tri mesece naredi naslednje:

- Dvigne naloženo vsoto, ki znaša 957,05 EUR.
- Za 955 EUR kupi zlato, kot mu omogoča sklenjen terminski posel.
- Zlato vrne v svoje skladišče.

V času 0 ni imel nobenih stroškov, v času  $T$  pa je imel dohodek v višini 2,05 EUR.

# Devizni terminski posel

- $d$  - domača valuta (evro, dolar, frank, itd.),
- $f$  - tuja valuta,
- $S_t$  - trenutni devizni tečaj ene enote tuje valute  $f$  v enotah domače valute  $d$  v času  $t$ ,  $t \in [0, T]$ :

$$1 \cdot f = S_t \cdot d$$



# Devizni terminski posel

- $d$  - domača valuta (evro, dolar, frank, itd.),
- $f$  - tuja valuta,
- $S_t$  - trenutni devizni tečaj ene enote tuje valute  $f$  v enotah domače valute  $d$  v času  $t$ ,  $t \in [0, T]$ :

$$1 \cdot f = S_t \cdot d$$

- Npr.  $f = \text{USD}$ ,  $d = \text{EUR}$ ,  $S_t = 1,3166$ . To pomeni:

$$1 \text{ USD} = 1,3166 \text{ EUR},$$

$$100 \text{ USD} = 131,66 \text{ EUR}.$$

# Devizni terminski posel

- $d$  - domača valuta (evro, dolar, frank, itd.),
- $f$  - tuja valuta,
- $S_t$  - trenutni devizni tečaj ene enote tuje valute  $f$  v enotah domače valute  $d$  v času  $t$ ,  $t \in [0, T]$ :

$$1 \cdot f = S_t \cdot d$$

- Npr.  $f = \text{USD}$ ,  $d = \text{EUR}$ ,  $S_t = 1,3166$ . To pomeni:

$$1 \text{ USD} = 1,3166 \text{ EUR},$$

$$100 \text{ USD} = 131,66 \text{ EUR}.$$

- V terminskem poslu se obe strani dogovorita, da bo v času  $T$  uporabljen tečaj  $K$  za nominalno vsoto  $N$ .

## Devizni terminski posel 2

- Dolga stran bo kupila  $N \cdot f$  in zato plačala  $NK \cdot d$ .

## Devizni terminski posel 2

- Dolga stran bo kupila  $N \cdot f$  in zato plačala  $NK \cdot d$ .
- Tečaj  $K$  imenujemo **izročitveni tečaj**.

## Devizni terminski posel 2

- Dolga stran bo kupila  $N \cdot f$  in zato plačala  $NK \cdot d$ .
- Tečaj  $K$  imenujemo **izročitveni tečaj**.
- Vrednost dolge strani ob času  $T$ :

$$V_T = (S_T - K) \cdot N.$$

## Devizni terminski posel 2

- Dolga stran bo kupila  $N \cdot f$  in zato plačala  $NK \cdot d$ .
- Tečaj  $K$  imenujemo **izročitveni tečaj**.
- Vrednost dolge strani ob času  $T$ :

$$V_T = (S_T - K) \cdot N.$$

- Vrednost za eno enoto domače valute :

$$V_T^1 = S_T - K.$$

- $R_f$  - netvegana (efektivna) obrestna mera za tujo valuto,
- $R_d$  - netvegana (efektivna) obrestna mera za domačo valuto.

## Devizni terminski posel 2

- Dolga stran bo kupila  $N \cdot f$  in zato plačala  $NK \cdot d$ .
- Tečaj  $K$  imenujemo **izročitveni tečaj**.
- Vrednost dolge strani ob času  $T$ :

$$V_T = (S_T - K) \cdot N.$$

- Vrednost za eno enoto domače valute :

$$V_T^1 = S_T - K.$$

- $R_f$  - netvegana (efektivna) obrestna mera za tujo valuto,
- $R_d$  - netvegana (efektivna) obrestna mera za domačo valuto.
- Potem mora veljati

$$K = S_0 \cdot \left( \frac{1 + R_d}{1 + R_f} \right)^T.$$

# Devizni terminski posel 3

- $F_t$  - izročitveni tečaj za terminski posel sklenjen v času  $t$ ,  
 $F_0 = K$ .



