

# Strukturbasierte Registrierung von Punktwolken unter Verwendung von Bild- und Laserscannerdaten

Von der Fakultät für Bauingenieurwesen  
der Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen  
zur Erlangung des akademischen Grades einer Doktorin der Ingenieurwissenschaften  
genehmigte Dissertation

vorgelegt von

## Maria Lichtenstein

Berichter: Universitätsprofessor Dr.-Ing. Wilhelm Benning  
Universitätsprofessor Dr.-Ing. Heiner Kuhlmann

Tag der mündlichen Prüfung: 05.08.2011

Diese Dissertation ist auf den Internetseiten der Hochschulbibliothek online verfügbar.

Veröffentlichung des Geodätischen Instituts der  
Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen  
Templergraben 55, 52062 Aachen

Nr. 66

2011  
ISSN 0515-0574



# Kurzfassung

Eine kombinierte Auswertung von Bild- und Scannerdaten ist heute Stand der Technik, da die Vorteile beider Systeme sinnvoll kombiniert werden können. Um mit den terrestrischen Laserscannerdaten in einem einheitlichen Koordinatensystem arbeiten zu können, muss eine Registrierung der Punktwolken durchgeführt werden. In dieser Arbeit wird ein neuer Registrierungsansatz vorgestellt, der die bestmögliche Transformation zwischen Standpunkten auf der Grundlage von Geraden bestimmt, die sowohl aus den photogrammetrischen Aufnahmen als auch aus der Punktwolke direkt extrahiert werden. Dieser Ansatz nutzt die Vorteile beider Verfahren aus, um bestmögliche räumliche Geraden durch Auswertung von Bild- und Scannerdaten zu bestimmen. Diese werden für die geradengestützte Registrierung terrestrischer Laserscannerdaten eingesetzt. Da sich so mehr und teilweise genauere Geraden gewinnen lassen als mit nur einem Auswertesystem, können mit dem neuen Ansatz viele Anwendungen bearbeitet werden, die aufgrund mangelnder Informationen in einem System nicht ausgewertet werden konnten. Der Registrierungsansatz arbeitet mit räumlichen Geraden und nicht mit den kompletten Punktwolken, so dass eine erhebliche Reduzierung der Speichermenge in diesem Schritt vorgenommen wird. Die vorgestellte Registrierung benötigt keine Passpunktmarken vor Ort, so dass Zeitaufwand und Kosten eingespart werden. Der neue Ansatz wird theoretisch erläutert und die Praxistauglichkeit an verschiedenen Anwendungsbeispielen gezeigt.

## Abstract

Today a combined analysis of imaging and scanner data is state of the art, because advantages of both systems can be combined. Using terrestrial laser scanner data in a uniform coordinate system, requires a calculation to register the point clouds. This thesis presents a new approach of point cloud registration determining the best transformation between the point of views on the basis of straight lines that are extracted directly from the photographic pictures as well as from the point cloud. This approach exploits the advantages of both methods to determine optimal, spatial lines by evaluation of image and scanner data. These are used for the registration of terrestrial laser scanner data. Because more and more precise lines can thus be

produced, the new approach allows for many applications to be worked out which could not be evaluated before due to a lack of information in one system. The registry approach uses spatial straight lines instead of point clouds, so that the quantity of data is reduced substantially by this step. The presented registration needs no local control points, saving time and costs. This new registry approach is explained theoretically and the application is demonstrated by various examples.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2 Bisherige Entwicklungen</b>	<b>3</b>
2.1 Terrestrisches Laserscanning . . . . .	3
2.2 Auswertesystem „PHIDIAS“ . . . . .	6
2.3 Registrierung terrestrischer Laserscannerdaten . . . . .	8
2.4 Neuer Ansatz . . . . .	13
<b>3 Grundlagen</b>	<b>15</b>
3.1 Grundlagen der Bildverarbeitung . . . . .	15
3.2 Grundlagen der Projektiven Geometrie . . . . .	18
3.3 Grundlagen der statistischen Ausgleichsrechnung . . . . .	21
<b>4 Geradengestützte Registrierung terrestrischer Laserscans</b>	<b>25</b>
4.1 Detektion von Geraden im Bild . . . . .	26
4.1.1 Cannyalgorithmus . . . . .	26
4.1.2 Houghtransformation . . . . .	28
4.1.3 Berechnung eines Kantensegments . . . . .	34
4.1.4 Alternative Berechnung eines geraden Kantensegments . . . . .	39
4.1.5 Umrechnung einer Bildkante in eine Raumkante über die projektierende Ebene . . . . .	40
4.1.6 Kritische Betrachtung der Kantendetektion . . . . .	44
4.1.7 Vorteil der Kantendetektion . . . . .	44
4.1.8 Anwendungsbeispiele zur Kantendetektion . . . . .	44
4.2 Extraktion von Raumgeraden durch Laserscannerdatenauswertung . .	47
4.3 Registrierung von terrestrischen Laserscans durch Raumgeraden . .	48
4.3.1 Absolute Orientierung durch Raumgeraden . . . . .	49
4.3.2 Georeferenzierung . . . . .	51
4.3.3 Räumliche Geraden . . . . .	52
4.3.4 Grobregistrierung durch kombinatorische Lösung . . . . .	53
4.3.5 Feinregistrierung durch Ausgleichsrechnung auf Grundlage projektiver Geometrie . . . . .	62
4.3.6 Kritische Betrachtung des Registrierungsansatzes . . . . .	67
4.3.7 Anwendungsbeispiel 1 . . . . .	67
4.3.8 Anwendungsbeispiel 2 . . . . .	73

<b>5 Registrierung von Punktwolken unter Verwendung von Bild- und Scannertaten</b>	<b>79</b>
5.1 Anwendungsbeispiel 1 . . . . .	80
5.2 Anwendungsbeispiel 2 . . . . .	85
<b>6 Diskussion des Ansatzes</b>	<b>91</b>
<b>7 Zusammenfassung</b>	<b>93</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>95</b>
<b>A Anhang</b>	<b>103</b>

# Abbildungsverzeichnis

2.1	Laserscannerpunktfolge eines Hauses; Aufnahme mit einem Trimble GS 100 (alte Bezeichnung: Mensi GS 100) . . . . .	4
2.2	Hybrides Messsystem LMS-Z420i der Firma Riegl zur kombinierten Datenauswertung von photogrammetrischen Aufnahmen und terrestrischen Laserscannerdaten, Quelle: [Riegl 2010] . . . . .	5
2.3	PHIDIAS, ein Softwaresystem auf der Basis der CAD-Software MicroStation, Quelle: [Phocad 2010] . . . . .	7
2.4	ICP-Algorithmus; die rote Punktfolge (Ausschnitt aus einer Industrieanlage) wird bestmöglich in die blaue Punktfolge transformiert . . . . .	9
2.5	Kombination von 2D- mit 3D-Daten: Sowohl Geraden aus der photogrammetrischen Aufnahme als auch Geraden aus der reinen terrestrischen Laserscannerpunktfolge werden zur Registrierung der Punktfolgen herangezogen. . . . .	13
3.1	Optische Täuschung: Bereits wenige Konturen lassen auf ein weißes Dreieck in der Mitte schließen, (nach Kanizsa-Dreieck) . . . . .	15
3.2	Ideale Kantentypen: Ideale Stufenkante, ideale Rampenkante, ideale Dachkante, ideale Treppenkante, nach [Steinbrecher 1993] . . . . .	17
3.3	Eine reale Kante wird meistens durch Rauschen überlagert, nach [Steinbrecher 1993] . . . . .	17
3.4	Parametrisierung einer Raumgeraden $\mathbf{L}$ durch die Verbindung zweier Punkte $\mathbf{X}$ und $\mathbf{Y}$ oder durch den Schnitt zweier Projektionsebenen $\mathbf{A}$ und $\mathbf{B}$ . . . . .	19
3.5	Gerade $\mathbf{L}$ durch die Punkte <b>1</b> und <b>2</b> , wobei $\mathbf{L}_h$ die Richtung der Geraden, $\mathbf{L}_0$ die Normale der aufgespannten Ebene repräsentiert. . . . .	20
3.6	Gauß-Markov-Modell (Kleinste-Quadrat-Schätzung): Bestmögliche Schätzung durch Minimierung der Verbesserungssquare . . . . .	22
3.7	Ablauf des Data Snooping nach Baarda . . . . .	23
4.1	Registrierung terrestrischer Laserscans durch Zuordnung von Raumgeraden . . . . .	25
4.2	Cannyalgorithmus: Dargestellt sind die einzelnen Teilschrittergebnisse . . . . .	29
4.3	Beispiel: Beschreibung einer Geraden durch die Hesse'sche Normalform . . . . .	30
4.4	Geraden eines Geradenbüschels in einem Punkt . . . . .	31
4.5	Kurven im Modellraum der Houghtransformation . . . . .	31

4.6	Links: Arctan-Funktion, Rechts: Helligkeitsänderung bei einer Kante, die durch eine Arctan-Funktion angenähert werden kann, nach [Steinbrecher 1993] . . . . .	35
4.7	Links: Ergebnis der Houghtransformation, Rechts: Konkrete Kantensegmente . . . . .	35
4.8	Fall 1 bei der Berechnung von $r$ und $\phi$ zur Bestimmung der Geradengleichung . . . . .	36
4.9	Fall 2 bei der Berechnung von $r$ und $\phi$ zur Bestimmung der Geradengleichung . . . . .	37
4.10	Fall 3 bei der Berechnung von $r$ und $\phi$ zur Bestimmung der Geradengleichung . . . . .	37
4.11	Fall 4 bei der Berechnung von $r$ und $\phi$ zur Bestimmung der Geradengleichung . . . . .	38
4.12	Fall 5 bei der Berechnung von $r$ und $\phi$ zur Bestimmung der Geradengleichung . . . . .	38
4.13	Alternative Berechnung eines Kantensegments: Links: Originalbild, Rechts: Ergebnis des Algorithmus zur alternativen Kantensegmentbestimmung, Quelle: [Schneider 2010] . . . . .	39
4.14	Bestimmung lokaler Ebenen links und rechts von der Kante; Aufnahme mit einem Riegl LMS-Z390i mit Nikon D200 . . . . .	41
4.15	Querschnitt durch die Laserscannerpunktewolke an der Bordsteinkante: Ebenenausgleichungen in der Punktewolke . . . . .	41
4.16	Bildgeraden werden über eine projizierende Ebene in die Punktewolke zu Raumgeraden durch den Schnitt der projizierenden Ebene mit der Punktewolke transformiert . . . . .	42
4.17	Problem bei der Kanten detektion: Schattenwurf an einer Brücke . . . . .	43
4.18	Links: Kante aufgrund von Materialveränderung in einem Bauwerk, Rechts: Kante an der Fensterlaibung, die aufgrund fehlender Laserscannerpunkte auf der Fensterlaibung nicht bestimmt werden konnte . . . . .	45
4.19	Darstellung der Laserscannerpunkte an einer Fensterlaibung (siehe 4.18) von oben, deren Fläche verdeckt ist . . . . .	45
4.20	Links: Kanten, die aus der reinen terrestrischen Laserscannerdatenauswertung nicht gewonnen werden können, Mitte: Detektierte Kanten im Bild, Rechts: Extrahierte Raumkanten in der Punktewolke, Quelle: [Lichtenstein et al. 2008]; Aufnahme mit einem Trimble GS 100 (alte Bezeichnung: Mensi GS 100) und einer Kompaktkamera Kodak DX4900 . . . . .	46
4.21	Automatische Detektion von Bordsteinkanten . . . . .	46
4.22	Differentialgeometrische Extraktion dreidimensionaler Objektprimitive: Extraktion einer Raumgeraden aus dem Schnitt zweier Ebenen, Quelle: [Becker 2005] . . . . .	48
4.23	Rechtssystem: Drehung gegen den Uhrzeigersinn . . . . .	50

4.24	Räumliche Bewegung der Raumgeraden aus Laserscan 1 über ein globales Koordinatensystem in Laserscan 2 . . . . .	51
4.25	Abstand windschiefer Geraden . . . . .	54
4.26	Fallunterscheidungen für Geradenzuordnungen . . . . .	56
4.27	Berechnung der Näherungswertlösung für die Rotationswinkel . . . . .	57
4.28	Berechnung der Näherungswertlösung für die Translation . . . . .	61
4.29	Registrierung terrestrischer Laserscans: Geraden 12 und 34 aus Laser- scanposition 1 werden in Geraden AB und CD in Laser- scanposition 2 transformiert. . . . .	64
4.30	Betrachtung der Geraden als unendlich lange Elemente; $g_1 = g_2$ , da sie die gleiche Gerade beschreiben . . . . .	66
4.31	Verwendung der Zylinderachsen als Raumgeraden . . . . .	68
4.32	Geradengestützte Registrierung terrestrischer Laserscans über Zylin- derachsen . . . . .	69
4.33	Ergebnis der Registrierung: Die roten Geraden aus Scan 1 werden mittels der geschätzten räumlichen Bewegung in Scan 2 transformiert.	71
4.34	Vergleich der Geraden aus Laserscan 2 (Links) mit den transformier- ten Geraden aus Laserscan 1 in Laserscan 2 (Rechts) . . . . .	72
4.35	Geraden im ersten und zweiten Laserscan, die für den vorgestellten Registrierungsansatz benötigt werden. . . . .	74
4.36	Ergebnis der Registrierung: Die roten Geraden aus Scan 1 werden mittels der geschätzten räumlichen Bewegung in Scan 2 transformiert.	75
4.37	Vergleich der Geraden aus Laserscan 2 (Links) mit den transformier- ten Geraden aus Laserscan 1 in Laserscan 2 (Rechts) . . . . .	76
5.1	Links: Geraden, die besser aus der Punktwolke extrahiert werden (Quelle: [Becker 2005]), Rechts: Geraden, die nur aus dem Bild de- tektiert werden können. . . . .	80
5.2	Räumliche Geraden im ersten (Links) und zweiten Scannerstand- punkt (Rechts), die zur Registrierung der Punktwolken verwendet werden. . . . .	81
5.3	Ergebnis des geradengestützten Registrierungsansatzes, der sowohl auf Bild- als auch Scannerdaten beruht. . . . .	82
5.4	Darstellung der Punktwolke mit den transformierten Geraden aus zwei verschiedenen Ansichten, Links: von vorne, Rechts: seitlich . . .	84
5.5	Räumliche Geraden im ersten und zweiten Laserscan, die für den Registrierungsansatz verwendet werden . . . . .	85
5.6	Ergebnis der Registrierung. Dargestellt sind die Geraden aus dem ers- ten Laserscan, die mit den berechneten Transformationsparametern aus der Registrierung in den zweiten Laserscan transformiert worden sind. . . . .	87
5.7	Die Punktwolke der Brücke zeigt die Symmetrie dieser Brücke auf. . .	88



# Tabellenverzeichnis

4.1	Genauigkeit des Registrierungsergebnisses am Beispiel einer Industrieanlage . . . . .	70
4.2	Beispiel einer Industrieanlage: Vergleich der berechneten Transformationsparameter mit der punktgestützten Registrierung über Passpunktmarken . . . . .	70
4.3	Genauigkeit des Registrierungsergebnisses am Beispiel einer zweiten Industrieanlage . . . . .	74
4.4	Beispiel einer zweiten Industrieanlage: Vergleich der berechneten Transformationsparameter mit der punktgestützten Registrierung über Passpunktmarken . . . . .	77
5.1	Vergleich der Auswerteverfahren von photogrammetrischen Aufnahmen und terrestrischen Laserscannerdaten . . . . .	79
5.2	Genauigkeit des Registrierungsergebnisses am Beispiel eines Hauses .	83
5.3	Beispiel eines Hauses: Vergleich der berechneten Transformationsparameter mit der punktgestützten Registrierung über Passpunktmarken	84
5.4	Genauigkeit des Registrierungsergebnisses am Beispiel einer Brücke .	86
5.5	Beispiel einer Brücke: Vergleich der berechneten Transformationsparameter mit der punktgestützten Registrierung über Passpunktmarken	89



# 1 Einleitung

Die Nachfrage nach digitalen Modellen ist nach wie vor sehr aktuell, wobei die Aufnahme der Objekte heute häufig durch terrestrisches Laserscanning erfasst wird. Die Methoden der Photogrammetrie werden aber auch in Geoinformationssystemen zur Bildung von 3D-Modellen verwendet und erfolgreich eingesetzt. Eine kombinierte Bearbeitung von photogrammetrischen Aufnahmen mit terrestrischen Laserscannerdaten ist Stand der Technik und hat in der Vergangenheit wesentliche Vorteile aufgezeigt. Die kombinierte Auswertung beider Verfahren wird in dieser Arbeit auf die Registrierung terrestrischer Laserscannerdaten erweitert.

In dieser Arbeit werden Informationen aus Bildern mit dazu passenden terrestrischen Laserscannermessungen verknüpft, um die Registrierung von Punktwolken verschiedener Standpunkte durchzuführen. Die Idee, sowohl photogrammetrische Aufnahmen und terrestrische Laserscannerdaten in Kombination zu benutzen, ist nicht neu [siehe [Meierhold et al. 2008], [Becker 2005] und [Wendt 2008]], aber bei der Registrierung terrestrischer Laserscannerdaten so noch nicht angewendet worden. Bis-her wurde die Extraktion geometrischer Primitive, die oft zur Registrierung eingesetzt werden, nur aus Laserscannerdaten gewonnen. Die photogrammetrischen Bilder dienten lediglich zur besseren Veranschaulichung, ihre Informationen wurden aber nicht verwendet [siehe [Becker 2005]]. Es wurde eine Kombination von Laserscannerdaten mit photogrammetrischer Bildauswertung vorgestellt, um ein genaues Über-einanderführen der Bild- und Laserscannerdaten zu realisieren. Die photogrammetrischen Aufnahmen sollten die manuellen Arbeiten in der Punktwolke unterstützen.

Diese Arbeit beschreibt eine automatische Registrierung terrestrischer Laserscannerdaten auf Grundlage von 3D-Objektprimitiven, wie Kanten und Zylinder, mit kombinierter Auswertung von terrestrischen Laserscannerdaten und photogrammetrischen Aufnahmen. Durch vorgesetzte Bildverarbeitung und automatische Extraktionsprozesse in der Punktwolke wird ein System beschrieben, welches automatisch gerade Raumkanten extrahiert. Diese räumlichen Strukturen werden zur Registrierung der Punktwolken und zur 3D-Modellbildung des Objektes verwendet.

Der vorgestellte Registrierungsansatz stellt eine Alternative zur Registrierung mit dem standardmäßigen ICP-Algorithmus dar. Wie bereits [Brenner & Dold 2004] beschreiben, werden zukünftig „intelligente“ Auswertesysteme eine wesentliche Rolle spielen, die einen hohen Automatisierungsgrad bei der Modellierung erlauben. In

diesem Zusammenhang führt die Kombination von Scan- und Bilddaten zu einer Steigerung der Zuverlässigkeit und trägt damit zur Automatisierung der Verfahren bei.“ Hierzu soll diese Arbeit einen Beitrag leisten.

Im Kapitel 2 dieser Arbeit werden die bisherigen Entwicklungen beschrieben. Es wird kurz der Stand der Technik des terrestrischen Laserscannings dargelegt, das Auswertesystem „PHIDIAS“ erläutert, auf dem der hier beschriebene Ansatz aufbaut und später als Funktion integriert werden kann, und verschiedene Ansätze anderer Autoren zur Registrierung terrestrischer Laserscannerdaten werden kurz beschrieben. Weiterhin wird der Modellansatz der Arbeit vorgestellt, um die Intention zu verdeutlichen und einen Überblick hierüber zu geben.

Im Kapitel 3 wird auf die Grundlagen der Bildverarbeitung, der projektiven Geometrie und der statistischen Ausgleichungsrechnung eingegangen. Die Bildverarbeitung wird zur Detektion gerader Linien in den photogrammetrischen Aufnahmen benötigt. Die projektive Geometrie ist Grundlage für den hier vorgestellten geradenstützten Registrierungsansatz, auf dessen Grundlage das funktionale Modell der Ausgleichungsrechnung für die Registrierung der Punktwolken aufbaut.

Im Kapitel 4 wird die strukturbasierte Registrierung terrestrischer Laserscans unter Verwendung von Bild- und Scannerdaten im Detail erläutert. Es wird zunächst auf die Liniendetektion in der photogrammetrischen Aufnahme eingegangen, die durch Projektion in den Raum die räumlichen Geraden ausgehend vom Bild erzeugt. Danach wird die direkte Extraktion der Geraden aus der Punktwolke dargestellt, die Grundlage für die Scannerdaten des Registrierungsansatzes sind. Schließlich wird der Registrierungsansatz über Geraden aus Bild- und Scannerdaten ausführlich beschrieben. Es wird die Näherungswertbestimmung, die sogenannte Grobregistrierung der zu schätzenden Transformationsparameter erläutert. Anschließend wird die Feinregistrierung bezüglich des aufzustellenden funktionalen Modells der Ausgleichungsrechnung ausführlich dargelegt und die einzelnen Teilschritte werden an mehreren Anwendungsbeispielen verdeutlicht.

Im Kapitel 5 wird die Funktionsfähigkeit des kompletten Ansatzes zur Registrierung von Punktwolken unter der Verwendung von Bild- und Scannerdaten mit mehreren praxisbezogenen Beispielen demonstriert.

## 2 Bisherige Entwicklungen

An dieser Stelle soll ein kurzer Überblick über den aktuellen Stand des terrestrischen Laserscannings, dem Auswertesystem „PHIDIAS“ und der Registrierung terrestrischer Laserscannerdaten gegeben werden, ohne diese Themen umfassend zu beschreiben.

### 2.1 Terrestrisches Laserscanning

Das terrestrische Laserscanning wird in vielen Bereichen zur Planung, Montage, Instandhaltung und den Betrieb von baulichen Objekten verwendet, wie zum Beispiel zur Bauwerksüberwachung oder zur Deformationsanalyse (siehe [Eling 2009]). Es ist zu einem konkurrenzfähigem System zu den älteren, geodätischen und photogrammetrischen Datenerfassungsmethoden geworden und kann sinnvoll mit anderen Systemen kombiniert werden.

Beim terrestrischen Laserscanning werden ausgehend von einem Laserscannerstandpunkt in alle Richtungen Winkel und Strecken mit einem Laserstrahl zum Messobjekt gemessen. Es entsteht ein Modell des Messobjektes, welches eine Punktwolke des zu modellierenden Objektes darstellt (siehe Abbildung 2.1). „Unter einer Punktwolke versteht man eine große Anzahl nicht klassifizierter dreidimensionaler Objektpunkte, die mit einem Laserscanner auf beliebiger Oberfläche gemessen werden.“ ([Schäfer 2005]) Die Punktwolke besteht aus vielen einzelnen 3D-Koordinaten, die die Oberfläche des Objektes beschreiben.

Terrestrische Laserscanner bestehen aus einem Laserentfernungsmeßgeräte und einer Winkelmesseinheit. Entweder arbeiten sie nach dem Laufzeit- oder Phasenmessprinzip, so dass sie 3D-Koordinaten der reflektierten Punkte liefern. Manche Laser arbeiten mit einem „first“ und „last pulse“ zur Vegetationserkennung. Durch die Koordinaten der reflektierten Punkte liegt ein Oberflächenmodell, aber noch kein Stadtmodell vor, da es nicht objektbezogen ist. Auswerteverfahren zur Modellierung eines Stadtmodells gibt es viele. Auf diese soll hier nicht näher eingegangen werden.

Die Vielzahl der heute erhältlichen terrestrischen Laserscanner unterscheiden sich teils erheblich je nach Herstellerfirma und Entwicklungsstand. In dieser Arbeit soll nicht der Entwicklungsstand unterschiedlicher Messinstrumente betrachtet werden.

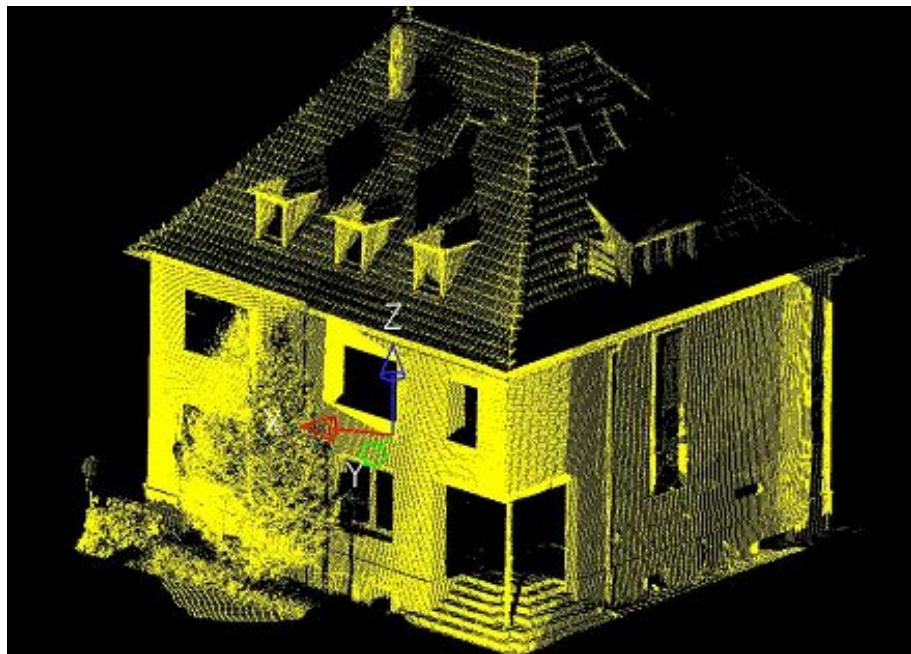


Abbildung 2.1: Laserscannerpunktfolke eines Hauses; Aufnahme mit einem Trimble GS 100 (alte Bezeichnung: Mensi GS 100)

Als Beispiel eines hybriden Messsystems kann der terrestrische 3D-Laserscanner der Z-Serie von Riegl [Riegl 2010], LMS-Z420i (siehe Abbildung 2.2) mit aufmontierter Kamera Nikon D 100 genannt werden, welcher bei den später beschriebenen Anwendungsbeispielen eingesetzt wurde.

Die Genauigkeit dieses Instrumentes soll hier beispielhaft für terrestrische Laserscanner dieser Art angegeben werden (siehe [Studnicka et al. 2004 (a)] und [Ullrich & Studnicka 2006]):

Riegl LMS-Z420i:

1. Messentfernung max. 800 m (Reflektivität 0,8), max. 200 m (Reflektivität 0,2)
2. Messgenauigkeit  $\pm 10 \text{ mm}$
3. Strahldivergenz 0,25 mrad
4. 8000 Messungen / Sekunde
5.  $0 - 80^\circ$  vertikal
6.  $0 - 360^\circ$  horizontal
7. Winkelauflösung  $0,01^\circ$

Kamera Nikon D 100:

1. Objektiv Nikkor 14 mm / 2,8
2. Auflösung  $3008 \times 2000$  Pixel
3. Winkelbereich  $80^\circ \times 58^\circ$

[Wehmann et al. 2007] haben Untersuchungen zur Überprüfung der Genauigkeiten solcher hybriden Messsysteme, insbesondere des LMS-Z360i, in Prüffeldern durchgeführt. Hierbei untersuchten sie die Koordinatengenauigkeiten und Zuverlässigkeitssparameter, wie Kanteneffekte, Messrauschen und Oberflächenreflektivität. Die Koordinatengenauigkeitsangaben des Herstellers Riegl konnten bestätigt werden. Bezuglich der Untersuchung von Kanteneffekten kann festgehalten werden, dass bei zunehmenden Objektentfernungen der Kanteneffekt zunimmt, bei kürzeren Entfernungn die Kanten aber noch scharf abgegrenzt sind. Je geringer die Reflektivität einer Oberfläche ist, desto größer ist das Messrauschen. Dieses ist nicht von der Auflösung, aber von der Entfernung abhängig. Im Nahbereich ist das Messrauschen deutlich höher. Genauere Darstellungen der Ergebnisse können bei [Wehmann et al. 2007] nachgelesen werden.



Abbildung 2.2: Hybrides Messsystem LMS-Z420i der Firma Riegl zur kombinierten Datenauswertung von photogrammetrischen Aufnahmen und terrestrischen Laserscannerdaten, Quelle: [Riegl 2010]

Derartige hybride Messsysteme, mit denen eine kombinierte Datenauswertung von photogrammetrischen Aufnahmen und terrestrischen Laserscannerdaten möglich ist, stellen eine große Herausforderung für die wissenschaftliche Entwicklung dar.

Das terrestrische Laserscanning zeichnet sich durch folgende Besonderheiten aus, wie sie [Kern 2007] beschreibt:

1. Berührungslose Vermessung – reflektorlose Messung von einem frei wählbaren Standpunkt.
2. 1:1 Maßstab – wesentlicher Unterschied zur Photogrammetrie, wo nur eine verkleinerte Bildmatrix erzeugt wird.
3. Objektivität – objektive Dokumentation eines Objektgegenstandes.
4. Schnelligkeit – Objektgeometrien können innerhalb weniger Minuten erfasst werden, da weit über 1000 Punkte pro Sekunde gemessen werden können.
5. Vollständigkeit – Objekt wird im gewünschten Detaillierungsgrad vollständig erfasst.
6. Hohe Präzision – 2 - 5 mm Genauigkeit für den einzelnen 3D-Punkt.
7. Unabhängigkeit von Umweltbedingungen – Laserscanning funktioniert auch bei schwierigen Lichtverhältnissen oder absoluter Dunkelheit.
8. Hohe Reichweite und großer Messbereich – im Allgemeinen bis zu einer Entfernung von 100 Metern über den gesamten Sichthorizont.
9. Integrierbarkeit – vergleichbare Messinformationen eines Tachymeters, so dass vorhandene Auswerteprozesse prinzipiell verwendet werden könnten.

„Instrumentelle und methodische Fortschritte machen die Technologie des terrestrischen Laserscannings immer attraktiver in unserem Berufsstand“, so die Aussage in [Staiger & Wunderlich 2007]. „Die Vielfalt der möglichen Anwendungen sollte ermutigen, neue Felder zu besetzen.“ Dies soll teilweise in dieser Arbeit umgesetzt werden.

## 2.2 Auswertesystem „PHIDIAS“

PHIDIAS ist ein Softwaresystem für Digitale Photogrammetrie ([Phocad 2010]) und basiert auf der CAD-Software MicroStation von Bentley ([Bentley 2011]). Die Entwicklungen der hier vorliegenden Arbeit können später als zusätzliche Funktion in diese Auswertesoftware integriert werden (siehe Abbildung 2.3). Daher soll die Software hier kurz vorgestellt werden.

PHIDIAS wird nicht nur zur reinen Photogrammetrieauswertung genutzt, sondern mit ihr ist auch eine integrierte Auswertung photogrammetrischer Aufnahmen und terrestrischer Laserscannerdaten möglich ([Schwermann & Effkemann 2002] und [Effkemann 2003]). Dies entspricht einer up-to-date Entwicklung, wie auch [Studnicka et al. 2004 (b)] es bestätigen. [Studnicka et al. 2004 (a)] bemerken: „der Laserstrahl des Scanners tastet, wo die Photogrammetrie sieht, die Orientierung im Virtuellen als Abbildung von realen Räumen erfährt durch die Gleichzeitigkeit von Textur und Geometrie bisher unbekannte Qualität.“

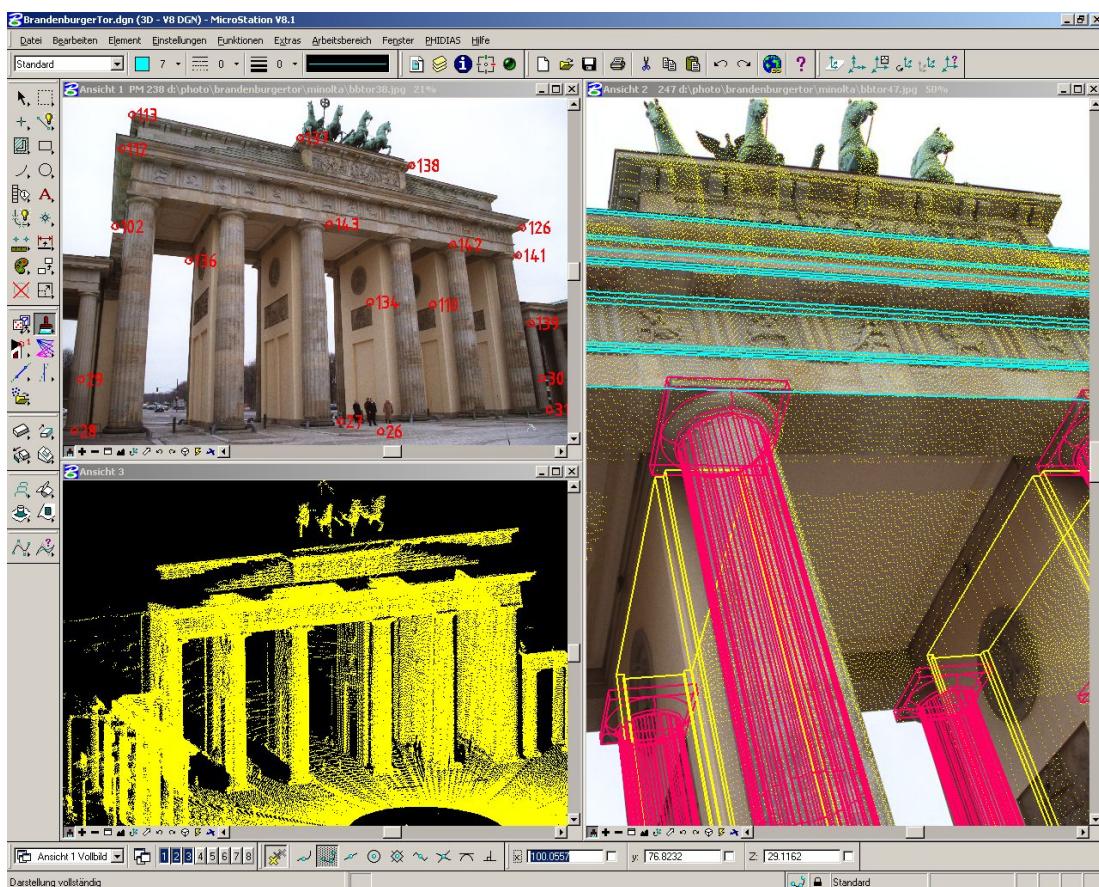


Abbildung 2.3: PHIDIAS, ein Softwaresystem auf der Basis der CAD-Software MicroStation, Quelle: [Phocad 2010]

PHIDIAS wird zum Beispiel eingesetzt, um Architekturmodellierungen durchzuführen ([Kersten 2006] und [Kersten et al. 2006]). [Kersten 2006] beschreibt, dass „die kombinierte Auswertung der photogrammetrischen und der Laserscanning-Daten mit PHIDIAS sich als sehr effizient erwies, da eine direkte CAD-Anbindung für die weitere Modellierung vorhanden war.“

PHIDIAS ist nach [Phocad 2010] in folgenden Bereichen als Auswertesoftware einsetzbar:

1. Gebäudeaufnahme für Architektur, Denkmalpflege und Facility Management
2. Industrieanlagendokumentation (As-Built Dokumentation)
3. Deformationsmessung
4. Archäologie
5. Stereo-Luftbildphotogrammetrie
6. Datenerfassung für Geo-Informationssysteme
7. Unfall- und Tatortskizzen
8. Digitale Bildentzerrung
9. Visualisierung

## **2.3 Registrierung terrestrischer Laserscannerdaten**

Für die Registrierung terrestrischer Laserscans gibt es eine Fülle verschiedener Ansätze, die hier nicht alle vorgestellt werden können. Im folgenden soll ein kurzer Überblick über die wesentlichen Verfahren gegeben werden.

Generell sind zwei unterschiedliche Methoden zu unterscheiden.

1. Homologe Punkte mithilfe von Passpunktmarken vor Ort

Die Zuordnung über homologe Punkte zur Bestimmung der Registrierung ist ein gängiges Verfahren, bei dem identische Passpunktmarken von verschiedenen Standpunkten einander zugeordnet werden. Hierzu müssen auf den Objekten vor Ort spezielle Passpunktmarken aufgeklebt werden, wobei günstige Stellen vor Ort gefunden werden müssen, was den Zeitaufwand erhöht. Diese Methode ist ein bewährtes Verfahren, welches sichere Ergebnisse liefert.

