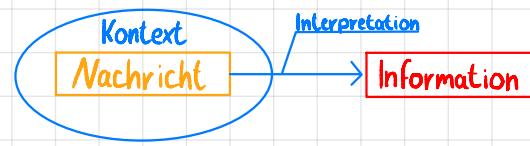


Grammatik

1. Nachrichten und Informationen:

Nachrichten können meist nur mit gegebenem Kontext interpretiert werden.



Bsp: $x + 2$ \Rightarrow Mathematischer Ausdruck: addiere x und 2
Buchstabe Symbol Zahl

Semiotik / Zeichentheorie:

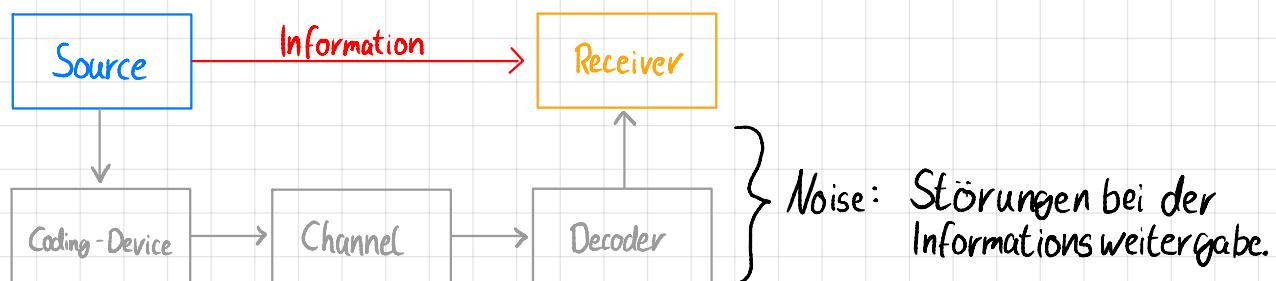
1. Syntax: Interpretation des Aufbaus.
2. Semantik: Interpretation mehrerer Objekte.
3. Pragmatik: Relation zwischen Zeichen, dem Menschen und dem Objekt.

Informationen einer Nachricht:

1. Token: Nachricht mit bestimmter Bedeutung.
2. Code: Ein Zusammenschluss aus Tokens
3. Alphabet: Sortierter Code
4. Text: Eine Sequenz aus Tokens \Rightarrow Informationen
5. Symbol: Ein Zusammenschluss von Tokens ($+$; ϵ)

Shannon Informationstheorie:

- Prüft minimale Entscheidungen, um einen Token zu identifizieren.



Algorithmen: Ein genau definiertes Regelwerk für eine schrittweise Lösung eines Problems.

- Eine Problemlösung wird als endliche Folge von Grundoperationen implementiert.
- Deterministisch: Jeder nachfolgende Schritt ist klar definiert.
- Nicht Deterministisch: Der nachfolgende Schritt wird von bestimmten Regeln definiert.

2. Textersetzungssysteme:

Semi-Thue-Systeme:

Das Semi-Thue-System ist ein Textersetzungssystem mittels Substitution.

Ein Alphabet $\Sigma = \{A, B, C\}$ wird mit Ersetzungsregeln $T = \{A \rightarrow C, B \rightarrow E\}$, $E = \text{null}$ verändert.

Markov-Algorithmen:

Der Markov-Algorithmus erweitert Semi-Thue-System um bestimmte Regeln:

- Stopp Regeln: \rightarrow .
 - Eine vorgegebene Reihenfolge
 - Ausführungsrichtung: Links nach Rechts
 - Ein Ende muss vorhanden sein
- } 1. Der Text wird nach einer Regel durchsucht
2. Wenn die Regel nicht mehr anwendbar ist:
 ↳ nächste Regel wird ausgewählt
3. Wenn ein Endpunkt vorliegt oder keine Regel mehr vorhanden ist: Beenden.

3. Die Backus-Naur Form:

Die Backus-Naur Form ist eine kompakte Metasprache zur Darstellung kontextfreier Grammatiken.

Hierbei werden Terminal(alphabetisch) und nicht Terminal(symbole (Variablen) verwendet:

<...> wird verwendet, um eine **Regel** zu kennzeichnen.

= wird verwendet, um etwas zu **definieren**.

| ist das logische **Oder**.



Erweiterte Backus-Naur Form:

'...' Wird verwendet, um **Terminalsymbole** zu kennzeichnen.

[...] Wird verwendet, um **optionales** zu kennzeichnen.

