Hochschule Mannheim
Fakultät für Elektrotechnik

Mathematik 3 für

Elektrotechniker

Probeklausur WS2007/08

Name:

Matr.-Nr.:

Aufgabenstellung: Beck

Bearbeitungszeit: 120 min für MA3 (+ 120 min für SYT)

Hilfsmittel: Taschenrechner,
Vorlesungsunterlagen

Benotung: Die Note ergibt sich aus der Gesamtpunktzahl aus MA3 und SYT

Bitte beachten Sie folgendes:

- Schreiben Sie Ihre Ausarbeitung **gut lesbar** auf die dafür vorgesehenen Blätter.
- Bei Platzmangel benutzen Sie die **Blattrückseite**.
- Schmierblätter mit Konzepten nicht mit abgeben.
- **Ergebnisse**, soweit vorhanden, heben Sie bitte geeignet hervor.
- **Lösungsansatz** und der **Lösungsweg** müssen sich **zweifelsfrei** erkennen lassen; Ansatz und Weg werden bewertet. Ein Ergebnis ohne Lösungsweg zählt nicht.
- Geben Sie die Klausurunterlagen **in jedem Fall** (mit eingetragenem Namen) ab.
- **Nichtmuttersprachler** wenden sich bei sprachlichen Schwierigkeiten **rechtzeitig** an den Dozenten,Textteile in englisch werden akzeptiert,

Punkteverteilung:

Aufgabe	1		2		3		4			5		**Gesamt**
	a	b	a	b	a	b	a	b	c	a	b	
Punkte	4	4	6	2	4	4	2	4	2	4	4	40
Punkte erreicht												

Aufgabe 1 (8 Punkte):

a) $y' + 2x \cdot y^2 = 0$

Berechnen Sie die allgemeine Lösung der obigen DGL.
Geben Sie die spezielle Lösung für das AWP $y(0) = -1$ an und skizzieren Sie die Lösung für $-3 \leq x \leq 3$.

b) $y' + \frac{x}{y} = 0$

Berechnen Sie die allgemeine Lösung der DGL
Skizzieren Sie die Schar der Lösungskurven. Welche geometrische Form beschreibt jede der Lösungskurven?

Aufgabe 2 (8 Punkte):

a) Berechnen Sie die allgemeine Lösung der folgenden DGL durch Variation der Konstanten:
$x \cdot y' + y = x \cdot \cos x$

b) Geben Sie die spezielle Lösung der obigen DGL für folgende Randbedingung an:
$y(\pi) = 0$
Führen Sie eine Probe durch und zeigen Sie, dass die von Ihnen gefundene Lösung tatsächlich eine Lösung der DGL ist.

Aufgabe 3 (8 Punkte):

a) Berechnen Sie die allgemeine Lösung der folgenden DGL mit Methoden, die in der Vorlesung MA3 verwendet wurden:

$$y''+3y'-4y = \sin x$$

b) Berechnen Sie die spezielle Lösung der obigen DGL für folgende Anfangsbedingungen:

$$y(0) = -\frac{3}{34} \quad , \quad y'(0) = -\frac{5}{34}$$

Wie groß ist die Phasenverschiebung zwischen der speziellen Lösung und der Störfunktion $\sin x$?

Aufgabe 4 (8 Punkte):

Im R^2 seien zwei Basissysteme gegeben:

Basis A: $a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $a_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ Basis B: $b_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $b_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

Die Koordinaten eines Vektors $v \in R^2$ bezüglich der Basis A seien $v_A = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$

Die Koordinaten des gleichen Vektors $v \in R^2$ bezüglich der Basis B seien $v_B = \begin{pmatrix} v_1^* \\ v_2^* \end{pmatrix}$

a) Zeichnen Sie die beiden Basissysteme in je ein Diagramm.

Bestimmen Sie (wenn Sie möchten zeichnerisch) die Koordinaten v_B des Vektors, der bezüglich der Basis A folgende Koordinaten besitzt: $v_A = \begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix}$.

b) Bestimmen Sie die Matrix *M*, um für beliebige Vektoren $v \in R^2$ v_B aus v_A zu berechnen: $\begin{pmatrix} v_1^* \\ v_2^* \end{pmatrix} = M \cdot \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$

c) Ist die Matrix *M* orthogonal ? (Begründung!)
Ist M eine Drehung? (Begründung!)

Aufgabe 5 (8 Punkte):

Gegeben sei die Matrix $M = \begin{pmatrix} 1 & \sqrt{6} \\ \sqrt{6} & 2 \end{pmatrix}$

a) Berechnen Sie die Eigenwerte von *M*.

b) Berechnen Sie zu jedem Eigenwert einen Eigenvektor.