2. ICP-Verfahren als Auswerteverfahren nach der eigentlichen Messung

Bei dieser Methode wird ohne Passpunkte gearbeitet. Die Laserscannerpunkt wolken von den verschiedenen Laserscannerstandpunkten werden direkt miteinander verglichen, um sie zuzuordnen. Der bekannteste Algorithmus dieser Form ist der Iterative Closest Point Algorithmus (ICP) für Punkte. Beim ICP-Algorithmus werden die Punktwolken bestmöglich durch eine Rotation und

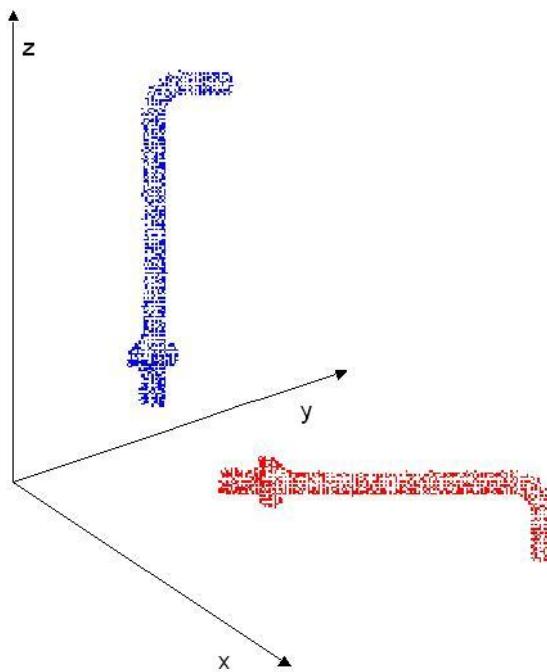


Abbildung 2.4: ICP-Algorithmus; die rote Punktfolge (Ausschnitt aus einer Industrieanlage) wird bestmöglich in die blaue Punktfolge transformiert

Translation ineinander verdreht und verschoben. Dies ist in Abbildung 2.4 dargestellt. Der ICP-Algorithmus wurde 1992 von [Besl & McKay 1992] in seiner Grundform entwickelt. Es wurden aber mit der Zeit eine Reihe von Erweiterungen und Verbesserungen zu diesem Algorithmus von anderen Wissenschaftlern erarbeitet, die hier nicht alle erwähnt werden können. Zum Beispiel haben [Bahndorf & Schreyer 2005] einen ICP-Algorithmus über Verknüpfungspunkte beschrieben, der für die Berechnung der Näherungswertlösung vier Verknüpfungspunkte auf jedem Standpunkt benötigt. [Nüchter et al. 2008] beschreiben einen verallgemeinerten ICP-Algorithmus, der Registrierungsfehler bei vielen 3D-Scans vermeiden soll. In [Nüchter & Elseberg 2009] wird dieser Ansatz konkretisiert, indem eine linearisierte Lösung der ICP-Fehlerfunktion für global konsistentes Scanmatching erläutert wird.

Die Zuordnung kann aber nicht nur über Punkte, sondern auch über Flächen oder Geraden erfolgen. Zu diesem Thema existieren eine Reihe von Ansätzen, die hier im Detail nicht alle beschrieben werden können.

Beispielhaft soll die Publikation von [Wendt 2003] genannt werden, der über Punkte und Flächen die Orientierung berechnet. Liegen die Punktfolgen ohne Topologie und somit ohne oberflächenbeschreibende Funktionen vor, können sie bei der Korrespondenzfindung in diesem Ansatz nur punktuell berücksichtigt werden.

[Dold et al. 2007] beschreiben verschiedene Registrierungsansätze. Die „Normal Distributions Transform“ stellt die Punktwolken als Verteilungen dar, so dass die Daten iterativ unter Verwendung einer Gütfunktion orientiert werden. Der zweite Ansatz der „Extended Gaussian Images“ bestimmt ein Korrelationsmaximum zwischen zwei sogenannten Gaußkugeln. Der dritte Ansatz ist eine merkmalsbasierte Zuordnung, die zusammengehörende Ebenen über räumliche Anordnung und einer Gütfunktion erkennt.

[Gielsdorf & Milev 2008] gehen auf einen Registrierungsansatz ein, der extrahierte Ebenen aus Punktwolken zur Zuordnung in der Registrierung verwendet. In ihrem Ansatz benötigen sie keine Näherungswertlösung (Grobregistrierung), was allerdings auch nur bei ca. 75% der Fälle zum Erfolg führt.

Es können aber als Oberflächen nicht nur Ebenen verwendet werden, sondern beliebige Oberflächen, die durch Non-Uniform Rational B-Splines (NURBS) modelliert werden. Dabei werden Freiformflächen an Daten von Laserscannern angepasst, was im nächsten Schritt auch für die Registrierung von terrestrischen Laserscans verwendet werden kann. Einen solchen Ansatz beschreibt [Koch 2009].

[Wendt 2008] veröffentlichte einen Orientierungsansatz, der auf Helligkeitsbildern, Entfernungsbildern und Intensitätsbildern eines Objektes beruht. Durch diese simultane Verarbeitung multisensoraler Bilddaten sollen die vorliegenden Informationen eines hybriden Messsystems vollständig genutzt werden, um eine genauere, robuste Orientierung zu realisieren. In einer ersten Stufe lassen sich die Orientierungspараметer durch eine merkmalsbasierte Zuordnung ohne Näherungswerte bestimmen, in der zweiten Stufe wird ein flächenhafter Ansatz nach der Methode der Kleinsten Quadrate beschrieben. Die Grundlage dieser Arbeit hat Ähnlichkeiten zum hier beschriebenen Ansatz. In einem zweistufigen Verfahren wird zunächst eine Näherungswertlösung der Orientierungsparameter bestimmt, die dann im zweiten Schritt präzisiert wird. Weiterhin werden alle vorliegenden Informationen komplett genutzt. D.h. es wird eine Orientierung mit Bild- und Laserscannerdaten, in diesem Fall mit Helligkeits-, Entfernungs- und Intensitätsbildern, durchgeführt. Wesentlicher Unterschied zu der hier vorliegenden Arbeit ist aber, dass [Wendt 2008] eine flächenbasierte und keine geradengestützte Orientierung verwendet. Sein Ansatz ist auf besondere Fälle, wie die Auswertung von Gebäudefassaden, beschränkt.

Bei [Düppé & Klein 2005] können Punkte, Flächen, Texturen, aber auch Kanten verwendet werden, um eine Registrierung über die in der Photogrammetrie bekannte Blockausgleichung zu berechnen.

Aber auch Ansätze, die allein über Kanten eine Registrierung realisieren, sind in der Literatur vereinzelt zu finden.

Bereits [Schwermann 1995] beschreibt eine Zuordnung von Geraden für die Berechnung der Orientierung, allerdings nur für Bilder. Ein ähnlicher Ansatz liegt bei [van den Heuvel 1997] vor, der die äußere Orientierung zweier Bilder durch jeweils zwei parallele Geraden (Parallelogramm) realisiert.

In der vorliegenden Arbeit wird eine Zuordnung räumlicher Geraden zur Registrierung terrestrischer Laserscannerdaten behandelt. Zum einen werden Geraden durch Detektion im Bild und Transformation in die räumliche Punktwolke verwendet. Zum anderen benutzt man Geraden, die direkt aus der Punktwolke extrahiert worden sind. Ähnliche Ansätze, jedoch mit Informationen aus nur einem System, sind ebenfalls in der Literatur zu finden.

Bei [Hemken & Luhmann 2002] wird eine geradengestützte Registrierung terrestrischer Laserscans durch eine Bündelausgleichung mit Linien realisiert. Ziel ist es hier, die Bestimmung der Näherungswertlösung zu automatisieren.

Für eine derartige automatisierte Registrierung ist eine automatische Erkennung von Geraden im Raum nötig. Dies wird zum Beispiel bei [Hübert 2008] beschrieben und muss für einen Registrierungsansatz als Vorverarbeitung angesehen werden. Die Methode wird dabei zur Erkennung von Hochspannungsleitungen in dreidimensionalen Punktwolken im Bereich der Arbeitssicherheit eingesetzt.

Mit derselben Intention befasst sich [Andresen 1991], der Raumelemente aus Kanten im Bild berechnet.

Für die Zuordnung über dreidimensionale Raumgeraden existiert ein Ansatz von ([Alshawa 2006] bzw. [Alshawa 2007]). Er beschreibt eine Registrierung terrestrischer Laserscannerdaten über lineare Merkmale. Hierzu beschreibt er unter anderem als alternativen Ansatz eine Ausgleichung, bei der die zu transformierenden räumlichen Geraden zunächst in die Ebene projiziert werden. Diese können dann durch eine Rotation und Verschiebung ineinander überführt werden. Hierzu ist es nicht erforderlich, dass die Geraden, die über zwei Punkte definiert werden, identische Punkte besitzen. Dies hat den Vorteil, dass auch verschiedene Geradenstücke, egal welcher Länge, einander zugeordnet werden, wenn sie dieselbe Gerade repräsentieren. Kommt es in einem Scan zu Verdeckungen und die Gerade ist wesentlich kürzer als vom anderen Laserscannerstandpunkt aus betrachtet, können die Geraden dennoch einander zugeordnet werden.

Der Ansatz von [Alshawa 2006] soll an dieser Stelle etwas ausführlicher beschrieben werden, da er von der Zielsetzung her dem Modellansatz in dieser Arbeit ähnlich ist, z. B. die Verwendung unterschiedlich langer Geradenstücke. Es soll jedoch der Unterschied zu dieser Arbeit verdeutlicht werden.

Alshawa schätzt zunächst die Rotation. Nach der angebrachten Rotation an die Geraden wird in einem zweiten Schritt die Translation bestimmt. Für die Rotation formuliert er folgende Bedingungsgleichungen, die eine Projektion in der Ebene beschreiben:

$$F_1 = (X_B - X_A) - (Z_B - Z_A) \cdot \frac{(X_2 - X_1) - \kappa(Y_2 - Y_1) + \phi(Z_2 - Z_1)}{-\phi(X_2 - X_1) + \omega(Y_2 - Y_1) + (Z_2 - Z_1)} \quad (2.1)$$

$$F_2 = (Y_B - Y_A) - (Z_B - Z_A) \cdot \frac{\kappa(X_2 - X_1) + (Y_2 - Y_1) - \omega(Z_2 - Z_1)}{-\phi(X_2 - X_1) + \omega(Y_2 - Y_1) + (Z_2 - Z_1)}. \quad (2.2)$$

mit den Rotationsparametern  $\omega, \phi, \kappa$  und

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{bmatrix} \quad \text{Anfangs- und Endpunkt der räumlichen Geraden in der ersten Punktwolke}$$

sowie

$$\begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} X_B \\ Y_B \\ Z_B \end{bmatrix} \quad \text{Anfangs- und Endpunkt der räumlichen Geraden in der zweiten Punktwolke.}$$

Diese Bedingungsgleichungen werden in einem Gauß-Markov-Modell (Kleinste-Quadrat-Schätzung) gelöst. Die Projektion in die Ebene ist ein wesentlicher Unterschied zu dem in dieser Arbeit beschriebenen Ansatz, der ohne eine Projektion in die Ebene arbeitet.

Die Translation wird anschließend durch folgende Bedingungsgleichungen in einer Ausgleichung bestmöglich bestimmt:

$$F_1 = (X_T + x_1 - X_A) - (Z_T + z_1 - Z_A) \cdot \frac{(X_T + x_2 - X_A)}{(Z_T + z_2 - Z_A)} \quad (2.3)$$

$$F_2 = (Y_T + y_1 - Y_A) - (Z_T + z_1 - Z_A) \cdot \frac{(Y_T + y_2 - Y_A)}{(Z_T + z_2 - Z_A)}. \quad (2.4)$$

mit  $X_T, Y_T, Z_T$  als Translationsparameter. Alternativ beschreibt Alshawa einen anderen Registrierungsansatz über lineare Merkmale, der die Form eines ICP-Algorithmus hat.

Die bekannten Registrierungsansätze sind bereits sehr leistungsfähig, können aber noch verbessert werden. Einige Vergleiche und Genauigkeitsuntersuchungen beschreiben [Staiger & Weber 2007]. Unter anderem weisen sie auf folgenden Punkt hin: „Alle Lösungen bedingen heute eine sehr gute manuelle Grobregistrierung. Abweichungen von wenigen Zentimetern führen oft zum Abbruch. Dies kann, je nach Objekt, sehr anspruchsvoll und zeitraubend sein. Ein zweistufiger Algorithmus, der zunächst eine ungefähre Grobregistrierung verbessert, würde die Bedingung erleichtern und beschleunigen.“ Eine Möglichkeit hierzu wird in der vorliegenden Arbeit gezeigt.

## 2.4 Neuer Ansatz

In dieser Arbeit wird ein neuer Ansatz zur Orientierung terrestrischer Laserscannerdaten vorgestellt. Bei dieser strukturbasierten Registrierung zweier Punktwolken werden zusätzlich Bilddaten verwendet. Die Registrierungsansätze, die ohne Passpunktmarken arbeiten und durch Ausgleichsrechnung die Punktwolken nach der Messung bestmöglich ineinander überführen, benutzten bisher weitestgehend nur die reinen Laserscannerdaten, obwohl die Bilddaten als Informationen vorliegen.

Der hier beschriebene Ansatz beruht auf Geraden, die einerseits zuvor durch Kanten detektionen im Bild bestimmt und in den Raum transformiert werden (siehe Kapitel 4.1) und andererseits auf räumlichen Geraden, die direkt aus der Punktwolke extrahiert werden (siehe Kapitel 4.2). Dies hat den großen Vorteil, dass auch Geraden zur Registrierung hinzugezogen werden können, die im Bild scharf ab-

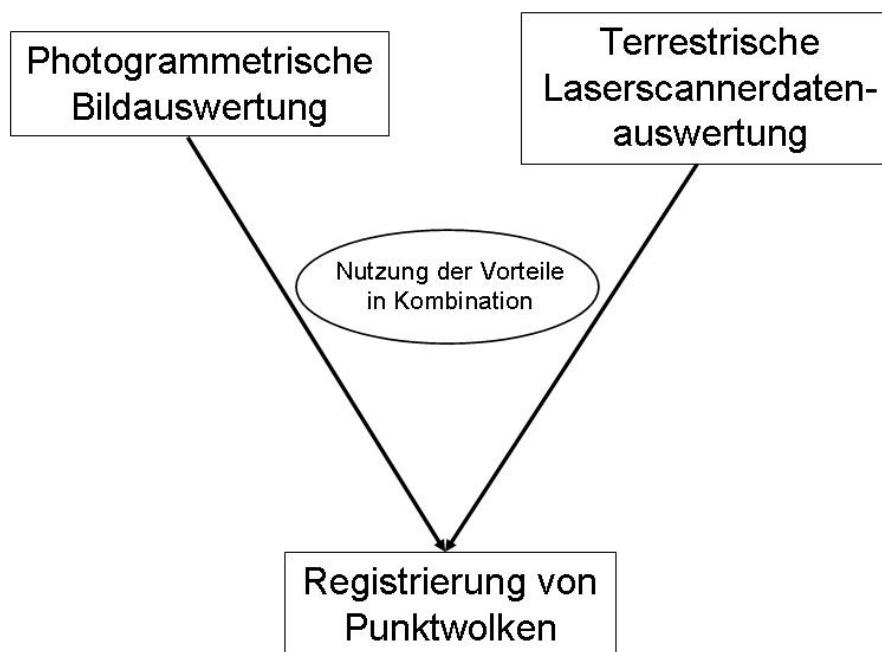


Abbildung 2.5: Kombination von 2D- mit 3D-Daten: Sowohl Geraden aus der photogrammetrischen Aufnahme als auch Geraden aus der reinen terrestrischen Laserscannerpunkt wolke werden zur Registrierung der Punktwolken herangezogen.

begrenzt sind, aber aus der reinen Laserscannerdatenauswertung nicht extrahiert werden können. Es werden die Vorteile beider Verfahren, der photogrammetrischen Bildauswertung und der terrestrischen Laserscannerdatenauswertung, genutzt und für die Registrierung kombiniert (siehe Abbildung 2.5). Es werden nur wenige Geraden, die das Objekt charakteristisch beschreiben, für die Registrierung benötigt. Dies reduziert den aufwendigen Speicherbedarf im Gegensatz zur punktgestützten Registrierung erheblich. Die Geraden fließen als Beobachtung in ein Ausgleichungsmodell ein, um die Transformationsparameter, drei Rotationswinkel und drei Translationen, bestmöglich zu schätzen. Das Ergebnis wird zunächst näherungsweise durch Kombinatorik, endgültig durch eine Beschreibung mittels projektiver Geometrie (Plückerkoordinaten) bestimmt (siehe Kapitel 4.3).

Die Leistungsfähigkeit der Methode wird in Kapitel 5 an verschiedenen Anwendungsbeispielen gezeigt.

# 3 Grundlagen

In diesem Kapitel soll eine kurze Einführung in die Bildverarbeitung, projektive Geometrie und statistische Ausgleichungsrechnung gegeben werden. Sie sind Grundlage dieser Arbeit, auf denen der hier beschriebene Registrierungsansatz aufbaut.

## 3.1 Grundlagen der Bildverarbeitung

Aus dem sehr umfassenden Thema der Bildverarbeitung soll hier nur die Kantendetektion näher behandelt werden. Die Literatur ist in diesem Bereich so umfassend, so dass hier nur beispielhaft auf einige Arbeiten kurz eingegangen werden kann.

Wie bereits [Franz 2007] zeigt, spielen Kanten eine dominante Rolle im menschlichen Sehen. Der Inhalt eines Bildes ist meistens bereits erkennbar, wenn nur wenige Konturen sichtbar sind. Dies ist auch in Abbildung 3.1 dargestellt.

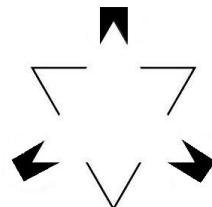


Abbildung 3.1: Optische Täuschung: Bereits wenige Konturen lassen auf ein weißes Dreieck in der Mitte schließen, (nach Kanizsa-Dreieck)

Die Schärfe eines Bildes ist abhängig von seiner Kantenstruktur. Kanten sind Bildorte, an denen sich die Bildintensität auf kleinem Raum stark verändert. Diese Eigenschaften werden zur Kantendetektion ausgenutzt. Die detektierten Kanten werden in dieser Arbeit durch Umwandlung in Raumkanten für die Registrierung von Punktwolken verwendet.

Die beste Erkennung von Mustern und Kanten im Bild wird durch das menschliche Auge und durch die Verarbeitung im Gehirn vollzogen. Während einem Betrachter die Kanten in einem Bild offensichtlich sind, stellt dies für die digitale Bildbe-

trachtung ein anspruchsvolles Problem dar. Zwar gibt es eine Reihe von guten und zuverlässigen Algorithmen zur Kantendetektion in Bildern, aber Schattenwürfe, Verdeckungen usw. machen Ergebnisauswertungen schwierig.

Zur Verbesserung bzw. Berechnung von Verdeckungen von Objekten beschreibt zum Beispiel [Gloe 2005] einen Ansatz. Der Überdeckungsbereich von Linienpaaren wird durch Schnittberechnung zwischen der Senkrechten einer Linie, durch den Anfangspunkt, und der anderen Linie bestimmt. Für alle vier Begrenzungspunkte der Linien werden die Schnittpunkte mit der jeweiligen anderen Linie berechnet. Liegen mindestens zwei Schnittpunkte innerhalb der dazugehörigen Linien, existiert ein Überdeckungsbereich zwischen den Linien, der eingezeichnet werden kann.

Eine Kante ist eine Diskontinuität im Verlauf der Bildintensität. Diese gilt es zu detektieren.

Grundsätzlich kann man verschiedene Arten von Kanten aufgrund der Änderung ihrer Intensitätswerte (siehe Abbildung 3.2) unterscheiden, wie auch [Steinbrecher 1993] zeigt:

1. ideale Stufenkante
2. ideale Rampenkante
3. ideale Dachkante
4. ideale Treppenkante

Oft besteht eine Kante aus mehreren Kantentypen, die von Störungen in Form von Rauschen überlagert sind (siehe Abbildung 3.3). Deshalb wird in der Regel bei einer Kantendetektion zunächst durch Filterung das Rauschen der Kante unterdrückt, was aber die Kante verschmiert und die Güte der Lokalisation der Kante verschlechtert. Oft bestehen Kantendetektionsalgorithmen gleichzeitig aus Glättungs- und Kantenverstärkungsalgorithmen. Hier gibt es unterschiedliche Möglichkeiten, wie [Haberäcker 1989] sie beschreibt.

Eine mögliche Unterteilung der bekannten Kantendetektoren wird bei [Steinbrecher 1993] beschrieben:

1. Einfache, lokale Operatoren, zum Beispiel Roberts, Prewitt, Sobel. Sie sind meist eine Approximation der ersten oder zweiten Ableitung der Bildfunktion zusammen mit einer Glättung.
2. Template Matching, zum Beispiel Kompaß-Gradient, Kirsch-Operator. Das Bild wird mit verschiedenen Musterkanten als Filtermasken verglichen und ausgewertet.

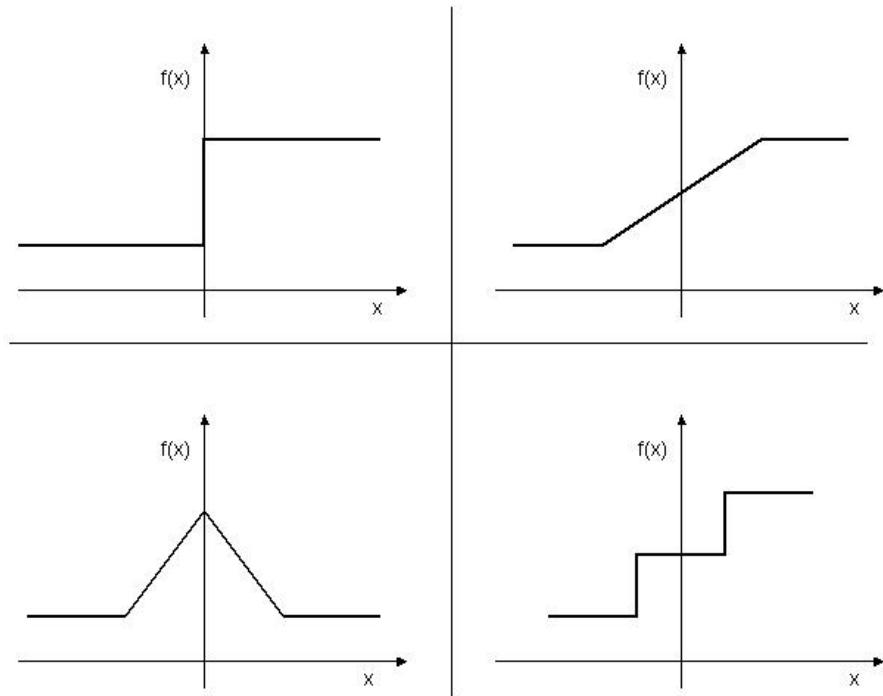


Abbildung 3.2: Ideale Kantentypen: Ideale Stufenkante, ideale Rampenkante, ideale Dachkante, ideale Treppenkante, nach [Steinbrecher 1993]

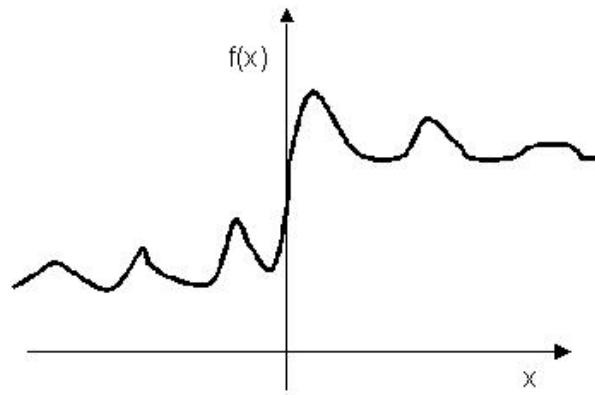


Abbildung 3.3: Eine reale Kante wird meistens durch Rauschen überlagert, nach [Steinbrecher 1993]

3. Regionale Operatoren, zum Beispiel Canny-Operator. Basiert bereits auf Beobachtungen und Modellvorstellungen und behandeln das Bild als Ganzes.
4. Morphologische Operatoren, zum Beispiel Dilatation, Erosion, Opening, Closing. Hier wird bereits die Kenntnis über die Form der Objekte ausgenutzt. Morphologische Operatoren werden zur Nachbearbeitung für die Kantenverbesserung eingesetzt.

Ergebnis der Auswertungen mit Kantendetektoren sind Kanten, die in einzelnen Pixeln vorliegen. Will man aber spezielle Merkmale, wie gerade Kanten als Geraden speichern, muss man diese Bilder noch weiter bearbeiten. Hier sind Verfahren wie zum Beispiel die Houghtransformation sinnvoll ([Hough 1962]). Auf diese wird später ausführlich eingegangen.

## 3.2 Grundlagen der Projektiven Geometrie

Die vorliegende Arbeit beruht im Wesentlichen auf einem Ausgleichungsansatz, der durch die in der projektiven Geometrie häufig verwendeten Plückerkoordinaten (siehe zum Beispiel [Rodehorst 2004] oder [Joswig & Theobald 2007]) modelliert wird. Deshalb soll in diesem Kapitel kurz auf die projektive Geometrie im Allgemeinen und ihre Plückerkoordinaten eingegangen werden, die u.a. auch in [Förstner 2005] beschrieben werden.

Räumliche Beziehungen kann man durch homogene Koordinaten vereinfacht darstellen. Außerdem kann man unendlich ferne (uneigentliche) Objekte, wie Punkte, Linien oder Ebenen, beschreiben. Homogene Koordinaten unterscheiden sich von euklidischen Koordinaten durch Hinzufügen einer vierten Komponente und freien Skalierung.

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \\ T \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

mit

$$X = \frac{U}{T}, Y = \frac{V}{T}, Z = \frac{W}{T} \quad (3.2)$$

Die homogene Darstellung von Geraden im projektiven Raum führt auf die sogenannten Plückerkoordinaten.

Wie auch bei [Förstner 2004] bzw. [Förstner 2005] erläutert, werden Geraden im

Raum durch vier unabhängige Parameter beschrieben. Es gibt zwei Möglichkeiten zur Parametrisierung der Geraden  $\mathbf{L}$  im Raum: Entweder durch die Verbindung zweier Punkte  $\mathbf{X}$  und  $\mathbf{Y}$  in zwei vorgegebenen Ebenen ( $\mathbf{L} = \mathbf{X} \wedge \mathbf{Y}$ ) oder durch den Schnitt zweier Projektionsebenen  $\mathbf{A}$  und  $\mathbf{B}$  mit den Schnitten  $\mathbf{F}$  und  $\mathbf{G}$  in zwei vorgegebenen Ebenen ( $\mathbf{L} = \mathbf{A} \cap \mathbf{B}$ ) (siehe Abbildung 3.4).

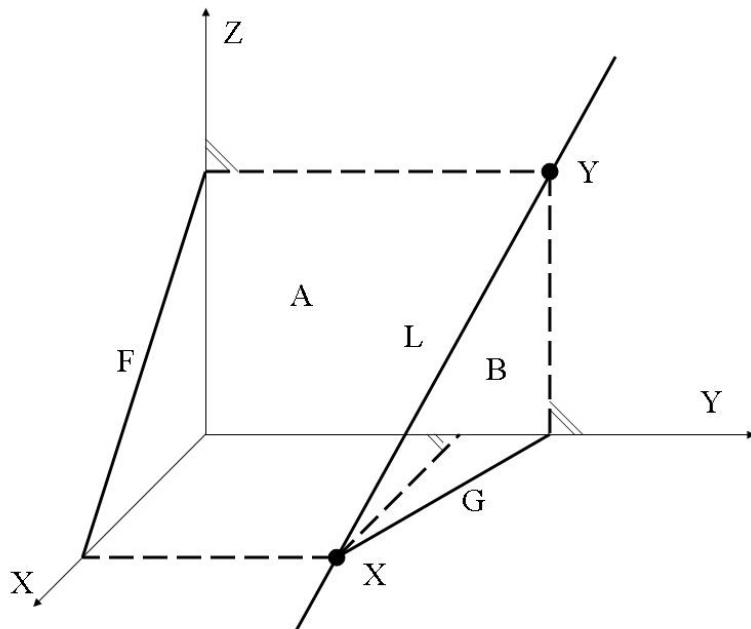


Abbildung 3.4: Parametrisierung einer Raumgeraden  $\mathbf{L}$  durch die Verbindung zweier Punkte  $\mathbf{X}$  und  $\mathbf{Y}$  oder durch den Schnitt zweier Projektionsebenen  $\mathbf{A}$  und  $\mathbf{B}$

3D-Geraden, die im Raum durch zwei Punkte ( $(\mathbf{X}=X_1, Y_1, Z_1)$  und  $(\mathbf{Y}=X_2, Y_2, Z_2)$ ) definiert sind, können durch die sogenannten Plückerkoordinaten, die in einem  $6 \times 1$ -Vektor dargestellt werden, beschrieben werden. Diese Geradendarstellung wird auch im später vorgestellten Ansatz verwendet. Mit Hilfe der Plückerkoordinaten lautet die Darstellung:

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_h \\ \mathbf{L}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_2 - X_1 \\ Y_2 - Y_1 \\ Z_2 - Z_1 \\ Y_1 \cdot Z_2 - Z_1 \cdot Y_2 \\ Z_1 \cdot X_2 - X_1 \cdot Z_2 \\ X_1 \cdot Y_2 - Y_1 \cdot X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y} - \mathbf{X} \\ \mathbf{X} \times \mathbf{Y} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

oder auch

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_h \\ \mathbf{L}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_h \mathbf{Y}_0 - Y_h \mathbf{X}_0 \\ \mathbf{X}_0 \times \mathbf{Y}_0 \end{bmatrix}, \quad (3.4)$$

wenn homogene Koordinaten  $\mathbf{X} = \begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \\ 1 \end{bmatrix}$  und  $\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \\ 1 \end{bmatrix}$  für die Punkte  $\mathbf{X}$  und

$\mathbf{Y}$  verwendet werden. Der erste  $3 \times 1$ -Vektor  $\mathbf{L}_h$ , der die homogene Komponente darstellt, beschreibt die Richtung der 3D-Geraden im Raum. Der zweite  $3 \times 1$ -Vektor  $\mathbf{L}_0$ , der die euklidische Komponente repräsentiert, ist der Normalenvektor der Ebene durch die Gerade  $\mathbf{L}$  und den Ursprung. Dies ist in Abbildung 3.5 zu sehen. Ist der homogene Anteil dieser Darstellung euklidisch auf 1 normiert, beschreibt der euklidische Anteil den Abstand der Geraden vom Koordinatennullpunkt.

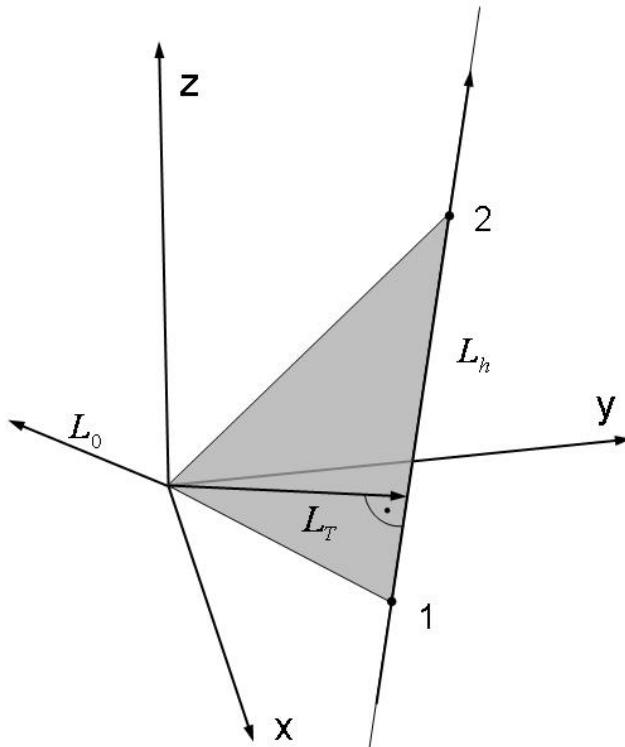


Abbildung 3.5: Gerade  $\mathbf{L}$  durch die Punkte **1** und **2**, wobei  $\mathbf{L}_h$  die Richtung der Geraden,  $\mathbf{L}_0$  die Normale der aufgespannten Ebene repräsentiert.

Diese Geradendarstellung kann auch zur Beschreibung der Koplanarität zweier Geraden  $\mathbf{L}$  und  $\mathbf{M}$  verwendet werden, die sich wie folgt ausdrückt:

$$\mathbf{L}^T D \mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_h \\ \mathbf{L}_0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I}_3 \\ \mathbf{I}_3 & \mathbf{0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{M}_h \\ \mathbf{M}_0 \end{bmatrix} = 0 \quad (3.5)$$

Nicht alle  $6 \times 1$ -Vektoren beschreiben 3D-Geraden. Diese müssen die Plückerbedingung erfüllen:

$$\langle \mathbf{L}, \mathbf{L} \rangle = \mathbf{L}^T D \mathbf{L} = 0 \quad \text{mit } \mathbf{D} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I}_3 \\ \mathbf{I}_3 & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad \text{bzw. } \mathbf{L}_h \cdot \mathbf{L}_0 = 0 \quad (3.6)$$

Außerdem muss der  $6 \times 1$ -Vektor homogen sein:

$$\mathbf{L}_h^T \mathbf{L}_h = 1 \quad (3.7)$$

Diese beiden Bedingungen reduzieren den Freiheitsgrad bei räumlichen Geraden auf vier.

Diese Darstellung ist Grundlage für das funktionale Modell des später beschriebenen Ausgleichungsansatzes.

### 3.3 Grundlagen der statistischen Ausgleichungsrechnung

Der hier vorgestellte Ansatz beruht auf einem statistischen Ausgleichungsmodell. In diesem Kapitel wird zunächst in kurzer Darstellung allgemein auf die Ausgleichungsrechnung eingegangen.

Die Methode der kleinsten Quadrate (Least Squares Method) ist das Standardverfahren der geodätischen Ausgleichungsrechnung (siehe Abbildung 3.6).

Es sei eine Menge aus Datenpunkten gegeben, zu der möglichst genau eine passende, parameterabhängige Modellkurve gefunden werden soll, die sich bestmöglich an die Datenpunkte annähert. Hierzu werden die Parameter dieser Kurve numerisch bestimmt, indem die Summe der quadratischen Abweichungen der Kurve von den beobachteten Punkten minimiert wird. Die Erwartungswerte der Grundgesamtheit liegen, wie auch ausführlich an vielen praktischen Beispielen der Geodäsie in [Benning 2010] beschrieben, bei linearer Abhängigkeit auf einer Regressionsgeraden.

Die Methode der kleinsten Quadrate wird in der Geodäsie, wie auch bei [Fröhlich 1996] beschrieben, immer dann angewendet, wenn mehr Beobachtungen vorliegen, als zur eindeutigen Lösung der Aufgabe erforderlich sind. Lässt sich kein

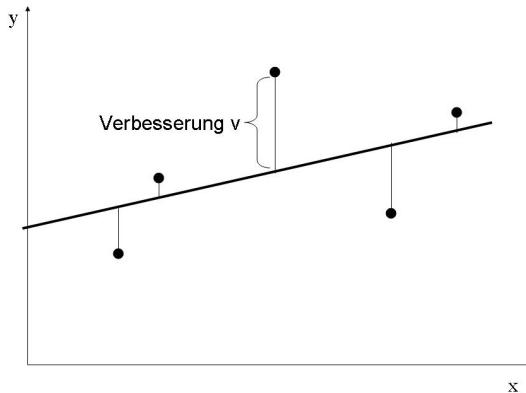


Abbildung 3.6: Gauß-Markov-Modell (Kleinste-Quadrate-Schätzung): Bestmögliche Schätzung durch Minimierung der Verbesserungsquadrate

widerspruchsfreier Zusammenhang zwischen den  $n$  Beobachtungen  $\mathbf{l}$  und den gesuchten Parametern, die im Unbekanntenvektor  $\mathbf{x}$  stehen, erstellen, werden die Verbesserungen  $\mathbf{v}$  eingeführt. Die Methode der kleinsten Quadrate (L2-Norm) minimiert die Gauß'sche Zielfunktion

$$\mathbf{v}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{v} \rightarrow \text{Min.} \quad (3.8)$$

Hierzu wird der geschätzte Parametervektor

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{l} = \mathbf{N}^{-1} \cdot \mathbf{n} \quad (3.9)$$

iterativ bestimmt. Die nichtlinearen Funktionen werden vorab linearisiert und dann im linearen Modell der Kleinsten-Quadrate-Schätzung (Gauß'sche Zielfunktion) gelöst.

Der geschätzte Parametervektor kann aus dem funktionalen Modell

$$\mathbf{l} + \mathbf{v} = \mathbf{Ax} \quad (3.10)$$

abgeleitet werden.

Liegen normalverteilte Beobachtungen vor, so liefert die Methode der Kleinsten Quadrate die plausibelsten Größen. Sie ist aber auch fehleranfällig gegenüber Ausreißern in den Beobachtungen (Verschmierungseffekt). Durch ein Höchstmaß an Robustheit zeichnet sich dagegen die Absolutsummenminimierung (L1-Norm) aus und kann gut zur Analyse von Beobachtungen im Hinblick auf eine Ausreißersuche eingesetzt werden. Sie eignet sich aber weniger gut zur Ermittlung der gesuchten Parameter, da die Lösung der Zielfunktion nicht immer eine eindeutige Lösung liefert.

Liegen in einer funktionalen Beziehung gleichzeitig mehrere Unbekannte und Beobachtungen vor, wird das allgemeine Gauß-Helmert-Modell verwendet, wie zum Beispiel bei [Döring 2005] beschrieben.

In der vorliegenden Arbeit wird das Gauß-Markov-Modell angewendet.