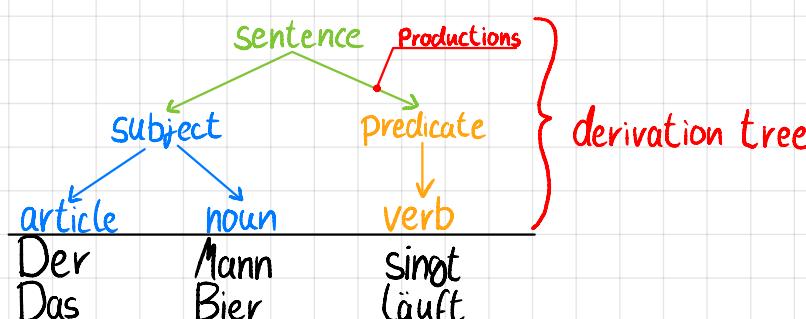
(...) Wird verwendet, um eine **Gruppe** zu kennzeichnen.

(...)+ Wird verwendet, um etwas **0 bis n-mal zu wiederholen**.

(...)* Wird verwendet, um etwas **1 bis n-mal zu wiederholen**.

4. Chomsky-Grammatik:

Ein Semi-Thue-System, bei dem die Regeln einer natürlichen Sprache in einem Ableitungsbau dargestellt werden:



5. Symbole der Grammatik:

1. Nicht Terminale Symbole N :

- Die Menge der Token für alle syntaktischen Variablen.
- z.B Substantiv, Verb, Prädikat etc.

2. Terminale Symbole Σ :

- Die Wörter der Sprache, welche durch die Grammatik beschrieben werden.
- z.B. Mann, Singt, Der

3. Language:

- Die Sprache ist gegeben durch alle Tokenvarianten, welche von den Regeln der Grammatik abgeleitet werden können.

4. Vokabular: $N + \Sigma$

6. Chomsky-Type Grammatik:

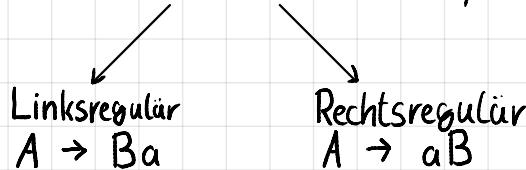
1. Chomsky-Type 0: - Keine Einschränkungen in den Productions (z.B. $E \rightarrow a$)
- "Rekursiv aufzählbare Sprachen"

2. Chomsky-Type 1: - Kontext sensitiv mit Längenbeschränkung
- Wenn $w_1 \rightarrow w_2$, dann muss $|w_2| \geq |w_1|$ sein (Ausnahme E)

$Nab \rightarrow Naab$
 $aNNa \rightarrow abNa$
 $aN \rightarrow NNa$

3. Chomsky-Type 2: - Kontextfreie Grammatik
- Aufbau: ein nichtterminales Symbol \rightarrow beliebige Kombination.

4. Chomsky-Type 3: - Reguläre Grammatiken
- Aufbau: ein nichtterminales Symbol \rightarrow Ein terminales Symbol + optional (ein nichtterminales Symbol)



7. Halbgruppen, Algebra, Monoide:

Halbgruppe: Eine Halbgruppe $H(M, \circ)$ enthält eine Menge M und eine Operation \circ .

Monoid: Eine Halbgruppe mit einem neutralen Element (O/E)

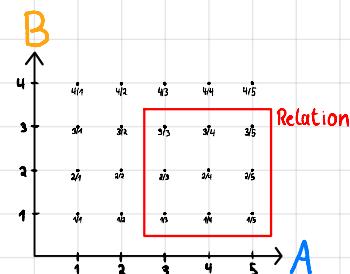
Untermonoid: Eine abgeschlossene Teilmenge eines Monoids, mit dessen Rechenregeln.

6. Graphen und Relationen:

Das kartesische Produkt:

Ein Zusammenschluss aus 2 Mengen:

$$A \times B = \{(a,b) \mid a \in A, b \in B\}$$

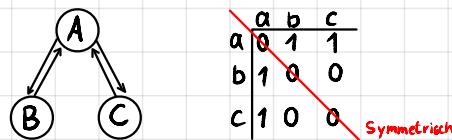


Relation: Eine Teilmenge eines kartesischen Produktes.

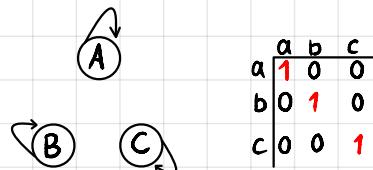
Homogenes kartesisches Produkt: Ein Zusammenschluss aus 2 gleichen Mengen $A \times A$

Graphen: Ein Graph $G = \{A, B, C\}$ kann folgende Eigenschaften besitzen:

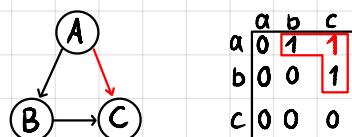
1. Symmetrisch: Alle Relationen sind umkehrbar ($A \rightarrow B, B \rightarrow A$)



2. Reflexiv: Alle Elemente zeigen auf sich selbst



3. Transitiv: "Jeder Umweg muss auch direkt erreichbar sein"



4. Äquivalent: Alle oberen Eigenschaften

Arten von Graphen:

1. Normaler Graph: Verbindungen haben keine bestimmte Richtung.
2. Gerichteter Graph: Verbindungen haben bestimmte Richtungen.
3. Eingeschränkter Graph: Eine Teilmenge beinhaltet alle Knoten.
4. Invertierter Graph: Alle Relationen werden umgedreht.
5. Planar Graph: Keine Relation überlagert Sich.
6. Kompletter Graph: Jeder Knoten hat eine Relation.
7. Trivial Graph: Nur ein Knoten ohne Verknüpfung.