# Devizni terminski posel 3

- $F_t$  - izročitveni tečaj za terminski posel sklenjen v času  $t$ ,  $F_0 = K$ .
- Veljati mora:

$$F_t = S_t \left( \frac{1 + R_d}{1 + R_f} \right)^{T-t}.$$

## Devizni terminski posel 3

- $F_t$  - izročitveni tečaj za terminski posel sklenjen v času  $t$ ,  $F_0 = K$ .
- Veljati mora:

$$F_t = S_t \left( \frac{1 + R_d}{1 + R_f} \right)^{T-t}.$$

- Vrednost deviznega terminskega posla na eno enoto domače valute v času  $t \in [0, T]$  znaša

$$\begin{aligned} V_t^1 &= F_t(1 + R_d)^{-(T-t)} - K(1 + R_d)^{-(T-t)} \\ &= S_t \cdot (1 + R_f)^{-(T-t)} - K \cdot (1 + R_d)^{-(T-t)}. \end{aligned}$$

## Naloga 2

### Naloga

*Priznana švicarska zlatarna je iz analize preteklega poslovanja ugotovila, da se prodaja zlatnine izrazito poveča v predprazničnem obdobju, to je čez 3 mesece. Zlatarna večino zlata, ki ga potrebuje v proizvodnji, kupi na ameriškem trgu. Na trgu sta na voljo naslednji netvegani (efektivni) obrestni meri:*

$$R^{\text{CHF}} = 0,70\% \quad R^{\text{USD}} = 0,83\%.$$

*Trenutni menjalni tečaj med švicarski frankom in ameriškim dolarjem pa je 0,8174 CHF za 1 USD.*

## Naloga 2 - nadaljevanje

### Naloga

- 1 *Cena unče zlata danes znaša 1835,00 USD. Zlatarna želi s finančno institucijo v Ameriki skleniti terminski posel za nakup 100 unč zlata čez 3 mesece. Kakšno ceno unče zlata (v USD) si lahko zagotovi zlatarna?*
- 2 *Zlatarna bo izdelke prodajala na švicarskem trgu. Ker morajo njihove cene oblikovati vnaprej, se bojijo še valutnega tveganja. Zato se s finančno institucijo dogovori za nakup ustrezne količine dolarjev na dan ročnosti terminskega posla iz (1) po vnaprej dogovorjenem menjalnem tečaju. Koliko frankov bo zlatarna plačala za 100 unč zlata?*

## Rešitev 2

- 1. Označimo:  $S_0 = 1835,00$  USD,  $T = \frac{1}{4}$ .
- Izročitveno ceno za unčo zlata izračunamo po formuli

$$K = S_0 \cdot (1 + R^{\text{USD}})^T,$$

Dobimo  $K = 1835 \cdot 1,0083^{0,25} = 1838,80$  USD.

- Za 100 unč zlata bo zlatarna morala plačati  $100 \cdot K = 183880$  USD.

## Rešitev 2

- 1
- Označimo:  $S_0 = 1835,00$  USD,  $T = \frac{1}{4}$ .
  - Izročitveno ceno za unčo zlata izračunamo po formuli

$$K = S_0 \cdot (1 + R^{\text{USD}})^T,$$

Dobimo  $K = 1835 \cdot 1,0083^{0,25} = 1838,80$  USD.

- Za 100 unč zlata bo zlatarna morala plačati  
 $100 \cdot K = 183880$  USD.
- 2
- Določimo še menjalni tečaj za terminski posel med USD in CHF v trenutku  $T$ .

Danes velja  $1 \text{ USD} = S_0 \text{ CHF}$ , torej  $S_0 = 0,8174$ .

Menjalni tečaj določimo po formuli

$$K = S_0 \cdot \left( \frac{1 + R^{\text{CHF}}}{1 + R^{\text{USD}}} \right)^T = 0,8174 \cdot \left( \frac{1,007}{1,0083} \right)^{0,25} = 0,8171.$$

Za 100 unč zlata bo zlatarna plačala

$183\,902,37 \cdot 0,8171 = 150\,248,35$  CHF.

# Opcije

- **Opcija** je pogodbeno razmerje med kupcem in prodajalcem, ki daje lastniku pravico, a ne obveznost, da kupi ali proda določeno količino osnovnega premoženja po vnaprej dogovorjeni pogodbeni ceni.

# Opcije

- **Opcija** je pogodbeno razmerje med kupcem in prodajalcem, ki daje lastniku pravico, a ne obveznost, da kupi ali proda določeno količino osnovnega premoženja po vnaprej dogovorjeni pogodbeni ceni.
- Ločimo nakupne in prodajne opcije.



# Opcije

- **Opcija** je pogodbeno razmerje med kupcem in prodajalcem, ki daje lastniku pravico, a ne obveznost, da kupi ali proda določeno količino osnovnega premoženja po vnaprej dogovorjeni pogodbeni ceni.
- Ločimo nakupne in prodajne opcije.
- Ob sklenitvi opsijske pogodbe mora kupec plačati **premijo**.

