Kurvendiskussion II

1. *Grenzverhalten*
2. *Nebenbedingungen*
3. *Gauß-Algorithmus*
4. *Steckbriefaufgaben*
5. *Trassierung*
6. *Scharfunktionen*

1. Grenzverhalten:

Synonyme:

- Verhalten im Unendlichen

Anwendung:

- Untersuchung des Verhaltens einer Funktion im positiven/negativen unendlichen

Herleitung:

- Da man in eine Funktion nicht $\pm\infty$ einsetzen kann, schaut man sich das Verhalten näherungsweise mit Limes (lat. Grenze) an

Berechnung:

$$\lim_{x \to \infty}(f(x)) = f(\infty)$$

$$\lim_{x \to +/-\infty}(x^2) = f(\infty)$$

x-Wert	-1000000	-10000	-100	0	100	10000	1000000
y-Wert	$+\infty$	100000000	10000	0	10000	100000000	$+\infty$

⇨ $\lim_{x \to +/-\infty}(x^2) = +\infty$

2. Nebenbedingungen:

Synonyme:

- Extremwertaufgaben

Anwendung:

- Anwenden von mathematischen Werkzeugen im Sachkontext

Herleitung:

Berechnung:

3. Gauß-Algorithmus

Synonyme:

- Gauß-Verfahren, LGS lösen

Anwendung:

- Lineare Gleichungen lösen

Herleitung:

Berechnung:

1. Zuerst schreibt man die einzelnen Variablen in Matrixform:

$$\begin{aligned} 1x + 2y + 3z &= 2 \\ 1x + 1y + 1z &= 2 \rightarrow \\ 3x + 3y + 1z &= 0 \end{aligned} \qquad \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

2. Dann muss man die Matrix in eine „Stufenform“ bringen. Man darf dafür:
   a. Komplette Zeilen mit Konstanten multiplizieren
   b. Zeilen untereinander subtrahieren/addieren
   c. Zeilenreihenfolge tauschen

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 1 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 3 & 6 & 9 & 6 \\ 0 & -1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & -6 \end{bmatrix}$$

3. Daraus ergibt sich dann x_3, welches man dann in die 2. Zeile einsetzt, um x_2 auszurechnen. Und so bekommt man dann auch x_1 heraus.
4. Eine Matrix hat genau eine, keine oder unendlich viele Lösungen

4. Steckbriefaufgaben:

Synonyme:

Anwendung:

- Aus Eigenschaften auf eine Funktion schließen

Herleitung:

Berechnung:

Punktsymmetrisch zum Ursprung	Nur ungerade Exponenten
Achsensymmetrisch zur y-Achse	Nur gerade Exponenten
Funktion durch Punkt *P(x_1/x_2)*	$f(x_1) = x_2$
Funktion hat Nullstelle bei x = -4	f(-4) = 0
Funktion hat Tiefpunkt bei x = -4	f'(-4) = 0; f''(-4) = positiv
Funktion hat Wendepunkt bei x = -4	f''(-4) = 0
Funktion hat Steigung 1 bei x = 0	f'(0) = 1

5. Trassierung:

Synonyme:

- Knickfreier Übergang

Anwendung:

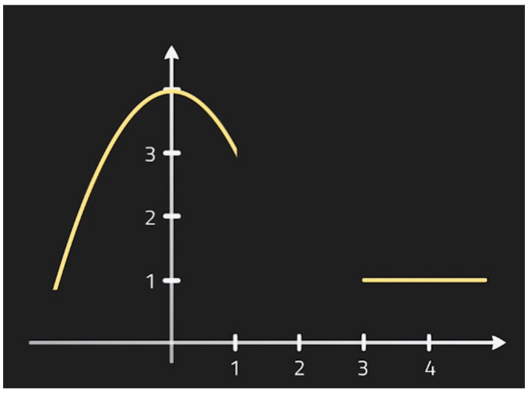
- 2 Funktionen „flüssig“ und knickfrei miteinander verbinden

Herleitung:

Berechnung:

$f_1(x) = -x^2 + 4$

$f_2(x) = 1$



1. Endpunkte in gesuchte Funktion einsetzen

$$f_3(1) = -3 \; und \; f_3(3) = 1$$

2. Steigung der Endpunkte in gesuchte Funktion einsetzen

$$f_3'(1) = f_1'(1) \;\; und \;\; f_3'(3) = f_2'(3)$$

3. Bedingungen aufstellen und LGS lösen

$$\begin{array}{llll}
f_3(1) = 3 & \longrightarrow 3 = d*1^3 + c*1^2 + b*1 + a & \longrightarrow & 3 = 1d + 1c + 1b + a \\
f_3(3) = 1 & \longrightarrow 1 = d*3^3 + c*3^2 + b*3 + a & \longrightarrow & 1 = 27d + 9c + 3b + a \\
f'_3(1) = -2 & \longrightarrow -2 = 3d*1^2 + 2c*1 + b & \longrightarrow & -2 = 3d + 2c + 1b \\
f'_3(3) = 0 & \longrightarrow 0 = 3d*3^2 + 2c*3 + b & \longrightarrow & 0 = 27d + 6c + 1b
\end{array}$$

6. Scharfunktionen:

Synonyme:

- Parameterfunktionen

Anwendung:

- Normale Analyse von Funktionen mit einem unbekannten/unbestimmten Parameter

Herleitung:

- Wird dazu verwendet, um mehrere Funktionen mit ähnlichen Eigenschaften darzustellen.

Berechnung:

$f_a(x)$	$f'_a(x)$
$2a$	0
a^2	0
ax	a
a^2x	a^2
$(a-1)x$	$a-1$
ax^2	$2ax$
$3a^2x^3$	$9a^2x^2$
$ax^4 - 4ax + a^3$	$4ax^3 - 4a$

$f_a(x)$	$F_a(x)$
a	ax
a^2	a^2x
ax	$\frac{a}{2}x^2$
a^2x	$\frac{a^2}{2}x^2$
ax^2	$\frac{a}{3}x^3$
$a^2x^4 - ax + a^3$	$\frac{a^2}{5}x^5 - \frac{a}{2}x^2 + a^3x$
$a(x^3 - a)$	$a(\frac{1}{4}x^4 - ax)$
oder $ax^3 - a^2$	$\frac{a}{4}x^4 - a^2x$