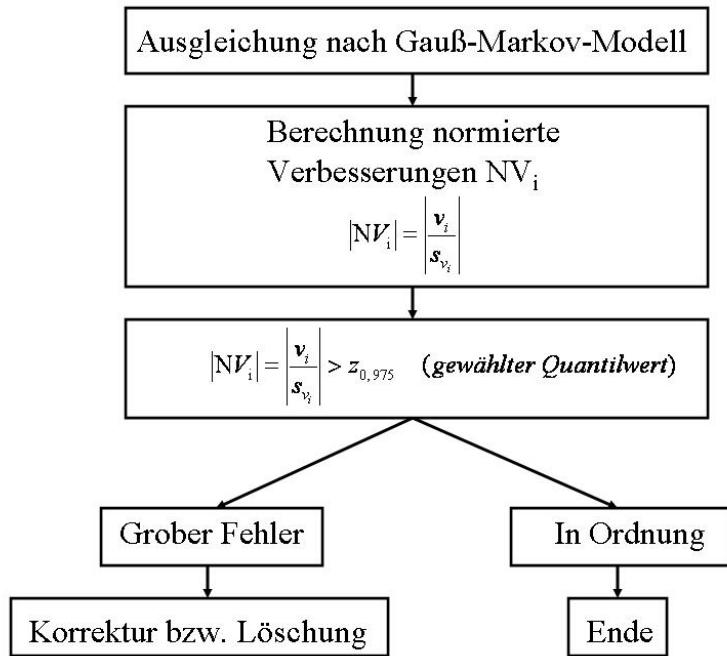


Abbildung 3.7: Ablauf des Data Snooping nach Baarda

Um die Qualität des Ausgleichungsergebnisses zu überprüfen, können im Anschluss an die bestmögliche Schätzung der Lösung die normierten Verbesserungen  $NV_i$  berechnet werden.

$$NV_i = \frac{|v_i|}{s_v} \quad (3.11)$$

mit  $|v_i| =$  Verbesserungsbetrag der  $L^2$ -Norm-Lösung und  $s_v =$  Standardabweichung der Verbesserung  $v_i$ .

Diese normierten Verbesserungen werden mittels Hypothesentests zur Fehlersuche eingesetzt (statistischer Test nach [Baarda 1968] (data snooping)), um die Qualität des Ergebnisses zu beurteilen.

Hierbei werden grobe Fehler (Ausreißer) in den Daten der Ausgleichung lokalisiert. Durch Vergleich der berechneten normierten Verbesserungen jeder Verbesserung  $|NV_i| = \left| \frac{v_i}{s_v} \right|$  mit einem gewählten Quantilwert der standardisierten Normalverteilung können grobe Fehler aufgedeckt werden. Der Ablauf des Verfahrens ist in Abbildung 3.7 dargestellt.

## 4 Geradengestützte Registrierung terrestrischer Laserscans

Der am häufigsten angewendete Algorithmus zur Registrierung terrestrischer Laser-scannerdaten ist der oben beschriebene ICP-Algorithmus von [Besl & McKay 1992], bei dem eine räumliche Transformation von Punkten durchgeführt wird. Die Grundidee einer Transformationsmatrix wird auch in dieser Arbeit angewendet. Diese bezieht sich allerdings auf räumliche Geraden. Dabei müssen keine besonderen Vereinfachungen oder Berechnungen, wie Projektionen in die Ebene usw., im vorhinein durchgeführt, sondern analog wie bei einer Punkttransformation die Transformationsmatrix für räumliche Geraden definiert werden. Durch die merkmalsbasierte Zuordnung durch Geraden wird eine Reduzierung der Datenmenge erreicht, da nicht mehr alle Laserscannerpunkte, sondern nur noch die extrahierten Geraden verwendet werden.

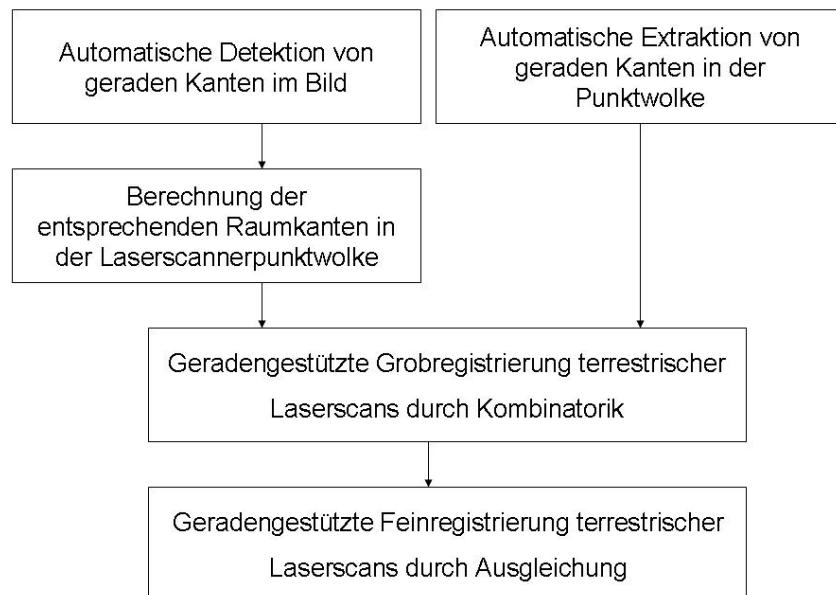


Abbildung 4.1: Registrierung terrestrischer Laserscans durch Zuordnung von Raumgeraden

Zunächst werden verschiedene Schritte in der Bildverarbeitung beschrieben. Ziel ist es, automatisch Bildgeraden zu detektieren. Diese werden schließlich in räumliche Geraden umgerechnet, die die extrahierten Merkmale in der Punktwolke beschreiben. Typische Geraden sind zum Beispiel Kanten einer Fensterlaibung. Diese räumlichen Geraden werden dann unter anderem als Merkmale für die Registrierung terrestrischer Laserscans verwendet. Zur Registrierung gebraucht man zusätzlich räumliche Geraden, die direkt aus der Punktwolke extrahiert werden können, wie zum Beispiel solche, die sich durch den Schnitt zweier Flächen aus der Punktwolke ergeben.

Die einzelnen Schritte werden im Folgenden ausführlich erläutert. Abbildung 4.1 gibt hierzu einen Überblick.

## **4.1 Detektion von Geraden im Bild**

Im Bild sind Kanten meist sehr gut zu erkennen und können teilweise besser als aus der reinen Punktwolke des terrestrischen Laserscannings extrahiert werden. Sie sind im Regelfall scharf abgegrenzt. Ziel ist es, die bisher vom Benutzer manuell durchgeführte Auswertung zu automatisieren, da der manuelle Aufwand bei vielen Kanten sehr hoch ist. Die manuelle Bearbeitung sollte weiterhin zur Veranschauung und Kontrolle dienen.

Im folgenden werden verschiedene Bildverarbeitungsroutinen zur automatischen Extraktion der Kanten im Bild vorgestellt ([Lichtenstein et al. 2008]). Diese dienen als Vorverarbeitung zum automatischen Starten des geradengestützten Registrierungsansatzes.

### **4.1.1 Cannyalgorithmus**

Der Cannyalgorithmus ist in der digitalen Bildverarbeitung ein wichtiger, robuster Algorithmus zur Kantendetektion ([Canny 1983]). Er liefert ein Kantenbild, d. h. ein Binärbild des Ausgangsbildes.

Er gliedert sich in folgende Bearbeitungsstufen:

1. Glättung des Bildes durch die Gauß'sche Normalverteilung
2. Faltung mittels des Sobeloperators in x- und y-Richtung
3. Berechnung des Anstiegs einer potentiellen Kante
4. Berechnung der Kantenstärke in jedem einzelnen Pixel

5. Berechnung der Kantenbreite auf genau ein Pixel
6. Hysterese zur Überprüfung des Aufbrechens einer Kante

Die Erzeugung eines Binärbildes wird folgendermaßen realisiert:

Bei Grauwertbildern sind die Kanten durch große Helligkeitsschwankungen charakterisiert, was zur Detektion der Kanten im Bild verwendet werden kann. Da Unstetigkeiten der Grauwertfunktion des Ausgangsbildes auch ohne das Vorhandensein von Kanten, nämlich durch einfaches Bildrauschen auftreten können, wird zunächst zur Verringerung des Bildrauschens eine Glättung mittels der Gauß'schen Normalverteilung durchgeführt. Hierbei wird das Bild mit Hilfe einer Maske gefaltet, die sich der Gauß'schen Normalverteilung annähert. Der neue Grauwert berechnet sich aus den gewichteten Werten der ihn umgebenden Pixel. Je größer die Maske gewählt wird, umso mehr wird das Rauschen geglättet, aber desto ungenauer werden auch die Konturen.

Im nächsten Schritt wird das Bild mithilfe der Sobel-Operatoren in x- und y-Richtung gefaltet, um die Gradienten  $g_x$  und  $g_y$  der einzelnen Pixel zu ermitteln. Der Gradient steht für die Richtung mit dem steilsten Anstieg. Durch diesen Schritt werden die Kanten detektiert, die durch große Helligkeitsschwankungen charakterisiert sind. Da einmal in x- und einmal in y-Richtung gefaltet wird, entstehen zwei neue Ergebnisbilder, die einmal besonders die horizontalen Kanten und das andere Mal die vertikalen Kanten betonen. Beim Sobeloperator ergibt sich der neue Wert eines Pixels aus den gewichteten Werten der ihn umgebenden Pixel.

Im Anschluss wird das Gradientenbetragssbild bestimmt. Hierzu wird die Kantenstärke (Intensität) jedes Pixels berechnet. Durch die

$$\text{Pixelintensität} = \sqrt{(g_x \cdot g_x + g_y \cdot g_y)/2}, \quad (4.1)$$

wird die Helligkeit eines jeden Pixels festlegt. Führt man einen Schwellwert ein, der alle Pixel, die über einem bestimmten Intensitätswert liegen, den Wert 255 und allen anderen Pixeln den Wert 0 zuordnet, führt dies zu einem schwarzen Bild mit einer oder mehreren weißen Linien, die die Kanten darstellen (Gradientenbild).

Mit den berechneten x- und y-Gradienten in jedem Pixel lässt sich mithilfe des  $\arctan$  die Steigung  $m$  einer potentiellen Kante in jedem Pixel berechnen. Falls  $g_y = 0$  und  $g_x \neq 0$  ist, ist die Steigung  $= 90^\circ$ . Falls  $g_y = 0$  und  $g_x = 0$  sind, gilt Steigung  $= 0^\circ$ . Die Steigung der Kante wird in vier verschiedene Diskretisierungen eingeteilt:  $0^\circ$ -,  $45^\circ$ -,  $90^\circ$ - und  $135^\circ$ -Steigung.

Keine Kante soll breiter als ein Pixel sein. Hierzu werden lokale Maxima gesucht.

Dabei wird für jedes Pixel überprüft, ob einer seiner Nachbarn eine höhere Kantenstärke als das Pixel selbst hat. Ist dies der Fall und führt der errechnete Kantenanstieg von diesem Pixel mit höherer Kantenstärke nicht auf das zu betrachtende Pixel, wird dessen Kantenstärke auf Null gesetzt. Man kann dann also annehmen, dass dieses Pixel nicht zu einer Kante gehört. Somit ist für beliebig breite Kanten garantiert, dass sie ein Pixel breit sind.

Im letzten Schritt wird eine sogenannte „Hysterese“ berechnet, bei der festgestellt wird, ab welcher Kantenstärke ein Pixel zu einer Kante zu zählen ist, um das Aufbrechen einer Kante durch Schwankungen in der errechneten Kantenstärke zu vermeiden und Lücken zu verhindern. Bei diesem Schritt verwendet man zwei Schwellwerte. Diese Schwellwerte variieren von Bild zu Bild und müssen anwendungsbezogen sinnvoll gewählt werden, da die Intensitätswerte bei verschiedenen Bildern in verschiedenen Größenbereichen liegen. Alle Pixel, die über dem ersten, größeren Schwellwert liegen, werden als Kantenelemente aufgefasst. Alle Pixel, die unter dem zweiten, kleineren Schwellwert liegen, werden als Nichtkantenelement festgelegt. Pixel, die intensitätsmäßig zwischen beide Werte fallen, werden als Kantenelement gewertet, wenn einer ihrer Nachbarn auch ein Kantenelement ist und dessen Kantensteigung zu ihnen selbst führt. Diese Überprüfung garantiert fast nahezu überall zusammenhängende Kanten.

Die einzelnen Teilergebnisse des Cannyalgorithmus sind in Abbildung 4.2 an einem einfachen Haus gezeigt.

Ergebnis des Cannyalgorithmus ist die Umwandlung des farbigen Ausgangsbilds in ein Binärbild mit Kanten von einem Pixel Breite. Dies ist der Ausgangspunkt für die anschließende Houghtransformation.

### 4.1.2 Houghtransformation

Die Houghtransformation ist ein Verfahren aus der digitalen Bildverarbeitung, welches zur Extraktion von Kanten angewendet wird. Der Algorithmus wurde 1962 von [Hough 1962] entwickelt. Er wird hier eingesetzt, um von den vorliegenden Pixeln im Binärbild, die augenscheinlich eine gerade Kante ergeben, die Geraedengleichung zu bestimmen, d. h. festzulegen, welche Geradenparameter die Lage der Kante im Bild beschreiben. Im Gegensatz zu nicht zusammenhängenden Pixeln, liegen nach der Houghtransformation die fehlenden Geradenparameterinformationen vor.

Eine Alternative zur Houghtransformation ist die Radontransformation ([Radon 1917], [Beyerer & Puente Léon 2002]). Sie ist eine Art Verallgemeinerung der Houghtransformation und kann direkt auf Grauwertbilder angewendet werden. Wesentlicher Nachteil der Methode ist aber eine komplexe Übertragungsfunktion,

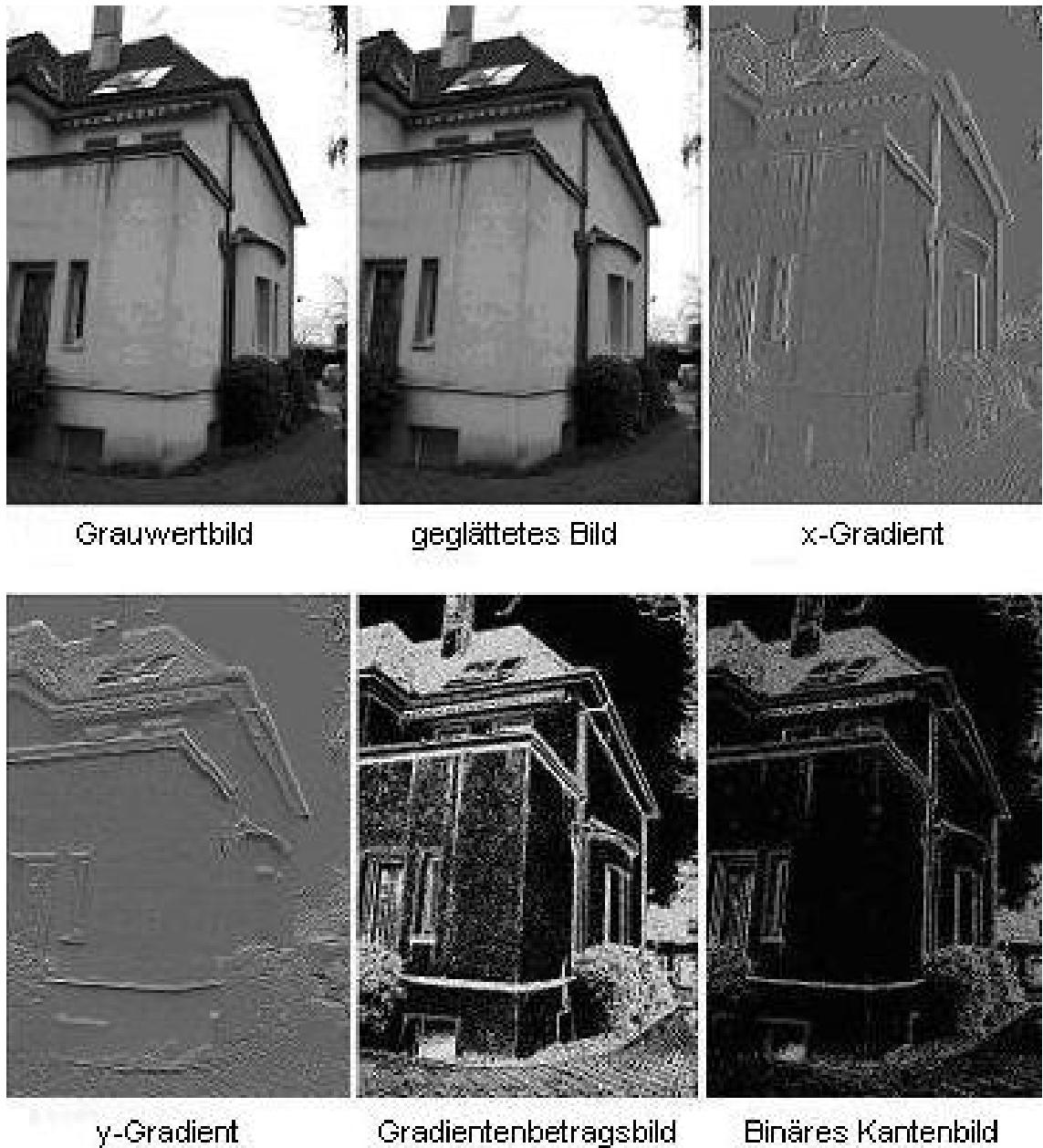


Abbildung 4.2: Cannyalgorithmus: Dargestellt sind die einzelnen Teilschrittergebnisse

die durch Integration der Funktion realisiert wird. Für den Einsatz in dieser Arbeit ist die einfache Houghtransformation ([Hough 1962]) aber völlig ausreichend.

Die Houghtransformation wird hier in ihrer Grundform und nicht in einer Erweiterung, wie sie zum Beispiel bei [Keck et al. 2005] beschrieben wird, eingesetzt. Dies ist für diesen Einsatz ausreichend.

Mathematische Grundlage des Algorithmus ist die Darstellung einer Geraden in der Hesse'schen Normalform:

$$r = x \cdot \cos(\phi) + y \cdot \sin(\phi), \quad (4.2)$$

wobei  $r$  der senkrechte Abstand von der Geraden zum Koordinatenursprung ist und  $\phi$  den Winkel der Verdrehung dieses Stückes  $r$  bzgl. der Koordinatenachse angibt. Abbildung 4.3 stellt den Sachverhalt dar.

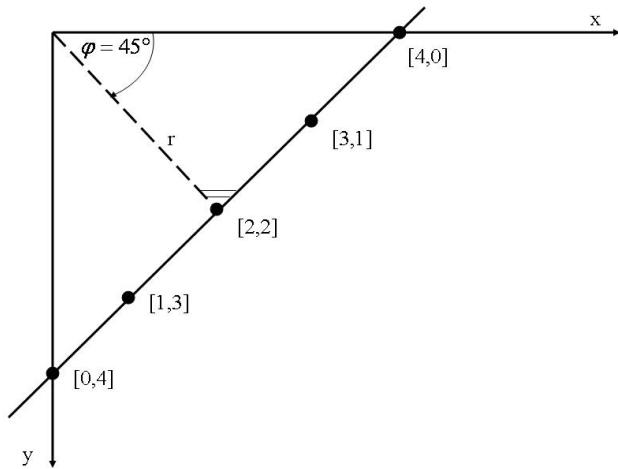


Abbildung 4.3: Beispiel: Beschreibung einer Geraden durch die Hesse'sche Normalform

Bei der Houghtransformation werden alle Werte  $(r, \phi)$ , die die Geraden eines Geradenbüschels beschreiben, in ein Koordinatensystem eingetragen, bei dem die Abzisse die Werte von  $r$  und die Ordinate die Werte von  $\phi$  angibt. Mit den Geraden eines Geradenbüschels sind für jeden Punkt auf der zu detektierenden Linie alle möglichen verschiedenen Geraden mit unterschiedlichen Steigungswinkeln gemeint. Das bedeutet, in einem Punkt liegen sternförmig verschiedene Geraden vor. Dies ist auch in Abbildung 4.4 dargestellt.

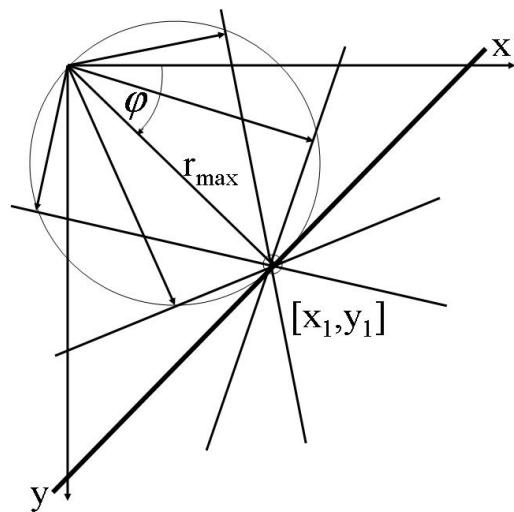


Abbildung 4.4: Geraden eines Geradenbüschels in einem Punkt

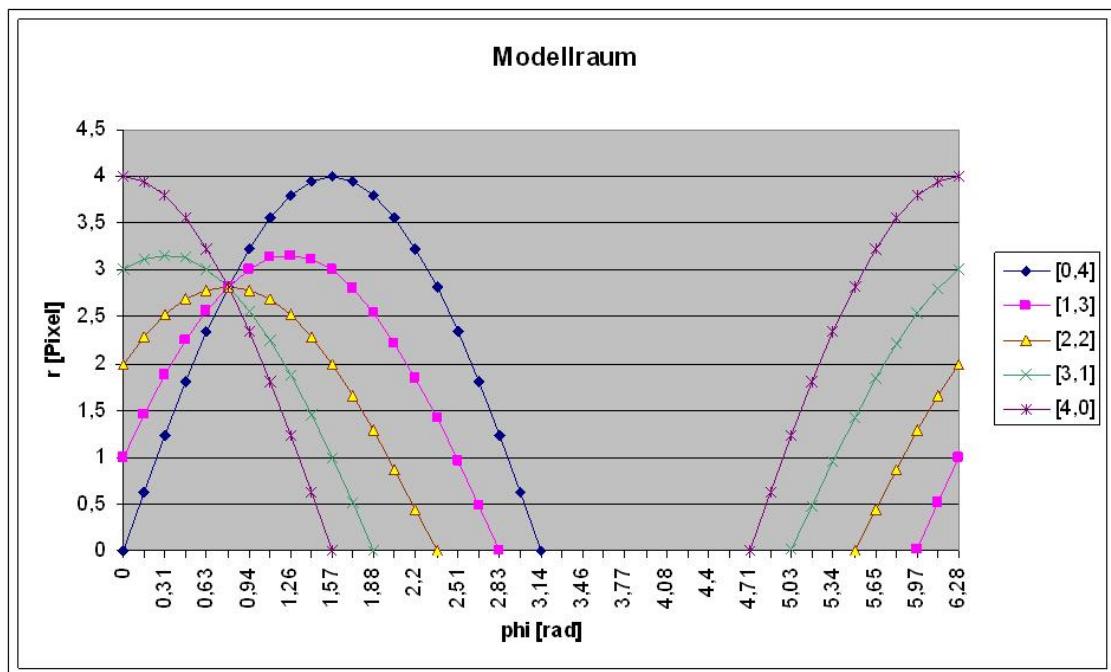


Abbildung 4.5: Kurven im Modellraum der Houghtransformation

Alle diese Geraden werden durch einen  $r$ - und  $\phi$ -Wert beschrieben. Die  $r$ - und  $\phi$ -Werte werden als Punkte in ein neues Koordinatensystem eingetragen. Somit besteht dieses Koordinatensystem im  $(r, \phi)$ -transformierten Raum aus Punkten, die jeweils einer Geraden entsprechen. Geraden, die durch denselben  $r$  und  $\phi$ -Wert einer anderen Gerade beschrieben werden, werden an derselben Stelle im  $(r, \phi)$ -transformierten Raum eingetragen, indem der Wert um 1 erhöht wird. Jeder Punkt auf der Geraden beschreibt durch sein Geradenbüschel eine sinusartige Kurve im  $(r, \phi)$ -Raum, wie es auch in [Meisel 2005] näher beschrieben wird. Wenn man nur die Geraden im Geradenbüschel von  $0^\circ$ - $180^\circ$  betrachtet, erhält man im transformierten Raum die Hälfte einer Sinuskurve, d. h. eine Art nach unten geöffnete Parabel mit dem Definitionsbereich von  $[\phi - (\frac{\pi}{2}), \phi + (\frac{\pi}{2})]$ . Es werden nur positive  $r$ - und  $\phi$ -Werte berücksichtigt, so dass die Kurve ggf. an der  $y$ - bzw.  $x$ -Achse gespiegelt wird. Der Modellraum der Houghtransformation ist in Abbildung 4.5 gezeigt.

Betrachtet man alle Geradenbüschel der Punkte der verschiedenen Geraden, so werden sich alle zu einer Geraden gehörigen Kurven im  $(r, \phi)$ -Raum in einem Punkt, d. h. dem Maximalwert, schneiden. Um die jeweilige Gerade eindeutig beschreiben zu können, muss das Maximum bestimmt werden. Ist der Maximalwert gefunden, so müssen die umliegenden Pixel, zum Beispiel in Zwei-Pixel-Breite, und der Maximalwert zu Null gesetzt werden, um zu verhindern, dass diese ebenfalls als Geraden behandelt werden. Dieses Vorgehen ist statistisch gesehen nicht ganz einwandfrei, jedoch zeichnet sich diese Lösung durch ihre Einfachheit aus und realisiert auch die gewünschten Ergebnisse, da der berechnete Punkt mit seinem  $r$  und  $\phi$ -Wert eine eindeutige Gerade durch Rücktransformation beschreibt.

Nach Bestimmung der Werte  $r$  und  $\phi$  kann durch Umformung der Hesse'schen Normalform eine Rückführung auf die Steigung  $m$  und den Achsabschnitt  $b$  der detektierten Geraden durchgeführt werden.

Die Liniendetektion durch den Cannyalgorithmus und die Houghtransformation kann zusammenfassend wie folgt beschrieben werden:

1. Cannyalgorithmus:

- a) Kantenverstärkung und Kantenextraktion, so dass die Grauwertkanten als Linien mit der Breite von einem Pixel vorliegen
- b) Binarisierung der Linie im Bild

2. Houghtransformation:

- a) Für jeden Kantenpunkt des binarisierten Bildes (Wert 1) werden Geradenbüschel berechnet und die jeweiligen  $r$ - und  $\phi$ -Werte in einem diskretisierten  $(r, \phi)$ -Raum eingetragen.
- b) Jeder Punkt auf der zu detektierenden Kante entspricht durch sein Geradenbüschel einer sinusartigen Funktion im  $(r, \phi)$ -Raum.

- c) Der höchste Wert im  $(r, \phi)$ -Raum, d.h. der Schnittpunkt der einzelnen sinusförmigen Funktionen, entspricht der Kante, die detektiert wird.

Ein Nachteil der Houghtransformation ist, dass die Geraden ohne Anfangs- und Endpunkt des detektierten Kantenstücks berechnet werden. Sie stellen unendlich lange Elemente dar und beschreiben nicht das konkrete Kantenstück. Daher muss ein weiterer Algorithmus zur Erkennung des Anfangs- und Endpunktes des Kantensegments im Bild als Nachbearbeitung implementiert werden (siehe Kapitel 4.1.3).

Die Wahl der richtigen Diskretisierung der  $(r, \phi)$ -Transformation stellt ein Problem der Houghtransformation dar. Ist die Diskretisierung zu grob, ist die Beschreibung der Geraden zu ungenau, da sie zu sehr verkippt sein kann. Diskretisiert man aber zu fein, kann es sein, dass durch die Houghtransformation kein genauer Wert, und somit keine Geradengleichung zugeordnet werden kann. Es gibt viele kleine lokale Maxima.

Zur Berechnung der Houghtransformation wurde die Schreibweise der Hesse'schen Normalform (Hesse Normalenform) verwendet. Eine Gerade kann auch in der Normalform beschrieben werden:

$$y = m \cdot x + b. \quad (4.3)$$

Generell könnte man auch eine Transformation mit dieser Schreibweise durchführen, so dass in einem neuen Koordinatensystem nicht der  $r$ - und  $\phi$ -Wert eingetragen wird, sondern  $m$  und  $b$ . Schneiden sich nun mehrere Geraden von mehreren  $xy$ -Punkten in einem Punkt, erhält man das Maximum und kann mit  $m$  und  $b$  die Geradengleichung der detektierten Geraden aufstellen. Die Vorgehensweise ist identisch zu der hier dargestellten Berechnung der Houghtransformation mit  $r$  und  $\phi$ , nur dass die Funktionen im transformierten Raum keine sinusartigen Kurven, sondern auch Geraden sind. Diese Möglichkeit der Implementierung hat jedoch den Nachteil, dass bei sehr steilen Geraden oder im ungünstigsten Fall senkrechten Geraden im transformierten Raum die Steigung der Geraden sehr schwierig bzw. gar nicht definiert werden kann.

Bei der Anwendung der Houghtransformation ergeben sich unter anderem folgende Schwierigkeiten:

1. Es werden viele gleichartige Geraden erkannt, da sich viele möglichen Geraden die gleichen Pixel teilen. Deshalb werden Häufigkeitsplateaus auf einen Punkt zusammengezogen und ein lokaler Operator (Fenstertechnik) angewendet.
2. Nachbearbeitung ist notwendig: Erkennung von Anfangs- und Endpunkt einer Kante, zum Beispiel über ein im Folgenden beschriebenes Trackingverfahren.

Dem stehen folgende Vorteile gegenüber:

1. Robustes, globales Verfahren zur Liniendetektion mit geringer Störanfälligkeit. Das Verfahren hat sich in der Praxis bewährt und wird oft verwendet.
2. Tolerant gegenüber Fehlstellen in zu detektierenden Kanten (Hysterese beim Cannyalgorithmus).
3. Relativ unanfällig gegenüber Rauschen im Bild (Glättung mittels Gauß'scher Normalverteilung beim Cannyalgorithmus).

### 4.1.3 Berechnung eines Kantensegments

Nach der Houghtransformation muss die Länge der detektierten Kante bestimmt werden, d. h. es wird der Anfangs- und Endpunkt des Kantensegments berechnet. Dies ist in Abbildung 4.7 dargestellt. Dies wird für den später beschriebenen Registrationsansatz benötigt, da dort Geraden über zwei Punkte definiert sind.

Verläuft die gerade Kante von einer Seite zur anderen durch das ganze Bild, ist die Bestimmung der Länge dieser Kante einfach. Man muss lediglich die Schnittpunkte der berechneten Geraden mit den Bildrändern bzw. Bildausschnitten berechnen. Da aber in praxisnahen Beispielen die Kanten selten durch das ganze Bild verlaufen, wird wie folgt vorgegangen:

Bei dem sogenannten Trackingverfahren wird ein Vergleich des Verlaufs der berechneten Geraden mit den Kantenpixeln des Binärbildes durchgeführt. In dem Bereich, in dem sich die Gerade und die Kantenpixel entsprechen, kann ein Kantensegment detektiert werden, indem Anfangs- und Endpixel der Überschneidung gespeichert werden.

Da die berechnete Geradengleichung nur in einem gewissen Maße dem wahren Verlauf der Pixel im Binärbild entspricht und ein wenig verkippt sein kann, was auf die Diskretisierung in der Houghtransformation zurückzuführen ist, wird zuvor eine verbesserte Geradengleichung geschätzt. Es wird durch Festlegung einer ungefähren Position eine nahezu bestmögliche Gerade für diese Position in Übereinstimmung mit dem Binärbild berechnet. Hierzu wird die Kante, die durch eine große Helligkeitsänderung charakterisiert ist, durch eine arctan-Funktion angenähert (siehe Abbildung 4.6). Dies wird in [Schwermann et al. 2003] beschrieben.

Das Ergebnis der Anpassung sind zunächst zwei Punkte auf der Geraden, aus denen über die Geradengleichung die Geradenparameter  $r$  und  $\phi$  berechnet werden können.

Zu dieser Berechnung muss eine spezielle Fallunterscheidung durchgeführt werden. Diese und die jeweilige Berechnung sind ausführlich in den Abbildungen 4.8, 4.9, 4.10, 4.11, 4.12 dargestellt.

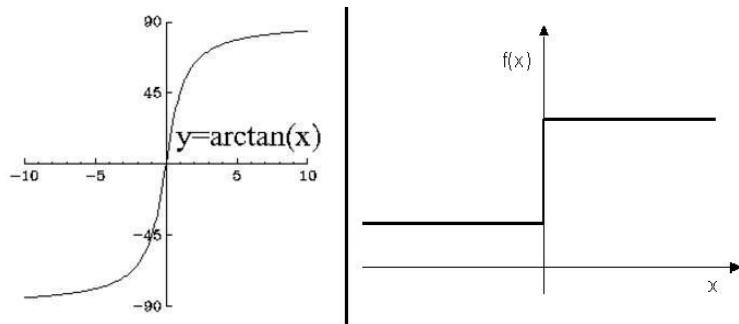


Abbildung 4.6: Links: Arctan-Funktion, Rechts: Helligkeitsänderung bei einer Kante, die durch eine Arctan-Funktion angenähert werden kann, nach [Steinbrecher 1993]

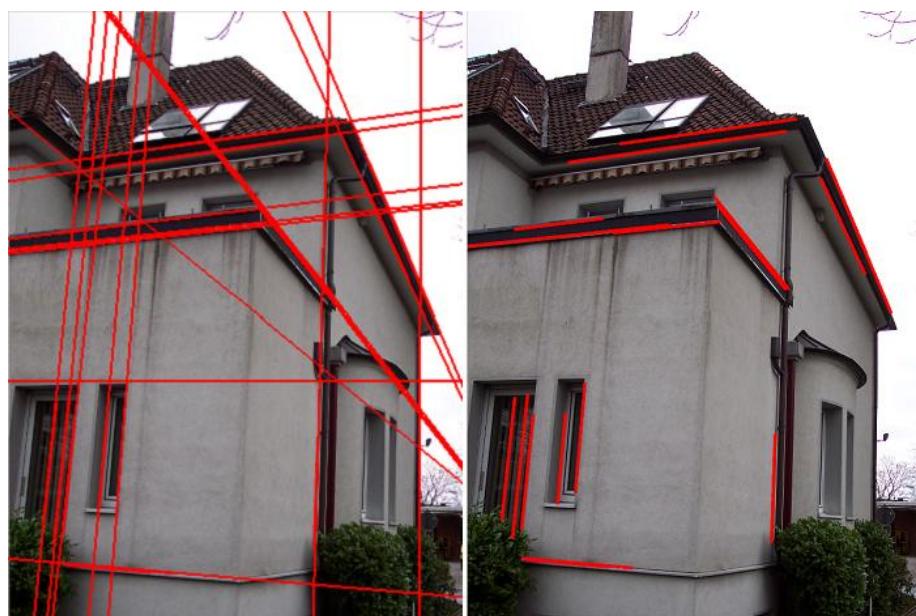


Abbildung 4.7: Links: Ergebnis der Houghtransformation, Rechts: Konkrete Kan-

tensegmente

Je nach Lage der Geraden im Bild müssen  $r$  und  $\phi$  unterschiedlich berechnet werden. Den Winkel  $\alpha$  im Steigungsdreieck erhält man durch die arctan-Funktion der Koordinatendifferenzen. Je nach Lage der Geraden im Bild, liegt  $r$  teilweise außerhalb des Bildes, wodurch sich unterschiedliche Berechnungen für den Winkel  $\phi$  ergeben (siehe Abbildungen 4.8 - 4.12).

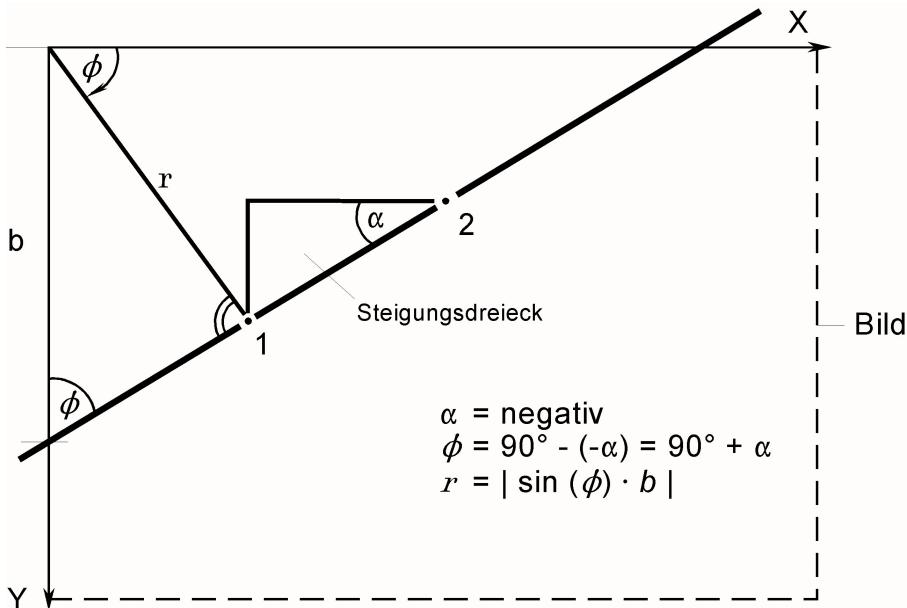


Abbildung 4.8: Fall 1 bei der Berechnung von  $r$  und  $\phi$  zur Bestimmung der Gera-  
dengleichung

Liegt nun eine annähernd genaue, überdeckende Gerade mit dem Binärbild vor, kann der Anfangs- und Endpunkt der Kante durch schrittweises Verfolgen der Pixel in Geradenrichtung bestimmt werden.

Nachdem die Kanten im Bild detektiert worden sind, werden diese mit dem Quicksortalgorithmus nach [Hoare 1962] der Länge nach sortiert. Es werden bei der weiteren Bearbeitung zunächst die langen Kanten berücksichtigt, so dass in absteigender Reihenfolge der Länge sortiert wird.

