

Physikalisches Praktikum

Die Gravitationswaage

Versuch 2

Praktikanten:	Timo Janßen E-Mail: timo.janssen1@stud.uni-goettingen.de Gottfried Schnabel E-Mail: g.schnabel@stud.uni-goettingen.de
---------------	--

Tutorin:	Jantje Freudental
Gruppe:	10

Durchgeführt am:	06.05.2013
Protokoll abgeben:	???
Protokoll verbessert:

Testiert:

Inhaltsverzeichnis

1	Auswertung	1
1.1	Bestimmung der Schwingungsdauer	1
1.2	Berechnung der mittleren Auslenkung und des Auslenkungswinkels .	3
1.3	Berechnung der Gravitationskonstante	3

1 Auswertung

1.1 Bestimmung der Schwingungsdauer

Trägt man für die beiden Messungen ($\alpha = \pm 45^\circ$) die Auslenkung gegen die Zeit auf, ergeben sich folgende Darstellungen:

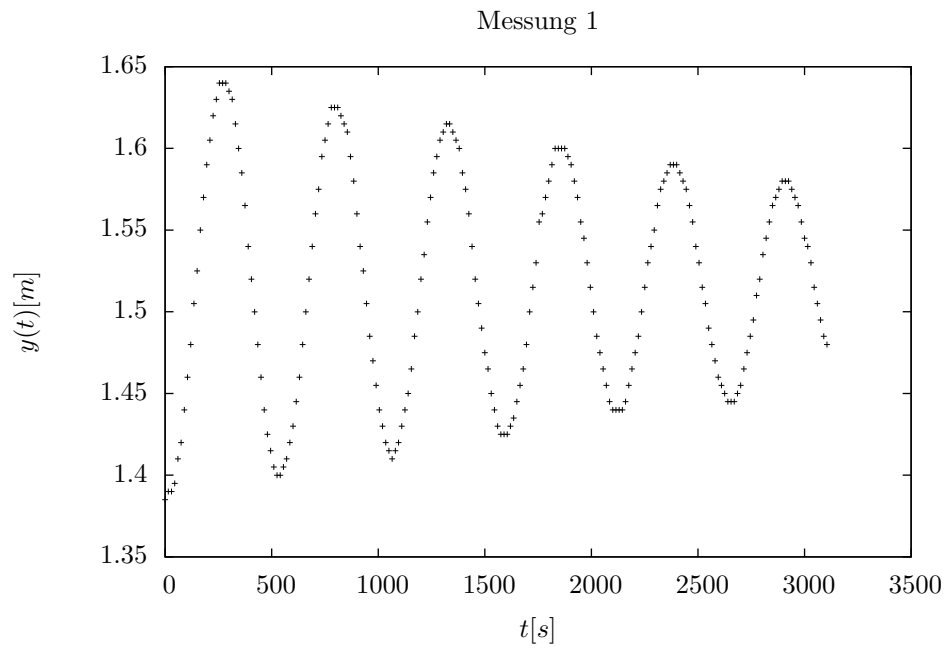


Abbildung 1: Zeitlicher Verlauf der Auslenkung des Laserstrahls (Messung 1)

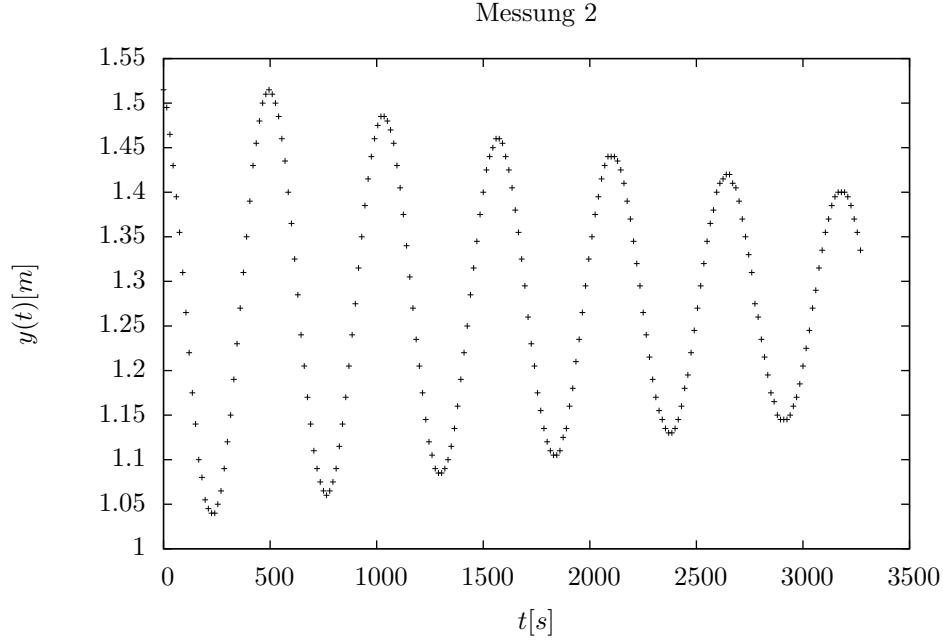


Abbildung 2: Zeitlicher Verlauf der Auslenkung des Laserstrahls (Messung 2)

