

Lagebeziehungen

1. *Punkt - Ebene*
2. *Gerade - Ebene*
3. *Ebene - Ebene*
4. *Schnittwinkel: Ebene - Ebene*

1. Punkt-Ebene:

In der Ebene:

1. Der Punkt P liegt in der Ebene E wenn:
 - a. Der Vektor \vec{P} vor der Parametergleichung hat für beide Parameter genau eine Lösung
 - b. Der Vektor \vec{P} in der Koordinatenform hat eine Lösung
2. Der Punkt P liegt nicht in der Ebene E wenn:
 - a. Die Gleichung bei allen Formen keine Lösung hat

Abstand:

1. Den Abstand mit der Hesseschen Normalenform berechnen
2. Den Abstand mit dem Lotfußpunktverfahren berechnen:
 - 1: Hilfsgerade aufstellen $h: \vec{n}_E + r \cdot \vec{P}$
 - 2: Schnittpunkt S mit Ebene bestimmen
 - 2.1: Geradengleichung in Ebenengleichung setzen
 - 2.2: Parameter mit LGS bestimmen
 - 2.3: Parameter in Ebene einsetzen
 - 3: Den Betrag des Vektors \overrightarrow{SP} berechnen

2. Gerade-Ebene:

1. Man setzt die Gerade G mit der Ebene E gleich:
 - a. Bei genau einer Lösung schneiden sich Gerade und Ebene
 - b. Bei keiner Lösung liegen Gerade und Ebene parallel zueinander
 - c. Bei unendlich vielen Lösungen liegt die Gerade in der Ebene

Abstand:

Den Ortsvektor der Geraden nehmen und:

1. Den Abstand mit der Hesseschen Normalenform berechnen
2. Den Abstand mit dem Lotfußpunktverfahren berechnen:
 - 1: Hilfsgerade aufstellen $h: \vec{n}_E + r \cdot \vec{P}$
 - 2: Schnittpunkt S mit Ebene bestimmen
 - 2.1: Geradengleichung in Ebenengleichung setzen
 - 2.2: Parameter mit LGS bestimmen
 - 2.3: Parameter in Ebene einsetzen
 - 3: Den Betrag des Vektors \overrightarrow{SP} berechnen

3. Ebene-Ebene:

Niemals zwei Parametergleichungen gleichsetzen!!

1. Man rechnet das Skalarprodukt der Normalenvektoren aus:
 - $= 0$: Die Ebenen sind identisch oder Parallel
 - $\neq 0$: Die Ebenen schneiden sich
2. Sind die Normalenvektoren ein Vielfaches voneinander, sind die Ebenen identisch, ansonsten parallel
3. Man setzt eine Parametergleichung in eine Koordinatenform ein und löst nach einem Parameter auf. Dadurch erhält man die Schnittgerade

Abstand:

Einen Punkt der einen Ebene nehmen und:

1. Den Abstand mit der Hesseschen Normalenform berechnen
2. Den Abstand mit dem Lotfußpunktverfahren berechnen:
 - 1: Hilfsgerade aufstellen $h: \vec{n}_E + r \cdot \vec{P}$
 - 2: Schnittpunkt S mit Ebene bestimmen
 - 2.1: Geradengleichung in Ebenengleichung setzen
 - 2.2: Parameter mit LGS bestimmen
 - 2.3: Parameter in Ebene einsetzen
 - 3: Den Betrag des Vektors \overrightarrow{SP} berechnen

4. Schnittwinkel Gerade - Ebene:

Man berechnet den Schnittwinkel α mit dem Richtungsvektor \vec{u} der Geraden und dem Normalenvektor \vec{n} der Ebene:

$$\sin(\alpha) = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{n}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}|}$$