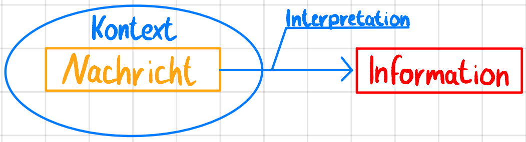
Grammatik

1. Nachrichten und Informationen:

Nachrichten können meist nur mit gegebenen Kontext interpretiert werden.



Bsp: $x + 2$ ⇒ Mathematischer Ausdruck: addiere x und 2

Buchstabe Symbol Zahl

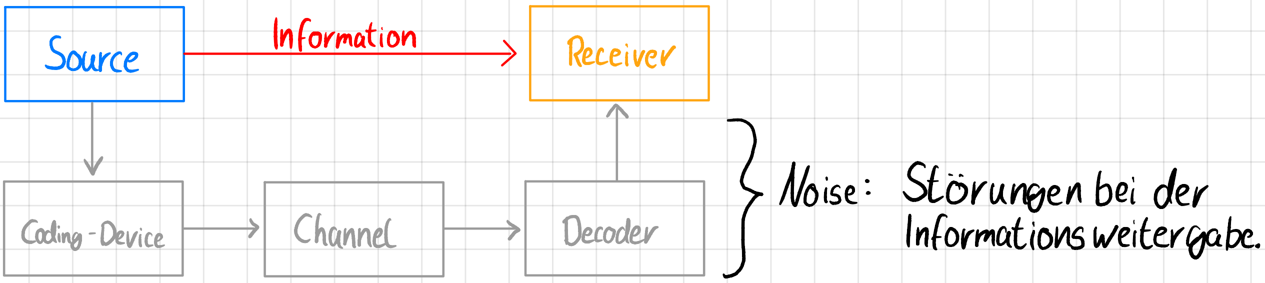
Semiotik/Zeichentheorie:

1. Syntax: Interpretation des Aufbaus.
2. Semantik: Interpretation mehrerer Objekte.
3. Pragmatik: Relation zwischen Zeichen, dem Menschen und dem Objekt.

Informationen einer Nachricht:

1. Token: Nachricht mit bestimmter Bedeutung.
2. Code: Ein Zusammenschluss aus Tokens
3. Alphabet: Sortierter Code
4. Text: Eine Sequenz aus Tokens ⇒ Informationen
5. Symbol: Ein Zusammenschluss von Tokens (+; €)

Shannon Informationstheorie: - Prüft minimale Entscheidungen, um einen Token zu identifizieren.



Algorithmen: Ein genau definiertes Regelwerk für eine schrittweise Lösung eines Problems.

- Eine Problemlösung wird als endliche Folge von Grundoperationen implementiert.
- Deterministisch: Jeder nachfolgende Schritt ist klar definiert.
- Nicht Deterministisch: Der nachfolgende Schritt wird von bestimmten Regeln definiert.

2. Textersetzungssysteme:

Semi-Thue-Systeme:

Das Semi-Thue-System ist ein Textersetzungssystem mittels Substitution.

Ein Alphabet $\Sigma = \{A, B, C\}$ wird mit Ersetzungsregeln $T = \{A \to C, B \to \varepsilon\}$, ε = null verändert.

Markov-Algorithmen:

Der Markov-Algorithmus erweitert Semi-Thue-System um bestimmte Regeln:

- Stopp Regeln: $\to .$
- Eine vorgegebene Reihenfolge
- Ausführrichtung: Links nach Rechts
- Ein Ende muss vorhanden sein

1. Der Text wird nach einer Regel durchsucht
2. Wenn die Regel nicht mehr anwendbar ist:
   └ nächste Regel wird ausgewählt
3. Wenn ein Endpunkt vorliegt oder keine Regel mehr vorhanden ist: Beenden.

3. Die Backus-Naur Form:

Die Backus-Naur Form ist eine kompakte Metasprache zur Darstellung kontextfreier Grammatiken.

Hierbei werden Terminal (alphabetisch) und nicht Terminalsymbole (Variablen) verwendet:

<...> wird verwendet, um eine Regel zu kennzeichnen.
::= wird verwendet, um etwas zu definieren.
| ist das logische oder.