Durch die beschriebenen Bildverarbeitungsroutinen ist es möglich, gerade Bildkan-  
ten automatisch zu detektieren. Diese können zur automatisierten Extraktion der  
geraden Raumkanten im dreidimensionalen Modell verwendet werden, so dass kein  
manuelles Eingreifen mehr nötig ist.

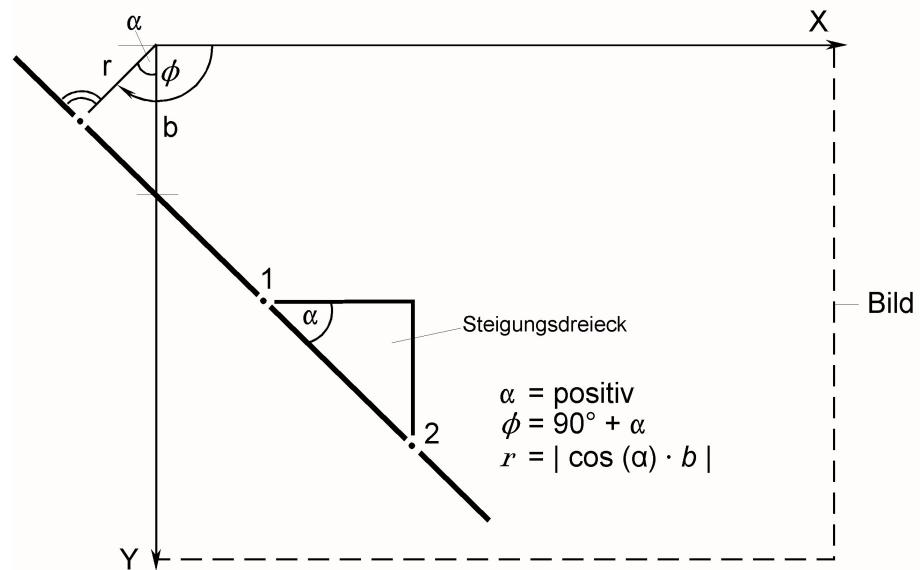


Abbildung 4.9: Fall 2 bei der Berechnung von  $r$  und  $\phi$  zur Bestimmung der Gera- dengleichung

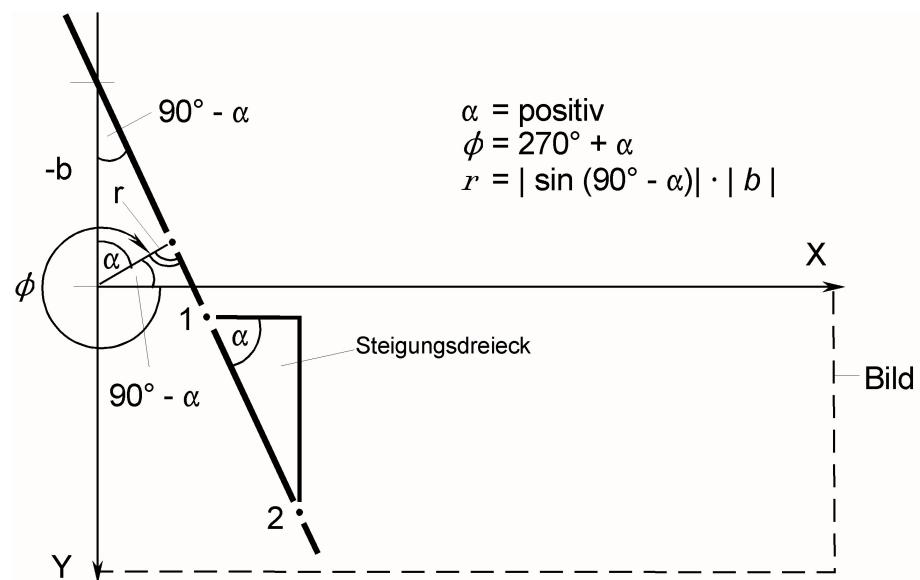


Abbildung 4.10: Fall 3 bei der Berechnung von  $r$  und  $\phi$  zur Bestimmung der Gera- dengleichung

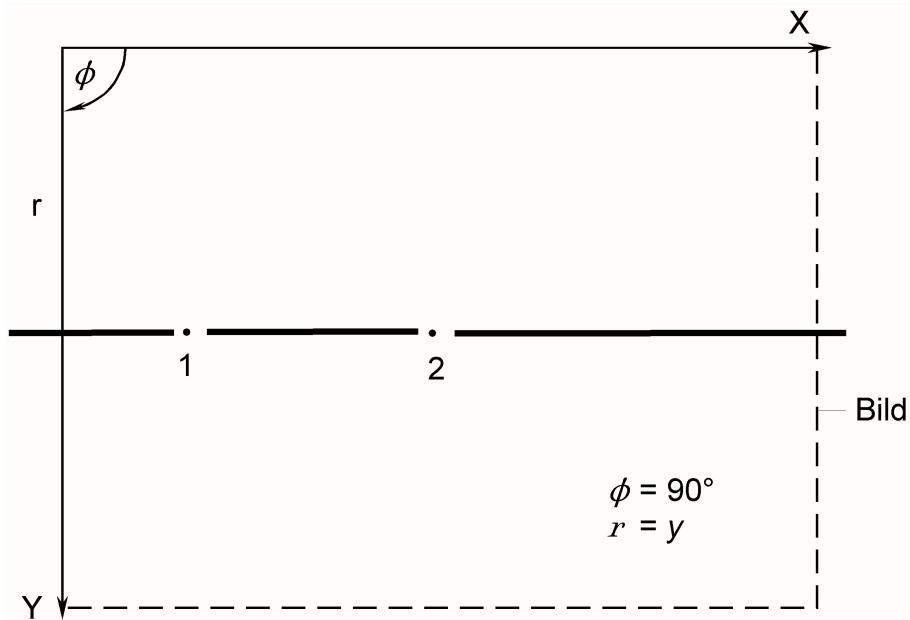


Abbildung 4.11: Fall 4 bei der Berechnung von  $r$  und  $\phi$  zur Bestimmung der Gera-dengleichung

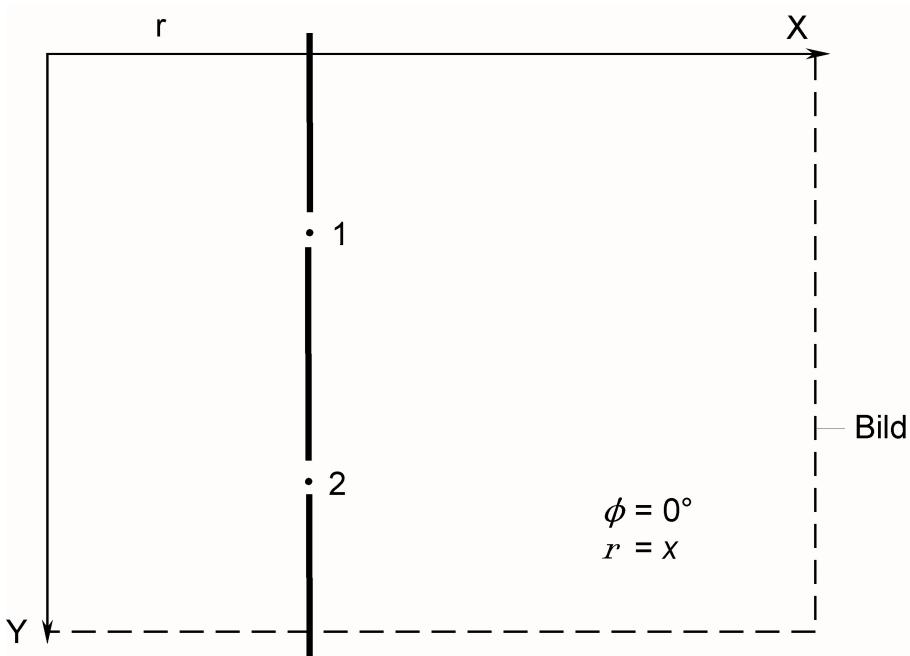


Abbildung 4.12: Fall 5 bei der Berechnung von  $r$  und  $\phi$  zur Bestimmung der Gera-dengleichung

#### 4.1.4 Alternative Berechnung eines geraden Kantensegments

Diese Methode wird in einer Bachelorarbeit von [Schneider 2010] beschrieben. Dieser Ansatz stellt eine alternative Kantendetektion dar und kann auch zur automatisierten Extraktion der geraden Raumkanten im dreidimensionalen Modell verwendet werden.

Hierbei wird eine Gerade durch zwei Endpunkte und den ermittelten Winkel (Steigung) beschrieben. Das Binärbild, welches durch weiße Linien auf schwarzem Hintergrund definiert ist, wird pixelweise von oben links nach unten rechts auf weiße Pixel untersucht. Wird ein Kantenelement (weißes Pixel) gefunden, werden weitere Pixel in einem bestimmten Radius halbkreisförmig um diesen Punkt gesucht und als Kantenelement gespeichert. Das erste und letzte Pixel werden als Start- und Endpunkt gemerkt und der Winkel (Steigung) der Linie berechnet. Dieser Prozess wird für alle Pixel im Bild durchgeführt. Es wird außerdem untersucht, ob einzelne Kantensegmente zu einer größeren Kante zusammengefasst werden können. Hierzu wird der Startpunkt der neuen Kante mit dem Endpunkt der alten Kante auf identische Koordinaten und die Winkel der Kanten auf Ähnlichkeit der Winkel verglichen. Hat ein Kantensegment einen in einer gewissen Toleranz gleichen Winkel und identische Koordinaten, werden die Kantensegmente zu einer längeren Kante zusammengefasst. Kanten, die einen nahezu gleichen Verlauf haben und nur wenige Pixel voneinander entfernt sind, werden zu einer Kante approximiert. Der Algorithmus arbeitet iterativ bis das ganze Bild bearbeitet worden ist. Detailliertere Informationen können bei [Schneider 2010] nachgelesen werden.

Beim Beispiel in Abbildung 4.13 werden Kantensegmente in allen vier Hauptrichtungen, die farblich unterschiedlich dargestellt sind, detektiert. Der Algorithmus zur Kantendetektion zeigt im Wesentlichen das gewünschte Ergebnis.



Abbildung 4.13: Alternative Berechnung eines Kantensegments: Links: Originalbild, Rechts: Ergebnis des Algorithmus zur alternativen Kantensegmentbestimmung, Quelle: [Schneider 2010]

Die Berechnung mit dem verwendeten Programm dauert allerdings relativ lange, so dass der Algorithmus nur sinnvoll für kleinere Bildausschnitte anwendbar ist. Er ist also bzgl. der Rechenzeit noch zu optimieren.

Die detektierten Bildgeraden können zum automatischen Starten der Extraktion der geraden Raumkanten im dreidimensionalen Modell eingesetzt werden, die für die anschließende geradengestützte Registrierung der terrestrischen Laserscans verwendet werden.

#### **4.1.5 Umrechnung einer Bildkante in eine Raumkante über die projizierende Ebene**

Die Konstruktion der entsprechenden räumlichen Geraden in der Punktfolge wird folgendermaßen aus der Bildgeraden durchgeführt.

Grundlage sind eine projizierende Ebene durch die Bildgerade, das Projektionszentrum und die daraus abzuleitende Raumgerade. Die Raumgerade kann als Schnitt der projizierenden Ebene mit der Punktfolge berechnet werden. Dies ist in Abbildung 4.16 dargestellt.

Ausgehend von der Projektion zweier Geradenpunkte der Bildgeraden durch das Projektionszentrum in den Raum (siehe Abbildung 4.16) werden in der Punktfolge lokale Ebenen rechts und links von der Kante gesucht (siehe Abbildung 4.14). Hierzu werden die Laserscannerpunkte rechts und links von der räumlichen Kante mit einem bestimmten Abstand von dieser herangezogen und es wird eine Ebenenausgleichung berechnet. Die Ebene, die die kleineren Varianzen aufweist, d. h. sicherer bestimmt werden kann (siehe Abbildung 4.15), wird als Ebene ausgewählt und bis zur Kante verlängert. Nun können durch den Schnitt der Bildstrahlen mit der Ebene zwei neue Punkte bestimmt werden, die Geradenpunkte der räumlichen Kante sind. Aus den zwei Punkten wird die Geradengleichung berechnet.

Der große Vorteil dieses Vorgehens ist, dass auch räumliche Geraden bestimmt werden können, die an lokale Ebenen grenzen, von denen nur eine genügend Laserscannerdatenpunkte zur Ebenenbildung besitzen muss. Somit können zum Beispiel auch Bordsteinkanten einer Straße, die sonst durch den Schnitt zweier Flächen in der Punktfolge nicht berechnet werden konnten, bestimmt werden.

Führt man die oben dargestellte Prozedur unabhängig für beide Bilder durch, erhält man Raumkanten im ersten und zweiten Scan.

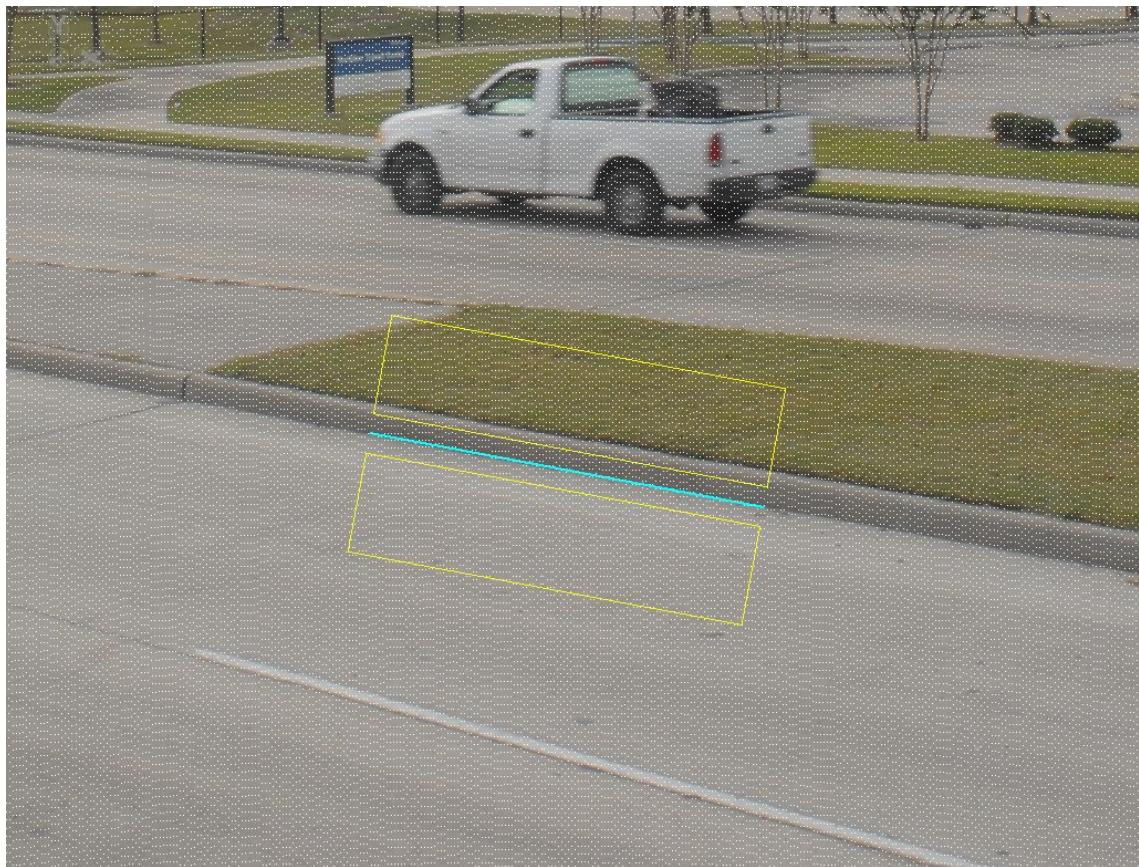


Abbildung 4.14: Bestimmung lokaler Ebenen links und rechts von der Kante; Aufnahme mit einem Riegl LMS-Z390i mit Nikon D200

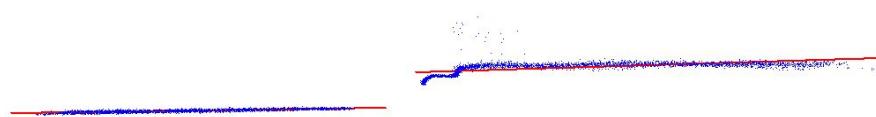


Abbildung 4.15: Querschnitt durch die Laserscannerpunktewolke an der Bordstein-Kante: Ebenenausgleichungen in der Punktewolke

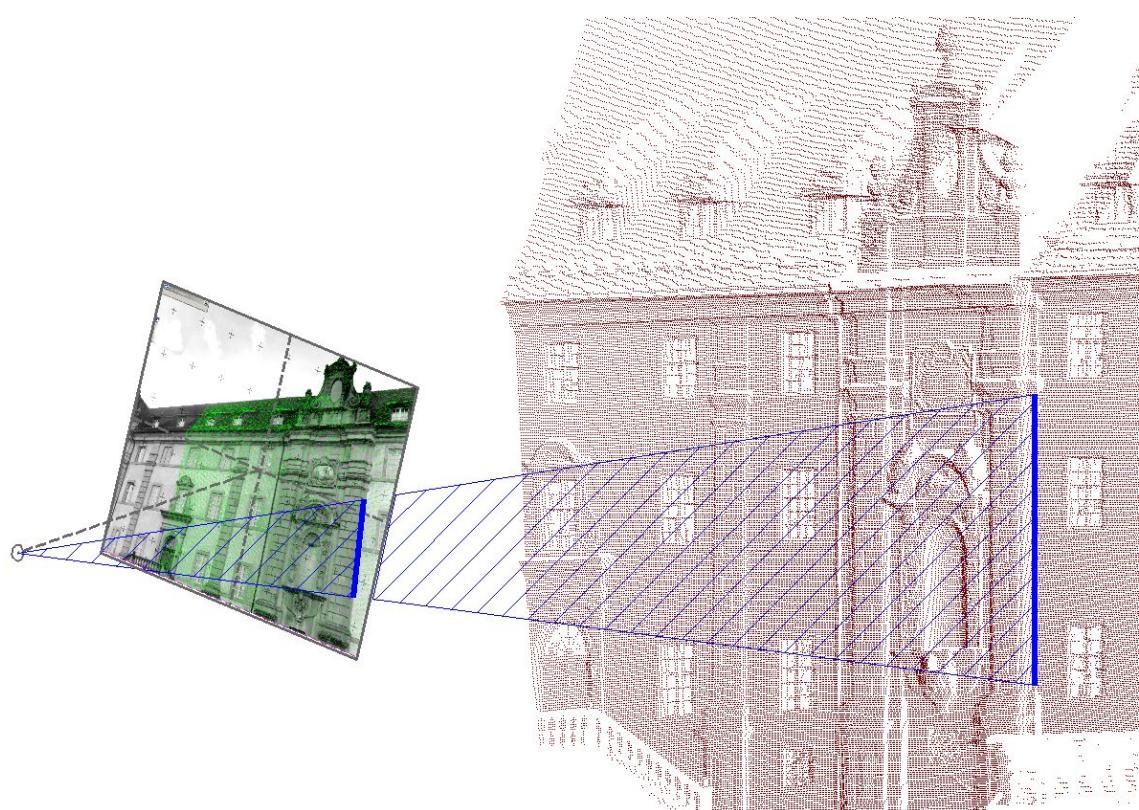


Abbildung 4.16: Bildgeraden werden über eine projizierende Ebene in die Punktwolke zu Raumgeraden durch den Schnitt der projizierenden Ebene mit der Punktwolke transformiert



Abbildung 4.17: Problem bei der Kantendetektion: Schattenwurf an einer Brücke

### 4.1.6 Kritische Betrachtung der Kantendetektion

Kritisch zu betrachten sind Effekte, die meist schwer durch Bildverarbeitungsmethoden zu vermeiden bzw. zu beheben sind. Hierzu zählen zum Beispiel Kontrast- und Lichteffekte. Bei zu schwachen Kontrasten können nicht alle geraden Kanten detektiert werden. Der Schattenwurf führt zur Detektion von Kanten, die nicht gewünscht sind (siehe Abbildung 4.17). Effekte, wie beispielsweise Schmutz und Blätter an einer Bordsteinkante, die zu Verdeckungen im Bild führen können, sind genauso wie fehlerhafte Kanten meist besser durch manuelle Arbeit zu behandeln.

### 4.1.7 Vorteil der Kantendetektion

Durch vorgeschaltete Bildverarbeitungsmethoden ist es möglich, im Bild gut erkennbare Raumkanten zu extrahieren, die aus einer reinen Laserscannerdatenauswertung oft nicht gewonnen werden können. Dies sind z. B. Kanten im Mauerwerk aufgrund einer Materialveränderung. Es können mit dieser Methode auch Kanten bestimmt werden, die zuvor durch Schnittbildung zweier Flächen nicht gewonnen werden konnten, da für eine Fläche zu wenig Laserscannerpunkte vorlagen. Dies ist zum Beispiel für Kanten bei einer Fensterlaibung der Fall. Beispiele sind in Abbildung 4.18 bzw. 4.19 dargestellt.

Durch eine automatische Kantendetektion wird der Zeit- und Arbeitsaufwand für den Benutzer erheblich reduziert, insbesondere wenn es sich um eine große Anzahl von zu detektierenden Kanten handelt.

Die photogrammetrischen Aufnahmen dienen nicht mehr ausschließlich dem Benutzer zur besseren Veranschaulichung der Bedienung, sondern zur konkreten Kantendetektion. Vorliegende Informationen, die ohne weiteren Arbeitsaufwand verwendet werden können, werden effektiv genutzt. Durch die photogrammetrischen Aufnahmen können die Ergebnisse optisch kontrolliert werden.

### 4.1.8 Anwendungsbeispiele zur Kantendetektion

Das beschriebene Verfahren soll beispielhaft an einer Aufnahme eines Hauses erläutert werden.

Durch Bildverarbeitung werden die dargestellten geraden Raumkanten in Abbildung 4.20 automatisch detektiert. Das linke Bild zeigt verschiedene Kanten, die zusätzlich extrahiert werden. Das Ergebnis der Kantendetektion ist in der Mitte dargestellt. Das rechte Bild zeigt die anschließende Extraktion der Raumkanten aus den Laser-scannerdaten.

Eine weiteres Beispiel ist die Modellierung von Bordsteinkanten an Straßen, die



Abbildung 4.18: Links: Kante aufgrund von Materialveränderung in einem Bauwerk, Rechts: Kante an der Fensterlaibung, die aufgrund fehlender Laser-scannerpunkte auf der Fensterlaibung nicht bestimmt werden konnte

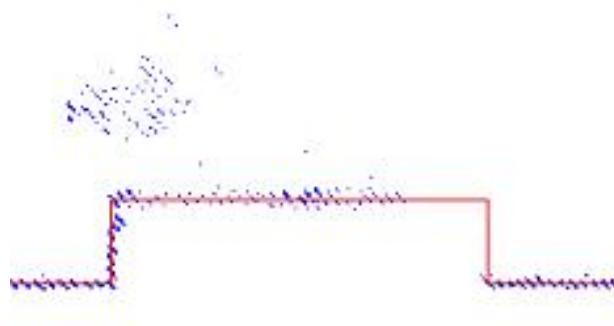


Abbildung 4.19: Darstellung der Laserscannerpunkte an einer Fensterlaibung (siehe 4.18) von oben, deren Fläche verdeckt ist



Abbildung 4.20: Links: Kanten, die aus der reinen terrestrischen Laserscannerdatenauswertung nicht gewonnen werden können, Mitte: Detektierte Kanten im Bild, Rechts: Extrahierte Raumkanten in der Punktwolke, Quelle: [Lichtenstein et al. 2008]; Aufnahme mit einem Trimble GS 100 (alte Bezeichnung: Mensi GS 100) und einer Kompaktkamera Kodak DX4900



Abbildung 4.21: Automatische Detektion von Bordsteinkanten

bisher nur manuell aus dem Bild gewonnen werden konnten. Die Laserscannerdaten besitzen in diesem Bereich aufgrund der geringen Anzahl eine zu geringe Informationsdichte, um die Bordsteinkanten als Schnitt zweier Flächen zu modellieren. Dies ist aber durch vorherige Bildverarbeitung möglich, da Bordsteinkanten durch den Schnitt der projizierenden Ebene mit den angrenzenden Verkehrsflächen detektiert werden können. „Solche Ränder von Objekten, die nicht mittels Verschneidung von Ebenen aus Laserdaten gebildet werden können, können mittels einer Schnittausschneidung im Bild gemessen werden“, wie [Hovenbitzer 2003] es beschreibt. Mit dem vorgestellten Verfahren können allerdings bisher nur gerade Bordsteinkanten oder kurze Abschnitte im Bogen erkannt werden. In Abbildung 4.21 ist das Ergebnis der hier beschriebenen Detektion zu sehen.

## 4.2 Extraktion von Raumgeraden durch Laserscannerdatenauswertung

Für den später vorgestellten Registrierungsansatz werden nicht nur Kanten, die ursprünglich aus dem Bild gewonnen worden sind, verwendet, sondern auch Raumkanten, die direkt aus der Laserscannerpunktswolke extrahiert wurden. Hierzu gehören Kanten, die durch Aufeinandertreffen zweier Flächen gebildet werden.

Durch Eingabe zweier Bildkantenpunkte, die der Benutzer bei der Auswertung manuell lokalisieren kann, kann eine entsprechende Kante im Raum, wie folglich beschrieben, extrahiert werden. Eine derartige Extraktion einzelner Objektprimitive wurde bereits von [Becker 2005] beschrieben. Hierbei wird eine räumliche Delaunay-Triangulation zwischen den einzelnen Laserpunkten berechnet. Auf diese Weise gewinnt man eine Aussage über Punktnachbarschaften. Eine ebene Triangulation ist aufgrund der Aufnahme von verschiedenen Standpunkten aus nicht sinnvoll, da die Strecken auf der Ebene verfälscht wären. Es wird daher ein Flächennormalenvektor, der die Flächenausrichtung repräsentiert, für die vorliegenden Flächen durch Ausgleichung einer größeren Anzahl von Scannerpunkten bestimmt. Die Scannerpunkte, die nicht zu den ermittelten Flächen passen, werden als Ausreißer eliminiert. Scannerpunkte werden durch folgende Vorgehensweisen zu einzelnen Partitionen zusammengefasst: Untersuchungen von Punktnachbarschaften, differentialgeometrischen Eigenschaften von benachbarten Punkten, der Abstand zur lokalen Ebene, Vergleich von Normalenvektoren, Untersuchung von Parameterräumen, Krümmungsverhalten und Krümmungswerten. Mittels Ausgleichsrechnung werden die Punktmengen parametrisiert und klassifiziert. Die Ränder können durch Formalisierung und Generalisierung festgelegt werden. Ergebnis dieses Prozesses ist die Extraktion und Modellierung von einfachen Ebenen und Zylindern. Eine Raumkante lässt sich durch den Schnitt zweier Ebenen berechnen, wie es von [Becker 2005] beschrieben wird. In Abbildung 4.22 wird dies darstellt.

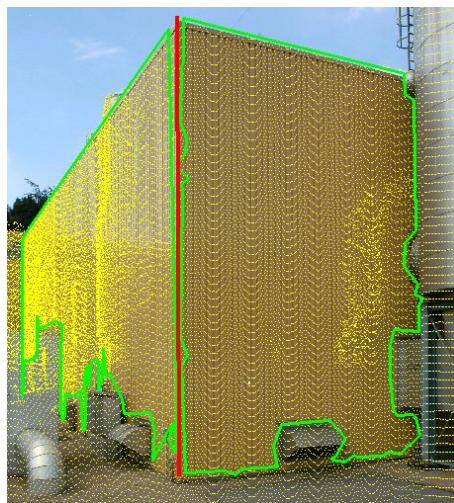


Abbildung 4.22: Differentialgeometrische Extraktion dreidimensionaler Objektprimitive: Extraktion einer Raumgeraden aus dem Schnitt zweier Ebenen, Quelle: [Becker 2005]

Die Raumkanten gehen ebenfalls als Ausgangsdaten in die Registrierung der Punkt- wolken ein.

### 4.3 Registrierung von terrestrischen Laserscans durch Raumgeraden

Die folgenden Ausführungen basieren auf der projektiven Geometrie, realisiert durch Plückerkoordinaten.

Wie auch von [Andresen 1991] diskutiert, ist ein Ansatz über Raumgeraden sinnvoll, da räumliche Geraden markante Stellen am jeweiligen Objekt beschreiben, die dann einander zugeordnet werden. Dies ist ein wesentlicher Unterschied zum standardmäßigen ICP-Algorithmus. Der hier vorgestellte Ansatz arbeitet also im Gegensatz zum punktbasierten ICP-Algorithmus merkmalsbasiert. Außerdem sind gerade Kanten, die auch aus der Punktfolge extrahiert werden können, im Gegensatz zu Flächen in fast jeder Anwendung zu finden, was die Anwendbarkeit des Algorithmus erhöht. Selbst Punktfolgen von Industrieanlagen können mit einem solchen Algorithmus orientiert werden. Es werden die Zylinderachsen von den Industrierohren verwendet ([Lichtenstein & Benning 2010 (a)]). Dies ist mit Algorithmen unter Zuhilfenahme von Flächen nicht möglich.

### 4.3.1 Absolute Orientierung durch Raumgeraden

Durch den nachfolgend beschriebenen Ansatz soll die räumliche Bewegung, d. h. Rotation und Translation der Raumgeraden zwischen Laserscan 1 und Laserscan 2 bestmöglich geschätzt werden.

Zur Erstellung eines funktionalen Modells, welches in der Feinregistrierung später beschrieben wird, soll die räumliche Transformation von Raumgeraden näher untersucht werden. Man gelangt zu unterschiedlichen Ergebnissen, abhängig davon, ob zunächst die Geraden rotiert und dann verschoben werden oder dies umgekehrt geschieht. In diesem Fall müssen die Geraden erst rotiert und dann verschoben werden. Um sich für das richtige Modell zu entscheiden, muss man sich folgendes verdeutlichen: In zugrundeliegenden Projekten des Programmsystems PHIDIAS wird ein rechtshändiges Koordinatensystem benutzt. Ein Rechtssystem bedeutet, dass die Achsen des Koordinatensystems nach der Rechten-Hand-Regel angeordnet sind: Der Daumen der rechten Hand zeigt in die Richtung der x-Achse, der Zeigefinger in Richtung der y-Achse und der Mittelfinger, der rechtwinklig zum Daumen und Zeigefinger abgespreizt ist, zeigt in Richtung der z-Achse. Dreht man die x-Achse eines Rechtssystems auf dem kürzesten Weg zur y-Achse, so ergibt sich ein Drehsinn, der eine Schraube mit Rechtsgewinde in Richtung der positiven z-Achse bewegen würde. In einem Rechtssystem wird eine Drehung von Winkeln gegen den Uhrzeigersinn durchgeführt, was in Abbildung 4.23 verdeutlicht wird.

Terrestrische Laserscanneraufnahmen sind in jedem Standpunkt auf ein eigenes Scannerkoordinatensystem bezogen, so dass die Rotation und Translation zwischen den beiden Scannerkoordinatensystemen bestimmt werden muss. Im Programmsystem PHIDIAS kann die Laserscannerpunktewolke aber auch auf ein globales Koordinatensystem bezogen werden, so dass eine räumliche Bewegung zwischen Laserscan 1 und 2 über das globale Koordinatensystem wie folgt angegeben werden kann, was in Abbildung 4.24 verdeutlicht ist:

$$\mathbf{x}_{gl} = (\mathbf{R}_1 \mathbf{x}_1) + \mathbf{t}_1 \quad (4.4)$$

$$\mathbf{x}_1 = \mathbf{R}_2^{-1} (\mathbf{x}_{gl} - \mathbf{t}_2) = \mathbf{R}_2^T (\mathbf{x}_{gl} - \mathbf{t}_2) \quad (4.5)$$

Hierbei beschreiben  $\mathbf{x}_{gl}$  und  $\mathbf{x}_1$  die jeweiligen Punktkoordinaten der Laserscannerpunkte im globalen Koordinatensystem bzw. im scannereigenen Koordinatensystem auf Standpunkt 1.  $\mathbf{R}_1$  und  $\mathbf{t}_1$  geben die Rotation und Translation vom Scan 1 ins globale Koordinatensystem an,  $\mathbf{R}_2$  und  $\mathbf{t}_2$  geben die Rotation und Translation vom globalen Koordinatensystem in den Scan 2 an (siehe Abbildung 4.24).

Bei den Spaltenvektoren der Rotationsmatrizen  $\mathbf{R}_1$  und  $\mathbf{R}_2$  handelt es sich um orthonormale Basisvektoren, d. h. sie stehen senkrecht aufeinander und sind auf die

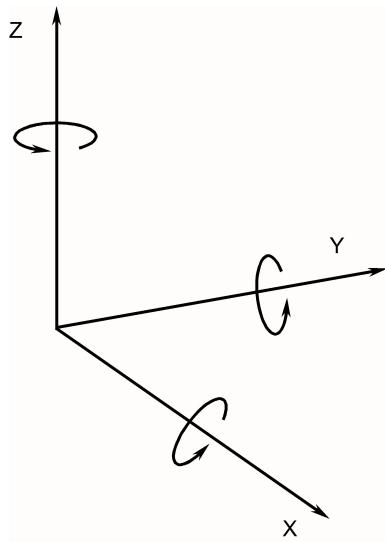


Abbildung 4.23: Rechtssystem: Drehung gegen den Uhrzeigersinn

Länge 1 normiert. Daher kann die Inverse der Rotationsmatrix  $\mathbf{R}_2$  durch die Transponierte dieser Matrix ersetzt werden.

Wichtig bei der räumlichen Bewegung ist die Reihenfolge der Rotationen und Translationen: Es wird zunächst eine Rotation der Punktfolge in Scan 1 durchgeführt und diese dann in das globale Koordinatensystem verschoben. Dann wird eine Translation der Punktfolge in den Scan 2 durchgeführt und diese dann rotiert.

Man sieht, dass erst rotiert und dann verschoben werden muss, um vom Scannerkoordinatensystem ins globale Koordinatensystem zu transformieren. Dies ist auch beim Ansatz dieser Arbeit zu berücksichtigen.

Zusammengefasst können die Rotationsmatrix für die räumliche Bewegung zwischen beiden Punktfolgen und der Translationsvektor wie folgt angegeben werden:

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_2^{-1} \cdot \mathbf{R}_1 \quad (4.6)$$

$$\mathbf{t} = \mathbf{R}_2^{-1} \cdot (\mathbf{t}_1 - \mathbf{t}_2) \quad (4.7)$$

Aus der Rotationsmatrix können die Rotationswinkel, wie in den Formeln 4.38, 4.39, 4.40 bzw. 4.41, 4.42, 4.43 auf Seite 59 beschrieben, abgeleitet werden. Die Rotation und Translation gilt es bestmöglich zu schätzen.

Die beschriebene räumliche Bewegung wird nicht nur bei der geradengestützten Registrierung angewendet, sondern ist auch für die punktbasierte Passpunktmarkenregistrierung gültig. Die Reihenfolge der Rotationen und Translationen sind identisch

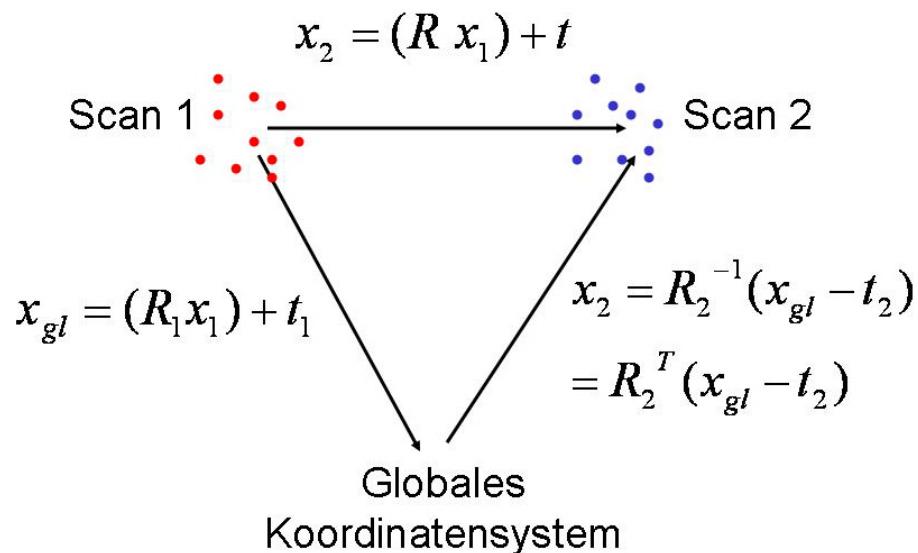


Abbildung 4.24: Räumliche Bewegung der Raumgeraden aus Laserscan 1 über ein globales Koordinatensystem in Laserscan 2

(siehe Abbildung 4.24). Die Rotationsmatrix und der Translationsvektor selbst unterscheiden sich aber bei beiden Ansätzen. Bei der geradengestützten Registrierung wird mit einer  $6 \times 6$ -Bewegungsmatrix gearbeitet, wie sie auf Seite 63 erläutert wird, beim punktgestützten Ansatz liegt eine  $4 \times 4$ -Bewegungsmatrix vor. Die Registrierung über aufgeklebte Passpunkte wird bei den später beschriebenen Anwendungsbeispielen als Vergleich für die Registrierungsergebnisse des hier beschriebenen Ansatzes herangezogen. Es wird ein Vergleich zwischen dem geradengestützten Ausgleichungsansatz und dem punktgestützten Passpunktmarkenansatz durchgeführt.

