Geraden

1. Geradengleichung:

Synonyme:

- Parametergleichung einer Geraden, Gerade im Raum

Anwendung:

- Mit Vektoren eine gerade im Raum beschreiben

Herleitung:

Berechnung:

Jede Gerade lässt sich durch die folgende Form beschreiben:

$$g: \vec{x} = \vec{p} + r \cdot \vec{u}$$

$\vec{p}$ = Stützvektor

$\vec{u}$ = Richtungsvektor

2. Lagebeziehung: Punkt - Gerade:

Anwendung:

- Überprüfung, wie ein Punkt zu einer Gerade steht

Herleitung:

Berechnung:

Man setzt den Punkt mit der Geradengleichung gleich und löst nach x auf:

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} d \\ e \\ f \end{pmatrix}; \quad p: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} d \\ e \\ f \end{pmatrix}$ => nach r auflösen

Wenn r bei allen 3 Formeln gleich ist, liegt der Punkt auf der Gerade.

3. Lagebeziehung: Gerade - Gerade:

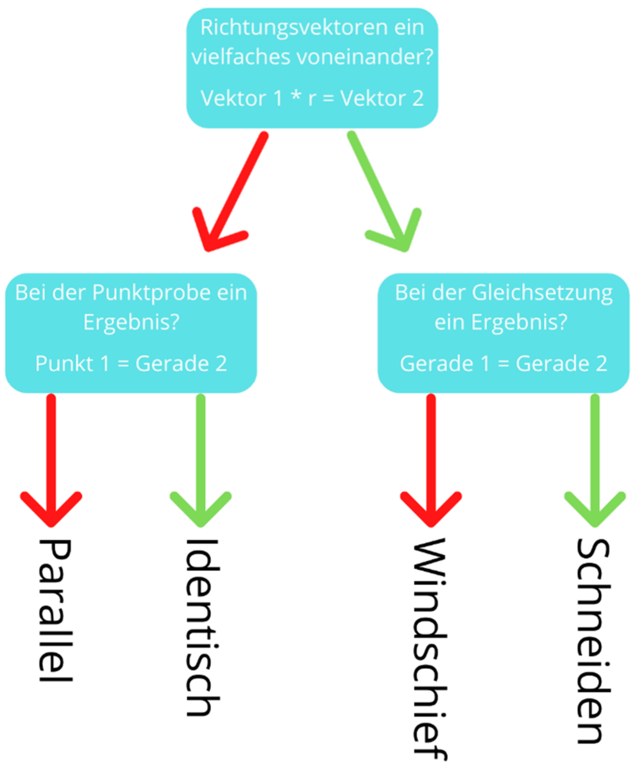
Anwendung:

- Überprüfung, wie eine Gerade zu einer Gerade steht

Herleitung:

Berechnung:

1. Sie sind identisch, wenn die Richtungsvektoren linear abhängig sind und ein Ortsvektor auf beiden Geraden liegt
2. Sie sind parallel, wenn die Richtungsvektoren linear abhängig sind und ein Ortsvektor nicht auf beiden geraden liegt
3. Sie schneiden sich, wenn die Richtungsvektoren linear unabhängig sind und das Gleichsetzen eine einzige Lösung hat
4. Sie sind windschief, wenn die Richtungsvektoren linear unabhängig sind und das Gleichsetzen keine Lösung hat



3. Schnittwinkel: Gerade - Gerade:

Anwendung:

- Den Schnittwinkel zweier Geraden berechnen

Herleitung:

Berechnung:

Die Richtungsvektoren der 2 Geraden müssen in folgende Formel eingesetzt werden:

$$\cos(\alpha) = \frac{|\vec{s} \cdot \vec{t}|}{|\vec{s}| \cdot |\vec{t}|}$$

Wenn man das Ergebnis jetzt mit $\cos^{-1}(\alpha)$ ausrechnet, bekommt man den Winkel.

<u>4. Abstand: Punkt - Gerade:</u>

<u>Anwendung:</u>

- Den kleinsten Abstand zwischen einem Punkt und einer Gerade zu berechnen.

<u>Herleitung:</u>

<u>Berechnung:</u>

Man rechnet mit dem Punkt $\vec{p}$ und den Ortsvektor $\vec{t}$ den Abstand aus:

$$d = \frac{\left|(\vec{p} - \vec{t}) \cdot \overrightarrow{RV_1}\right|}{\left|\overrightarrow{RV_1}\right|}$$

5. Abstand: Gerade - Gerade:

Anwendung:

- Den kleinsten Abstand zwischen zwei Geraden berechnen.

Herleitung:

Berechnung:

Bei parallelen Geraden kann man die Punktabstandsformel benutzen:

$$d = \frac{\left|\left(\vec{p} - \vec{t}\right) \cdot \overrightarrow{RV_1}\right|}{\left|\overrightarrow{RV_1}\right|}$$

Bei windschiefen Geraden benutzt man diese Formel:

$$d = \frac{\left|\left(\vec{p} - \vec{t}\right) \cdot \vec{n}\right|}{|\vec{n}|}$$