<letter> ::= A | B | C | usw.

Die Regel "letter" wird definiert als A oder B oder C ...

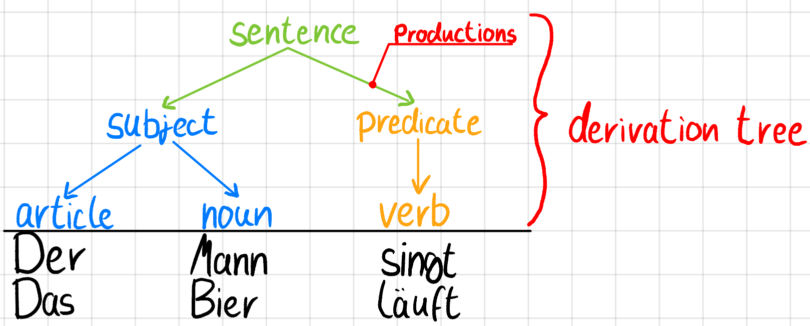
⇒ <word> ::= <letter> | <letter><word>

Erweiterte Backus-Naur Form:

'...' wird verwendet, um Terminalsymbole zu kennzeichnen.
[...] wird verwendet, um Optionales zu kennzeichnen.
(...) wird verwendet, um eine Gruppe zu kennzeichnen.
(...)+ wird verwendet, um etwas 0 bis n-mal zu wiederholen.
(...)* wird verwendet, um etwas 1 bis n-mal zu wiederholen.

4. Chomsky-Grammatik:

Ein Semi-Thue-System, bei dem die Regeln einer natürlichen Sprache in einem Ableitungsbaum dargestellt werden:



5. Symbole der Grammatik:

1. Nicht Terminale Symbole N:
   - Die Menge der Token für alle syntaktischen Variablen.
   - z.B Substantiv, Verb, Prädikat etc.

2. Terminale Symbole Σ:
   - Die Wörter der Sprache, welche durch die Grammatik beschrieben werden.
   - z.B. Mann, singt, Der

3. Language:
   - Die Sprache ist gegeben durch alle Tokenvarianten, welche von den Regeln der Grammatik abgeleitet werden können.

4. Vokabular: $N + \Sigma$

6. Chomsky-Type Grammatik:

1. Chomsky-Type 0:
   - Keine Einschränkungen in den Productions (z.B. $\varepsilon \to a$)
   - "Rekursiv aufzählbare Sprachen"

2. Chomsky-Type 1:
   - Kontext sensitiv mit Längenbeschränkung
   - Wenn $w_1 \to w_2$, dann muss $|w_2| \geq |w_1|$ sein (Ausnahme ε)

   $Nab \to Naab$
   $aNNa \to abNa$
   $aN \to NNa$

3. Chomsky-Type 2:
   - Kontextfreie Grammatik
   - Aufbau: ein nichtterminales Symbol $\to$ beliebige Kombination.

4. Chomsky-Type 3:
   - Reguläre Grammatiken
   - Aufbau: ein nichtterminales Symbol $\to$ Ein terminales Symbol + optional (ein nichtterminales Symbol)

   Linksregulär: $A \to Ba$

   Rechtsregulär: $A \to aB$

7. Halbgruppen, Algebra, Monoide:

Halbgruppe: Eine Halbgruppe $H(M, \circ)$ enthält eine Menge M und eine Operation $\circ$.

Monoid: Eine Halbgruppe mit einem neutralen Element (0/ε)

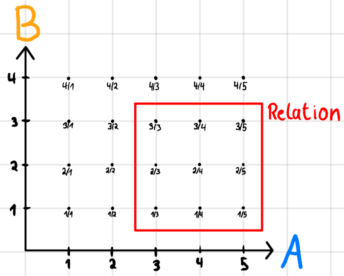
Untermonoid: Eine abgeschlossene Teilmenge eines Monoids, mit dessen Rechenregeln.

6. Graphen und Relationen:

Das kartesische Produkt:

Ein Zusammenschluss aus 2 Mengen:

$A \times B = \{(a,b) \mid a \in A, b \in B\}$

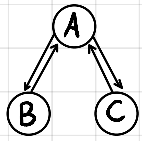


Relation: Eine Teilmenge eines kartesischen Produktes.