# Opcije

- **Opcija** je pogodbeno razmerje med kupcem in prodajalcem, ki daje lastniku pravico, a ne obveznost, da kupi ali proda določeno količino osnovnega premoženja po vnaprej dogovorjeni pogodbeni ceni.
- Ločimo nakupne in prodajne opcije.
- Ob sklenitvi opsijske pogodbe mora kupec plačati **premijo**.
- Opcija je torej pogodba o nakupu/prodaji osnovnega premoženja po določeni **izvršilni ceni**  $K$ .

# Izvršitev opcije

- Sprejem odločitve za nakup/prodajo osnovnega instrumenta imenujemo **izvršitev opcije**.
- Glede na to, kdaj je možna izvršitev opcije, ločimo več vrst opcij.

# Izvršitev opcije

- Sprejem odločitve za nakup/prodajo osnovnega instrumenta imenujemo **izvršitev opcije**.
- Glede na to, kdaj je možna izvršitev opcije, ločimo več vrst opcij.
- **Evropska opcija** daje pravico izvršitve samo ob **zapadlosti  $T$** .

# Izvršitev opcije

- Sprejem odločitve za nakup/prodajo osnovnega instrumenta imenujemo **izvršitev opcije**.
- Glede na to, kdaj je možna izvršitev opcije, ločimo več vrst opcij.
- **Evropska opcija** daje pravico izvršitve samo ob **zapadlosti  $T$** .
- **Ameriška opcija** daje pravico izvršitve kadarkoli do zapadlosti.

# Izvršitev opcije

- Sprejem odločitve za nakup/prodajo osnovnega instrumenta imenujemo **izvršitev opcije**.
- Glede na to, kdaj je možna izvršitev opcije, ločimo več vrst opcij.
- **Evropska opcija** daje pravico izvršitve samo ob **zapadlosti  $T$** .
- **Ameriška opcija** daje pravico izvršitve kadarkoli do zapadlosti.
- Druge vrste s skupnim imenom imenujemo **eksotične opcije**.

# Zgled

- Kupite opcijo za nakup 1 delnice Allianz in zanjo plačate premijo 3,60 EUR.
- Kot lastnik opcije imate pravico, da čez eno leto kupite delnico Allianz po ceni 180 EUR.

# Zgled

- Kupite opcijo za nakup 1 delnice Allianz in zanjo plačate premijo 3,60 EUR.
- Kot lastnik opcije imate pravico, da čez eno leto kupite delnico Allianz po ceni 180 EUR.
- Čez eno leto (prvič): Delniški trgi dobro razvili, tečaj delnice Allianz je 225 EUR. Ali opcijo izkoristite?



# Zgled

- Kupite opcijo za nakup 1 delnice Allianz in zanjo plačate premijo 3,60 EUR.
- Kot lastnik opcije imate pravico, da čez eno leto kupite delnico Allianz po ceni 180 EUR.
- Čez eno leto (prvič): Delniški trgi dobro razvili, tečaj delnice Allianz je 225 EUR. Ali opcijo izkoristite?
- Seveda.

# Zgled

- Kupite opcijo za nakup 1 delnice Allianz in zanjo plačate premijo 3,60 EUR.
- Kot lastnik opcije imate pravico, da čez eno leto kupite delnico Allianz po ceni 180 EUR.
- Čez eno leto (prvič): Delniški trgi dobro razvili, tečaj delnice Allianz je 225 EUR. Ali opcijo izkoristite?
- Seveda. Izvršite opcije, kupite delnico za 180 EUR, jo prodate za 225 EUR. Razlika zmanjšana za premijo je vaš dobiček: 41,4 EUR.

# Zgled

- Kupite opcijo za nakup 1 delnice Allianz in zanjo plačate premijo 3,60 EUR.
- Kot lastnik opcije imate pravico, da čez eno leto kupite delnico Allianz po ceni 180 EUR.
- Čez eno leto (prvič): Delniški trgi dobro razvili, tečaj delnice Allianz je 225 EUR. Ali opcijo izkoristite?
- Seveda. Izvršite opcije, kupite delnico za 180 EUR, jo prodate za 225 EUR. Razlika zmanjšana za premijo je vaš dobiček: 41,4 EUR.
- Čez eno leto (drugič): Tečaj delnice Allianz je pod 180 EUR, izvršitev opcije ni smiselna.

# Zgled

- Kupite opcijo za nakup 1 delnice Allianz in zanjo plačate premijo 3,60 EUR.
- Kot lastnik opcije imate pravico, da čez eno leto kupite delnico Allianz po ceni 180 EUR.
- Čez eno leto (prvič): Delniški trgi dobro razvili, tečaj delnice Allianz je 225 EUR. Ali opcijo izkoristite?
- Seveda. Izvršite opcije, kupite delnico za 180 EUR, jo prodate za 225 EUR. Razlika zmanjšana za premijo je vaš dobiček: 41,4 EUR.
- Čez eno leto (drugič): Tečaj delnice Allianz je pod 180 EUR, izvršitev opcije ni smiselna. Vaša izguba je 3,60 EUR.

