

Physikalisches Praktikum

Kapillarität und Viskosität

Versuch 5

Name:	Timo Janßen E-Mail: timo.janssen1@stud.uni-goettingen.de Tom Groß E-Mail: tom.gross@stud.uni-goettingen.de
Tutorin:	Jantje Freudenthal
Gruppe:	10
Durchgeführt am:	03.06.2013
Protokoll abgegeben:	17.06.2013
Protokoll verbessert:
Testiert:

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	1
2. Theorie	1
2.1. Oberflächenspannung	1
2.2. Kapillare Steighöhe	1
2.3. Das Gesetz von Hagen-Poiseuille	2
2.4. Die Mohrsche Waage	3
3. Durchführung	4
4. Auswertung	4
4.1. Oberflächenspannung	4
5. Diskussion	4
A. Messwerte (Original)	5

1. Einleitung

Dieser Versuch beschäftigt sich mit den Erscheinungen *Oberflächenspannung* und *dynamische Viskosität*, die aus den Molekularkräften in Fluiden resultieren. Die Oberflächenspannung wird im Effekt der Kapillarität untersucht, welche im Alltag zum Beispiel aus dem Flüssigkeitstransport in Pflanzen oder in einem Füllfederhalter bekannt ist.

Die dynamische Viskosität bestimmt die „Zähflüssigkeit“ eines Fluids und beeinflusst daher das Fließverhalten.

2. Theorie

2.1. Oberflächenspannung

Betrachtet man die Moleküle einer realen Flüssigkeit, so haben die Moleküle an der Oberfläche weniger Bindungen zu Nachbarmolekülen als jene im Inneren der Flüssigkeit. Während die Kräfte auf ein Molekül sich im Inneren gegenseitig aufheben, wirkt auf ein Molekül an der Oberfläche eine permanente anziehende Kraft. Will man also ein Molekül aus dem Inneren an die Oberfläche verschieben, muss eine Arbeit aufgebracht werden. Um die Oberfläche der Flüssigkeit um ΔA zu vergrößern, muss die Arbeit ΔW geleistet werden und man nennt den Quotienten

$$\frac{\Delta W}{\Delta A} =: \sigma \quad (1)$$

die Oberflächenspannung. [1]

Analog dazu lässt sich die Grenzflächenspannung σ_{ij} an der Grenzfläche zwischen zwei Medien definieren als die Energie, die aufgewendet werden muss, um die Grenzfläche i gegen j um 1 m^2 zu vergrößern. (weitere Erläuterungen z. B. in [1]).

2.2. Kapillare Steighöhe

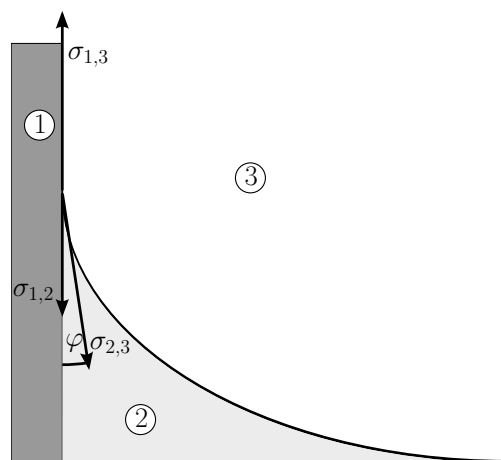


Abbildung 1: Veranschaulichung der Grenzflächenspannungen

Nach Abbildung 1 werden folgende Grenzflächenspannungen definiert:

- $\sigma_{1,2}$: Grenzfläche Glas-Flüssigkeit
- $\sigma_{1,3}$: Grenzfläche Glas-Luft
- $\sigma_{2,3}$: Grenzfläche Flüssigkeit-Luft

Im Folgenden werde eine vollständig benetzende Flüssigkeit betrachtet, d. h. $\sigma_{1,3} > \sigma_{1,2} + \sigma_{2,3}$.

In einer Kapillare (dünnes Röhrchen) bildet eine benetzende Flüssigkeit eine Säule der Höhe h über der umgebenden Flüssigkeitsoberfläche. Hebt man diese Säule um dh an, so ändert sich die potentielle Energie um

$$dE_{\text{pot}} = mgh \cdot dh = \pi r^2 g \rho h \cdot dh, \quad (2)$$

während sich die Oberflächenenergie (entspricht bei Flüssigkeiten der Oberflächenspannung) um

$$dE_{\text{oberfl}} = -2\pi r \cdot dh (\sigma_{1,3} - \sigma_{1,2}) = 2\pi r \cdot dh \cdot \sigma_{2,3} \cdot \cos \varphi \quad (3)$$

