Vektoren

1. *Vektoren*
2. *Addition und Subtraktion*
3. *Skalarmultiplikation*
4. *Lineare (Un-)abhängigkeit*
5. *Längenberechnung*

1. Vektoren:

Synonyme:

- Wege im Raum, Richtungspfeile, Richtungskoordinaten

Anwendung:

- Gibt einen Weg innerhalb eines Koordinatensystems an

Herleitung:

- Kann man sich wie eine Art Weg Beschreibung vorstellen, die die Position in den einzelnen Dimensionen angibt

Berechnung:

$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ 1 FE in x-Richtung, 1 FE in y-Richtung und 1 FE in z-Richtung

2. Addition und Subtraktion:

Synonyme:
- Vektoraddition, Vektorsubtraktion

Anwendung:
- Vektoren miteinander addieren oder subtrahieren

Berechnung:

Allgemein subtrahiert man Vektoren, in dem man den ersten Vektor von dem zweiten Zeile für Zeile abzieht:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} \quad - \quad \vec{b} \quad = \quad \vec{c}$$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Durch Addition von 2 Vektoren kann man einen neuen Vektor bilden. Die Reihenfolge ist hierbei egal:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} \quad + \quad \vec{b} \quad = \quad \vec{c}$$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

3. Skalarmultiplikation:

Synonyme:

- Skalarmultiplikation

Anwendung:

- Vektoren mit reellen Zahlen multiplizieren

Herleitung:

Berechnung:

Bei einer reellen Zahl wird jede einzelne Koordinate mit dieser multipliziert:

$$3\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \cdot 1 \\ 3 \cdot 4 \\ 3 \cdot 2 \end{pmatrix}$$

4. Lineare (Un-)Abhängigkeit:

Synonyme:

Anwendung:

- Untersuchung, ob ein Richtungsvektor ein Vielfaches von einem anderen ist

Herleitung:

Berechnung:

Zwei Richtungsvektoren sind unabhängig, wenn folgendes gilt: $t * \vec{a} = \vec{b}, t \neq 0$

Man stellt also 3 Gleichungen auf. Wenn bei allen das gleiche für t herauskommt, sind sie linear Abhängig:

$$t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 12 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{matrix} t_1 = 3 \\ t_2 = 3 \\ t_3 = 4 \end{matrix} \rightarrow linear\ unabhängig$$

5. Längenberechnung:

Synonyme:

- Betrag eines Vektors, Länge eines Vektors

Anwendung:

- Eine Vektorlänge berechnen

Herleitung:

Berechnung:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Damit lässt sich auch der Abstand zweier Punkte berechnen:

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} bis \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2}$$