### 4.3.2 Georeferenzierung

Im Zusammenhang mit der Registrierung von Punktwolken ist auch die sogenannte „Georeferenzierung“ zu nennen. Sind zwei Punktwolken durch einen Registrierungsansatz einander zugeordnet worden, liegen die Punktwolken noch ohne Bezug im Raum. Die Koordinaten der Punkte müssen in ein übergeordnetes Koordinatensystem gebracht werden, oder wie bei PHIDIAS genannt, in einem „globalen Koordinatensystem“ dargestellt werden. Die Punktwolke des ersten Laserscans kann nach der Registrierung mithilfe der geschätzten Transformationsparameter in die zweite Punktwolke transformiert werden. Die Punktwolke kann nach Abbildung 4.24 im globalen Koordinatensystem dargestellt werden, wenn alle Punkte der Punktwolke

in dieses System umgerechnet werden.

$$\mathbf{x}_{gl} = (\mathbf{R}_2 \mathbf{x}_2) + \mathbf{t}_2 \quad (4.8)$$

Die Georeferenzierung ist also letztendlich nur eine Umrechnung der Koordinaten in ein übergeordnetes System. Oft wird hierzu auch das Gauß-Krüger-Koordinatensystem verwendet.

### 4.3.3 Räumliche Geraden

Räumliche Geraden können auf unterschiedliche Weise dargestellt werden. In dieser Arbeit werden Geraden durch die sogenannten Plückerkoordinaten realisiert.

Generell lassen sich Geraden im Raum nicht in der Normalform mit Steigung und Achsenabschnitt darstellen. Sie besitzen weder Achsenabschnitte noch einen eindeutig bestimmten Normalenvektor, da es zu einer räumlichen Geraden unendlich viele zu ihr senkrecht stehenden Normalenvektoren gibt. Eine Darstellungsform für räumliche Geraden ist die Parameterform, die durch zwei Punkte definiert ist und in dieser Arbeit auch häufig verwendet wird: Gerade  $g$  durch Punkte  $A$  und  $B$   
 $g[A, B] : A(x_A, y_A, z_A), B(x_B, y_B, z_B)$

$$\mathbf{g} = \begin{bmatrix} x_A \\ y_A \\ z_A \end{bmatrix} + \lambda \cdot \left( \begin{bmatrix} x_B \\ y_B \\ z_B \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_A \\ y_A \\ z_A \end{bmatrix} \right) = \mathbf{o} + \lambda \cdot \mathbf{r} \quad (4.9)$$

wobei  $\mathbf{g}$ ,  $\mathbf{o}$  und  $\mathbf{r}$  Vektoren im Raum sind. Bei dieser Darstellungsform lässt sich, ähnlich wie in Kapitel 3.2, der Freiheitsgrad vier von räumlichen Geraden beweisen (siehe [Luhmann 2000]). Steht der Ortsvektor  $\mathbf{o}$  senkrecht auf dem Richtungsvektor  $\mathbf{r}$  der Länge 1, so gelten folgende zwei Bedingungen:

$$|\mathbf{r}| = 1 \quad (4.10)$$

$$\langle \mathbf{o}, \mathbf{r} \rangle = 0 \quad (4.11)$$

Es verbleiben vier statt sechs unabhängige Parameter zur Definition von Raumgeraden.

Es lässt sich mithilfe des Kreuzprodukts auch noch die sogenannte „Determinantenform“ darstellen:

$$\mathbf{g} : \mathbf{r} \times \mathbf{g} - \mathbf{r} \times \mathbf{o} = \mathbf{0} \quad (4.12)$$

Hierbei ist  $\mathbf{o}$  der Ortsvektor eines festen Punktes auf der Geraden und  $\mathbf{r}$  der Richtungsvektor der Geraden. Da die Differenz  $\mathbf{g} - \mathbf{o}$  der Geraden kollinear zum Richtungsvektor  $\mathbf{r}$  sein muss, ergibt das Kreuzprodukt der beiden den Nullvektor:

$$\mathbf{r} \times (\mathbf{g} - \mathbf{o}) = \mathbf{0} \quad (4.13)$$

Umgeformt ergibt dies die obige Beziehung (4.12). Für jeden Ortsvektor  $\mathbf{g}$  eines Punktes der Geraden, trifft diese Gleichung zu. Liegt ein Punkt nicht auf der Geraden, ergibt sich nicht der Nullvektor. Ist  $\mathbf{r}$  ein Einheitsvektor, so entspricht

$$d = |\mathbf{r} \times \mathbf{o}| \quad (4.14)$$

genau dem Abstand  $d$  der Geraden vom Ursprung. Diese Beziehung kann auch mithilfe der Plückerkoordinaten in der Projektiven Geometrie dargestellt werden (vergleiche auch Abbildung 3.5 und Kapitel 3.2), welches nur eine andere Schreibweise darstellt.  $\mathbf{L}_h$  muss auch euklidisch auf 1 normiert sein.

$$|\mathbf{L}_0| = |\mathbf{L}_h \times \mathbf{L}_T|. \quad (4.15)$$

#### 4.3.4 Grobregistrierung durch kombinatorische Lösung

In diesem Abschnitt wird die Bestimmung der Näherungswerte für die Registrierung beschrieben (siehe auch [Lichtenstein & Benning 2009]). Diese werden für die anschließende Feinregistrierung benötigt.

Hierbei erfolgt die Zuordnung der Geraden nicht über eine Ausgleichungsrechnung, sondern über eine kombinatorische Zuordnung. Eine räumliche Gerade ist bei einer Transformation durch Rotation und Translation nicht eindeutig zuordbar, da sie sich um ihre eigene Achse beliebig drehen kann. Eine Zuordnung erfolgt zunächst über Geradenpaare.

Es müssen verschiedene Lagebeziehungen zweier Geraden im Raum unterschieden werden.

Es werden Abstand und Winkel der Geraden zueinander gespeichert:

1. Geraden sind windschief zueinander → Speicherung des kürzesten Abstandes zweier windschiefer Geraden und des Winkels der Geraden zueinander
2. Geraden schneiden sich → Speicherung des Schnittwinkels
3. Geraden sind parallel → Speicherung des Abstandes zueinander
4. Geraden sind identisch → Keine weitere Betrachtung (Abstand und Winkel sind Null)

Der kürzeste Abstand zweier windschiefer Geraden zueinander wird nach folgender Formel berechnet:

$$d_{windschief} = |(\mathbf{p} - \mathbf{q}) \cdot \mathbf{n}_0|, \quad (4.16)$$

wobei  $\mathbf{p}$  und  $\mathbf{q}$  beliebige Ortsvektoren der beiden Geraden sind und  $\mathbf{n}_0$  der senkrechte, auf die Länge 1 normierte Vektor auf beide Geraden, d. h. der normierte

Normalenvektor der aufgespannten Ebene durch beide Geraden ist.

Man kann den kürzesten Abstand zweier windschiefer Geraden auch mittels der projektiven Geometrie wie folgt beschreiben:

$$d_{windschief} = \frac{\langle \mathbf{L}, \mathbf{M} \rangle}{|\mathbf{L}_h \times \mathbf{M}_h|} \quad (4.17)$$

Diese Beziehung kann in der Projektiven Geometrie bewiesen werden ([Förstner 2005]). Hierzu nimmt man an, dass die beiden Geraden  $\mathbf{L}$  und  $\mathbf{M}$  durch jeweils zwei Punkte definiert werden ( $\mathbf{L}(X_1, X_2)$  und  $\mathbf{M}(X_3, X_4)$ ). Dann ist der Zähler identisch mit:

$$\begin{aligned} \mathbf{L}^T \overline{\mathbf{M}} &= [L_h^T \ L_0^T] \cdot \begin{bmatrix} M_0 \\ M_h \end{bmatrix} \\ &= L_h^T M_0 + M_h^T L_0 \\ &= (X_2 - X_1)^T (X_3 \times X_4) + (X_4 - X_3)^T (X_1 \times X_2) \\ &= [X_2, X_3, X_4] - [X_1, X_3, X_4] + [X_4, X_1, X_2] - [X_3, X_1, X_2] \\ &= [(X_2 - X_1), (X_4 - X_3), (X_1 - X_3)] \\ &= (\mathbf{L}_h \times \mathbf{M}_h) \cdot (X_1 - X_3) \end{aligned} \quad (4.18)$$

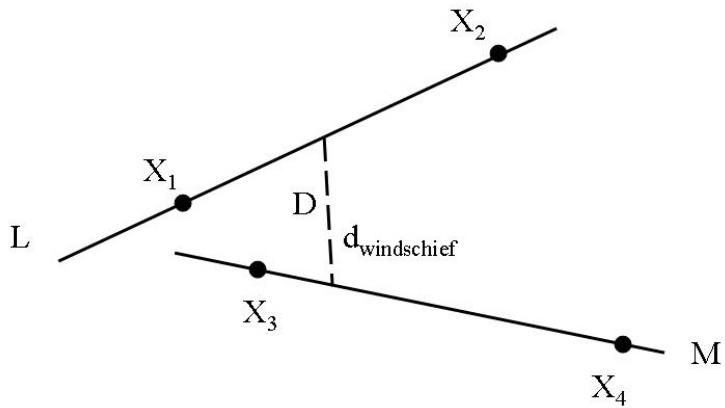


Abbildung 4.25: Abstand windschiefer Geraden

Die senkrechte Verbindungsgerade  $\mathbf{D}$  zu beiden gegebenen Geraden  $\mathbf{L}$  und  $\mathbf{M}$  hat die Richtung des Kreuzproduktes  $\mathbf{L}_h \times \mathbf{M}_h$ . Nach Division durch seinen Betrag, erhält man die Länge der Projektion von  $X_1 - X_3$  auf der Geraden  $\mathbf{D}$ . Dies ist der gesuchte

Abstand  $d_{windschief}$ , wie es in Abbildung 4.25 dargestellt ist.

Der Winkel zwischen zwei sich schneidenden Geraden bzw. der Winkel windschiefer Geraden zueinander wird nach folgender Formel berechnet:

$$\cos(\alpha) = \frac{\mathbf{u}^T \cdot \mathbf{v}}{|\mathbf{u}| \cdot |\mathbf{v}|} \leftrightarrow \alpha = \arccos\left(\frac{\mathbf{u}^T \cdot \mathbf{v}}{|\mathbf{u}| \cdot |\mathbf{v}|}\right) \quad (4.19)$$

Der kürzeste Abstand zweier paralleler Geraden zueinander ergibt sich nach folgender Formel:

$$d_{parallel} = \frac{|(\mathbf{p} - \mathbf{q}) \times \mathbf{u}|}{|\mathbf{u}|}, \quad (4.20)$$

wobei  $\mathbf{p}$  und  $\mathbf{q}$  beliebige Ortsvektoren der beiden Geraden und  $\mathbf{v}$  und  $\mathbf{u}$  die Richtungsvektoren der beiden Geraden sind.

Da diesselben Berechnungen zum Abstand und Winkel für die Geradenpaare im zweiten Scan durchgeführt werden, kann jetzt eine kombinatorische Zuordnungsrechnung über die Rotationskörper, d. h. mit Abstand und Winkel berechnet werden.

Hierzu wird zwischen Scan 1 und Scan 2 eine Korrespondenzmatrix aufgebaut, die zwischen jedem Geradenpaar in Scan 1 mit jedem Geradenpaar in Scan 2 den Abstand und Winkel vergleicht (Differenzbildung der Werte) und als Eintrag speichert. Schließlich wird aus dieser Korrespondenzmatrix die beste Zuordnung ermittelt, bei dem der kleinste Eintrag vorliegt, d. h. die Geradenpaare gut zueinander passen. Es muss auch eine Gewichtung vorgenommen werden, inwieweit hierbei der Abstand bzw. der Winkel in die Zuordnung miteinfließen sollen. Die Wichtung hängt vom jeweiligen Fall ab und kann nicht verallgemeinert werden.

Für die Zuordnung eines Geradenpaares werden dann die Transformationsparameter der Registrierung berechnet, d. h. drei Rotationswinkel  $\omega, \phi, \kappa$  und drei Translationsbeträge  $t_x, t_y, t_z$ . Bei Geradenpaaren müssen bei der Berechnung der Transformationsparameter sechzehn verschiedene Permutationsfälle (siehe auch Abbildung 4.26) beachtet werden. Die Geraden im ersten Scan werden über die Punkte 1, 2, 3 und 4 definiert, die Geraden im Scan 2 über die Punkte A, B, C, D.

- 1. Fall - 4. Fall: Zuordnung Gerade 12 - Gerade AB bzw. Zuordnung Gerade 12 - Gerade CD bzw. Zuordnung Gerade 34 - Gerade AB bzw. Zuordnung Gerade 34 - Gerade CD
- 5. Fall - 8. Fall: Zuordnung der analogen Geraden, wobei der Richtungsvektor für beide Geraden im ersten Scan vertauscht ist

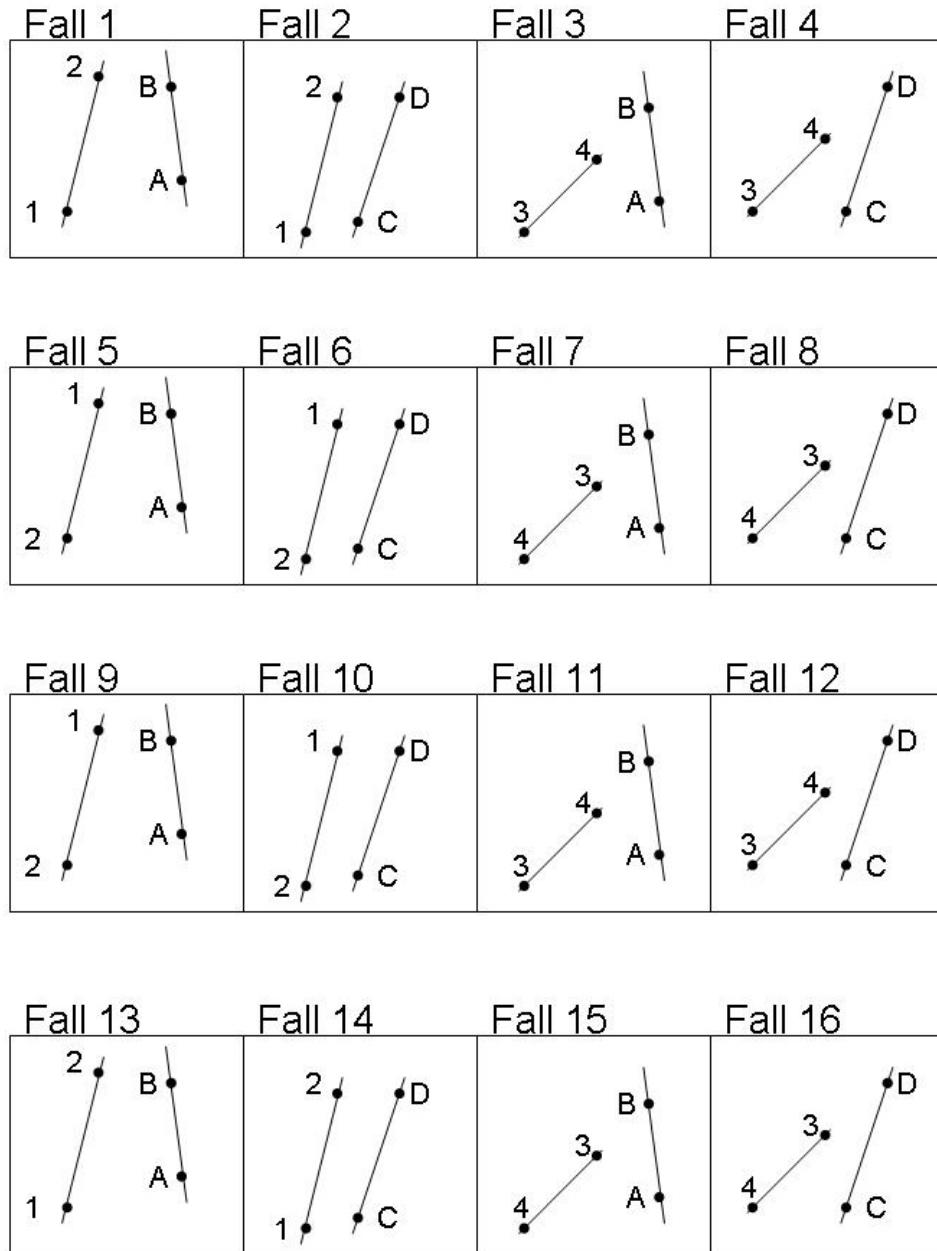


Abbildung 4.26: Fallunterscheidungen für Geradenzuordnungen

- 9. Fall - 12. Fall: Zuordnung der analogen Geraden, wobei der Richtungsvektor für die erste Gerade im ersten Scan vertauscht ist
- 13. Fall - 16. Fall: Zuordnung der analogen Geraden, wobei der Richtungsvektor für die zweite Gerade im ersten Scan vertauscht ist

### Rotation

Die Transformationsparameter der Rotation werden nach einer Näherungswertbestimmung berechnet, die in [Schwermann 1995] beschrieben wird und in Abbildung 4.27 bildlich dargelegt ist.

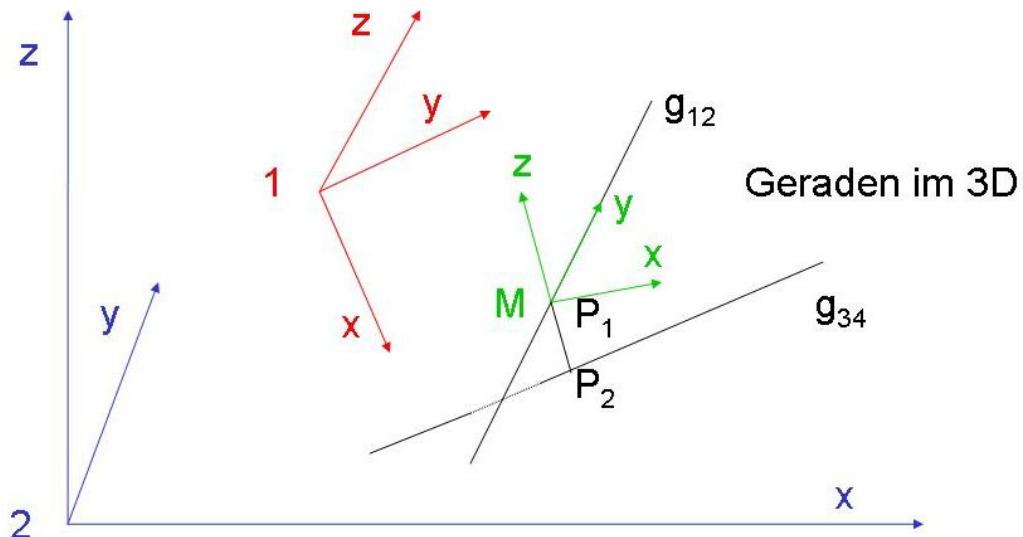


Abbildung 4.27: Berechnung der Näherungswertlösung für die Rotationswinkel

In diesem Modell gibt es drei Koordinatensysteme 1, 2 und  $M$ , wobei die Geraden des einen Scans in dem Koordinatensystem 1 und die Geraden des anderen Scans in dem System 2 vorliegen. Das Koordinatensystem  $M$  ist ein weiteres zur Lösung benötigtes Hilfskoordinatensystem. Es wird die Rotationsmatrix  $R_1^2$  gesucht. Die Reihenfolge der Drehungen kann prinzipiell beliebig gewählt werden. In dieser Arbeit wird zunächst mit dem Winkel  $\omega$  um die  $x$ -Achse, dann mit dem Winkel  $\phi$  um die  $y$ -Achse und anschließend mit dem Winkel  $\kappa$  um die  $z$ -Achse gedreht. Somit ergibt sich folgende Rotationsmatrix, dessen Winkel  $\omega, \phi, \kappa$  geschätzt werden sollen.

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} \cos(\phi) \cos(\kappa) & -\cos(\phi) \sin(\kappa) & \sin(\phi) \\ \cos(\omega) \sin(\kappa) + \sin(\omega) \sin(\phi) \cos(\kappa) & \cos(\omega) \cos(\kappa) - \sin(\omega) \sin(\phi) \sin(\kappa) & -\sin(\omega) \cos(\phi) \\ \sin(\omega) \sin(\kappa) - \cos(\omega) \sin(\phi) \cos(\kappa) & \sin(\omega) \cos(\kappa) + \cos(\omega) \sin(\phi) \sin(\kappa) & \cos(\omega) \cos(\phi) \end{pmatrix} \quad (4.21)$$

Um die Geraden des Systems 1 rotatorisch in das System 2 zu überführen, wird die Rotationsmatrix, wie [Schwermann 1995] es beschreibt, wie folgt aufgebaut:

$$\mathbf{R}_1^2 = \mathbf{R}_M^2 \cdot \mathbf{R}_1^M = \mathbf{R}_M^2 \cdot (\mathbf{R}_M^1)^T \quad (4.22)$$

Hierzu wird die Matrix  $\mathbf{R}_M^2$  wie folgt gebildet:

$$\mathbf{R}_M^2 = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix} \quad (4.23)$$

mit

$$\mathbf{R}_M^2 = (\mathbf{r}_1 \ \mathbf{r}_2 \ \mathbf{r}_3), \quad (4.24)$$

wobei

$$\mathbf{r}_1 = \begin{pmatrix} r_{11} \\ r_{21} \\ r_{31} \end{pmatrix}, \mathbf{r}_2 = \begin{pmatrix} r_{21} \\ r_{22} \\ r_{23} \end{pmatrix}, \mathbf{r}_3 = \begin{pmatrix} r_{31} \\ r_{32} \\ r_{33} \end{pmatrix} \quad (4.25)$$

sind. Die Rotationsmatrix  $\mathbf{R}_M^2$  ist eine  $3 \times 3$ -Matrix, wobei in der ersten Spalte die  $x$ -Achse, in der zweiten Spalte die  $y$ -Achse und in der dritten Spalte die  $z$ -Achse des Systems M im Koordinatensystem 2 definiert sind (siehe auch Abbildung 4.27). Alle Achsen sind auf 1 normiert. Der Ursprung des Koordinatensystems  $M$  befindet sich in  $P_1$ , wobei  $P_1$  und  $P_2$  den kürzesten Abstand der beiden Geraden  $g_{12}$  und  $g_{34}$  anzeigen. Das bedeutet:

Die positive  $y$ -Achse des Koordinatensystems M zeigt in Richtung der Geraden  $g_{12}$ . Somit ergibt sich  $\mathbf{r}_2$  aus dem Richtungsvektor von  $g_{12}$ , der auf die Länge 1 normiert worden ist.  $p_1$  und  $p_2$  bezeichnen zwei Punkte auf der Geraden  $g_{12}$ .

$$\mathbf{r}_2 = \frac{(\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1)}{|(\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1)|} \quad (4.26)$$

Die positive  $z$ -Achse von M entspricht dem senkrechten Vektor auf die  $y$ -Achse und der zweiten Gerade  $g_{34}$ . Der Vektor ist ebenfalls auf 1 normiert.  $p_3$  und  $p_4$  sind zwei Punkte auf der Geraden  $g_{34}$ .

$$\mathbf{r}_3 = \frac{((\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1) \times (\mathbf{p}_4 - \mathbf{p}_3))}{|(\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1) \times (\mathbf{p}_4 - \mathbf{p}_3)|} \quad (4.27)$$

Die  $x$ -Achse ergänzt das Koordinatensystem zu einem rechtshändigen Koordinatensystem. Somit wird  $\mathbf{r}_1$  als senkrechter Vektor auf  $\mathbf{r}_2$  und  $\mathbf{r}_3$  definiert, der ebenfalls auf die Länge 1 normiert ist.

$$\mathbf{r}_1 = \frac{(\mathbf{r}_2 \times \mathbf{r}_3)}{|\mathbf{r}_2 \times \mathbf{r}_3|} = \frac{((\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1) \times ((\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1) \times (\mathbf{p}_4 - \mathbf{p}_3)))}{|(\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1) \times ((\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1) \times (\mathbf{p}_4 - \mathbf{p}_3))|} \quad (4.28)$$

$\mathbf{R}_M^1$  definiert sich analog. Die Rotationsmatrix  $\mathbf{R}_M^1$  ist ebenfalls eine  $3 \times 3$ -Matrix, wobei in der ersten Spalte die  $x$ -Achse, in der zweiten Spalte die  $y$ -Achse und in der dritten Spalte die  $z$ -Achse des Systems M im Koordinatensystem 1 definiert sind.

Die Rotationsmatrix  $\mathbf{R}_1^2$  kann nach Formel (4.22) somit berechnet werden. Schließlich kann man die zu bestimmenden Drehwinkel  $\omega, \phi, \kappa$  aus folgenden Beziehungen bestimmen:

$$r_{11} = \cos(\phi) \cdot \cos(\kappa) \quad (4.29)$$

$$r_{12} = -\cos(\phi) \cdot \sin(\kappa) \quad (4.30)$$

$$r_{13} = \sin(\phi) \quad (4.31)$$

$$r_{21} = \cos(\omega) \cdot \sin(\kappa) + \sin(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \cos(\kappa) \quad (4.32)$$

$$r_{22} = \cos(\omega) \cdot \cos(\kappa) - \sin(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \sin(\kappa) \quad (4.33)$$

$$r_{23} = -\sin(\omega) \cdot \cos(\phi) \quad (4.34)$$

$$r_{31} = \sin(\omega) \cdot \sin(\kappa) - \cos(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \cos(\kappa) \quad (4.35)$$

$$r_{32} = \sin(\omega) \cdot \cos(\kappa) + \cos(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \sin(\kappa) \quad (4.36)$$

$$r_{33} = \cos(\omega) \cdot \cos(\phi) \quad (4.37)$$

Hierzu kann man folgende Formeln anwenden (siehe [Kraus 2004]):

$$\tan(\omega) = \frac{-r_{23}}{r_{33}} \rightarrow \omega = \arctan\left(\frac{-r_{23}}{r_{33}}\right) \quad (4.38)$$

$$\sin(\phi) = r_{13} \rightarrow \phi = \arcsin(r_{13}) \quad (4.39)$$

$$\tan(\kappa) = \frac{-r_{12}}{r_{11}} \rightarrow \kappa = \arctan\left(\frac{-r_{12}}{r_{11}}\right) \quad (4.40)$$

Aufgrund der trigonometrischen Berechnung ergeben sich jeweils zwei Lösungen. Die zweite Lösung kann direkt angegeben werden:

$$\omega_2 = 200 + \omega \quad (4.41)$$

$$\phi_2 = 200 - \phi \quad (4.42)$$

$$\kappa_2 = 200 + \kappa \quad (4.43)$$

Die Rotationsmatrix wird erneut berechnet und mit der vorher bestimmten Rotationsmatrix verglichen. Als Lösungen sind die Winkel anzusehen, bei der die Rotationsmatrix mit der vorherigen übereinstimmt.

Die beschriebene Näherungswertberechnung kann nicht für parallele bzw. identische Geraden angewendet werden. Diese Geraden werden aus der Berechnung herausgenommen und nicht weiter berücksichtigt.

### Translation

Nachdem die Rotationswinkel näherungsweise bestimmt worden sind, können die Translationsgrößen berechnet werden.

Hierzu wird die Gerade aus Scan 1, die über zwei Punkte definiert ist, mithilfe der berechneten Rotationswinkel, d. h. durch Multiplikation mit der neu berechneten Rotationsmatrix, in den Scan 2 gedreht. Die Transformation ist hier für einen Punkt der Geraden angegeben.  $\mathbf{p}_1$  ist der Punkt der Geraden in Scan 1,  $\mathbf{p}'_2$  bezeichnet diesen Punkt nach der Rotation in Scan 2.

$$\mathbf{p}'_2 = \mathbf{R} \cdot \mathbf{p}_1 \quad (4.44)$$

bzw.

$$\begin{pmatrix} x'_2 \\ y'_2 \\ z'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} \quad (4.45)$$

mit  $\mathbf{R}$  wie in Formel (4.21) beschrieben. Somit liegen die korrespondierenden Geradenpaare aus Laserscan 1 und Laserscan 2 genähert parallel zueinander.

Nun wird die Translation aus der Differenz der Mittelpunkte der kürzesten Entfernung zweier Geraden eines Geradenpaares berechnet (siehe Abbildung 4.28). Dieser berechnete Vektor gibt dann den Verschiebungsbetrag an. Hierzu werden die beiden Lotfußpunkte auf zwei Geraden eines Geradenpaares berechnet. Diese beiden Punkte geben den kürzesten Abstand der beiden Geraden zueinander an.

Zur Berechnung wird in folgenden Schritten vorgegangen, wie es auch in [Merziger & Wirth 1999] beschrieben ist. Hierzu wird folgendes Gleichungssystem nach  $r_0$ ,  $s_0$  und  $t_0$  gelöst:

$$r_0 \cdot \mathbf{u} - s_0 \cdot \mathbf{v} + t_0 \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v}) = -\mathbf{p} + \mathbf{q} \quad (4.46)$$

$\mathbf{u}$  und  $\mathbf{v}$  sind die Richtungsvektoren der beiden Geraden und  $\mathbf{p}$  und  $\mathbf{q}$  die beiden Ortsvektoren der Geraden, wobei hier jeweils ein Punkt der jeweiligen Geraden gewählt wird. Nun können die Lotfußpunkte  $P_1$  und  $P_2$  bestimmt werden. Sie definieren den kürzesten Abstand beider Geraden.

$$P_1 = \mathbf{p} + r_0 \cdot \mathbf{u} \quad (4.47)$$

$$P_2 = \mathbf{q} + s_0 \cdot \mathbf{v} \quad (4.48)$$

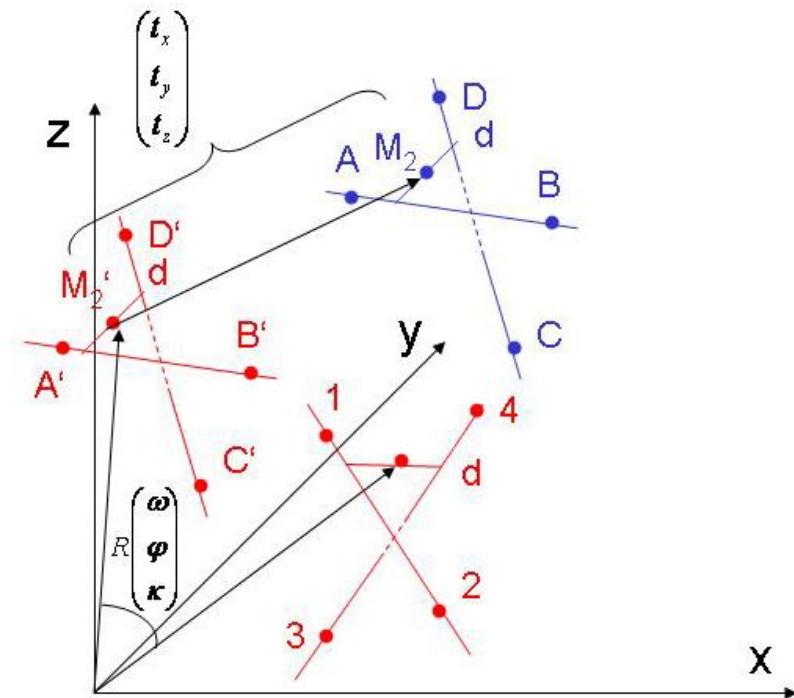


Abbildung 4.28: Berechnung der Näherungswertlösung für die Translation

Durch einfache arithmetische Mittelwertbildung kann der Mittelpunkt der kürzesten Entfernung der beiden Geraden berechnet werden:

$$M = \frac{P_1 + P_2}{2} \quad (4.49)$$

Aus der Differenz der berechneten Mittelpunkte der korrespondierenden Geradenpaare wird der Translationsvektor  $\mathbf{t}$  bestimmt (siehe Abbildung 4.28).

$$\mathbf{t} = M_2 - M'_2 \quad (4.50)$$

Die Berechnung ist nur für windschiefe oder sich schneidende und nicht für identische oder parallele Geraden möglich. Diese Geraden können hier aufgrund der Anzahl der vorliegenden Geraden vernachlässigt werden. Geraden, die sich schneiden, können auch als windschiefe Geraden behandelt werden. Dies hängt von der Genauigkeit der Unterscheidung der Lagebeziehungen dieser Geraden ab.

Schließlich wird die endgültige Transformation durch eine Maximumssuche, d. h. Bestimmung der am häufigsten vorkommenden Transformationsparameter in den sechzehn verschiedenen Fällen, bestimmt.

Zum Schluss muss noch die Zuordnung der einzelnen korrespondierenden Geraden erfolgen, da bisher nur Geradenpaare einander zugeordnet wurden. Da jetzt

die vorläufigen Transformationsparameter vorliegen, kann man durch eine Prüfung, in welchen Fällen alle Transformationsparameter übereinstimmen, die Zuordnungen bestimmen. Diese Geradenzuordnungen werden gespeichert und die Informationen der Zuordnung gehen dann, wie die vorläufigen Transformationsparameter, in die anschließende Ausgleichungsrechnung als Startwerte mit ein.

### 4.3.5 Feinregistrierung durch Ausgleichungsrechnung auf Grundlage projektiver Geometrie

Wenn Näherungswerte für die Transformationsparameter einer räumlichen Transformation und Geradenzuordnungen aufgrund der Grobregistrierung vorliegen, kann in einem zweiten Schritt durch eine Ausgleichungsrechnung eine exakte Lösung der Registrierung geschätzt werden (siehe auch [Lichtenstein & Benning 2009]).

Die hier vorgestellte Ausgleichung beruht auf der Projektiven Geometrie, die sich für räumliche Geraden gut eignet, aber im Bereich des terrestrischen Laserscannings so noch nicht zum Einsatz gekommen ist.

Die Ausgleichung wird mithilfe des Gauß-Markov-Modells oder wie es auch häufig in der Geodäsie bezeichnet wird, durch die Kleinsten-Quadrat-Schätzung, realisiert. Obwohl das Gauß-Helmert-Modell angewendet werden müsste, da eine funktionale Beziehung derart vorliegt, dass in den Gleichungen mehrere Beobachtungen neben den Unbekannten vorhanden sind, wird hier bewusst auf das Gauß-Markov-Modell zurückgegriffen, da der Speicherbedarf so in Grenzen gehalten wird. Es gilt nach dem Gauß-Markov-Modell:

$$\Delta \mathbf{x} = (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{(-1)} \cdot \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{l} \quad (4.51)$$

$$\mathbf{x}_i = \mathbf{x}_{i-1} + \Delta \mathbf{x} \quad (4.52)$$

mit der Designmatrix  $\mathbf{A}$ , der Gewichtsmatrix  $\mathbf{P}$ , dem Beobachtungsvektor  $\mathbf{l}$  und dem Unbekanntenvektor  $\mathbf{x}$ .

Zur Registrierung wird folgendes funktionales Modell aus der Projektiven Geometrie zugrundegelegt. Diese Darstellung wird in [Förstner 2005] beschrieben.

Die Indizes geben das jeweilige Bezugssystem, also Laserscan 1 oder Laserscan 2, an, in dem die Koordinaten und Geraden liegen.