# Opcije - matematični opis

- $S_t$  - cena osnovnega premoženja v času  $t \in [0, T]$ ,
- $C_T$  - vrednost evropske nakupne opcije ob zapadlosti,
- $P_T$  vrednost evropske prodajne opcije ob zapadlosti,

# Opcije - matematični opis

- $S_t$  - cena osnovnega premoženja v času  $t \in [0, T]$ ,
- $C_T$  - vrednost evropske nakupne opcije ob zapadlosti,
- $P_T$  vrednost evropske prodajne opcije ob zapadlosti,
- Velja:

$$C_T = \max\{S_T - K, 0\} \text{ in}$$

$$P_T = \max\{K - S_T, 0\}.$$

# Opcije - matematični opis

- $S_t$  - cena osnovnega premoženja v času  $t \in [0, T]$ ,
- $C_T$  - vrednost evropske nakupne opcije ob zapadlosti,
- $P_T$  vrednost evropske prodajne opcije ob zapadlosti,
- Velja:

$$C_T = \max\{S_T - K, 0\} \text{ in}$$

$$P_T = \max\{K - S_T, 0\}.$$

- $c_0$  - premija za nakupno opcijo v času 0,
- $p_0$  - premija za prodajno opcijo v času 0,

# Opcije - matematični opis

- $S_t$  - cena osnovnega premoženja v času  $t \in [0, T]$ ,
- $C_T$  - vrednost evropske nakupne opcije ob zapadlosti,
- $P_T$  vrednost evropske prodajne opcije ob zapadlosti,
- Velja:

$$C_T = \max\{S_T - K, 0\} \text{ in}$$

$$P_T = \max\{K - S_T, 0\}.$$

- $c_0$  - premija za nakupno opcijo v času 0,
- $p_0$  - premija za prodajno opcijo v času 0,
- $c_t$  - premija evropske nakupne opcije z izvršilno ceno  $K$  in zapadlostjo  $T$  sklenjene v času  $t$ ,
- $p_t$  - premija evropske prodajne opcije izvršilno ceno  $K$  in zapadlostjo  $T$  sklenjene v času  $t$ .



## Opcije - matematični opis 2

- Ker na trgu ni arbitraže, veljajo tudi naslednje neenakosti:

$$\max\{S_t - K \cdot (1 + R)^{-(T-t)}, 0\} \leq c_t \leq S_t$$

$$\max\{K \cdot (1 + R)^{-(T-t)} - S_t, 0\} \leq p_t \leq K \cdot (1 + R)^{-(T-t)}.$$

## Opcije - matematični opis 2

- Ker na trgu ni arbitraže, veljajo tudi naslednje neenakosti:

$$\max\{S_t - K \cdot (1 + R)^{-(T-t)}, 0\} \leq c_t \leq S_t$$

$$\max\{K \cdot (1 + R)^{-(T-t)} - S_t, 0\} \leq p_t \leq K \cdot (1 + R)^{-(T-t)}.$$

- Za vse  $t \in [0, T]$  mora veljati

$$p_t + S_t = c_t + K \cdot (1 + R)^{-(T-t)}.$$

To je **evropska nakupno - prodajna enakost**.

## Naloga 3

### Naloga

*Delnica nekega podjetja je danes vredna  $S_0 = 55$  EUR in v naslednje pol leta ne bo izplačala dividend. Netvegana obrestna mera za pol leta znaša 5,25%.*

- 1 Kaj lahko poveš o premiji evropske nakupne opcije, napisane na delnico podjetja, z zapadlostjo 6 mesecev in izvršilno ceno  $K = 56$  EUR?*
- 2 Recimo, da je premija opcije iz točke 1) enaka  $c_0 = 0,8$  EUR. Kaj lahko poveš o premiji evropske prodajne opcije z isto izvršilno ceno in zapadlostjo?*

## Rešitev 3

Podano imamo:

- $S_0 = 55$
  - $R = 5,25\%$
  - $T = 0,5$
  - $K = 56$
- 1 Za  $c_0$  mora veljati  $\max\{S_0 - K \cdot (1 + R)^{-T}, 0\} \leq c_0 \leq S_0$ .  
Torej imamo

$$0,41 \leq c_0 \leq 55.$$

- 2 Iz evropske nakupno - prodajne enakosti sledi  
 $p_0 = c_0 + K(1 + R)^{-T} - S_0$ . Ker je  $c_0 = 0,8$ , je

$$p_0 = 0,8 - 0,41 = 0,39.$$