

# 1 DN1: SOR iteracija za razpršene matrike

Avtor: Timotej Šalamon

## 1.1 Naloge s funkcijami: Porazdelitvena funkcija normalne slučajne spremenljivke

V prvem delu naloge se ukvarjamo s pisanjem učinkovite funkcije za izračun vrednosti porazdelitvene funkcije za standardno normalno porazdeljeno standardno slučajno spremenljivko  $X \sim N[0, 1]$ .

Računamo torej:

$$\Phi(x) = P(X \leq x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

```
using Domaca02, Distributions, Plots
```

V nalogi je uporabljena sestavljena Simpsonova metoda za numerično integracijo. Metoda interval  $[a, b]$  razdeli na  $n$  podintervalov in izračuna integral na vsakem podintervalu. Integrira torej po formuli:

$$\int_a^b f(x) \approx \frac{1}{3}h(f(x_0) + 4f(x_1) + 2f(x_2) + 4f(x_3) + 2f(x_4) + \dots + 2f(x_{n-2}))$$

Za funkcijo  $f(x) = x$  izračunamo vrednost integrala s sestavljeno Simpsonovo metodo.

```
f(x) = x
a1, b1 = 0, 1
simpson = simpsonovoPravilo(f, a1, b1, 100)
```

```
| 0.5
```

Za tem lahko z uporabo Simposnove metode izračunamo še vrednosti porazdelitvene funkcije za standardno normalno porazdeljeno slučajno spremenljivko

```
x = normalPor(0.0)
```

```
| 0.500000000000000001
```

Sedaj lahko primerjamo rezultat dobljen z našo metodo in točen rezultat.

```
dist = Normal(0, 1)
xs = [-3.0, -2.0, -1.0, 0.0, 1.0, 2.0, 3.0]
razlike = Float64[]

for x in xs
```

```

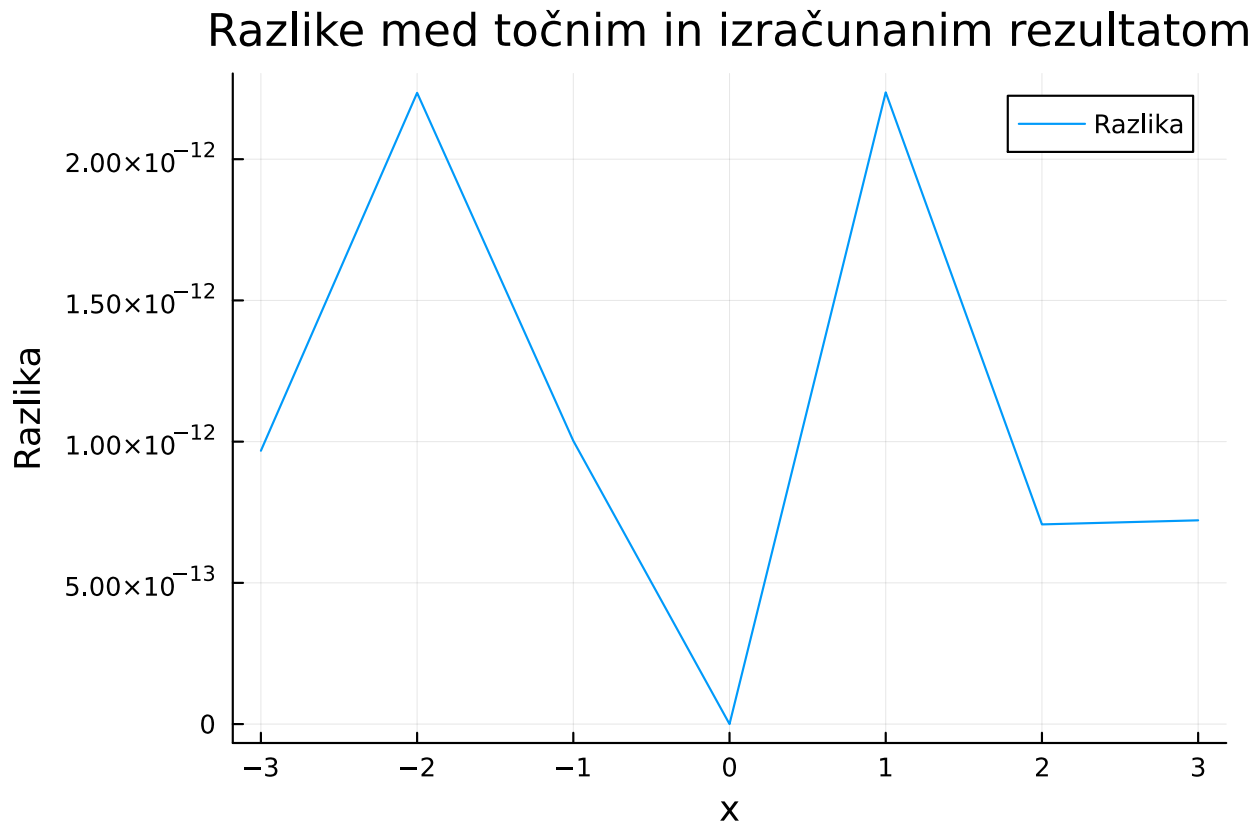
res = normalPor(x)
pricakovano = cdf(dist, x) # Porazdelitvena funkcija iz Distributions.jl
razlika = abs(res - pricakovano)
push!(razlike, razlika)
end

```

```

plot(xs, razlike, label="Razlika", xlabel="x",
     ylabel="Razlika", title="Razlike med točnim in izračunanim rezultatom")

```



## 1.2 Naloge s števili: Gauss-Legendrove kvadrature

V drugem delu naloge se ukvarjamo z izpeljavo Gauss-Legendreovega pravila za numerično integracijo. Najprej ga izračunamo za dve točki po formuli:

$$\int_a^b f(x) = A(f(x_1)) + B(f(x_2)) + R_f$$

Za primer izračunajmo  $\int_1^2 \sin(x) dx$  s pomočjo tega pravila.

```

f(x) = sin(x)
a, b = 1.0, 2.0
gaussLegendre2P(f, a, b)

```

```
| 0.9562205219673764
```

Sedaj lahko izpeljemo še sestavljeno Gauss-Legendreovo pravilo, kjer moramo določiti še število intervalov na katerega bo glavni interval  $[a, b]$  razdeljen. Izračun lahko naredimo na enaki funkciji kot v prvem primeru, a interval razdelimo na 10 delov.

```
n = 10
gaussLegendre(f, a, b, n)
```

```
| 0.9564491202682263
```

Sestavljeno pravilo lahko sedaj uporabimo za izračun različnih funkcij. Za še en primer lahko vzamemo izračun integrala:

$$\int_0^5 \frac{\sin(x)}{x} dx$$

Ocenimo še koliko izračunov funkcijske vrednosti je potrebnih, da je izračun približka integrala natančen na 10 decimalk.

```
rez, stKorakov = primerGL()
```

```
| (1.5499312449775633, 640)
```

Dobimo rezultat:

```
rez
```

```
| 1.5499312449775633
```

Dobimo število potrebnih korakov da dosežemo željeno natančnost:

```
stKorakov
```

```
| 640
```