Die räumliche Bewegung soll durch eine explizite Darstellung der Transformation in Plückerkoordinaten dargestellt werden. Dazu kann man von der Zerlegung

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{T} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix} \quad (4.53)$$

mit  $\mathbf{R}$  als Rotation und  $\mathbf{T}$  als Translation und der ursprünglichen Definition

$$\mathbf{L}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_h \\ \mathbf{L}_0 \end{bmatrix}_1 = \begin{bmatrix} X_h \mathbf{Y}_0 - Y_h \mathbf{X}_0 \\ \mathbf{X}_0 \times \mathbf{Y}_0 \end{bmatrix}_1 \quad (4.54)$$

ausgehen (vgl. 3.4, Seite 20). Mit

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_2 &= \begin{bmatrix} \mathbf{X}_0 \\ X_h \end{bmatrix}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{R}\mathbf{X}_0 + \mathbf{T}X_h \\ X_h \end{bmatrix}_1, \\ \mathbf{Y}_2 &= \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_0 \\ Y_h \end{bmatrix}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{R}\mathbf{Y}_0 + \mathbf{T}Y_h \\ Y_h \end{bmatrix}_1 \end{aligned} \quad (4.55)$$

erhält man zunächst

$$\begin{bmatrix} \mathbf{L}_h \\ \mathbf{L}_0 \end{bmatrix}_2 = \begin{bmatrix} X_h(\mathbf{R}\mathbf{Y}_0 + \mathbf{T}Y_h) - Y_h(\mathbf{R}\mathbf{X}_0 + \mathbf{T}X_h) \\ (\mathbf{R}\mathbf{X}_0 + \mathbf{T}X_h) \times (\mathbf{R}\mathbf{Y}_0 + \mathbf{T}Y_h) \end{bmatrix}_1 \quad (4.56)$$

und daraus

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{L}_h \\ \mathbf{L}_0 \end{bmatrix}_2 &= \begin{bmatrix} \mathbf{R}(X_h \mathbf{Y}_0 - Y_h \mathbf{X}_0) \\ \mathbf{T} \times \mathbf{R}(X_h \mathbf{Y}_0 - Y_h \mathbf{X}_0) + \mathbf{R}(\mathbf{X}_0 \times \mathbf{Y}_0) \end{bmatrix}_1 \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{R}\mathbf{L}_h \\ \mathbf{T} \times (\mathbf{R}\mathbf{L}_h) + \mathbf{R}\mathbf{L}_0 \end{bmatrix}_1 \end{aligned} \quad (4.57)$$

Daher lautet die Bewegung von Geraden

$$\mathbf{L}_2 = \mathbf{H}_L \mathbf{L}_1 \quad (4.58)$$

mit der räumlichen Bewegungsmatrix  $\mathbf{H}_L$

$$\mathbf{H}_L = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{0} \\ \mathbf{S}(\mathbf{T})\mathbf{R} & \mathbf{R} \end{bmatrix}. \quad (4.59)$$

Die räumliche Bewegungsmatrix  $\mathbf{H}_L$  für Geraden ist eine  $6 \times 6$ -Matrix. Es gilt:

$$\mathbf{H}_L = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{0} \\ \mathbf{S}(\mathbf{T})\mathbf{R} & \mathbf{R} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} & 0 & 0 & 0 \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} & 0 & 0 & 0 \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} & 0 & 0 & 0 \\ tr_{11} & tr_{12} & tr_{13} & R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ tr_{21} & tr_{22} & tr_{23} & R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ tr_{31} & tr_{32} & tr_{33} & R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{bmatrix} \quad (4.60)$$

mit

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos(\phi)\cos(\kappa) & -\cos(\phi)\sin(\kappa) & \sin(\phi) \\ \cos(\omega)\sin(\kappa) + \sin(\omega)\sin(\phi)\cos(\kappa) & \cos(\omega)\cos(\kappa) - \sin(\omega)\sin(\phi)\sin(\kappa) & -\sin(\omega)\cos(\phi) \\ \sin(\omega)\sin(\kappa) - \cos(\omega)\sin(\phi)\cos(\kappa) & \sin(\omega)\cos(\kappa) + \cos(\omega)\sin(\phi)\sin(\kappa) & \cos(\omega)\cos(\phi) \end{bmatrix} \quad (4.61) \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} tr_{11} & tr_{12} & tr_{13} \\ tr_{21} & tr_{22} & tr_{23} \\ tr_{31} & tr_{32} & tr_{33} \end{bmatrix} \\
 = & \begin{bmatrix} 0 & -t_z & t_y \\ t_z & 0 & -t_x \\ -t_y & t_x & 0 \end{bmatrix} \\
 \cdot & \begin{bmatrix} \cos(\phi)\cos(\kappa) & -\cos(\phi)\sin(\kappa) & \sin(\phi) \\ \sin(\omega)\sin(\kappa) + \sin(\omega)\sin(\phi)\cos(\kappa) & \cos(\omega)\cos(\kappa) - \sin(\omega)\sin(\phi)\sin(\kappa) & -\sin(\omega)\cos(\phi) \\ \sin(\omega)\sin(\kappa) - \cos(\omega)\sin(\phi)\cos(\kappa) & \sin(\omega)\cos(\kappa) + \cos(\omega)\sin(\phi)\sin(\kappa) & \cos(\omega)\cos(\phi) \end{bmatrix}. \quad (4.62)
 \end{aligned}$$

Die schiefsymmetrische Matrix  $\mathbf{S}(\mathbf{T})$  kann verwendet werden, um das Kreuzprodukt als Matrixmultiplikation auszudrücken:

$$\mathbf{T} \times (\mathbf{R}\mathbf{L}_h) = \mathbf{S}(\mathbf{T}) \mathbf{R}\mathbf{L}_h. \quad (4.63)$$

So kann in vielen Fällen einfacher gerechnet werden.

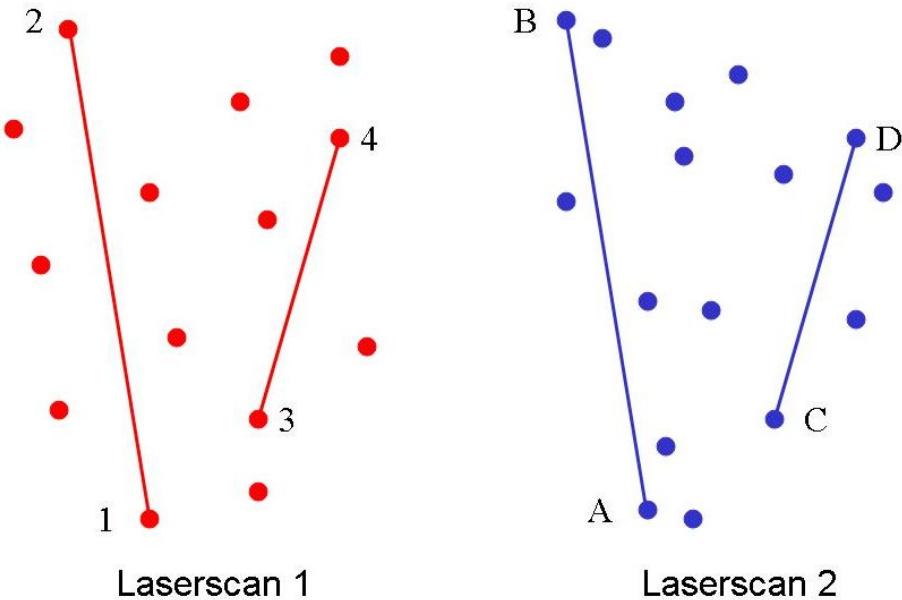


Abbildung 4.29: Registrierung terrestrischer Laserscans: Geraden 12 und 34 aus Laserscanposition 1 werden in Geraden AB und CD in Laserscanposition 2 transformiert.

In der Ausgleichungsrechnung wird ein funktionales Modell der Form

$$\mathbf{l} + \mathbf{v} = \mathbf{Ax} \rightarrow \mathbf{v} = \mathbf{Ax} - \mathbf{l} \quad (4.64)$$

aufgestellt, um es nach den unbekannten Parametern  $\mathbf{x}$  zu lösen.

Die Verbesserungsgleichung im funktionalen Modell lautet hier im Allgemeinen wie folgt:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{L}_h \\ \mathbf{L}_0 \end{bmatrix}_2 + \begin{bmatrix} \mathbf{v}_h \\ \mathbf{v}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{RL}_h \\ \mathbf{T} \times (\mathbf{RL}_h) + \mathbf{RL}_0 \end{bmatrix}_1 \quad (4.65)$$

bzw.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_h \\ \mathbf{v}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_h \\ \mathbf{L}_0 \end{bmatrix}_2 - \begin{bmatrix} \mathbf{RL}_h \\ \mathbf{T} \times (\mathbf{RL}_h) + \mathbf{RL}_0 \end{bmatrix}_1. \quad (4.66)$$

Will man dieses Modell zu sechs Gleichungen umformen, gilt

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \\ z_B - z_A \\ y_A z_B - z_A y_B \\ z_A x_B - x_A z_B \\ x_A y_B - y_A x_B \end{bmatrix}_2 - \begin{bmatrix} r_{11}(x_2 - x_1) + r_{12}(y_2 - y_1) + r_{13}(z_2 - z_1) \\ r_{21}(x_2 - x_1) + r_{22}(y_2 - y_1) + r_{13}(z_2 - z_1) \\ r_{31}(x_2 - x_1) + r_{32}(y_2 - y_1) + r_{33}(z_2 - z_1) \\ f_{4_1} \\ f_{5_1} \\ f_{6_1} \end{bmatrix}_1 \quad (4.67)$$

mit

$$\begin{aligned} f_{4_1} &= t_y(r_{31}(x_2 - x_1) + r_{32}(y_2 - y_1) + r_{33}(z_2 - z_1)) - t_z(r_{21}(x_2 - x_1) \\ &+ r_{22}(y_2 - y_1) + r_{23}(z_2 - z_1)) + r_{11}(y_1 z_2 - z_1 y_2) + r_{12}(z_1 x_2 - x_1 z_2) \\ &+ r_{13}(x_1 y_2 - y_1 x_2) \end{aligned} \quad (4.68)$$

$$\begin{aligned} f_{5_1} &= t_z(r_{11}(x_2 - x_1) + r_{12}(y_2 - y_1) + r_{13}(z_2 - z_1)) - t_x(r_{31}(x_2 - x_1) \\ &+ r_{32}(y_2 - y_1) + r_{33}(z_2 - z_1)) + r_{21}(y_1 z_2 - z_1 y_2) + r_{22}(z_1 x_2 - x_1 z_2) \\ &+ r_{23}(x_1 y_2 - y_1 x_2) \end{aligned} \quad (4.69)$$

$$\begin{aligned} f_{6_1} &= t_x(r_{21}(x_2 - x_1) + r_{22}(y_2 - y_1) + r_{23}(z_2 - z_1)) - t_y(r_{11}(x_2 - x_1) \\ &+ r_{12}(y_2 - y_1) + r_{13}(z_2 - z_1)) + r_{31}(y_1 z_2 - z_1 y_2) + r_{32}(z_1 x_2 - x_1 z_2) \\ &+ r_{33}(x_1 y_2 - y_1 x_2) \end{aligned} \quad (4.70)$$

Die Koordinaten werden mit den Indizes 1, 2 bzw.  $A, B$  beschrieben, je nachdem welche Punkte der Geraden sie in welchem Laserscan sind. In Abbildung 4.29 wird die Beschriftung verdeutlicht.

Ausführliche Darstellungen finden sich im Anhang (siehe Kapitel A).

Die Ausgleichung garantiert, dass auch Kantensegmente, die gegeneinander verschoben und unterschiedlich lang sind, aber die gleiche Gerade beschreiben, ineinander

transformiert werden können (siehe Abbildung 4.30). Dies liegt an den beiden Bedingungen

$$\langle \mathbf{L}, \mathbf{L} \rangle = \mathbf{L}^T D \mathbf{L} = 0 \quad \text{mit } \mathbf{D} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I}_3 \\ \mathbf{I}_3 & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad \text{bzw. } \mathbf{L}_h \cdot \mathbf{L}_0 = \mathbf{0} \quad (4.71)$$

und

$$\mathbf{L}_h^T \mathbf{L}_h = 1, \quad (4.72)$$

die für die Geraden im ersten und zweiten Laserscan in der Ausgleichung gelten, wenn sie in der Schreibweise der Plückerkoordinaten gebraucht werden. Die Geraden aus beiden Laserscans werden zunächst normiert ( $\mathbf{L}_h^T \mathbf{L}_h = 1$ ) und fließen dann in die Verbesserungsgleichungen im funktionalen Modell mit ein.

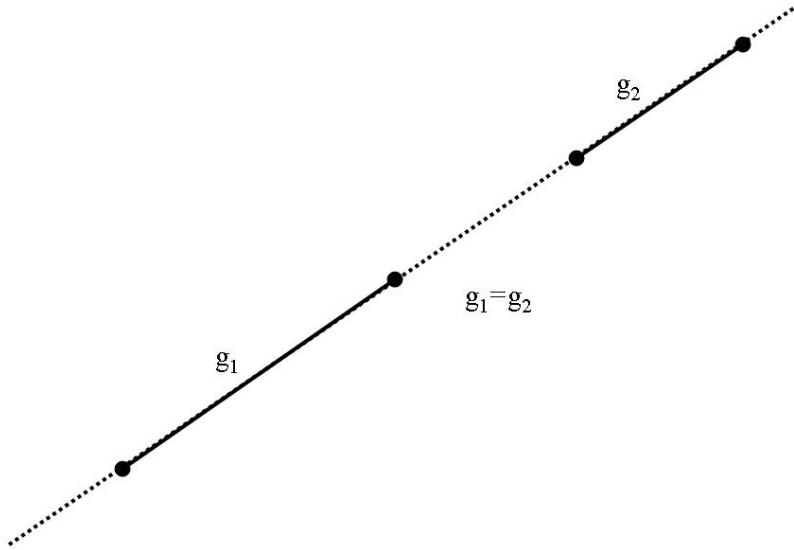


Abbildung 4.30: Betrachtung der Geraden als unendlich lange Elemente;  $g_1 = g_2$ , da sie die gleiche Gerade beschreiben

Die Designmatrix  $\mathbf{A}$  wird durch die partiellen Ableitungen nach den unbekannten Parametern aufgestellt, wobei die einzelnen Ableitungen im Anhang (siehe Kapitel A) zu finden sind.

Der hier vorgestellte Ausgleichungsansatz ist für alle Lagebeziehungen der Geraden zueinander anwendbar. Es spielt keine Rolle, ob die Geraden windschief zueinander sind, parallel, identisch oder sich schneiden. Dadurch ist der Ansatz universell anwendbar.

Es ist möglich, in mehreren Ausgleichungsschritten eine abschließende Lösung für die Transformationsparameter zu ermitteln.

### 4.3.6 Kritische Betrachtung des Registrierungsansatzes

#### Nachteile

Mit dem hier vorgestellten Ansatz können bislang nur Registrierungen von terrestrischen Laserscans berechnet werden, deren Objekte aus geraden Kanten und Linien bestehen. Diese Kanten müssen zuvor in einer Vorverarbeitung extrahiert werden. Dies erhöht die Rechenzeit. Liegen Modelle mit wenig geraden Kanten vor, sind andere Algorithmen wie der ICP-Algorithmus zu bevorzugen.

#### Vorteile

Der Ansatz realisiert eine Registrierung von terrestrischen Laserscans durch räumliche Geradenzuordnungen. Es müssen keine Passpunktmarken mehr vor Ort auf dem Objekt angebracht werden, welches Zeit einspart. Im Gegensatz zur Punktmenge beim standardmäßigen ICP-Algorithmus wird nur eine geringe Anzahl von Geraden benötigt, da die Punktfolge nach der Vorverarbeitung auf die wesentlichen Geraden reduziert wird. Die Speichermenge ist somit geringer. Dadurch erhöht sich auch die Schnelligkeit des Algorithmus. Eine automatische Registrierung über Geraden führt zu einer robusten Registrierung, da die Zuordnung auf den charakteristischen Merkmalen eines Objektes beruht. Unwichtigeren Punkten wird nicht mehr wie beim punktgestützten ICP-Algorithmus ein solcher Stellenwert zugewiesen, der zu fehlerhaften Zuordnungen führen kann.

### 4.3.7 Anwendungsbeispiel 1

Es sind die Aufnahmen einer Industrieanlage von zwei verschiedenen Standpunkten gegeben, wie es auch in [Lichtenstein & Benning 2010 (a)] und [Lichtenstein & Benning 2010 (b)] beschrieben worden ist.

Die Daten des vorliegenden Beispiels wurden mit einem Riegl-Scanner LMS-Z420i mit aufgesetzter Kamera Nikon D70 (siehe [Riegl 2010]) aufgenommen.

Das Aufkleben von Passpunktmarken kann entfallen, was bei einer solchen Industrieanlage eine erhebliche Arbeitserleichterung darstellt. Zudem könnte aufgrund der abgegebenen Wärme durch die Rohre der Kleber der Passpunktmarken schmelzen, so dass diese abfallen könnten.

Eine Industrieanlage besteht in der Regel aus wenigen geraden Kanten, sondern aus Rohren (Zylindern). Zylinder können redundanzfrei durch sieben Parameter, also durch die 3D-Achse und den Radius, beschrieben werden, wie es in [Bringmann 2002] dargestellt ist. Durch Schätzung von Zylindern aus der Punktewolke als Annäherung an die realen Rohre ist es möglich, die Zylinderachsen anzugeben. Eine solche Funktion ist in vielen Softwaresystemen, wie zum Beispiel im Softwaresystem PHIDIAS ([Phocad 2010]), als Funktion vorhanden und in [Becker 2005] beschrieben worden. Die Zylinderachsen können für den vorgestellten Registrierungsansatz als gerade Linien verwendet werden, wie in Abbildung 4.31 zu sehen ist. Alle verwendeten Raumgeraden für den Laserscannerstandpunkt 1 und Laserscannerstandpunkt 2 sind in Abbildung 4.32 dargestellt.

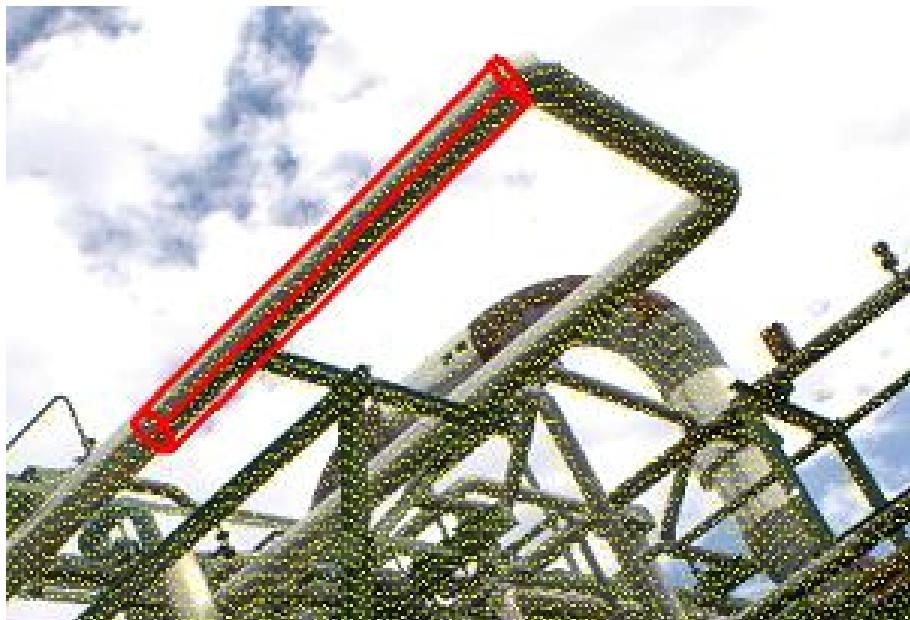


Abbildung 4.31: Verwendung der Zylinderachsen als Raumgeraden

In dem vorliegenden Anwendungsbeispiel liegen drei Geraden im ersten und drei Geraden im zweiten Scan vor. Die Geradenstücke müssen sich im ersten und zweiten Scan nicht entsprechen. Sie repräsentieren lediglich dieselben Geraden. Dieses Beispiel ist jedoch als Spezialfall anzusehen, da alle Geraden senkrecht zueinander liegen.

Das Ergebnis der Registrierung zeigt Abbildung 4.33. Dargestellt sind die Geraden aus Laserscan 1, die mit den berechneten Transformationsparametern in den Laserscan 2 transformiert worden sind.



Abbildung 4.32: Geradengestützte Registrierung terrestrischer Laserscans über Zylinderachsen

Das Ergebnis der Grobregistrierung, welches die Startwerte für die anschließende Ausgleichungsrechnung sind, ist in diesem Fall bereits sehr genau. Die Ergebnisse für die Rotationswinkel  $\omega, \phi$  und  $\kappa$  in [rad] entsprechen in der zweiten Nachkommastelle dem Ergebnis. Die Translationswerte  $t_x, t_y$  und  $t_z$ , die in [m] angegeben sind, sind bis auf die erste Nachkommastelle exakt.

Das Ergebnis der Ausgleichung durch das Gauß-Markov-Modell ist nach der fünften Iteration bei einem Konvergenzkriterium für  $\Delta\mathbf{x} = 1 \cdot 10^{-14}$  erreicht. Die Standardabweichung der Gewichtseinheit kann mit  $s_0 = \sqrt{\frac{\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v}}{n-u}} = 0,003$  [-] angegeben werden. Die Standardabweichungen der geschätzten Rotationswinkel  $s_\omega = s_\phi = s_\kappa$  liegen unter 0,0285 [gon], die der Translationen  $s_{t_x} = s_{t_y} = s_{t_z}$  unter 0,004 [m] (siehe auch Tabelle 4.1).

Wendet man das Data snooping nach dem Verfahren von Baarda ([Baarda 1968]) an (vergleiche Kapitel 3.3), sind alle Prüfgrößen, die den normierten Verbesserungen entsprechen, kleiner 0,65. Diese sind kleiner als das Quantil  $z_{0,975} = 1,96$ , so dass sich bei diesen Werten kein signifikanter Ausreißer nachweisen lässt.

Führt man einen Vergleich der ursprünglichen Geraden aus dem zweiten Laserscan mit den neu hineintransformierten Geraden aus dem ersten Laserscan durch (siehe

Gemittelte Standardabweichung der geschätzten Rotationswinkel in [gon]	Gemittelte Standardabweichung der geschätzten Translationen in [m]
0,0218	0,003
Maximaler Winkel korrespondierender Geraden in [gon]	Maximalwert der kleinsten Abstände korrespondierender Geraden in [m]
0,7341	0,002

Tabelle 4.1: Genauigkeit des Registrierungsergebnisses am Beispiel einer Industrieanlage

Abbildung 4.34), liegen die minimalen Abstände der korrespondierenden Geraden unter 2 [mm]. Der maximale Winkel zwischen den korrespondierenden Geraden beträgt 0,7341 [gon].

Vergleicht man die Registrierungsergebnisse, d.h. die geschätzten Rotationswinkel und Translationsbeträge, nach der hier vorgestellten geradengestützten Registrierung mit der Registrierung über Passpunktmarken, die bei diesem und folgenden Projekten auch durchgeführt worden ist, kann man folgende Ergebnisse (siehe auch Tabelle 4.2) darstellen:

Geschätzte Transformationsparameter	Registrierung über Geraden in [gon] und [m]	Registrierung über Passpunktmarken in [gon] und [m]	Differenz (Vergleich) in [gon] und [m]	Abweichungen Mittelwerte in [gon] und [m]
$\omega$	-18,0479	-18,1904	-0,1425	0,0545
$\phi$	-0,6359	-0,6346	0,0012	
$\kappa$	38,7007	38,7205	0,0198	
$t_x$	3,846	3,847	0,002	0,008
$t_y$	-5,567	-5,566	0,001	
$t_z$	1,718	1,738	0,020	

Tabelle 4.2: Beispiel einer Industrieanlage: Vergleich der berechneten Transformationsparameter mit der punktgestützten Registrierung über Passpunktmarken

Die Passpunktmarkenregistrierung kann hier mit keiner bestimmten Genauigkeit angegeben werden. Die Genauigkeit der Passpunktmarkenregistrierung ist von vielen unterschiedlichen Faktoren abhängig, wie z.B. der Verteilung der Passpunktmarken, der Entfernung, des verwendeten Laserscanners, der verwendeten Software usw.. Dies wird u.a. anschaulich in [Neitzel et al. 2010] beschrieben.

Die Bestimmung der Transformationsparameter aus der Passpunktmarkenmessung



Abbildung 4.33: Ergebnis der Registrierung: Die roten Geraden aus Scan 1 werden mittels der geschätzten räumlichen Bewegung in Scan 2 transformiert.



Abbildung 4.34: Vergleich der Geraden aus Laserscan 2 (Links) mit den transformierten Geraden aus Laserscan 1 in Laserscan 2 (Rechts)

wurde bereits in Kapitel 4.3.1 erläutert und soll hier und in den weiteren Beispielen zum Vergleich der Ergebnisse verwendet werden.

Die Rotationswinkel der geradengestützten Registrierung weichen im Mittel um 0,0545 [gon] von der Passpunktmarkenregistrierung, die Translationen im Mittel um 0,008 [m] ab. Diese Abweichungen der Registrierungsparameter können akzeptiert werden, da sie im Rahmen der Genauigkeitsangaben liegen und unterstreichen die Verwendbarkeit des hier vorgestellten Registrierungsansatzes.

### 4.3.8 Anwendungsbeispiel 2

Bei einer Industrieanlage können nicht nur Zylinderachsen als räumliche Geraden verwendet werden. Es können auch räumliche Geraden direkt aus der Laserscannerpunktewolke durch den Schnitt zweier Flächen, die bestmöglich in der Punktewolke geschätzt worden sind, bestimmt werden.

Beim vorliegenden Projekt (siehe auch [Lichtenstein & Benning 2010 (a)] und [Lichtenstein & Benning 2010 (b)]) wurde auch mit einem Riegl-Scanner LMS-Z420i mit aufgesetzter Kamera Nikon D100 (siehe [Riegl 2010]) gemessen.

Abbildung 4.35 zeigt die räumlichen Geraden, die als Schnitt zweier Flächen oder als Zylinderachse aus der Punktewolke gewonnen wurden. Die roten Geraden aus Laserscan 1 sollen in die blauen Geraden in Laserscan 2 transformiert werden.

Das Ergebnis der Registrierung ist in Abbildung 4.36 dargestellt.

Die Ergebnisse der Grobregistrierung für die Rotationswinkel  $\omega, \phi$  und  $\kappa$  in [rad] und der Translationswerte  $t_x, t_y$  und  $t_z$  in [m] sind bereits auf die erste Nachkommastelle genau.

Das Ergebnis der Ausgleichung wird nach der sechsten Iteration bei einem Konvergenzkriterium für  $\Delta\mathbf{x} = 1 \cdot 10^{-14}$  erreicht. Die Standardabweichung der Gewichtseinheit beträgt  $s_0 = \sqrt{\frac{\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v}}{n-u}} = 0,018$  [-].

Die Standardabweichungen der geschätzten Rotationswinkel betragen höchstens 0,0445 [gon], die Standardabweichungen der geschätzten Translationen maximal 0,009 [m] (siehe auch Tabelle 4.3).

Wendet man auch hier das Data snooping nach dem Verfahren von Baarda an, sind bis auf wenige Ausreißer alle Prüfgrößen kleiner 1,94. Sie können mit einem Quantilwert von  $z_{0,975} = 1,96$  bestätigt werden. Die wenigen Ausreißer werden als solche deklariert.

Führt man auch an diesem Beispiel einen Vergleich der ursprünglichen Geraden aus dem zweiten Laserscan mit den neu transformierten Geraden nach der Ausgleichung durch (siehe Abbildung 4.37), unterscheiden sie sich um maximal 10 [mm]. Der ma-



Abbildung 4.35: Geraden im ersten und zweiten Laserscan, die für den vorgestellten Registrierungsansatz benötigt werden.

Gemittelte Standardabweichung der geschätzten Rotationswinkel in [gon]	Gemittelte Standardabweichung der geschätzten Translationen in [m]
0,0386	0,008
Maximaler Winkel korrespondierender Geraden in [gon]	Maximalwert der kleinsten Abstände korrespondierender Geraden in [m]
0,2298	-0,010

Tabelle 4.3: Genauigkeit des Registrierungsergebnisses am Beispiel einer zweiten Industrieanlage

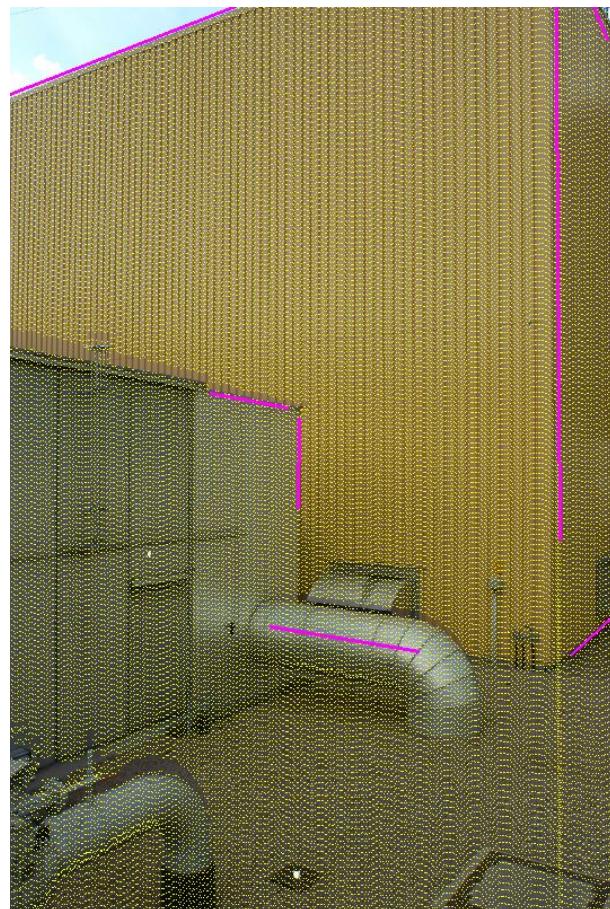


Abbildung 4.36: Ergebnis der Registrierung: Die roten Geraden aus Scan 1 werden mittels der geschätzten räumlichen Bewegung in Scan 2 transformiert.



Abbildung 4.37: Vergleich der Geraden aus Laserscan 2 (Links) mit den transformierten Geraden aus Laserscan 1 in Laserscan 2 (Rechts)

ximale Winkel zwischen den korrespondierenden Geraden beträgt 0,2298 [gon].

Die Flächen, die zuvor in der Punktfolge bestmöglich geschätzt worden sind, und die modellierten Zylinder werden meist bei der späteren Auswertung, zum Beispiel zur Modellierung eines 3D-Modells, noch benötigt. Die Modellierungen können effektiv in mehreren Auswerteschritten eingesetzt werden.

Vergleicht man die Registrierungsergebnisse mit der Passpunktmarkenregistrierung, kann man die Ergebnisse aus Tabelle 4.4 heranziehen.

Geschätzte Transformationsparameter	Registrierung über Geraden in [gon] und [m]	Registrierung über Passpunktmarken in [gon] und [m]	Differenz (Vergleich) in [gon] und [m]	Abweichungen Mittelwerte in [gon] und [m]
$\omega$	0,1686	0,5246	0,3560	0,2376
$\phi$	0,2932	0,6096	0,3164	
$\kappa$	-48,4440	-48,4035	0,0404	
$t_x$	-1,374	-1,374	0,000	0,012
$t_y$	-9,525	-9,515	0,010	
$t_z$	-0,037	-0,063	-0,026	

Tabelle 4.4: Beispiel einer zweiten Industrieanlage: Vergleich der berechneten Transformationsparameter mit der punktgestützten Registrierung über Passpunktmarken

Die Rotationswinkel der geradengestützten Registrierung weichen im Mittel um 0,2376 [gon], die Translationen im Mittel um weniger als 1,2 [cm] von der Passpunktmarkenregistrierung ab. Diese Abweichungen zwischen der punkt- und geradengestützten Registrierung sprechen für den vorgestellten Registrierungsansatzes.



## 5 Registrierung von Punktwolken unter Verwendung von Bild- und Scannerdaten

In der Praxis hat sich gezeigt, dass es sinnvoll ist, die Auswertung von terrestrischen Laserscannerdaten mit photogrammetrischen Aufnahmen zu kombinieren. Wie bereits [Becker 2005] in seiner Arbeit ausführt, kann dies bei großräumigen und detaillierten Erfassungen erfolgen. So können die Vorteile beider Verfahren, die auch in Tabelle 5.1 gegenüber gestellt werden, besser genutzt werden.

Photogrammetrische Aufnahme	Terrestrisches Laserscanning
<ul style="list-style-type: none"><li>- höhere Auflösung orthogonal zur Aufnahmerichtung</li><li>- schnellere Aufnahmegereschwindigkeit, da parallel erfassende Aufnahme</li><li>- Grauwert- und Farbwertstufen als detaillierte Informationen; lediglich Intensitätsmessungen beim Laserscanning</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>- bessere Entfernungsmessung im Vergleich zur photogrammetrischen Entfernungsbestimmung durch Strahlenschnitt; besonders auf unstrukturierten, farbgleichen Oberflächen</li><li>- dreidimensionale Punktbestimmung bereits durch Aufnahme an nur einem Standpunkt möglich</li></ul>

Tabelle 5.1: Vergleich der Auswerteverfahren von photogrammetrischen Aufnahmen und terrestrischen Laserscannerdaten

Auch bei der Registrierung von Punktwolken ist es sinnvoll, beide Verfahren, das terrestrische Laserscanning und die photogrammetrischen Aufnahmen, zu kombinieren, um die Vorteile beider Verfahren auszunutzen.

So können durch den vorgestellten geradengestützten Registrierungsansatz die Geraden von Gebäudekanten direkt aus den Scannerdaten extrahiert werden und Kanten im Mauerwerk oder Fensterkanten und dergleichen aus dem Bild detektiert werden

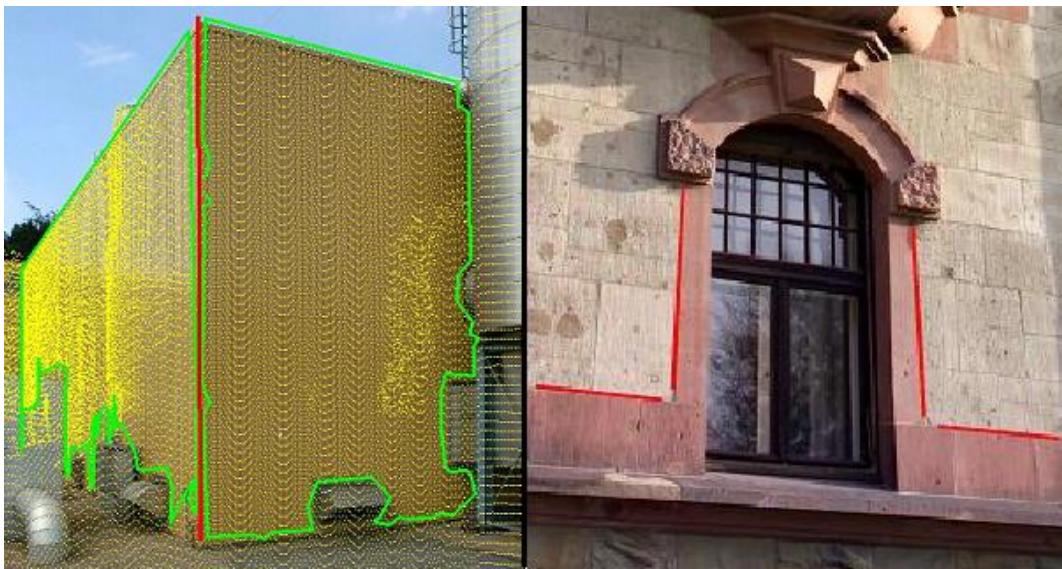


Abbildung 5.1: Links: Geraden, die besser aus der Punktfolge extrahiert werden  
(Quelle: [Becker 2005]), Rechts: Geraden, die nur aus dem Bild detektiert werden können.

(siehe Abbildung 5.1). Die Häuserkanten können direkt aus der Laserscannerpunktfolge durch den Schnitt zweier Flächen, die bestmöglich in die Punktfolgen gelegt worden sind, berechnet werden. Die Fensterkanten können besser im Bild detektiert und über eine projizierende Ebene in den Raum transformiert werden. Die Projektion der Bildgeraden in den Raum ist in Abbildung 4.16 (Seite 42) dargestellt worden. Dann liegen räumliche Kanten vor, die teils direkt aus der Scannerpunktfolge extrahiert oder aus dem Bild detektiert und in die Scannerpunktfolge transformiert wurden. Diese fließen in den vorgestellten Registrierungsansatz als Ausgangsdaten ein. Es können teilweise mehr und auch genauere Kanten verwendet werden, da dieser Ansatz die Vorteile beider Auswerteverfahren effektiv kombiniert.

Beispiele des bild- und scannergestützten Registrierungsansatzes für Punktfolgen werden im Folgenden vorgestellt.

## 5.1 Anwendungsbeispiel 1

Ein Haus ist von zwei verschiedenen Standpunkten mit einem hybriden Messsystem, einem Riegl-Scanner LMS-Z420i mit aufgesetzter Kamera Nikon D100 (siehe [Riegl 2010]), aufgenommen worden. Ein solches Messsystem zeichnet sich dadurch aus, dass es bereits kalibriert ist. Die kalibrierte Kopplung der Kamera mit dem Scanner bedeutet, dass die Orientierung der photogrammetrischen Aufnahmen der Orientierung der Punktfolgen entspricht. Dies ist Voraussetzung für die hier vorge-

stellte, kombinierte Registrierung der Punktwolken mithilfe von Scan- und Bilddaten.

Abbildung 5.2 zeigt die beiden Punktwolken vom ersten und zweiten Standpunkt, die zur besseren Veranschaulichung durch Überlagerung der Bild- mit den Scannerdaten dargestellt worden sind. Es sind die zur Registrierung verwendeten räumlichen Geraden angegeben. Die roten Geraden in Abbildung 5.2 in der ersten Scanposition stellen die aus der Punktwolke extrahierten Kantenelemente dar, die orangefarbenen die aus dem Bild detektierten. Auf dem zweiten Standpunkt wurden die blauen Kantenelemente aus der Punktwolke gewonnen; die hellblauen Geraden wurden aus der zweiten photogrammetrischen Aufnahme detektiert. Es wird eine geradengestützte Registrierung auf Grundlage von Bild- und Scannerdaten, wie in Kapitel 4.3.4 und 4.3.5 beschrieben, durchgeführt.



Abbildung 5.2: Räumliche Geraden im ersten (Links) und zweiten Scannerstandpunkt (Rechts), die zur Registrierung der Punktwolken verwendet werden.

Das Ergebnis des Registrierungsansatzes ist in Abbildung 5.3 dargestellt. Die Gera-

## 825 Registrierung von Punktwolken unter Verwendung von Bild- und Scannerdaten

den des ersten Standpunktes sind mit den geschätzten Transformationsparametern in den zweiten Standpunkt transformiert worden.



Abbildung 5.3: Ergebnis des geradengestützten Registrierungsansatzes, der sowohl auf Bild- als auch Scannerdaten beruht.

Die Grobregistrierung unterscheidet sich vom Endergebnis der Feinregistrierung bei den Rotationswinkeln erst ab der dritten Nachkommastelle in [rad], bei der Translation in der zweiten Nachkommastelle. Die Registrierung wurde mit 48 Geraden gerechnet. Davon wurden 20 Geraden aus der Bildverarbeitung und vier Geraden aus der direkten Extraktion aus der Punktwolke im ersten Standpunkt ermittelt. 20 Geraden wurden aus dem Bild und vier Geraden aus der Punktwolke im zweiten Standpunkt gewonnen (siehe Tabelle 5.2).

