

**Mathematik 3 für
Elektrotechniker**

SS 2009

Name:

Matrikelnr.:

Aufgabenstellung: Beck

Bearbeitungszeit: 120 min

Hilfsmittel: 2 DIN A4-Blätter handgeschriebene Formelsammlung

Bitte beachten Sie folgendes:

- Schreiben Sie Ihre Ausarbeitung gut lesbar auf die dafür vorgesehenen Blätter.
- Bei Platzmangel benutzen Sie die Blattrückseite.
- Schmierblätter mit Konzepten nicht mit abgeben.
- Ergebnisse, soweit vorhanden, heben Sie bitte geeignet hervor.
- Lösungsansatz und der Lösungsweg müssen sich zweifelsfrei erkennen lassen; Ansatz und Weg werden bewertet. Ein Ergebnis ohne Lösungsweg zählt nicht.
- Geben Sie die Klausurunterlagen in jedem Fall (mit eingetragenem Namen) ab.
- Nichtmuttersprachler wenden sich bei sprachlichen Schwierigkeiten rechtzeitig an den Dozenten, Textteile in Englisch werden akzeptiert.

Punkteverteilung:

Aufgabe	1		2					3	4			5		Gesamt
	a	b	a	b	c	d	e		a	b	c	a	b	
Punkte	9	5	3	5	6	4	6	12	8	9	8	8	4	87
Punkte erreicht														

Aufgabe 1)

a) Untersuchen Sie auf lineare Unabhängigkeit:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = 3, \vec{b} = 1$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \vec{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

b) Berechnen Sie die Koordinaten des Vektors $\vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$ bezüglich der

$$\text{Basis } A = \left\{ \vec{a}_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}, \vec{a}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

**Aufgabe 2)**

Gegeben sei die Matrix $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$.

- a) Ist die Matrix M invertierbar?
- b) Berechnen Sie die Eigenwerte der Matrix M .
- c) Berechnen Sie die zu den Eigenwerten gehörenden Eigenvektoren.
Normieren Sie die Eigenvektoren so, dass deren x -Komponente jeweils eins ist.
- d) Die Matrix M stelle eine lineare Abbildung bezüglich der kanonischen Basis

$$A = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \text{ dar.}$$

Geben Sie eine Basis B an bezüglich der die Matrix der obigen Abbildung folgende

$$\text{Gestalt besitzt: } M' = \begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \beta \end{pmatrix}.$$

Geben Sie α und β an.

- e) Berechnen Sie die Transformationsmatrix T , anhand derer sich die Koordinaten eines Vektors \vec{v} bezüglich der Basis A in seine Koordinaten bezüglich der neuen Basis B umrechnen lassen.

**Aufgabe 3)**

Gegeben sei folgende Differentialgleichung:

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 2\frac{dy}{dt} - 3y = 2\cos(t) - 4\sin(t)$$

Berechnen Sie die allgemeine Lösung.

**Aufgabe 4)**

- a) Berechnen Sie die Lösung der DGL

$$x^3 + (y+1)^2 y' = 0 \quad \text{mit } y(0) = 0.$$

- b) Berechnen Sie die allgemeine Lösung der DGL

$$y' = (x+y)^2.$$

(Hinweis: Die Stammfunktion der Funktion $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$ ist $F(x) = \arctan(x) + C$)

- c) Berechnen Sie die allgemeine Lösung der DGL

$$y' - \frac{y}{x} = x$$

Aufgabe 5)

Gegeben sei folgender Scilab-Code:

```
function dydx=f(x,y);  
dydx=x;  
endfunction;  
y0=2;x0=0;  
x=0:0.5:4;  
y=ode(y0,x0,x,f);  
plot2d(x,y)  
c=y(5)
```

- a) Skizzieren Sie die Kurve, die Scilab erstellt, in das unten dargestellte Koordinatensystem.
- b) Welchen Wert gibt Scilab für die Variable c aus?