Hieraus wird zunächst die Ruhelage der Schwingung (Endeinstellung \bar{y}) bestimmt (Tab. ??). Dazu wird über je drei Extrema nach der Beziehung

$$\bar{y}_i = \frac{y_i + y_{i+2} + 2y_{i+1}}{4} \quad (1)$$

ein Wert berechnet und anschließend über alle Werte gemittelt. Aus der Fehlerfortpflanzung ergibt sich

$$\sigma_{\bar{y}_i} = \frac{\sigma_y}{\sqrt{2}} \quad (2)$$

$$\Delta_{\bar{y}} = \frac{\sigma_{\bar{y}_i}}{\sqrt{n}} \quad (3)$$

wobei n die Anzahl der erhaltenen \bar{y}_i ist und $\sigma_y = 0,005$ m für alle Messwerte gilt.

Die Nulllage ($\alpha = 0^\circ$) ist der gewichtete Mittelwert der beiden Endeinstellungen

$$\bar{y}_0 = \frac{\frac{\bar{y}_1}{\sigma_{\bar{y}_1}^2} + \frac{\bar{y}_2}{\sigma_{\bar{y}_2}^2}}{\frac{1}{\sigma_{\bar{y}_1}^2} + \frac{1}{\sigma_{\bar{y}_2}^2}} \quad (4)$$

mit dem Fehler

$$\sigma_{\bar{y}_0} = \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{\sigma_{\bar{y}_1}^2} + \frac{1}{\sigma_{\bar{y}_2}^2}}} \quad (5)$$

Aus der Differenz der Nulldurchgängen lässt sich die Periodendauer bestimmen. Für die Nullstellen ist der Fehler der mittlere quadratische Fehler der beiden direkt neben der Nullstelle liegenden Messwerte.

$$\Delta_{t_n} = \sqrt{(t_1 - \bar{t})^2 + (t_2 - \bar{t})^2} \quad (6)$$

Aus der Fehlerfortpflanzung ergibt sich der Fehler der einzelnen Bestwerte für die Periodendauer:

$$\sigma_{T_n} = \sqrt{2}\Delta_{t_n} \quad (7)$$

Der Fehler des Mittelwertes ist

$$\Delta_T = \frac{\sigma_T}{\sqrt{N}} \quad (8)$$

Aus den Messwerten berechnet man

$$T = 531(4) \text{ s} \quad (9)$$

1.2 Berechnung der mittleren Auslenkung und des Auslenkungswinkels

Nach der Bestimmung der Endeneinstellungen und der Nulllage lässt sich für beide Messungen die mittlere Auslenkung \bar{A}_i als Differenz der Endeneinstellung zur Nulllage berechnen. Der gewichtete Mittelwert der mittleren Auslenkung y ist also

$$y = \frac{\frac{\bar{A}_1}{\sigma_{\bar{A}_1}^2} + \frac{\bar{A}_2}{\sigma_{\bar{A}_2}^2}}{\frac{1}{\sigma_{\bar{A}_1}^2} + \frac{1}{\sigma_{\bar{A}_2}^2}} \quad (10)$$

mit

$$\sigma_{\bar{A}_i} = \sqrt{\Delta_{\bar{y}_i}^2 + \sigma_{\bar{y}_0}^2} \quad (11)$$

$$\Delta_y = \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{\sigma_{\bar{A}_1}^2} + \frac{1}{\sigma_{\bar{A}_2}^2}}} \quad (12)$$

Der Auslenkungswinkel φ ergibt sich mit

$$\varphi = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{y}{l}\right) \quad (13)$$

$$\sigma_\varphi = \frac{\sigma_y^2 l^2 + \sigma_l^2 + y^2}{2(y^2 + l^2)} \quad (14)$$

aus der Geometrie des Aufbaus. l ist die Lichtzeigerlänge und durch den Versuchsaufbau vorgegeben (für Wert und Fehlerschätzung vgl. Tab. 1).

1.3 Berechnung der Gravitationskonstante

Für die Berechnung der Gravitationskonstante werden noch weitere Parameter benötigt, welche durch den Versuchsaufbau vorgegeben sind. In Tabelle 1 sind die Werte aufgetragen.

