1 DN2: Porazdelitvena funkcija normalne slučajne spremenljivke in Gauss-Legendrove kvadrature

Avtor: Timotej Šalamon

1.1 Naloge s funkcijami: Porazdelitvena funkcija normalne slučajne spremenljivke

V prvem delu naloge se ukvarjamo s pisanjem učinkovite funkcije za izračun vrednosti porazdelitvene funkcije za standardno normalno porazdeljeno standardno slučajno spremenljivko $X \sim N[0,1]$.

Računamo torej:

$$\Phi(x) = P(X <= x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

```
using Domaca02, Distributions, Plots
```

V nalogi je uporabljena sestavljenova Simpsonova metoda za numerično integracuijo. Metoda interval $[a,b]$ razdeli na n podintervalov in izračuna integral na vsakem podintervalu. Integrira torej po formuli:

$$\int_a^b f(x) \approx \frac{1}{3} h(f(x_0) + 4f(x_1) + 2f(x_2) + 4f(x_3) + 2f(x_4) + \cdots + 2f(x_{n-2}))$$

Za funkcijo $f(x) = x$ izračunamo vrednost integrala s sestavljeno Simpsonovo metodo.

```
f(x) = x
a1, b1 = 0, 1
simpson = simpsonovoPravilo(f, a1, b1, 100)
```

```
0.5
```

Za tem lahko z uporabo Simposnove metode izračunamo še vrednosti porazdelitvene funkcije za standardno normalno porazdeljeno slučajno spremenljivko

```
x = normalPor(0.0)
```

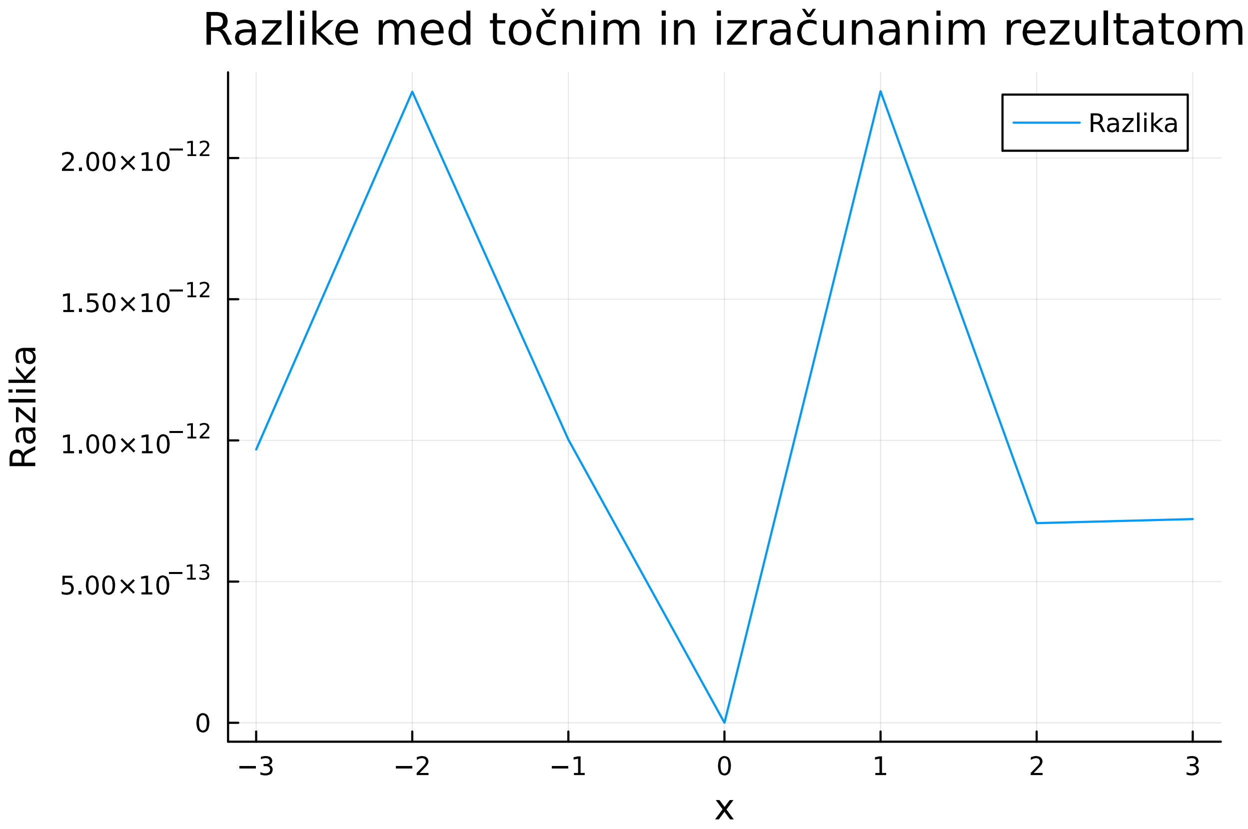
```
0.5000000000000001
```

Sedaj lahko primerjamo rezultat dobljen z našo metodo in točen rezultat.

```
dist = Normal(0, 1)
xs = [-3.0, -2.0, -1.0, 0.0, 1.0, 2.0, 3.0]
razlike = Float64[]
```

```
for x in xs
    res = normalPor(x)
    pricakovano = cdf(dist, x)  # Porazdelitvena funkcija iz Distributions.jl
    razlika = abs(res - pricakovano)
    push!(razlike, razlika)
end

plot(xs, razlike, label="Razlika", xlabel="x",
    ylabel="Razlika", title="Razlike med točnim in izračunanim rezultatom")
```



1.2 Naloge s števili: Gauss-Legendrove kvadrature

V drugem delu naloge se ukvarjamo z izpeljavo Gauss-Legendreovega pravila za numerično integracijo. Najprej ga izračunamo za dve točki po formuli:

$$\int_a^b f(x) = A(f(x_1)) + B(f(x_2)) + R_f$$

Za primer izračunajmo $\int_1^2 \sin((x))dx$ s pomočjo tega pravila.

```
f(x) = sin(x)
a, b = 1.0, 2.0
gaussLegendre2P(f, a, b)
```

```
0.9562205219673764
```

Sedaj lahko izpeljemo še sestavljeno Gauss-Legendreovo pravilo, kjer moramo določiti še število intervalov na katerega bo glavni interval [a, b] razdeljen. Izračun lahko naredimo na enaki funkciji kot v prvem primeru, a interval razdelino na 10 delov.

```
n = 10
gaussLegendre(f, a, b, n)
```

```
0.9564491202682263
```

Sestavljeno pravilo lahko sedaj uporabimo za izračun različnih funkcij. Za še en primer lahko vzamemo izračun integrala:

$$\int_0^5 \frac{sin(x)}{x} dx$$

Ocenimo še koliko izračunov funkcijske vrednosti je potrebnih, da je izračun približka integrala natančen na 10 decimalk.

```
rez, stKorakov = primerGL()
```

```
(1.5499312449775633, 640)
```

Dobimo rezultat:

```
rez
```

```
1.5499312449775633
```

Dobimo število potrebnih korakov da dosežemo željeno natančnost:

```
stKorakov
```

```
640
```