Bei der Feinregistrierung wurde das Endergebnis in sechs Iterationsschritten bei einem Konvergenzkriterium von  $\Delta \mathbf{x} = 1 \cdot 10^{-14}$  erzielt.

Die Standardabweichung der Gewichtseinheit beträgt 0,062 [-]. Die Standardabweichungen der geschätzten Rotationswinkel betragen maximal 0,1085 [gon], die Standardabweichungen der geschätzten Translationen maximal 0,030 [m] (siehe auch Abbildung 5.2).

Gemittelte Standardabweichung der geschätzten Rotationswinkel in [gon]	Gemittelte Standardabweichung der geschätzten Translationen in [m]
0,0798	0,027
Maximaler Winkel korrespondierender Geraden in [gon]	Maximalwert der kleinsten Abstände korrespondierender Geraden in [m]
0,2511	0,031

Tabelle 5.2: Genauigkeit des Registrierungsergebnisses am Beispiel eines Hauses

Wendet man das Data snooping nach dem Verfahren von Baarda an, sind alle Prüfgrößen bis auf wenige Ausnahmen kleiner dem Quantilwert  $z_{0,975} = 1,96$ . Die größeren werden deshalb als Ausreißer deklariert.

Führt man auch bei diesem Beispiel einen Vergleich der Geraden des zweiten Laserscans vor und nach der Berechnung der Transformationsparameter durch, unterscheiden sich die Geraden im kürzesten Abstand um bis zu 0,031 [m]. Der maximale Winkel zwischen den korrespondierenden Geraden beträgt 0,2511 [gon].

Die räumliche Lage der transformierten Geraden wird aus Abbildung 5.4 deutlich. Die Geraden sind aus verschiedenen Perspektiven in der Punktwolke dargestellt.

Auch hier ist ein Vergleich mit einer Passpunktmarkenregistrierung möglich, der in Tabelle 5.3 dargestellt ist.

Die Rotationswinkel der geradengestützten Registrierung weichen im Mittel um 0,7850 [gon], die Translationen im Mittel um 0,174 [m] von der Passpunktmarkenregistrierung ab. Diese Abweichungen sind bezüglich der Translationswerte relativ groß. Die Geraden liegen in diesem Beispiel fast alle ausschließlich in einer Ebene, was keine gute Voraussetzung für eine robuste Lösung ist (siehe Abbildung 5.4). Das richtige Registrierungsergebnis wird aber mit diesem Ansatz berechnet, was in Abbildung 5.3 zu sehen ist. Allerdings handelt es sich um keine sehr stabile Lösung, da bereits kleine Unsicherheiten in der Lage der Geraden zu großen Abweichungen in den Winkeln und besonders in den Abständen der Geraden führen können.

Voraussetzung für ein zuverlässiges Ergebnis ist eine gute Kalibrierung vom Laser-scanner und der aufmontierten Kamera. Dies ist, wie eingangs erwähnt, eine Voraussetzung für den hier vorgestellten Registrierungsansatz, der auf der Verwendung von

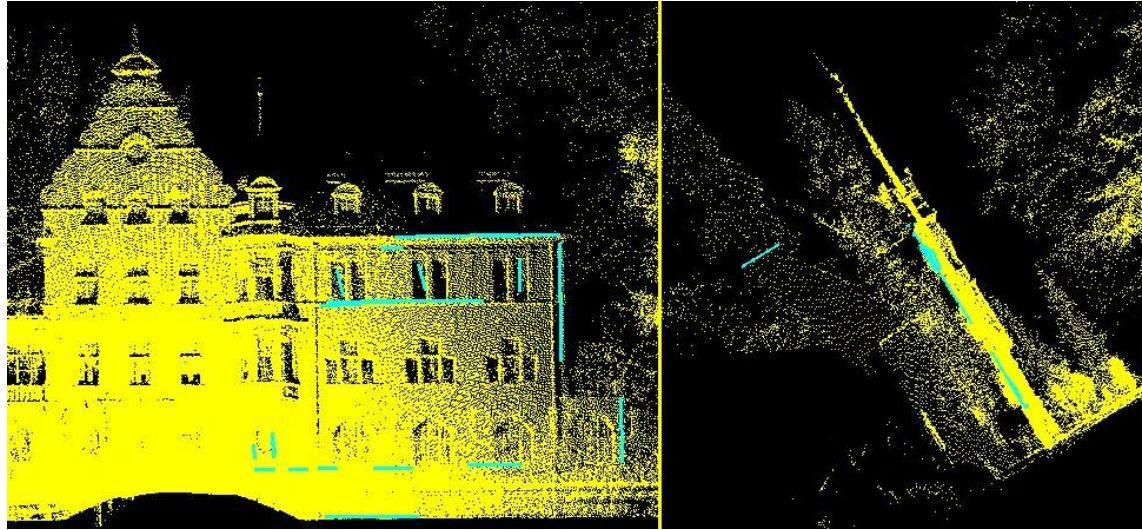


Abbildung 5.4: Darstellung der Punktwolke mit den transformierten Geraden aus zwei verschiedenen Ansichten, Links: von vorne, Rechts: seitlich

Geschätzte Transformationsparameter	Registrierung über Geraden in [gon] und [m]	Registrierung über Passpunktmarken in [gon] und [m]	Differenz (Vergleich) in [gon] und [m]	Abweichungen Mittelwerte in [gon] und [m]
$\omega$	-0,0593	-0,1886	-0,1292	0,7850
$\phi$	-34,6895	-33,5091	1,1804	
$\kappa$	-1,0015	0,0438	1,0453	
$t_x$	-0,327	-0,077	0,250	0,174
$t_y$	-0,253	0,001	0,254	
$t_z$	0,003	-0,022	-0,019	

Tabelle 5.3: Beispiel eines Hauses: Vergleich der berechneten Transformationsparameter mit der punktgestützten Registrierung über Passpunktmarken

Bild- und Scannerdaten beruht. Ungenauigkeiten im Registrierungsergebnis können ggf. durch eine schlechte Kalibrierung des Systems hervorgerufen werden, weshalb auf eine gute Kalibrierung des Systems zu achten ist.

## 5.2 Anwendungsbeispiel 2

Dieses Beispiel (Abbildung 5.5) zeigt eine Brücke, die in Zusammenarbeit mit der Firma Riegl mit ihrem Messsystem, dem Scanner LMS-Z420i mit aufgesetzter Kamera Nikon D100 (siehe [Riegl 2010]), aufgenommen worden ist. Wie beim Beispiel zuvor liegt ein kalibriertes Messsystem vor, bei dem die Kamera fest mit dem Laser-scanner verbunden ist. Dies ist Voraussetzung für die kombinierte Registrierung der Punktwolken mithilfe von Scan- und Bilddaten.

Dieses Beispiel zeigt die Vorteile, wenn ein Registrierungsansatz auf Bild- und Scannerdaten aufbaut.



Abbildung 5.5: Räumliche Geraden im ersten und zweiten Laserscan, die für den Registrierungsansatz verwendet werden

## 865 Registrierung von Punktwolken unter Verwendung von Bild- und Scannerdaten

Die zusätzliche Verwendung von Bildgeraden ist in diesem Fall wichtig, da durch eine reine Punktwolkenauswertung nur wenige Geraden gefunden werden. Durch die Bildverarbeitung können auch solche Kanten der Brücke zur Auswertung hinzugenommen werden, die durch die reine Laserscannerdatenauswertung nicht gewonnen werden können. Einige Flächen in der Punktfolke haben zu wenige Punkte, um durch Schnittbildung eine Kante zu extrahieren. Diese Geraden können aber gut im Bild erkannt werden.

Auf der anderen Seite ist es in diesem Beispiel auch wichtig, Geraden aus der Punktfolke direkt zu extrahieren. Dies gilt besonders für die Zylinderachsen der Brückenpfeiler, da damit nicht nur Geraden in einer Raumrichtung vorliegen.

Die grünen bzw. hellblauen Linien sind die Geraden, die durch vorherige Bildverarbeitung gewonnen wurden. Die roten bzw. dunkelblauen Geraden wurden direkt aus der Punktfolke mittels vorheriger Zylinderausgleichung berechnet.

Das Registrierungsergebnis ist in Abbildung 5.6 dargestellt. Hier wurden die Geraden aus dem ersten Laserscan in den zweiten Laserscan mit den zuvor berechneten Transformationsparametern transformiert und graphisch dargestellt.

Zwei Geraden wurden fehlerhaft transformiert. Die eine augenscheinlich fehlerhafte Gerade ist durch Schattenwurf im ersten Laserscan entstanden. Diese kann somit nicht im zweiten Laserscan zugeordnet werden. Die zweite fehlerhafte Gerade wurde durch eine falsche Projektion der Geraden in den Raum verursacht. Beim Schnitt der Punktfolke mit der projizierenden Ebene wurde fälschlicherweise nicht die Säule der Brücke, sondern die dahinter schräg liegende Fläche verschritten.

Das Registrierungsergebnis kann mit den Genauigkeitsangaben aus Tabelle 5.4 beschrieben werden.

Gemittelte Standardabweichung der geschätzten Rotationswinkel in [gon]	Gemittelte Standardabweichung der geschätzten Translationen in [m]
0,3523	0,101
Maximaler Winkel korrespondierender Geraden in [gon]	Maximalwert der kleinsten Abstände korrespondierender Geraden in [m]
0,3567	0,292

Tabelle 5.4: Genauigkeit des Registrierungsergebnisses am Beispiel einer Brücke

Das Endergebnis der Schätzung der Transformationsparameter wird im sechsten Iterationsschritt der Ausgleichsrechnung mit einem Konvergenzkriterium von



Abbildung 5.6: Ergebnis der Registrierung. Dargestellt sind die Geraden aus dem ersten Laserscan, die mit den berechneten Transformationsparametern aus der Registrierung in den zweiten Laserscan transformiert worden sind.

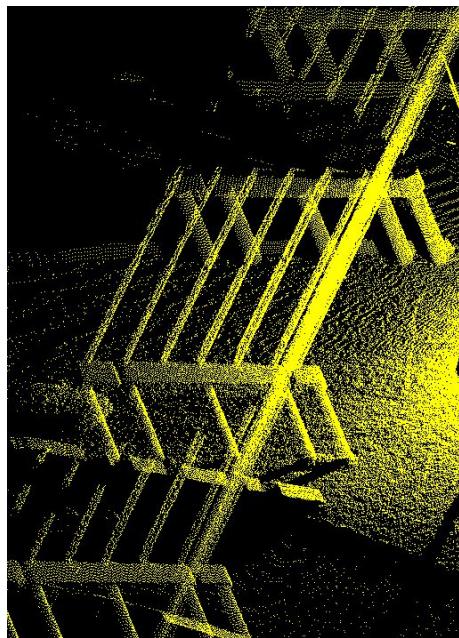


Abbildung 5.7: Die Punktfolge der Brücke zeigt die Symmetrie dieser Brücke auf.

$\Delta \mathbf{x} = 1 \cdot 10^{-14}$  erreicht. Die Standardabweichung der Gewichtseinheit beträgt  $s_0 = 0,323 [-]$ . Die Standardabweichungen der geschätzten Rotationswinkel liegen unter  $0,4856 [\text{gon}]$ , die der geschätzten Translationen unter  $0,150 [\text{m}]$ .

Die normierten Verbesserungen sind teilweise sehr groß. Nach dem Data snooping nach Baarda werden mehrere signifikante Ausreißer deklariert.

Berechnet man die Winkel zwischen den korrespondierenden Geraden, sind diese Winkel alle kleiner als  $0,3567 [\text{gon}]$ . Die minimalen Abstände der zugeordneten Geraden betragen höchstens  $0,292 [\text{m}]$  (Maximalwert). Es ist bei diesem Ansatz aufgrund der unterschiedlichen Geradenvorgaben in beiden Scans davon auszugehen, dass einige Geraden fehlerhaft einander zugeordnet worden sind, da sich die Einträge in der Korrespondenzmatrix zur Zuordnung wenig unterscheiden. Hierdurch wird die Robustheit des Verfahrens unterstrichen.

Bei diesem Beispiel ist es aufgrund des symmetrischen Aufbaus der Brücke schwierig, die Punktfolgen zu orientieren (siehe Abbildung 5.7). Dennoch führt der Ansatz zu brauchbaren Ergebnissen.

Ein Vergleich mit einer Passpunktmarkenregistrierung ermöglicht folgende Ergebnisse, die in Tabelle 5.5 dargestellt sind.

Die Rotationswinkel weichen im Mittel um  $0,1378 [\text{gon}]$ , die Translationen im Mittel

Geschätzte Transformationsparameter	Registrierung über Geraden in [gon] und [m]	Registrierung über Passpunktmarken in [gon] und [m]	Differenz (Vergleich) in [gon] und [m]	Abweichungen Mittelwerte in [gon] und [m]
$\omega$	-1,7142	-1,5091	0,2050	0,1378
$\phi$	-11,3674	-11,2110	0,1563	
$\kappa$	11,2799	11,3319	0,0520	
$t_x$	1,017	0,845	-0,172	0,229
$t_y$	21,583	21,598	0,015	
$t_z$	2,838	2,339	-0,499	

Tabelle 5.5: Beispiel einer Brücke: Vergleich der berechneten Transformationsparameter mit der punktgestützten Registrierung über Passpunktmarken

um 23 [cm] von der Passpunktmarkenregistrierung ab. Die Translationsabweichungen sind wiederum relativ groß.

Für Beispiele, wie diese, bei denen fast alle Geraden (bis auf zwei) ausschließlich in einer Richtung verlaufen, sind fehlerhafte Zuordnungen der Geraden nicht auszuschließen. Da das Objekt auch sehr symmetrisch ist, können weitere Fehler durch die Liniengeometrie bedingt sein. Obwohl eine richtige Orientierung erreicht wird, allerdings nicht in der angestrebten Genauigkeit, sind in diesem Fall ggf. andere Registrierungsverfahren als das hier vorgestellte zu bevorzugen, da sie ein stabileres Ergebnis liefern können.



## 6 Diskussion des Ansatzes

Der hier vorgestellte Ansatz über Scan- und Bilddaten ist eine Alternative zu den bekannten Standardverfahren zur Registrierung von Punktwolken. Er nutzt die Vorteile von Bild- und Scannerdaten aus, um die Nachteile des jeweils anderen Verfahrens zu kompensieren.

Das aus Bild- und Scannerdaten kombinierte Registrierungsverfahren hat folgende Vor- und Nachteile.

Nachteilig sind:

1. Räumliche Geraden müssen durch vorherige Extraktion aus der Punktfolge bzw. Detektion im Bild und Transformation in die Punktfolge bestimmt werden.
2. Die Rechenzeit der Registrierung steigt durch die Vorverarbeitung.
3. Es dürfen nicht ausschließlich parallele Geraden im Raum vorliegen. Der Registrierungsansatz kann die Translation der Geraden dann nicht eindeutig berechnen, da sie in Geradenrichtung beliebig verschoben werden können.

Für diesen Registrierungsansatz sprechen folgende Gesichtspunkte:

1. Mehrere räumliche Geraden beschreiben die Lage eines Objektes meist schon eindeutig.
2. Der Speicheraufwand ist gering, da nur die räumlichen Geraden und nicht die gesamte Punktfolge verarbeitet werden müssen.
3. Zylindermodellierungen und Modellierung von anderen räumlichen Kanten werden zur späteren 3D-Modellierung eines Objektes noch benötigt, so dass der Ansatz Ergebnisse effektiv mehrfach verwendet.
4. Durch Zylindermodellierungen können mehr Geraden gewonnen werden, die dadurch das Verfahren stabiler machen.
5. Zylindermodellierungen und Modellierungen von räumlichen Geraden aus dem Schnitt zweier Flächen werden in vielen photogrammetrischen Softwareprogrammen benutzt, so dass der vorgestellte Registrierungsansatz allgemein integrierbar ist.

6. Es werden weitestgehend keine Passpunktmarken mehr benötigt, so dass Zeit- aufwand und Kosten bei der terrestrischen Datenerfassung erheblich eingespart werden können.
7. Für viele Beispiele bietet sich ein auf Bild- und Scannerdaten gestütztes Registrierungsverfahren besonders an, da die Informationen allein aus der Punktwolke oft nicht ausreichen, um eine erfolgreiche Registrierung rechnen zu können.

Der Ansatz ist daher eine Alternative zu anderen Registrierungsansätzen.

# 7 Zusammenfassung

In dieser Arbeit wird eine strukturbasierte Registrierung von Punktwolken unter Verwendung von Bild- und Laserscannerdaten beschrieben.

Mit heutigem Entwicklungsstand existieren eine Reihe von verschiedenen Ansätzen zur Registrierung von terrestrischen Laserscannerdaten, wobei zwei Verfahren standardmäßig verwendet werden. Entweder werden zur Registrierung Zielmarken verwendet, die vor Ort auf dem jeweiligen Objekt aufgeklebt werden und als Passpunkte zwischen den verschiedenen Laserscans dienen. Oder es wird ein Iterativer Closest Point Algorithmus (ICP) angewendet, um die Punktwolken bestmöglich durch Ausgleichung ineinander zu transformieren.

Diese Verfahren besitzen aber auch Nachteile. Beim Verwenden von Passpunktmarken ist eine relativ aufwendige Vorarbeit durch Aufkleben der Passpunktmarken notwendig, was Zeitaufwand und Kosten verursacht. Beim punktgestützten ICP-Verfahren wird mit den kompletten Punktwolken gerechnet, was aufgrund der Menge der Punkte einen relativ hohen Speicherplatz benötigt. Deshalb wurde in dieser Arbeit versucht, die Registrierung der Punktwolken anders zu realisieren.

Bei der kontinuierlichen Entwicklung von Messsystemen und Messauswertungen hat sich in den letzten Jahren besonders die kombinierte Auswertung terrestrischer Laserscannerdaten mit der Photogrammetrie bewährt. Mit der Entwicklung hybrider Messsysteme ist der wesentliche Grundbaustein dafür gelegt worden. Im Rahmen dieser Arbeit liegt bereits ein kalibriertes Messsystem vor, so dass sich die Orientierung der photogrammetrischen Aufnahmen und die der Punktwolken entsprechen. Dies ist Voraussetzung für den vorgestellten Ansatz. Es wurde eine Kombination von Photogrammetrie und terrestrischem Laserscanning zur Registrierung von Punktwolken vorgestellt. Hierzu wurde folgendermaßen vorgegangen:

Durch die Überlagerung von Bild- und Scannerdaten ist es möglich, die kompletten vorliegenden Informationen zu benutzen. Die Bilddaten dienen nicht mehr nur der Veranschaulichung der Situation. Zunächst werden gerade Kanten in den photogrammetrischen Aufnahmen mithilfe von verschiedenen Bildverarbeitungsalgorithmen detektiert. Danach werden diese detektierten Kanten vom zweidimensionalen Bild in den dreidimensionalen Raum der Punktwolke als räumliche Kante transformiert. Zudem können zusätzliche gerade Raumkanten direkt aus der Punktwolke

extrahiert werden. Hierzu werden vorhandene Funktionen zur Modellierung von einfachen Objektprimitiven in der Punktwolke, wie Zylinder oder Flächen, verwendet, um die Zylinderachsen oder Objektkanten aus der Schnittbildung zweier Flächen zu verwenden. Die bild- und scannergestützten Geraden werden für die Registrierung der Punktwolken verwendet. Dazu wird eine Näherungswertlösung für die Transformationsparameter der Registrierung und Zuordnung einzelner Geraden aus zwei Scans durch einen kombinatorischen Ansatz realisiert. Danach kann das endgültige Registrierungsergebnis mittels einer Ausgleichsrechnung, welche auf einem mathematischen Ansatz der projektiven Geometrie beruht, berechnet werden. Es wird eine räumliche Bewegungsmatrix erstellt, die die Transformation der Geraden direkt im Raum durchführt. Es müssen keine Projektionen der Geraden in die Ebene und zurück mehr berechnet werden, welches bei anderen Methoden gängige Praxis ist.

Mit dem beschriebenen Registrierungsansatz können die Nachteile bisheriger Registrierungsverfahren vermindert bzw. vermieden werden. Die geradengestützte Registrierung hat den Vorteil, dass sie merkmalsbasiert zuordnet und somit schon wenige Geraden eine eindeutige Zuordnung garantieren. Der Speicherbedarf wird erheblich reduziert. In den meisten Anwendungsfällen liegen gerade Kanten oder Zylinder vor, so dass der Registrierungsansatz allgemein anwendbar ist. Durch die Kombination von Bild- und Scannerdaten können die Vorteile beider Messsysteme ausgenutzt und die Nachteile des anderen Systems besser kompensiert werden. Einige Kanten können aus der Punktwolke direkt extrahiert werden, andere sind nur bzw. besser aus dem Bild detektierbar.

Der in dieser Arbeit beschriebene Registrierungsansatz für Punktwolken stellt eine Erweiterung der Behandlung terrestrischer Laserscannerdaten dar.

# Literaturverzeichnis

- [Alshawa 2006] Alshawa, M. (2006): *Consolidation des nuages de points en lasergrammetrie terrestre - nouvelle approche basée sur les entités linéaires*, Master 2 de l'Université Henri Poincaré, Design Global, spécialité Modélisation et simulations des espaces bâties, 76 p, (französisch), Internet-link: [www.crai.archi.fr/media/pdf/alshawa.pdf](http://www.crai.archi.fr/media/pdf/alshawa.pdf).
- [Alshawa 2007] Alshawa, M. (2007): *ICL: Iterative closest line - A novel point cloud registration algorithm based on linear features* - Ekscentar, no. 10, pp. 53-59.
- [Andresen 1991] Andresen, K. (1991): *Ermittlung von Raumelementen aus Kanten im Bild* - Zeitschrift für Photogrammetrie und Fernerkundung, Nr. 6/1991, S. 212-220.
- [Baarda 1968] Baarda, W. (1968): *A Testing Procedure for Use in Geodetic Networks* - Band 2 der Reihe 5 „Publications on Geodesy“, Netherlands Geodetic Commission, Delft, 1968.
- [Bahndorf & Schreyer 2005] Bahndorf, J. und U. Schreyer (2005): *Verknüpfung von LaserScans* - DVW e.V. - Gesellschaft für Geodäsie, Geoinformation und Landmanagement (2005) - Terrestrisches Laserscanning (TLS)- Ein geodätisches Messverfahren mit Zukunft - Beiträge zum 65. DVW-Seminar am 21. und 22. November 2005 in Fulda, DVW-Schriftenreihe Band 48, 2005, Wißner Verlag, Augsburg, S. 67-80.
- [Becker 2005] Becker, R. (2005): *Differentialgeometrische Extraktion von 3D-Objektprimitiven aus terrestrischen Laserscannerdaten* - Veröffentlichung des Geodätischen Instituts der Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen, Nr.63, Aachen.
- [Benning 2010] Benning, W. (2010): *Statistik in Geodäsie, Geoinformation und Bauwesen* - 3., überarbeitete und erweiterte Auflage, Herbert Wichmann Verlag, Heidelberg.
- [Bentley 2011] Bentley Systems Germany GmbH (2011): Internetlink: <http://www.bentley.com/de-DE/> (Stand: 21.02.2011).

- [Besl & McKay 1992] Besl, P. J. und N. D. McKay (1992): *A Method for Registration of 3-D Shapes* - Ieee transactions on pattern analysis and machine intelligence, Vol. 14, No. 2, February 1992.
- [Beyerer & Puente Léon 2002] Beyerer, J. und F. Puente Léon (2002): *Die Radon-transformation in der digitalen Bildverarbeitung* - at - Automatisierungstechnik 50, 10/2002, S. 472-480.
- [Brenner & Dold 2004] Brenner, C. und C. Dold (2004): *Gebäudeextraktion aus Luftgestützten und Terrestrischen Scandaten* - Luhmann (2004) Photogrammetrie, Laserscanning, Optische 3D-Messtechnik, Beiträge der Oldenburger 3D-Tage 2004, Herbert Wichmann Verlag, Heidelberg, S. 312-319.
- [Bringmann 2002] Bringmann, O. (2002): *Die Punktwolke aus Sicht der Mustererkennung* - Luhmann (2002) Photogrammetrie und Laserscanning - Anwendung für As-Built-Dokumentation und Facility Management, Herbert Wichmann Verlag, Heidelberg, S. 99-104.
- [Canny 1983] Canny, J.-F. (1983): *Finding Edges and Lines in Images* - MIT Artificial Intelligence Laboratory, Technical Report 720, Massachusetts Institute of Technology.
- [Döring 2005] Döring, T. (2005): *Ausgleichungsrechnung - nach Methode der kleinsten Quadrate* - Computer Vision, Teilgebiet Ausgleichungsrechnung, Institut für Informatik, Humboldt Universität zu Berlin.
- [Dold et al. 2007] Dold, C., Ripperda, N. und C. Brenner (2007): *Vergleich verschiedener Methoden zur automatischen Registrierung von terrestrischen Laserscandaten* - Luhmann, Müller (2007) Photogrammetrie, Laserscanning, Optische 3D-Messtechnik, Beiträge der Oldenburger 3D-Tage 2007, Herbert Wichmann Verlag, Heidelberg, S. 196-205.
- [Düppe & Klein 2005] Düppe, R.-D. und B. Klein (2005): *Blockausgleichung mit Flächen für Laserpunktfolgen* - Luhmann (2005) Photogrammetrie, Laserscanning, Optische 3D-Messtechnik, Beiträge der Oldenburger 3D-Tage 2005, Herbert Wichmann Verlag, Heidelberg, S. 266-277.
- [Effkemann 2003] Effkemann, C. (2004): *Integrierte Auswertung photogrammetrischer Aufnahmen und Laserscannerdaten mit PHIDIAS* - Luhmann (2003) Photogrammetrie, Laserscanning, Optische 3D-Messtechnik, Beiträge der Oldenburger 3D-Tage 2003, Herbert Wichmann Verlag, Heidelberg, S. 203-208.
- [Eling 2009] Eling, D. (2009): *Terrestrisches Laserscanning für die Bauwerksüberwachung* - Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Geodäsie und Geoinformatik der Leibniz Universität Hannover, Nr.282, Hannover.

- [Förstner 2004] Förstner, W. (2004): *Projective Geometry for Photogrammetric Orientation Procedures I* - Tutorial notes from the tutorial held at the ISPRS Congress Istanbul, July 13th 2004, Part I.
- [Förstner 2005] Förstner, W. (2005): *Projektive Geometrie* - Vorlesungsskript, SS 2005, Photogrammetrisches Institut, Rheinische-Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn.
- [Franz 2007] Franz, M. O. (2007): *Kanten und Konturen - Industrielle Bildverarbeitung, Vorlesung No. 6* - Vorlesungsskript, Institut für optische Systeme, Konstanz.
- [Fröhlich 1996] Fröhlich, H. (1996): *Computergestützte Übungen zur Ausgleichsrechnung mit PVV* - Software für das Vermessungswesen, Ferd. Dümmlers Verlag, Bonn, S. 8-22.
- [Gielsdorf & Milev 2008] Gielsdorf, F. und I. Milev (2008): *Ebenendetektion, Matching und verkettete Transformation von Laserscans* - DVW e.V. - Gesellschaft für Geodäsie, Geoinformation und Landmanagement (2008) - Terrestrisches Laserscanning (TLS 2008) - Beiträge zum 79. DVW-Seminar am 6. und 7. November 2008 in Fulda, DVW-Schriftenreihe Band 54, 2008, Wißner Verlag, Augsburg, S. 163-172.
- [Gloe 2005] Gloe, T. (2005): *Erkennung von Rohren mit Verdeckungen - Großer Beleg* - Fakultät für Informatik, Institut für Künstliche Intelligenz, TU Dresden, S. 26-35.
- [Haberäcker 1989] Haberäcker, P. (1989): *Digitale Bildverarbeitung, Grundlagen und Anwendungen* - 3. überarbeitete Auflage, Hanser Studienbücher, Carl Hanser Verlag München Wien.
- [Hemken & Luhmann 2002] Hemken, H. und T. Luhmann (2002): *Photogrammetrische Objekterfassung mit Linienphotogrammetrie* - Luhmann (2002) Photogrammetrie und Laserscanning - Anwendungen für As-Built-Dokumentation und Facility Management, Herbert Wichmann Verlag, Heidelberg, S. 32-41.
- [Hoare 1962] Hoare, C. A. R. (1962): *Quicksort* - Computer Journal, Vol. 5, 1, 10-15.
- [Hough 1962] Hough, P. V. C. (1962): *Methods and Means for Recognizing Complex Patterns* - U.S. Patent 3069654, 1962.
- [Hovenbitzer 2003] Hovenbitzer, M. (2003): *Verknüpfung von Laserscanner-Daten und zusätzlichen digitalen Bildern* - Allgemeine Vermessungs-Nachrichten, Ausgabe 2/2003, S. 51-54.

- [Hübert 2008] Hübert, R. (2008): *Algorithmen zur Erkennung von Hochspannungsleitungen in dreidimensionalen Punktwolken* - Bachelorarbeit, Fachbereich Informatik, Fachhochschule Bonn-Rhein-Sieg, Sankt Augustin, S. 21-45.
- [Joswig & Theobald 2007] Joswig, M. und T. Theobald (2007): *Algorithmische Geometrie - Polyedrische und algebraische Methoden* - Vieweg Verlag, S. 207-219.
- [Keck et al. 2005] Keck, B., Ruwwe, C. und U. Zölzer (2005): *Hough Transform with Weigthing Edge-Maps* - „Hough Transform with weighting Edge-maps“, Fifth IASTED International Conference on Visualization, Imaging and Image Processing (VIIP), Spain.
- [Kern 2007] Kern, F. (2007): *Terrestrisches Laserscanning - kurz und bündig* - Vorlesungsskript 2007.
- [Kersten et al. 2006] Kersten, T., Biebermann, M. und M. Schneider (2006): *3D-Erfassung und Modellierung des Duderstädter Westerturmensembles durch Kombination von digitaler Architekturphotogrammetrie und terrestrischem Laserscanning* - Luhmann, Müller (2006) Photogrammetrie, Laserscanning, Optische 3D-Messtechnik, Beiträge der Oldenburger 3D-Tage 2006, Herbert Wichmann Verlag, Heidelberg, S. 254-263.
- [Kersten 2006] Kersten, T. (2006): *Kombination und Vergleich von digitaler Photogrammetrie und terrestrischem Laserscanning für Architekturanwendungen* - Publikationen der Deutschen Gesellschaft für Photogrammetrie, Fernerkundung und Geoinformation e.V., Band 15, Hrsg. E. Seyfert, Vorträge der 26. Wissenschaftlich-Technischen Jahrestagung der DGPF, Berlin, S. 247-256.
- [Koch 2009] Koch, K. R. (2009): *Fitting Free-Form Surfaces to Laserscan Data by NURBS* - Allgemeine Vermessungs-Nachrichten, Ausgabe 4/2009, S. 134-140.
- [Kraus 2004] Kraus, K. (2004): *Photogrammetrie, Band 1, Geometrische Informationen aus Photographien und Laserscanneraufnahmen* - 7. Auflage, Walter de Gruyter Verlag.
- [Lichtenstein et al. 2008] Lichtenstein, M., Benning, W. und C. Effkemann (2008): *Anwendung von Bildverarbeitungsverfahren in photogrammetrischen Aufnahmen zur automatischen Auswertung von terrestrischen Laserscannerdaten* - Luhmann, Müller (2008) Photogrammetrie, Laserscanning, Optische 3D-Messtechnik, Beiträge der Oldenburger 3D-Tage 2008, Herbert Wichmann Verlag, Heidelberg, S. 154-161.
- [Lichtenstein & Benning 2009] Lichtenstein, M. und W. Benning (2009): *Bestimmung räumlicher Transformationsparameter auf Grundlage von dreidimensionalen Geraden und projektiver Geometrie* - Luhmann, Müller (2009) Phot-

- grammetrie, Laserscanning, Optische 3D-Messtechnik, Beiträge der Oldenburger 3D-Tage 2009, Herbert Wichmann Verlag, Heidelberg, S. 66-73.
- [Lichtenstein & Benning 2010 (a)] Lichtenstein, M. und W. Benning (2010): *Registrierung von Punktwolken auf der Grundlage von Objektprimitiven* - Luhmann, Müller (2010) Photogrammetrie, Laserscanning, Optische 3D-Messtechnik, Beiträge der Oldenburger 3D-Tage 2010, Herbert Wichmann Verlag, Heidelberg, S. 14-21.
- [Lichtenstein & Benning 2010 (b)] Lichtenstein, M. und W. Benning (2010): *Registrierung von Punktwolken auf der Grundlage von Objektprimitiven* - Allgemeine Vermessungs-Nachrichten, Ausgabe 6/2010, S. 202-207.
- [Luhmann 2000] Luhmann, T. (2000): *Nahbereichsphotogrammetrie - Grundlagen, Methoden und Anwendungen* - Herbert Wichmann Verlag, Heidelberg, S. 321.
- [Meierhold et al. 2008] Meierhold, N., Bienert, A. und A. Schmich (2008): *Line-based Referencing between Images and Laser Scanner Data for Image-based Point Cloud Interpretation in a CAD-Environment* - International Archives of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Science, Volume XXXVII.
- [Meisel 2005] Meisel, A. (2005): *RV Robot Vision* - Vorlesungsskript, S. 40-59.
- [Merziger & Wirth 1999] Merziger, G. und T. Wirth (1999): *Repititorium der höheren Mathematik* - 4. Auflage, Binomi Verlag, S. 143-144.
- [Neitzel et al. 2010] Neitzel, F., Mordwinzew, W. und C. Lerche (2010): *Untersuchung von Registrierungsverfahren hinsichtlich des Einsatzes terrestrischer Laserscanner in der Deformationsmessung* - Luhmann, Müller (2010) Photogrammetrie, Laserscanning, Optische 3D-Messtechnik, Beiträge der Oldenburger 3D-Tage 2010, Herbert Wichmann Verlag, Heidelberg, S. 4-13.
- [Nüchter et al. 2008] Nüchter, A., Lingemann, K., Borrmann, D., Elseberg, J. und J. Böhm (2008): *Global konsistente 3D-Kartierung mit Scanmatching* - Luhmann, Müller (2008) Photogrammetrie, Laserscanning, Optische 3D-Messtechnik, Beiträge der Oldenburger 3D-Tage 2008, Herbert Wichmann Verlag, Heidelberg, S. 194-201.
- [Nüchter & Elseberg 2009] Nüchter, A. und J. Elseberg (2009): *Linearisierte Lösung der ICP-Fehlerfunktion für global konsistentes Scanmatching* - Luhmann, Müller (2009) Photogrammetrie, Laserscanning, Optische 3D-Messtechnik, Beiträge der Oldenburger 3D-Tage 2009, Herbert Wichmann Verlag, Heidelberg, S. 74-81.

- [Phocad 2010] Phocad Ingenieurgesellschaft mbH (2010): *PHIDIAS - Die Komplettlösung für Photogrammetrische Anwendungen im Nahbereich* - Internetlink: <http://www.phocad.de/> (Stand: 11.03.2010).
- [Radon 1917] Radon, J. (1917): *Über die Bestimmung von Funktionen durch ihre Integralwerte längs gewisser Mannigfaltigkeiten* - Berichte Sächsische Akademie der Wissenschaften 29, S. 262-279.
- [Riegl 2010] Riegl Laser Measurement Systems (2010): Internetlink: <http://www.riegl.com/> (Stand: 11.03.2010).
- [Rodehorst 2004] Rodehorst, V. (2004): *Photogrammetrische 3D-Rekonstruktion im Nahbereich durch Auto-Kalibrierung mit projektiver Geometrie* - Wissenschaftlicher Verlag Berlin, S. 57-68.
- [Schäfer 2005] Schäfer, M. (2005): *3D-Objekterfassung mit terrestrischen Laserscannern* - Kompetenzcenter Ingenieurvermessung, Internetlink: [www.cces.de](http://www.cces.de) (Stand: 11.3.2010).
- [Schneider 2010] Schneider, T. (2010): *Detektion gerader Liniensegmente in Grauwertbildern* - Bachelorarbeit, Studiengang Scientific Programming B.Sc., Rechen- und Kommunikationszentrum der RWTH Aachen und Geodätisches Institut der RWTH Aachen, (unveröffentlicht).
- [Schwermann 1995] Schwermann, R. (1995): *Geradengestützte Bildorientierung in der Nahbereichsphotogrammetrie* - Veröffentlichung des Geodätischen Instituts der Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen, Nr. 52, Aachen.
- [Schwermann & Effkemann 2002] Schwermann, R. und C. Effkemann (2002): *Kombiniertes Monoplotting in Laserscanner- und Bilddaten mit PHIDIAS* - Luhmann (2002) Photogrammetrie und Laserscanning - Anwendung für As-Built-Dokumentation und Facility Management, Herbert Wichmann Verlag, Heidelberg, S. 57-70.
- [Schwermann et al. 2003] Schwermann, R., Effkemann, C. und J. Lange (2003): *Photogrammetrische Verformungsmessungen im Versuchswesen* - Luhmann (2003) Photogrammetrie, Laserscanning, Optische 3D-Messtechnik, Beiträge der Oldenburger 3D-Tage 2003, Herbert Wichmann Verlag, Heidelberg, S. 152-163.
- [Staiger & Wunderlich 2007] Staiger, R. und T. Wunderlich (2007): *Terrestrisches Laserscanning 2006 - Technische Möglichkeiten und Anwendungen* - zfv, Heft 2/2007, 132. Jahrgang, Deutscher Verein für Vermessungswesen, Gesellschaft für Geodäsie, Geoinformation und Landmanagement, Wißner Verlag, Augsburg, S. 81-86.