Homogenes kartesisches Produkt: Ein Zusammenschluss aus 2 gleichen Mengen $A \times A$

Graphen: Ein Graph $G = \{A, B, C\}$ kann folgende Eigenschaften besitzen:

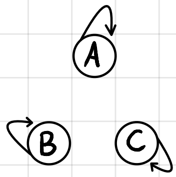
1. Symmetrisch: Alle Relationen sind umkehrbar ($A \to B$, $B \to A$)



$$\begin{array}{c|ccc} & a & b & c \\ \hline a & 0 & 1 & 1 \\ b & 1 & 0 & 0 \\ c & 1 & 0 & 0 \end{array}$$

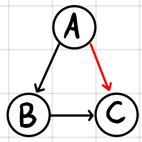
Symmetrisch

2. Reflexiv: Alle Elemente zeigen auf sich selbst



$$\begin{array}{c|ccc} & a & b & c \\ \hline a & 1 & 0 & 0 \\ b & 0 & 1 & 0 \\ c & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

3. Transitiv: "Jeder Umweg muss auch direkt erreichbar sein"



$$\begin{array}{c|ccc} & a & b & c \\ \hline a & 0 & 1 & 1 \\ b & 0 & 0 & 1 \\ c & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

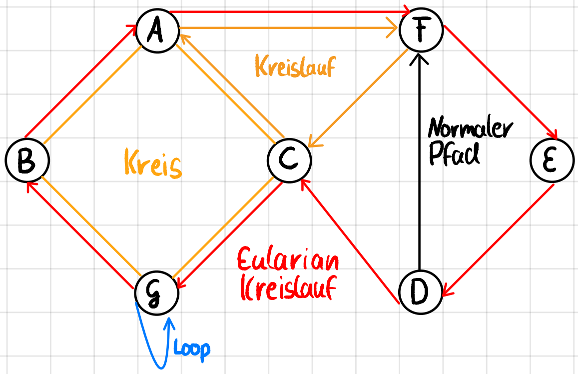
4. Equivalent: Alle oberen Eigenschaften

Arten von Graphen:

1. Normaler Graph: Verbindungen haben keine bestimmte Richtung.
2. Gerichteter Graph: Verbindungen haben bestimmte Richtungen.
3. Eingeschränkter Graph: Eine Teilmenge beinhaltet alle Knoten.
4. Invertierter Graph: Alle Relationen werden umgedreht.
5. Planar Graph: Keine Relation überlagert sich.
6. Kompletter Graph: Jeder Knoten hat eine Relation.
7. Trivial Graph: Nur ein Knoten ohne Verknüpfung.

Arten von Pfaden:

1. Normaler Pfad
2. Kreis
3. Kreislauf
4. Eularian Kreislauf
5. Loop
6. DAG: Graph ohne Kreisläufe



Zusammenhänge:

1. Starker Zusammenhang: Ein Graphenteil, der durch einen Kreislauf verbunden wird.
2. Schwacher Zusammenhang: Nur eine Möglichkeit, den Knoten zu wechseln.
3. Einseitiger Zusammenhang: Ein Graphenteil, der nur eine Richtung hat.

Wald und Baum:

1. Holz: Ein ungerichteter Graph ohne Kreisläufe.
2. Gerichtetes Holz: Ein Graph ohne Kreisläufe mit Verbindungen $|in| \leq 1$
3. Blatt: Alle Knoten ohne Nachfolger
4. Baum: Nur ein Knoten hat mehrere Verbindungen.
5. Wald: Jeder Knoten hat höchstens einen Vorgänger.
6. Wurzel: Der "oberste" Knoten.

Eulers Satz:

In einem Graph G sind:
$|N|$ = Anzahl der Knoten
$|E|$ = Anzahl der Kanten
$|S|$ = Anzahl der eingeschlossenen Oberflächen

$$|N| + |E| - |S| = 1$$

A : $1 + 0 - 0 = 1$

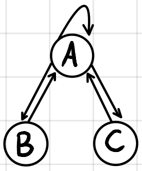
A : $1 + 1 - 1 = 1$

$A \rightarrow B$: $2 + 0 - 1 = 1$

7. Darstellungsarten:

Adjazenzmatrix:

Eine Adjazenzmatrix ist eine nxn Matrix, die Verbindungen darstellt.