Arten von Pfaden:

1. Normaler Pfad

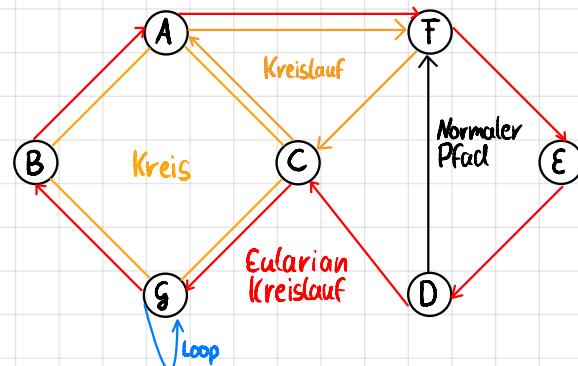
2. Kreis

3. Kreislauf

4. Eulerian Kreislauf

5. Loop

6. DAG: Graph ohne Kreisläufe



Zusammenhänge:

1. Starker Zusammenhang: Ein Graphenteil, der durch einen Kreislauf verbunden wird.

2. Schwacher Zusammenhang: Nur eine Möglichkeit, den Knoten zu wechseln.

3. Einseitiger Zusammenhang: Ein Graphenteil, der nur eine Richtung hat.

Wald und Baum:

1. Holz: Ein ungerichteter Graph ohne Kreisläufe.

2. gerichtetes Holz: Ein Graph ohne Kreisläufe mit Verbindungen $|l|, |n| \leq 1$

3. Blatt: Alle Knoten ohne Nachfolger

4. Baum: Nur ein Knoten hat mehrere Verbindungen.

5. Wald: Jeder Knoten hat höchstens einen Vorgänger.

6. Wurzel: Der "oberste" Knoten.

Eulers Satz:

In einem Graph G sind: $|N|$ = Anzahl der Knoten

$|E|$ = Anzahl der Kanten

$|S|$ = Anzahl der eingeschlossenen Oberflächen

$$\left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} |N| + |E| - |S| = 1$$

$$A : 1 + 0 - 0 = 1$$

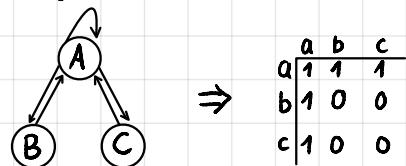
$$A \rightarrow : 1 + 1 - 1 = 1$$

$$A \rightarrow B : 2 + 0 - 1 = 1$$

7. Darstellungsarten:

Adjazenzmatrix:

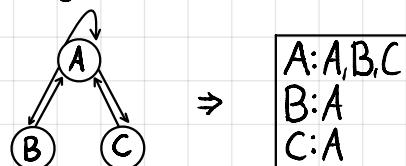
Eine Adjazenzmatrix ist eine $n \times n$ Matrix, die Verbindungen darstellt.



$$\Rightarrow \begin{array}{c|ccc} & a & b & c \\ a & 1 & 1 & 1 \\ b & 1 & 0 & 0 \\ c & 1 & 0 & 0 \end{array}$$

Adjazenzliste:

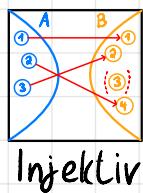
Eine Adjazenzliste stellt Verbindungen Listenförmig dar.



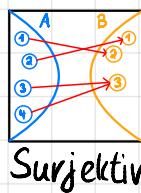
$$\Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} A:A,B,C \\ B:A \\ C:A \end{array}}$$

Verhältnisse:

Zwei Mengen/Graphen können folgende Verhältnisse haben:



Injektiv

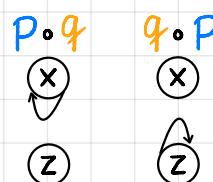
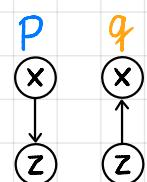


Surjektiv

Injectiv
+
Surjektiv
Bijektiv

8. Beziehungen:

Sind P und $q := \{(x, z) | x \in M, z \in L : \exists y \in N \text{ mit } xpy \text{ und } yqz\}$:

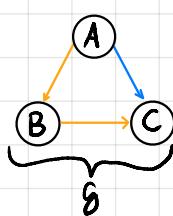


$$P \circ q = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$q \circ P = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Pfadlänge:

Pfadlängen lassen sich durch Matrixmultiplikation darstellen:



$$S = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{Länge 1}$$

$$S^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{Länge 2}$$

$$S^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{Länge 3}$$