UPPSALA UNIVERSITET

Beräkningsvetenskap I/KF

Institutionen för informationsteknologi
Teknisk databehandling

Besöksadress:
MIC hus 2, Polacksbacken
Lägerhyddsvgen 2

Postadress:
Box 337
751 05 Uppsala

Telefon:
018–471 0000 (växel)

Telefax:
018–52 30 49

Hemsida:
http://www.it.uu.se

Department of Information Technology
Scientific Computing

Visiting address:
MIC bldg 2, Polacksbacken
Lägerhyddsvgen 2

Postal address:
Box 337
SE-751 05 Uppsala
SWEDEN

Telephone:
+46 18–471 0000 (switch)

Telefax:
+46 18–52 30 49

Web page:
http://www.it.uu.se

Miniprojekt: Dammen vid Newton's Mill

Du tillbringar ett sabbatsår i England och kommer då i kontakt med The Newton's Mill Restoration Project. Du blir så intresserad av den gamla kvarnen med rötter i 1600-talet att du engagerar dig som volontär i projektet.

Del 1

Dammen vid Newton's Mill är just nu fylld med vatten upp till nivån 20 fot. Vattnet i dammen utövar ett så kallat hydrostatiskt tryck på fördämningen. Din första uppgift i projektet blir att beräkna hur stort det trycket är.
Låt y vara den koordinat som går från dammens botten, $y = 0$, och uppåt. Dammen är vattenfylld upp till $y = 20$. Dammens bredd på nivå y är $w(y)$.
Det hydrostatiska trycket kan då uttryckas

$$\int_0^{20} p \cdot (20 - y) \cdot w(y)\, dy, \text{ där } p = 62.5 \text{ lb/ft}^3.$$

Följande värden på $w(y)$ har uppmätts:

y	0	5	10	15	20
$w(y)$	20.00	20.05	20.25	20.51	21.18

Skriv ett Matlab-program för att beräkna det hydrostatiska trycket med användning av dessa mätvärden. Du kan använda Matlabs inbyggda funktioner för integrering (välj lämplig funktion).

Del 2

Dammen vid Newton's Mill är i stort behov av renovering. Tanken är att förstärka dammens väggar. Detta kommer att göras på så vis att dammen får en mycket regelbunden form, så att bredden $w(y)$ ges av formeln

$$w(y) = 40 - 20e^{-(0.01y)^2} \quad \text{fot}$$

För att bedöma hur fördämningen ska dimensioneras ur säkerhetssynpunkt vill ni i restaureringsprojektet beräkna hur stort det hydrostatiska trycket kommer att bli när dammen fått sin nya, regelbundna form.
Detta beror i sin tur på vattennivån i dammen, som varierar under året. Vattennivån D är vanligen mycket låg under sensommaren, medan den under våren kan komma upp till nära 100 fot.
Det motsvarande hydrostatiska trycket betecknar vi med $F(D)$:

$$F(D) = \int_0^{D} p \cdot (D - y) \cdot w(y)\, dy, \text{ fortfarande med } p = 62.5 \text{ lb/ft}^3.$$

Din uppgift är nu att numeriskt beräkna $F(D)$ för ett givet värde på D. Du kan använda någon lämplig integreringsfunktioner som finns inbyggda i Matlab för att lösa problemet. Gör sedan en plot över $F(D)$ för alla heltalsvärden på D från och med 10 fot till och med 100 fot. Denna figur blir underlag för bedömning av dimensioneringen av fördämningen. Precis som i del 1 använder du inbyggda funktioner i Matlab. Det är viktigt att du väljer en lämplig funktion.

Del 3: numeriska experiment och egen programmering

För att undersöka hur de numeriska metoderna för integrering fungerar och för att lära dig mer i programmering ska du här lösa samma problem som i del 2 ovan genom egen programmering. Det är alltså samma formel för bredden $w(y)$ som kan användas här, men här ska göra ett eget program som diskretiserar $w(y)$ och utför integrering. Du ska sedan studera vilken diskretisering som krävs för att uppnå en viss noggrannhet. Det går inte att använda exempelvis `integral` eftersom den funktionen diskretiserar automatiskt.

(a) Först ska du hitta på en algoritm som *automatiskt* ställer in diskretiseringsparametern h så att $F(D)$ beräknas med minst cirka fyra korrekta decimaler. Det räcker om det är ekvidistant indelning, dvs ett och samma h över hela integreringsområdet. Givet ett visst h är det tillåtet att använda Matlabs inbyggda funktion `trapz` för att beräkna integralen, men du får givetvis exempelvis implementera Simpsons metod om du vill.

När du har formulerat algoritmen ska du implementera den i Matlab. Testkör sedan programmet.

(b) Nu när du kan beräkna $F(D)$ med önskad noggrannhet, så går du vidare och gör en plot över $F(D)$ för alla heltalsvärden på D från och med 10 fot till och med 100 fot på samma sätt som i uppgift 2. Ur beräkningsvetenskaplig synpunkt är det intressant att se hur h-värdena varierar med D. Använd kommandot `subplot` för att rakt under grafen över $F(D)$ lägga in en plot över det använda h-värdet som funktion av D samt därunder en tredje plot som visar det uppskattade felet som funktion av D.

Del 4 - Diskussion och reflektion

När uppgiften är klar är det viktigt att ni i gruppen reflekterar över vad ni gjort, hur ni arbetet och vad ni lärt er. Det är också viktigt att relatera det ni gjort till mer teoretiska delar av kursen, t ex olika nyckelbegrepp. Fundera exempelvis på och skriv några rader om

- Vad har ni lärt er i uppgiften? Vilka är t ex de två viktigaste lärdomarna? Behandla inte enbart att ni lärt er vissa delar i Matlabanvändning, utan även mer teoretiska kunskaper.
- Var det något som ni tyckte var särskilt svårt? Och hur löste ni det i så fall?
- Försök även koppla samman det ni gjort i uppgiften med olika nyckelbegrepp inom momentet linjära ekvationssystem.

Ovanstående är ett förslag och det kan finnas annat som ni vill diskutera. Inget som ni skriver kommer att bedömas som fel, utan det viktiga är *att* ni reflekterar.