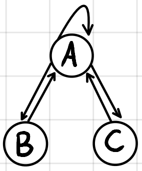


$\Rightarrow$

	a	b	c
a	1	1	1
b	1	0	0
c	1	0	0

Adjazenzliste:

Eine Adjazenzliste stellt Verbindungen Listenförmig dar.

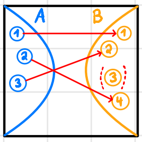


$\Rightarrow$

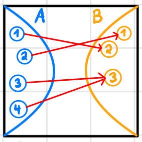
A: A, B, C
B: A
C: A

Verhältnisse:

Zwei Mengen/Graphen können folgende Verhältnisse haben:



Injektiv



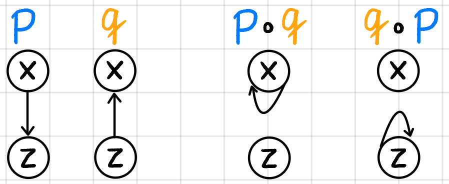
Surjektiv

Injektiv + Surjektiv

Bijektiv

8. Beziehungen:

Sind p und q $:= \{(x,z) \mid x \in M, z \in L : \exists y \in N \text{ mit } xpy \text{ und } yqz\}$:



$P \circ q$

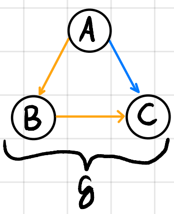
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$q \circ P$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Pfadlänge:

Pfadlängen lassen sich durch Matrixmultiplikation darstellen:



$$G = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
Länge 1

$$G^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
Länge 2

$$G^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
Länge 3

Injektiv: Für jedes x gibt es ein f(x)
(x können gleiches f(x) haben)

Surjektiv: Für jedes f(x) gibt es ein x
(f(x) können gleiches x haben)

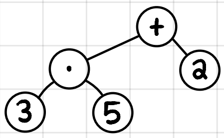
Bijektiv: jedes f(x) genau ein x

(Auch mit $\wedge$)	$\neg a \vee \neg b \vee c = (a \wedge b) \rightarrow c$
Kommutativ:	$a \vee b = b \vee a$
Assoziativ:	$(a \vee b) \vee c = a \vee (b \vee c)$
Absorption:	$a \wedge (a \vee b) = a$
Distributiv:	$a \vee (b \wedge c) = (a \vee b) \wedge (a \vee c)$
Komplementär:	$a \vee \neg a = 1$
Neutralität:	$a \vee 0 = a$
Extremal:	$a \vee 1 = 1$
De Morgan:	$\neg(a \vee b) = \neg a \wedge \neg b$
	$\neg(\forall x: F) = \exists x: \neg F$
	$\neg(\exists x: F) = \forall x: \neg F$

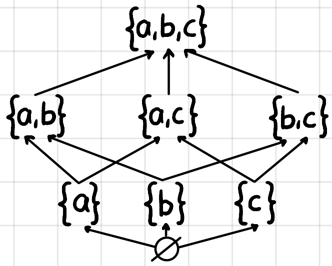
Floyd-Warshall: Kein Pfad $= \infty$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Kantonovichbaum: $3 \cdot 5 + 2$:



Hasse Diagramm: $P(\{a,b,c\}, \subseteq)$:



$(P(A), \subseteq)$:

reflexiv: $A_1 \subseteq A \Rightarrow A_1 \in A$ und $A_1 \subseteq A_1$

transitiv: $A_1, A_2, A_3 \subseteq A \in P(A)\ {}^{A_1 \subseteq A_2}_{A_2 \subseteq A_3}$

$\Rightarrow A_1 \subseteq A_2 \subseteq A_3 \Rightarrow A_1 \subseteq A_3$

antisymm.: $A_1, A_2 \subseteq A\ {}^{A_1 \subseteq A_2}_{A_2 \subseteq A_1}$