- [Staiger & Weber 2007] Staiger, R. und M. Weber (2007): *Die passpunktlose Verknüpfung von Punktwolken - ein Erfahrungsbericht* - DVW e.V. - Gesellschaft für Geodäsie, Geoinformation und Landmanagement (2007) - Terrestrisches Laserscanning (TLS 2007) - Beiträge zum 74. DVW-Seminar am 5. und 6. Dezember 2007 in Fulda, DVW-Schriftenreihe Band 53, 2007, Wißner Verlag, Augsburg, S. 91-107.
- [Steinbrecher 1993] Steinbrecher, R. (1993): *Bildverarbeitung in der Praxis* - Verlag Oldenbourg, München.
- [Studnicka et al. 2004 (a)] Studnicka, N., Riegl, U., und A. Ullrich (2004): *Laserscanning und Photogrammetrie - Kombinierte Datenaufnahme und -auswertung* - Luhmann (2004) Photogrammetrie, Laserscanning, Optische 3D-Messtechnik, Beiträge der Oldenburger 3D-Tage 2004, Herbert Wichmann Verlag, Heidelberg, S. 175-182.
- [Studnicka et al. 2004 (b)] Studnicka, N., Riegl, J. und A. Ullrich (2004): *Zusammenführung und Bearbeitung von Laserscandaten und hochauflösenden digitalen Bildern eines hybriden 3D-Laser-Sensorsystems* - Luhmann (2004) Photogrammetrie, Laserscanning, Optische 3D-Messtechnik, Beiträge der Oldenburger 3D-Tage 2004, Herbert Wichmann Verlag, Heidelberg, S. 183-190.
- [Ullrich & Studnicka 2006] Ullrich, A. und N. Studnicka (2006): *Entwicklungen in der Zusammenführung boden- und luftgestützter Laserscanner- und Kameradaten* - Luhmann, Müller (2006) Photogrammetrie, Laserscanning, Optische 3D-Messtechnik, Beiträge der Oldenburger 3D-Tage 2006, Herbert Wichmann Verlag, Heidelberg, S. 356-366.
- [van den Heuvel 1997] van den Heuvel, F.A. (1997): *Exterior Orientation using Coplanar Parallel Lines* - Proceedings of the 10th Scandinavian Conference on Image Analysis, Lappeenranta, pp. 71-78.
- [Wehmann et al. 2007] Wehmann, W., van Zyl, C., Kramer, H., Widiger, D. und R. Zimmermann (2007): *Einrichtung eines Prüffeldes zur Genauigkeitsbestimmung von Laserscannern und Untersuchung des Scanners LMS-Z360i der Firma Riegl in diesem Testfeld* - zfv, Heft 3/2007, 132. Jahrgang, Deutscher Verein für Vermessungswesen, Gesellschaft für Geodäsie, Geoinformation und Landmanagement, Wißner Verlag, Augsburg, S. 175-180.
- [Wendt 2003] Wendt, A. (2003): *Registrierung und Integrierung von Punktwolken* - Luhmann (2003) Photogrammetrie, Laserscanning, Optische 3D-Messtechnik, Beiträge der Oldenburger 3D-Tage 2003, Herbert Wichmann Verlag, Heidelberg, S. 133-142.

[Wendt 2008] Wendt, A. (2008): *Objektraumbasierte simultane multisensorale Orientierung* - Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Geodäsie und Geoinformatik der Leibniz Universität Hannover, Nr.270, Hannover.

# A Anhang

Der Ausgleichung in dem beschriebenen Ansatz der Feinregistrierung (Kapitel 4.3.5) liegt folgendes funktionales Modell zugrunde:

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \end{bmatrix} = \left( \begin{bmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \\ z_B - z_A \\ y_A z_B - z_A y_B \\ z_A x_B - x_A z_B \\ x_A y_B - y_A x_B \end{bmatrix}_2 \right) / d_2 - \left( \begin{bmatrix} r_{11}(x_2 - x_1) + r_{12}(y_2 - y_1) + r_{13}(z_2 - z_1) \\ r_{21}(x_2 - x_1) + r_{22}(y_2 - y_1) + r_{13}(z_2 - z_1) \\ r_{31}(x_2 - x_1) + r_{32}(y_2 - y_1) + r_{33}(z_2 - z_1) \\ f_{41} \\ f_{51} \\ f_{61} \end{bmatrix}_1 \right) / d_1 \quad (1.1)$$

mit

$$\begin{aligned} f_{41} &= t_y(r_{31}(x_2 - x_1) + r_{32}(y_2 - y_1) + r_{33}(z_2 - z_1)) - t_z(r_{21}(x_2 - x_1) \\ &+ r_{22}(y_2 - y_1) + r_{23}(z_2 - z_1)) + r_{11}(y_1 z_2 - z_1 y_2) + r_{12}(z_1 x_2 - x_1 z_2) \\ &+ r_{13}(x_1 y_2 - y_1 x_2) \end{aligned} \quad (1.2)$$

$$\begin{aligned} f_{51} &= t_z(r_{11}(x_2 - x_1) + r_{12}(y_2 - y_1) + r_{13}(z_2 - z_1)) - t_x(r_{31}(x_2 - x_1) \\ &+ r_{32}(y_2 - y_1) + r_{33}(z_2 - z_1)) + r_{21}(y_1 z_2 - z_1 y_2) + r_{22}(z_1 x_2 - x_1 z_2) \\ &+ r_{23}(x_1 y_2 - y_1 x_2) \end{aligned} \quad (1.3)$$

$$\begin{aligned} f_{61} &= t_x(r_{21}(x_2 - x_1) + r_{22}(y_2 - y_1) + r_{23}(z_2 - z_1)) - t_y(r_{11}(x_2 - x_1) \\ &+ r_{12}(y_2 - y_1) + r_{13}(z_2 - z_1)) + r_{31}(y_1 z_2 - z_1 y_2) + r_{32}(z_1 x_2 - x_1 z_2) \\ &+ r_{33}(x_1 y_2 - y_1 x_2) \end{aligned} \quad (1.4)$$

und den folglich beschriebenen Normierungen  $d_1$  und  $d_2$ .

Dabei erfüllen die Geraden in Laserscan 1 und Laserscan 2 die beiden Bedingungen

$$\langle \mathbf{L}, \mathbf{L} \rangle = \mathbf{L}^T D \mathbf{L} = 0 \quad \text{mit } \mathbf{D} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I}_3 \\ \mathbf{I}_3 & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad \text{bzw. } \mathbf{L}_h \cdot \mathbf{L}_0 = \mathbf{0} \quad (1.5)$$

und

$$\mathbf{L}_h^T \mathbf{L}_h = 1. \quad (1.6)$$

Die Geraden sind vor der Ausgleichungsrechnung normiert worden ( $\mathbf{L}_h^T \mathbf{L}_h = 1$ ), da der homogene Anteil der Geradendarstellung mit  $\lambda$  frei skalierbar ist. Es gilt:

$$\begin{bmatrix} L_h \\ L_0 \end{bmatrix}_1 = \begin{bmatrix} \frac{(x_2-x_1)}{\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}} \\ \frac{y_2-y_1}{\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}} \\ \frac{z_2-z_1}{\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}} \\ \frac{y_1 \cdot z_2 - z_1 \cdot y_2}{\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}} \\ \frac{z_1 \cdot x_2 - x_1 \cdot z_2}{\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}} \\ \frac{x_1 \cdot y_2 - y_1 \cdot x_2}{\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}} \end{bmatrix}_1 \quad (1.7)$$

$$\text{mit } d_1 = \frac{1}{\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}}$$

$$\begin{bmatrix} L_h \\ L_0 \end{bmatrix}_2 = \begin{bmatrix} \frac{(x_B-x_A)}{\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2+(z_B-z_A)^2}} \\ \frac{y_B-y_A}{\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2+(z_B-z_A)^2}} \\ \frac{z_B-z_A}{\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2+(z_B-z_A)^2}} \\ \frac{y_A \cdot z_B - z_A \cdot y_B}{\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2+(z_B-z_A)^2}} \\ \frac{z_A \cdot x_B - x_A \cdot z_B}{\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2+(z_B-z_A)^2}} \\ \frac{x_A \cdot y_B - y_A \cdot x_B}{\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2+(z_B-z_A)^2}} \end{bmatrix}_2 \quad (1.8)$$

$$\text{und mit } d_2 = \frac{1}{\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2+(z_B-z_A)^2}}.$$

Da die Ausgleichung den Unbekanntenvektor

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \omega \\ \phi \\ \kappa \\ t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix} \quad (1.9)$$

bestmöglich nach der Methode der Kleinsten Quadrate schätzt, müssen die Verbesserungsgleichungen in einer ausführlicheren Schreibweise dargestellt werden:

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \end{bmatrix} = \left( \begin{bmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \\ z_B - z_A \\ y_A z_B - z_A y_B \\ z_A x_B - x_A z_B \\ x_A y_B - y_A x_B \end{bmatrix}_2 \right) / d_2 - \left( \begin{bmatrix} f_{12} \\ f_{22} \\ f_{32} \\ f_{42} \\ f_{52} \\ f_{62} \end{bmatrix}_1 \right) / d_1 \quad (1.10)$$

mit

$$\begin{aligned} f_{12} &= \cos(\phi)\cos(\kappa)(x_2 - x_1) + (-\cos(\phi))\sin(\kappa)(y_2 - y_1) \\ &+ \sin(\phi)(z_2 - z_1) \end{aligned} \quad (1.11)$$

$$\begin{aligned} f_{22} &= \cos(\omega)\sin(\kappa) + \sin(\omega)\sin(\phi)\cos(\kappa)(x_2 - x_1) \\ &+ \cos(\omega)\cos(\kappa) - \sin(\omega)\sin(\phi)\sin(\kappa)(y_2 - y_1) \\ &+ -\sin(\omega)\cos(\phi)(z_2 - z_1) \end{aligned} \quad (1.12)$$

$$\begin{aligned} f_{32} &= \sin(\omega)\sin(\kappa) - \cos(\omega)\sin(\phi)\cos(\kappa)(x_2 - x_1) + \sin(\omega)\cos(\kappa) \\ &+ \cos(\omega)\sin(\phi)\sin(\kappa)(y_2 - y_1) + \cos(\omega)\cos(\phi)(z_2 - z_1) \end{aligned} \quad (1.13)$$

$$\begin{aligned} f_{42} &= t_y(\sin(\omega)\sin(\kappa) - \cos(\omega)\sin(\phi)\cos(\kappa)(x_2 - x_1) + \sin(\omega)\cos(\kappa) \\ &+ \cos(\omega)\sin(\phi)\sin(\kappa)(y_2 - y_1) + \cos(\omega)\cos(\phi)(z_2 - z_1)) \\ &- t_z(\cos(\omega)\sin(\kappa) + \sin(\omega)\sin(\phi)\cos(\kappa)(x_2 - x_1) \\ &+ \cos(\omega)\cos(\kappa) - \sin(\omega)\sin(\phi)\sin(\kappa)(y_2 - y_1) \\ &+ -\sin(\omega)\cos(\phi)(z_2 - z_1)) + \cos(\phi)\cos(\kappa)(y_1 z_2 - z_1 y_2) \\ &+ -\cos(\phi)\sin(\kappa)(z_1 x_2 - x_1 z_2) + \sin(\phi)(x_1 y_2 - y_1 x_2) \end{aligned} \quad (1.14)$$

$$\begin{aligned} f_{52} &= t_z(\cos(\phi)\cos(\kappa)(x_2 - x_1) + -\cos(\phi)\sin(\kappa)(y_2 - y_1) \\ &+ \sin(\phi)(z_2 - z_1)) - t_x(\sin(\omega)\sin(\kappa) - \cos(\omega)\sin(\phi)\cos(\kappa)(x_2 - x_1) \\ &+ \sin(\omega)\cos(\kappa) + \cos(\omega)\sin(\phi)\sin(\kappa)(y_2 - y_1) \\ &+ \cos(\omega)\cos(\phi)(z_2 - z_1)) + \cos(\omega)\sin(\kappa) \\ &+ \sin(\omega)\sin(\phi)\cos(\kappa)(y_1 z_2 - z_1 y_2) + \cos(\omega)\cos(\kappa) \\ &- \sin(\omega)\sin(\phi)\sin(\kappa)(z_1 x_2 - x_1 z_2) + -\sin(\omega)\cos(\phi)(x_1 y_2 - y_1 x_2) \end{aligned} \quad (1.15)$$

$$\begin{aligned} f_{62} &= t_x(\cos(\omega)\sin(\kappa) + \sin(\omega)\sin(\phi)\cos(\kappa)(x_2 - x_1) \\ &+ \cos(\omega)\cos(\kappa) - \sin(\omega)\sin(\phi)\sin(\kappa)(y_2 - y_1) \\ &+ -\sin(\omega)\cos(\phi)(z_2 - z_1)) - t_y(\cos(\phi)\cos(\kappa)(x_2 - x_1) \\ &+ -\cos(\phi)\sin(\kappa)(y_2 - y_1) + \sin(\phi)(z_2 - z_1)) + \sin(\omega)\sin(\kappa) \\ &- \cos(\omega)\sin(\phi)\cos(\kappa)(y_1 z_2 - z_1 y_2) + \sin(\omega)\cos(\kappa) \\ &+ \cos(\omega)\sin(\phi)\sin(\kappa)(z_1 x_2 - x_1 z_2) + \cos(\omega)\cos(\phi)(x_1 y_2 - y_1 x_2) \end{aligned} \quad (1.16)$$

Folgende Ableitungen werden für das funktionale Modell der Ausgleichung der Feinregistrierung (siehe Kapitel 4) benötigt. Sie sind die Einträge in der Designmatrix  $\mathbf{A}$ , die die partiellen Ableitungen enthalten:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \omega} & \frac{\partial f_1}{\partial \phi} & \frac{\partial f_1}{\partial \kappa} & \frac{\partial f_1}{\partial t_x} & \frac{\partial f_1}{\partial t_y} & \frac{\partial f_1}{\partial t_z} \\ \frac{\partial f_2}{\partial \omega} & \frac{\partial f_2}{\partial \phi} & \frac{\partial f_2}{\partial \kappa} & \frac{\partial f_2}{\partial t_x} & \frac{\partial f_2}{\partial t_y} & \frac{\partial f_2}{\partial t_z} \\ \frac{\partial f_3}{\partial \omega} & \frac{\partial f_3}{\partial \phi} & \frac{\partial f_3}{\partial \kappa} & \frac{\partial f_3}{\partial t_x} & \frac{\partial f_3}{\partial t_y} & \frac{\partial f_3}{\partial t_z} \\ \frac{\partial f_4}{\partial \omega} & \frac{\partial f_4}{\partial \phi} & \frac{\partial f_4}{\partial \kappa} & \frac{\partial f_4}{\partial t_x} & \frac{\partial f_4}{\partial t_y} & \frac{\partial f_4}{\partial t_z} \\ \frac{\partial f_5}{\partial \omega} & \frac{\partial f_5}{\partial \phi} & \frac{\partial f_5}{\partial \kappa} & \frac{\partial f_5}{\partial t_x} & \frac{\partial f_5}{\partial t_y} & \frac{\partial f_5}{\partial t_z} \\ \frac{\partial f_6}{\partial \omega} & \frac{\partial f_6}{\partial \phi} & \frac{\partial f_6}{\partial \kappa} & \frac{\partial f_6}{\partial t_x} & \frac{\partial f_6}{\partial t_y} & \frac{\partial f_6}{\partial t_z} \end{pmatrix} \quad (1.17)$$

Diese werden für die Vollständigkeit der Arbeit hier angegeben. Sie sind nach den mathematischen Ableitungsregeln hergeleitet worden.

Zur besseren Übersicht sind alle Ableitungen ohne ihre Normierung

$$d_1 = \frac{1}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}} \quad (1.18)$$

angegeben.

$$\frac{\partial f_1}{\partial \omega} = 0 \quad (1.19)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_1}{\partial \phi} &= -\sin(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot x_2 + \sin(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot x_1 \\ &+ \sin(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot y_2 - \sin(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot y_1 + \cos(\phi) \cdot z_2 \\ &- \cos(\phi) \cdot z_1 \end{aligned} \quad (1.20)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_1}{\partial \kappa} &= -\cos(\phi) \cdot (\sin(\kappa) \cdot x_2 - \sin(\kappa) \cdot x_1) \\ &+ \cos(\kappa) \cdot y_2 - \cos(\kappa) \cdot y_1 \end{aligned} \quad (1.21)$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial t_x} = 0 \quad (1.22)$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial t_y} = 0 \quad (1.23)$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial t_z} = 0 \quad (1.24)$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f_2}{\partial \omega} = & -\sin(\omega) \cdot \sin(\kappa) \cdot x_2 + \sin(\omega) \cdot \sin(\kappa) \cdot x_1 \\
& + \cos(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot x_2 - \cos(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot x_1 \\
& - \sin(\omega) \cdot \cos(\kappa) \cdot y_2 + \sin(\omega) \cdot \cos(\kappa) \cdot y_1 \\
& - \cos(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot y_2 + \cos(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot y_1 \\
& - \cos(\omega) \cdot \cos(\phi) \cdot z_2 + \cos(\omega) \cdot \cos(\phi) \cdot z_1
\end{aligned} \tag{1.25}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f_2}{\partial \phi} = & \sin(\omega) \cdot (\cos(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot x_2 \\
& - \cos(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot x_1 - \cos(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot y_2 + \cos(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot y_1 \\
& + \sin(\phi) \cdot z_2 - \sin(\phi) \cdot z_1)
\end{aligned} \tag{1.26}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f_2}{\partial \kappa} = & \cos(\omega) \cdot \cos(\kappa) \cdot x_2 - \cos(\omega) \cdot \cos(\kappa) \cdot x_1 \\
& - \sin(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot x_2 + \sin(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot x_1 \\
& - \cos(\omega) \cdot \sin(\kappa) \cdot y_2 + \cos(\omega) \cdot \sin(\kappa) \cdot y_1 \\
& - \sin(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot y_2 + \sin(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot y_1
\end{aligned} \tag{1.27}$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial t_x} = 0 \tag{1.28}$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial t_y} = 0 \tag{1.29}$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial t_z} = 0 \tag{1.30}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f_3}{\partial \omega} = & \cos(\omega) \cdot \sin(\kappa) \cdot x_2 - \cos(\omega) \cdot \sin(\kappa) \cdot x_1 \\
& + \sin(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot x_2 - \sin(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot x_1 \\
& + \cos(\omega) \cdot \cos(\kappa) \cdot y_2 - \cos(\omega) \cdot \cos(\kappa) \cdot y_1 \\
& - \sin(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot y_2 + \sin(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot y_1 \\
& - \sin(\omega) \cdot \cos(\phi) \cdot z_2 + \sin(\omega) \cdot \cos(\phi) \cdot z_1
\end{aligned} \tag{1.31}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f_3}{\partial \phi} = & -\cos(\omega) \cdot (\cos(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot x_2 \\
& - \cos(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot x_1 - \cos(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot y_2 + \cos(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot y_1 \\
& + \sin(\phi) \cdot z_2 - \sin(\phi) \cdot z_1)
\end{aligned} \tag{1.32}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f_3}{\partial \kappa} = & \sin(\omega) \cdot \cos(\kappa) \cdot x_2 - \sin(\omega) \cdot \cos(\kappa) \cdot x_1 \\
& + \cos(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot x_2 - \cos(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot x_1 \\
& - \sin(\omega) \cdot \sin(\kappa) \cdot y_2 + \sin(\omega) \cdot \sin(\kappa) \cdot y_1 \\
& + \cos(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot y_2 - \cos(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot y_1
\end{aligned} \tag{1.33}$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial t_x} = 0 \tag{1.34}$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial t_y} = 0 \tag{1.35}$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial t_z} = 0 \tag{1.36}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f_4}{\partial \omega} = & t_y \cdot \cos(\omega) \cdot \sin(\kappa) \cdot x_2 \\
& - t_y \cdot \cos(\omega) \cdot \sin(\kappa) \cdot x_1 + t_y \cdot \sin(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot x_2 \\
& - t_y \cdot \sin(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot x_1 + t_y \cdot \cos(\omega) \cdot \cos(\kappa) \cdot y_2 \\
& - t_y \cdot \cos(\omega) \cdot \cos(\kappa) \cdot y_1 - t_y \cdot \sin(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot y_2 \\
& + t_y \cdot \sin(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot y_1 - t_y \cdot \sin(\omega) \cdot \cos(\phi) \cdot z_2 \\
& + t_y \cdot \sin(\omega) \cdot \cos(\phi) \cdot z_1 + t_z \cdot \sin(\omega) \cdot \sin(\kappa) \cdot x_2 \\
& - t_z \cdot \sin(\omega) \cdot \sin(\kappa) \cdot x_1 - t_z \cdot \cos(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot x_2 \\
& + t_z \cdot \cos(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot x_1 + t_z \cdot \sin(\omega) \cdot \cos(\kappa) \cdot y_2 \\
& - t_z \cdot \sin(\omega) \cdot \cos(\kappa) \cdot y_1 + t_z \cdot \cos(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot y_2 \\
& - t_z \cdot \cos(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot y_1 + t_z \cdot \cos(\omega) \cdot \cos(\phi) \cdot z_2 \\
& - t_z \cdot \cos(\omega) \cdot \cos(\phi) \cdot z_1
\end{aligned} \tag{1.37}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f_4}{\partial \phi} = & -t_y \cdot \cos(\omega) \cdot \cos(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot x_2 \\
& + t_y \cdot \cos(\omega) \cdot \cos(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot x_1 + t_y \cdot \cos(\omega) \cdot \cos(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot y_2 \\
& - t_y \cdot \cos(\omega) \cdot \cos(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot y_1 - t_y \cdot \cos(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot z_2 \\
& + t_y \cdot \cos(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot z_1 - t_z \cdot \sin(\omega) \cdot \cos(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot x_2 \\
& + t_z \cdot \sin(\omega) \cdot \cos(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot x_1 + t_z \cdot \sin(\omega) \cdot \cos(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot y_2 \\
& - t_z \cdot \sin(\omega) \cdot \cos(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot y_1 - t_z \cdot \sin(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot z_2 \\
& + t_z \cdot \sin(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot z_1 - \sin(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot y_1 \cdot z_2 \\
& + \sin(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot z_1 \cdot y_2 + \sin(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot z_1 \cdot x_2 \\
& - \sin(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot x_1 \cdot z_2 + \cos(\phi) \cdot x_1 \cdot y_2 - \cos(\phi) \cdot y_1 \cdot x_2
\end{aligned} \tag{1.38}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f_4}{\partial \kappa} = & t_y \cdot \sin(\omega) \cdot \cos(\kappa) \cdot x_2 - t_y \cdot \sin(\omega) \cdot \cos(\kappa) \cdot x_1 \\
& + t_y \cdot \cos(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot x_2 - t_y \cdot \cos(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot x_1 \\
& - t_y \cdot \sin(\omega) \cdot \sin(\kappa) \cdot y_2 + t_y \cdot \sin(\omega) \cdot \sin(\kappa) \cdot y_1 \\
& + t_y \cdot \cos(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot y_2 - t_y \cdot \cos(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot y_1 \\
& - t_z \cdot \cos(\omega) \cdot \cos(\kappa) \cdot x_2 + t_z \cdot \cos(\omega) \cdot \cos(\kappa) \cdot x_1 \\
& + t_z \cdot \sin(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot x_2 - t_z \cdot \sin(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot x_1 \\
& + t_z \cdot \cos(\omega) \cdot \sin(\kappa) \cdot y_2 - t_z \cdot \cos(\omega) \cdot \sin(\kappa) \cdot y_1 \\
& + t_z \cdot \sin(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot y_2 - t_z \cdot \sin(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot y_1 \\
& - \cos(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot y_1 \cdot z_2 + \cos(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot z_1 \cdot y_2 \\
& - \cos(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot z_1 \cdot x_2 + \cos(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot x_1 \cdot z_2
\end{aligned} \tag{1.39}$$

$$\frac{\partial f_4}{\partial t_x} = 0 \tag{1.40}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f_4}{\partial t_y} = & \sin(\omega) \cdot \sin(\kappa) \cdot x_2 - \sin(\omega) \cdot \sin(\kappa) \cdot x_1 \\
& - \cos(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot x_2 + \cos(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot x_1 \\
& + \sin(\omega) \cdot \cos(\kappa) \cdot y_2 - \sin(\omega) \cdot \cos(\kappa) \cdot y_1 \\
& + \cos(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot y_2 - \cos(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot y_1 \\
& + \cos(\omega) \cdot \cos(\phi) \cdot z_2 - \cos(\omega) \cdot \cos(\phi) \cdot z_1
\end{aligned} \tag{1.41}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f_4}{\partial t_z} = & -\cos(\omega) \cdot \sin(\kappa) \cdot x_2 + \cos(\omega) \cdot \sin(\kappa) \cdot x_1 \\
& - \sin(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot x_2 + \sin(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot x_1 \\
& - \cos(\omega) \cdot \cos(\kappa) \cdot y_2 + \cos(\omega) \cdot \cos(\kappa) \cdot y_1 \\
& + \sin(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot y_2 - \sin(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot y_1 \\
& + \sin(\omega) \cdot \cos(\phi) \cdot z_2 - \sin(\omega) \cdot \cos(\phi) \cdot z_1
\end{aligned} \tag{1.42}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f_5}{\partial \omega} = & -t_x \cdot \cos(\omega) \cdot \sin(\kappa) \cdot x_2 + t_x \cdot \cos(\omega) \cdot \sin(\kappa) \cdot x_1 \\
& - t_x \cdot \sin(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot x_2 + t_x \cdot \sin(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot x_1 \\
& - t_x \cdot \cos(\omega) \cdot \cos(\kappa) \cdot y_2 + t_x \cdot \cos(\omega) \cdot \cos(\kappa) \cdot y_1 \\
& + t_x \cdot \sin(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot y_2 - t_x \cdot \sin(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot y_1 \\
& + t_x \cdot \sin(\omega) \cdot \cos(\phi) \cdot z_2 - t_x \cdot \sin(\omega) \cdot \cos(\phi) \cdot z_1 \\
& - \sin(\omega) \cdot \sin(\kappa) \cdot y_1 \cdot z_2 + \sin(\omega) \cdot \sin(\kappa) \cdot z_1 \cdot y_2 \\
& + \cos(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot y_1 \cdot z_2 - \cos(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot z_1 \cdot y_2 \\
& - \sin(\omega) \cdot \cos(\kappa) \cdot z_1 \cdot x_2 + \sin(\omega) \cdot \cos(\kappa) \cdot x_1 \cdot z_2 \\
& - \cos(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot z_1 \cdot x_2 + \cos(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot x_1 \cdot z_2 \\
& - \cos(\omega) \cdot \cos(\phi) \cdot x_1 \cdot y_2 \\
& + \cos(\omega) \cdot \cos(\phi) \cdot y_1 \cdot x_2
\end{aligned} \tag{1.43}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f_5}{\partial \phi} = & (-t_z \cdot \sin(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot x_2 + t_z \cdot \sin(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot x_1 \\
& + t_z \cdot \sin(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot y_2 - t_z \cdot \sin(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot y_1 + t_z \cdot \cos(\phi) \cdot z_2 \\
& - t_z \cdot \cos(\phi) \cdot z_1 + t_x \cdot \cos(\omega) \cdot \cos(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot x_2 \\
& - t_x \cdot \cos(\omega) \cdot \cos(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot x_1 - t_x \cdot \cos(\omega) \cdot \cos(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot y_2 \\
& + t_x \cdot \cos(\omega) \cdot \cos(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot y_1 + t_x \cdot \cos(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot z_2 \\
& - t_x \cdot \cos(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot z_1 + \sin(\omega) \cdot \cos(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot y_1 \cdot z_2 \\
& - \sin(\omega) \cdot \cos(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot z_1 \cdot y_2 - \sin(\omega) \cdot \cos(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot z_1 \cdot x_2 \\
& + \sin(\omega) \cdot \cos(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot x_1 \cdot z_2 + \sin(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot x_1 \cdot y_2 \\
& - \sin(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot y_1 \cdot x_2
\end{aligned} \tag{1.44}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f_5}{\partial \kappa} = & -t_z \cdot \cos(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot x_2 + t_z \cdot \cos(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot x_1 \\
& - t_z \cdot \cos(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot y_2 + t_z \cdot \cos(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot y_1 \\
& - t_x \cdot \sin(\omega) \cdot \cos(\kappa) \cdot x_2 + t_x \cdot \sin(\omega) \cdot \cos(\kappa) \cdot x_1 \\
& - t_x \cdot \cos(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot x_2 + t_x \cdot \cos(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot x_1 \\
& + t_x \cdot \sin(\omega) \cdot \sin(\kappa) \cdot y_2 - t_x \cdot \sin(\omega) \cdot \sin(\kappa) \cdot y_1 \\
& - t_x \cdot \cos(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot y_2 + t_x \cdot \cos(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot y_1 \\
& + \cos(\omega) \cdot \cos(\kappa) \cdot y_1 \cdot z_2 - \cos(\omega) \cdot \cos(\kappa) \cdot z_1 \cdot y_2 \\
& - \sin(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot y_1 \cdot z_2 + \sin(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot z_1 \cdot y_2 \\
& - \cos(\omega) \cdot \sin(\kappa) \cdot z_1 \cdot x_2 + \cos(\omega) \cdot \sin(\kappa) \cdot x_1 \cdot z_2 \\
& - \sin(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot z_1 \cdot x_2 \\
& + \sin(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot x_1 \cdot z_2
\end{aligned} \tag{1.45}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f_5}{\partial t_x} = & -\sin(\omega) \cdot \sin(\kappa) \cdot x_2 + \sin(\omega) \cdot \sin(\kappa) \cdot x_1 \\
& + \cos(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot x_2 - \cos(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot x_1 \\
& - \sin(\omega) \cdot \cos(\kappa) \cdot y_2 + \sin(\omega) \cdot \cos(\kappa) \cdot y_1 \\
& - \cos(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot y_2 + \cos(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot y_1 \\
& - \cos(\omega) \cdot \cos(\phi) \cdot z_2 + \cos(\omega) \cdot \cos(\phi) \cdot z_1
\end{aligned} \tag{1.46}$$

$$\frac{\partial f_5}{\partial t_y} = 0 \tag{1.47}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f_5}{\partial t_z} = & \cos(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot x_2 - \cos(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot x_1 \\
& - \cos(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot y_2 + \cos(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot y_1 + \sin(\phi) \cdot z_2 \\
& - \sin(\phi) \cdot z_1
\end{aligned} \tag{1.48}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f_6}{\partial \omega} = & -t_x \cdot \sin(\omega) \cdot \sin(\kappa) \cdot x_2 + t_x \cdot \sin(\omega) \cdot \sin(\kappa) \cdot x_1 \\
& + t_x \cdot \cos(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot x_2 - t_x \cdot \cos(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot x_1 \\
& - t_x \cdot \sin(\omega) \cdot \cos(\kappa) \cdot y_2 + t_x \cdot \sin(\omega) \cdot \cos(\kappa) \cdot y_1 \\
& - t_x \cdot \cos(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot y_2 + t_x \cdot \cos(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot y_1 \\
& - t_x \cdot \cos(\omega) \cdot \cos(\phi) \cdot z_2 + t_x \cdot \cos(\omega) \cdot \cos(\phi) \cdot z_1 \\
& + \cos(\omega) \cdot \sin(\kappa) \cdot y_1 \cdot z_2 - \cos(\omega) \cdot \sin(\kappa) \cdot z_1 \cdot y_2 \\
& + \sin(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot y_1 \cdot z_2 - \sin(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot z_1 \cdot y_2 \\
& + \cos(\omega) \cdot \cos(\kappa) \cdot z_1 \cdot x_2 - \cos(\omega) \cdot \cos(\kappa) \cdot x_1 \cdot z_2 \\
& - \sin(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot z_1 \cdot x_2 + \sin(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot x_1 \cdot z_2 \\
& - \sin(\omega) \cdot \cos(\phi) \cdot x_1 \cdot y_2 + \sin(\omega) \cdot \cos(\phi) \cdot y_1 \cdot x_2
\end{aligned} \tag{1.49}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f_6}{\partial \phi} = & t_x \cdot \sin(\omega) \cdot \cos(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot x_2 - t_x \cdot \sin(\omega) \cdot \cos(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot x_1 \\
& - t_x \cdot \sin(\omega) \cdot \cos(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot y_2 + t_x \cdot \sin(\omega) \cdot \cos(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot y_1 \\
& + t_x \cdot \sin(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot z_2 - t_x \cdot \sin(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot z_1 \\
& + t_y \cdot \sin(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot x_2 - t_y \cdot \sin(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot x_1 \\
& - t_y \cdot \sin(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot y_2 + t_y \cdot \sin(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot y_1 - t_y \cdot \cos(\phi) \cdot z_2 \\
& + t_y \cdot \cos(\phi) \cdot z_1 - \cos(\omega) \cdot \cos(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot y_1 \cdot z_2 \\
& + \cos(\omega) \cdot \cos(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot z_1 \cdot y_2 + \cos(\omega) \cdot \cos(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot z_1 \cdot x_2 \\
& - \cos(\omega) \cdot \cos(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot x_1 \cdot z_2 - \cos(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot x_1 \cdot y_2 \\
& + \cos(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot y_1 \cdot x_2
\end{aligned} \tag{1.50}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f_6}{\partial \kappa} = & t_x \cdot \cos(\omega) \cdot \cos(\kappa) \cdot x_2 - t_x \cdot \cos(\omega) \cdot \cos(\kappa) \cdot x_1 \\
& - t_x \cdot \sin(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot x_2 + t_x \cdot \sin(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot x_1 \\
& - t_x \cdot \cos(\omega) \cdot \sin(\kappa) \cdot y_2 + t_x \cdot \cos(\omega) \cdot \sin(\kappa) \cdot y_1 \\
& - t_x \cdot \sin(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot y_2 + t_x \cdot \sin(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot y_1 \\
& + t_y \cdot \cos(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot x_2 - t_y \cdot \cos(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot x_1 \\
& + t_y \cdot \cos(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot y_2 - t_y \cdot \cos(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot y_1 \\
& + \sin(\omega) \cdot \cos(\kappa) \cdot y_1 \cdot z_2 - \sin(\omega) \cdot \cos(\kappa) \cdot z_1 \cdot y_2 \\
& + \cos(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot y_1 \cdot z_2 - \cos(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot z_1 \cdot y_2 \\
& - \sin(\omega) \cdot \sin(\kappa) \cdot z_1 \cdot x_2 + \sin(\omega) \cdot \sin(\kappa) \cdot x_1 \cdot z_2 \\
& + \cos(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot z_1 \cdot x_2 \\
& - \cos(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot x_1 \cdot z_2
\end{aligned} \tag{1.51}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f_6}{\partial t_x} = & \cos(\omega) \cdot \sin(\kappa) \cdot x_2 - \cos(\omega) \cdot \sin(\kappa) \cdot x_1 \\
& + \sin(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot x_2 - \sin(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot x_1 \\
& + \cos(\omega) \cdot \cos(\kappa) \cdot y_2 - \cos(\omega) \cdot \cos(\kappa) \cdot y_1 \\
& - \sin(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot y_2 + \sin(\omega) \cdot \sin(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot y_1 \\
& - \sin(\omega) \cdot \cos(\phi) \cdot z_2 + \sin(\omega) \cdot \cos(\phi) \cdot z_1
\end{aligned} \tag{1.52}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f_6}{\partial t_y} = & -\cos(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot x_2 + \cos(\phi) \cdot \cos(\kappa) \cdot x_1 \\
& + \cos(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot y_2 - \cos(\phi) \cdot \sin(\kappa) \cdot y_1 - \sin(\phi) \cdot z_2 \\
& + \sin(\phi) \cdot z_1
\end{aligned} \tag{1.53}$$

$$\frac{\partial f_6}{\partial t_z} = 0 \tag{1.54}$$

# **Danksagung**

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Anstellung als wissenschaftliche Mitarbeiterin am Geodätischen Institut der RWTH Aachen.

Für die Betreuung dieser Arbeit möchte ich mich bei meinem Doktorvater Herrn Prof. Dr.-Ing. Wilhelm Benning herzlich bedanken. Herrn Prof. Dr.-Ing. Heiner Kuhlmann vom Institut für Geodäsie und Geoinformation der Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn danke ich für die Übernahme des Korreferats.

Mein Dank gilt weiterhin den Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern des Geodätischen Institutes der RWTH Aachen für ihre hilfreiche Unterstützung.

Besonders nennen möchte ich Herrn Dr.-Ing. Raimund Schwermann für das Korrekturlesen der schriftlichen Ausarbeitung und seine fachlichen Ratschläge und Anregungen. Herrn Dipl.-Ing. Christoph Effkemann danke ich für seine Unterstützung im Umgang mit dem Softwaresystem PHIDIAS. Herrn Math.-Techn. Ass. Jürgen A. Lamers gilt mein Dank für die Unterstützung bei der satztechnischen Erstellung der Endversion. Von Herrn Dipl.-Ing. Holger Rudat erhielt ich sehr viele hilfreiche und praktische Ratschläge.

Abschließend danke ich meinen Eltern, meiner Schwester und meinem Freund für den fortwährenden Rückhalt und die aufbauende Unterstützung.

Aachen, im September 2011

Maria Lichtenstein