ändert. [1] Es wird sich eine Höhe einstellen, bei der gilt: $dE_{\text{pot}} + dE_{\text{oberfl}} = 0$. Gleichsetzen von (2) und (3) liefert

$$h = \frac{2\sigma_{2,3} \cdot \cos \varphi}{rg\rho}. \quad (4)$$

Bei vollständig benetzenden Flüssigkeiten ist $\varphi = 0$, da die gesamte Kapillare von innen benetzt wird. Mit der Oberflächenspannung $\sigma = \sigma_{2,3}$ (Grenzfläche Flüssigkeit-Luft) ergibt sich:

$$h = \frac{2\sigma}{rg\rho} \quad (5)$$

2.3. Das Gesetz von Hagen-Poiseuille

Reale Flüssigkeiten in Rohren fließen nicht mit konstanter Geschwindigkeit. Stattdessen bilden sich entweder Schichten gleicher Geschwindigkeit aus (*laminare Strömung*) oder es treten Wirbel auf (*turbulente Strömung*). Für laminare Rohrströmungen gilt das *Gesetz von Hagen-Poiseuille*: [1]

$$\dot{V} = \frac{dV}{dt} = \frac{\pi (p_1 - p_2)}{8\eta l} \cdot r^4 \quad (6)$$

mit

- \dot{V} : Volumenstrom durch das Rohr
- p_1 : Druck am Anfang des Rohres
- p_2 : Druck am Ende des Rohres
- η : dynamische Viskosität der Flüssigkeit
- l : Länge des Rohres
- r : Innenradius des Rohres

Nun soll eine Flüssigkeit betrachtet werden, die aufgrund der Gewichtskraft $F = mg$ aus einem Zylinder mit dem Radius R ausströmt. Dann gilt für das Volumen $dV = \pi R^2 dh$ und für den Druck $\Delta p = p_1 - p_2 = \rho gh$ mit der Dichte ρ . In (6) eingesetzt erhält man die Differentialgleichung

$$\pi R^2 dh = -\frac{\pi \rho g h}{8\eta l} \cdot r^4 dt \quad (7)$$

mit der Lösung

$$h(t) = h_0 \cdot \exp\left(-\frac{\rho g}{8\eta l R^2} r^4 t\right). \quad (8)$$

2.4. Die Mohrsche Waage

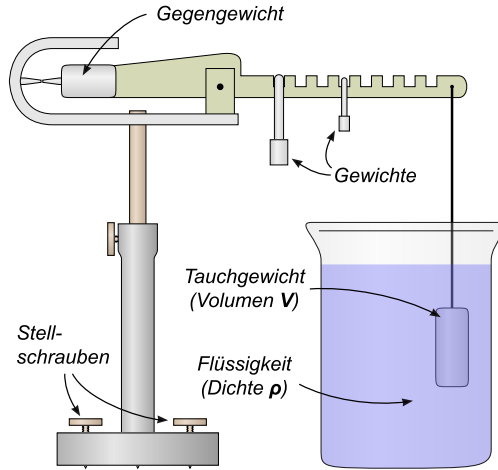


Abbildung 2: Aufbau der Mohrschen Waage [2]

Die Mohrsche Waage ist eine Balkenwaage zur Dichtebestimmung von Flüssigkeiten basierend auf dem Archimedischen Prinzip. Am Ende des einen Hebelarms hängt ein Tauchgewicht, welches vollständig in die zu untersuchende Flüssigkeit eingetaucht wird. Um den Auftrieb auszugleichen werden Gewichte in die dafür vorgesehenen Kerben eingehängt (vgl. Abb. 2), bis die Waage wieder horizontal ausgerichtet ist. Dies wird zuerst für eine Flüssigkeit bekannter Dichte und anschließend für die Flüssigkeit, deren Dichte bestimmt werden soll, durchgeführt. Dann lässt sich die Dichte der zweiten Flüssigkeit folgendermaßen bestimmen:[2]

$$\rho_1 = \frac{\sum_{i=1}^k m_{i1} \cdot r_i}{\sum_{i=1}^k m_{i2} \cdot r_i} \cdot \rho_2. \quad (9)$$

Dabei ist ρ die jeweilige Dichte, m_i die Masse des i -ten Gewichts und r_i der Abstand des i -ten Gewichts von der Drehachse.

3. Durchführung

4. Auswertung

4.1. Oberflächenspannung

Für die Berechnung der Oberflächenspannungen wurden zunächst die Durchmesser der Kapillare und die jeweiligen Steighöhen aus den Messungen gemittelt. Es ergeben sich die folgenden Ergebnisse:

Kapillare	Durchmesser
Grün	$1,763(6) \cdot 10^{-3} \text{ m}$
Blau	$1,203(6) \cdot 10^{-3} \text{ m}$
Rot	$8,27(6) \cdot 10^{-3} \text{ m}$

Tabelle 1: Durchmesser der Kapillare

Der Fehler des Durchmessers wurde über

$$\sigma_d = \frac{\sigma_{d_{\text{Messung}}}}{\sqrt{n}}$$

bestimmt. Dabei ist n die Anzahl der Messungen und es wurde $\sigma_{d_{\text{Messung}}} = 1 \cdot 10^{-5} \text{ m}$ geschätzt.

Mit der Formel [<Link>](#) kann nun die Oberflächenspannung der einzelnen Fluide bestimmt werden.

5. Diskussion

Literatur

- [1] Wolfgang Demtröder. *Experimentalphysik 1 - Mechanik und Wärme*. 5. Aufl. Berlin: Springer DE, 2008. ISBN: 978-3-540-79294-9.
- [2] Mira Prior und Alexander Mann. *Lehrportal der Georg-August-Universität Göttingen (LP). Die Mohrsche Waage*. URL: <http://lp.uni-goettingen.de/get/text/4773> (besucht am 14. 06. 2013).

A. Messwerte (Original)