Lichtzeigerlänge l	0,2650(5) m
Masse der großen Kugeln M	10,1420(5) kg
Masse der kleinen Kugeln m	0,0020(5) kg
Radius der kleinen Kugeln r	0,007 50(5) m
Abstand Schwerpunkt-Drehachse der kleinen Kugeln a	0,0240(5) m
Abstand Schwerpunkt-Drehachse der großen Kugeln b	0,101 50(5) m

Tabelle 1: Parameter der Gravitationswaage. Als Fehler wird jeweils die Hälfte des kleinsten angegebenen Skalenteils angenommen.

Zusätzlich wird die Auslenkung $\alpha = 45(1)^\circ$ benötigt. Damit sind alle nötigen Werte vorhanden, um mit der Formel

$$\gamma = 4\pi^2 \varphi \cdot \frac{(a^2 + b^2 - 2ab \cos \alpha)^{3/2} \cdot (a^2 + \frac{2}{5}r^2)}{abM \sin \alpha \cdot T^2} \quad (15)$$

die Gravitationskonstante γ zu bestimmen. Der Fehler wird mit der Fehlerfortpflanzung bestimmt:

$$\sigma_\gamma = \sqrt{\left(\frac{\partial \gamma}{\partial \varphi}\right)^2 \sigma_\varphi^2 + \left(\frac{\partial \gamma}{\partial a}\right)^2 \sigma_a^2 + \left(\frac{\partial \gamma}{\partial b}\right)^2 \sigma_b^2 + \left(\frac{\partial \gamma}{\partial \alpha}\right)^2 \sigma_\alpha^2 + \left(\frac{\partial \gamma}{\partial r}\right)^2 \sigma_r^2 + \left(\frac{\partial \gamma}{\partial M}\right)^2 \sigma_M^2 + \left(\frac{\partial \gamma}{\partial T}\right)^2 \sigma_T^2} \quad (16)$$

mit Aus den Messwerten ergibt sich der Wert

$$\gamma = 6,9(2) \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kgs}^2 \quad (17)$$

Der Literaturwert nach CODATA 2010 ist $\gamma = 6,673\,84(80) \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kgs}^2$ (Verweis auf <http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?bg>), liegt also knapp außerhalb des Fehlerintervalls. Die Abweichung beträgt 3,4 %.

1.4 Unabhängige Betrachtung der Messungen

Im Folgenden werden die beiden Messungen unabhängig betrachtet, indem als mittlere Auslenkung jeweils die Differenz zwischen erwarteter Endstellung und Nulllage $y_i - y_0$ gewählt wird. Die Nulllage wurde hierfür vor den Messungen zu $y_0 = 1,3850(25) \text{ m}$ bestimmt.

Damit erhält man für γ die Werte

$$\gamma_1 = 7,7(3) \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kgs}^2 \quad (18)$$

$$\gamma_2 = 6,04(22) \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kgs}^2 \quad (19)$$

$$\bar{\gamma} = 6,7(2) \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kgs}^2 \quad (20)$$

Während die erste Messung deutlich nach oben vom erwarteten Wert abweicht, weicht die zweite Messung nach unten ab. Dies ist vermutlich dem Versuchsaufbau geschuldet: Nach der ersten Auslenkung der großen Kugeln, werden die kleinen Kugeln in die gleiche Richtung beschleunigt und schwingen anschließend im Mittel um eine Ruhelage $> 45^\circ$. Durch diese Verschiebung weicht der Wert für γ nach oben ab. Bei der zweiten Auslenkung werden die kleinen Kugeln noch stärker beschleunigt (die Winkeländerung beträgt 90°), was auch an der größeren Schwingungsamplitude zu erkennen ist (vgl. Abb. 1 u. 2). Da die Auslenkung bei steigender Amplitude stattfand, ist die Ruhelage bei der zweiten Messung nach unten verschoben und γ weicht nach unten ab. Der Mittelwert stimmt wiederum gut mit dem Literaturwert überein.

1.5 Vergleich mit den Messwerten anderer Forschergruppen

Zwar weicht der bestimmte Wert vom CODATA-Literaturwert ab, allerdings ist zu beachten, dass aktuelle Messwerte der Gravitationskonstanten um bis zu 0,74 % voneinander abweichen - trotz Unsicherheiten von nur etwa 0,01 %. (Verweis auf <http://elpub.bib.uni-wuppertal.de/servlets/DerivateServlet/Derivate-362/d089907.pdf>) Unter diesem Aspekt liegt auch der hier bestimmte Wert im Bereich dieser Daten. Bedenkt man, unter welchem Aufwand diese Ergebnisse gefunden wurden, ist der hier unter geringem Messaufwand bestimmte Wert vergleichsweise gut. Allerdings zeigt der Vergleich auch, dass es offensichtlich noch nicht erkannte systematische Fehler gibt.