

Hochschule Mannheim - Mathematik 3 (Fakultät E)
Probeklausur WS 14/15

Name:

Matrikel-Nr.:

Datum: 29.12.2014

Bearbeitungsdauer: 120 min

Ersteller: Beck

Hilfsmittel: keine Formelsammlung, Taschenrechner

Nur Ergebnisse mit Rechenweg bzw. Begründung zählen !!!

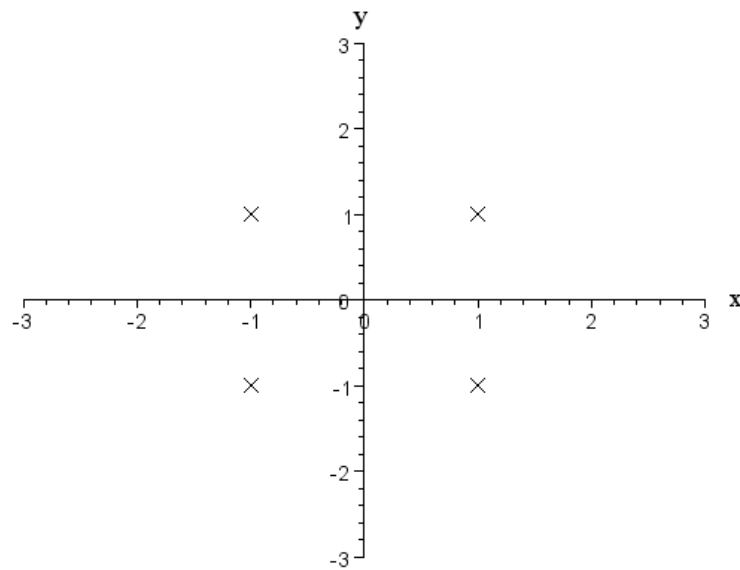
Punkteverteilung:

Aufgabe	1				2				3				4				5		Gesamt
	a	b	c	d	a	b	c	[d]	a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	
Punkte	2	4	6	4	4	6	3	5	6	4	6	4	5	8	4	6	4	4	80(85)
Punkte erreicht																			

1) Gegeben ist folgende Differentialgleichung:

$$y'y = \frac{y^2}{x} + x$$

- a) Bringen Sie die DGL auf die Form $y' = \dots$
- b) Skizzieren Sie an den im Diagramm gegebenen Punkten das Richtungsfeld.

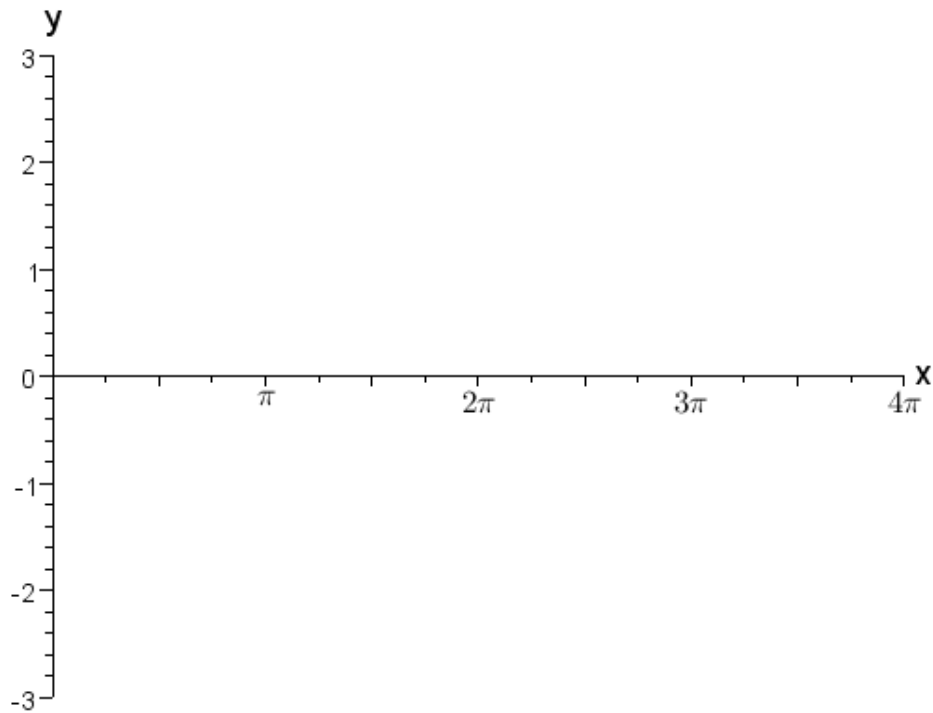


- c) Bestimmen Sie mit Hilfe von Substitution die allgemeine Lösung der DGL.
- d) Geben Sie die spezielle Lösung für $y(1) = -2$ an.

2) Gegeben ist folgende Differentialgleichung:

$$y' + y\sin(x) = 2\sin(x)$$

- a) Geben Sie die allgemeine Lösung der **homogenen** DGL an.
- b) Berechnen Sie durch Variation der Konstanten die allgemeine Lösung der **inhomogenen** DGL.
- c) Berechnen Sie die spezielle Lösung der inhomogenen DGL für $y(0) = 0$.
- d) **Zusatzaufgabe:** Hier können Sie nur gewinnen!
Skizzieren Sie die Funktion aus Aufgabe c) im Bereich $x \in [0, 4\pi]$ in das unten vorgezeichnete Koordinatensystem.



3) Gegeben ist folgende Differentialgleichung:

$$y'' + 4y' + 3y = 3x^2 + 2x + 6$$

- a) Geben Sie das charakteristische Polynom der DGL an und berechnen Sie seine Nullstellen.
- b) Geben Sie die allgemeine Lösung der **homogenen** DGL an.
- c) Berechnen Sie die allgemeine Lösung der **inhomogenen** DGL.
- d) Gegeben sei nun folgende DGL:

$$y'' + 4y' + by = 0$$

Wie groß muss b mindestens sein, damit die DGL eine gedämpfte, periodische Lösung besitzt?

4) Gegeben ist folgendes lineares Gleichungssystem:

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}x_1 + \frac{3}{2}x_2 &= -5 \\ \frac{3}{2}x_1 + \frac{1}{2}x_2 &= 1\end{aligned}$$

- a) Geben Sie die Koeffizientenmatrix M des Gleichungssystems an.
Berechnen Sie die Determinante von M
Bestimmen Sie den Rang von M
Was folgt daraus für die Lösbarkeit des Gleichungssystems?
- b) Bestimmen Sie die inverse Matrix M^{-1} . Lösen Sie das obige Gleichungssystem mit Hilfe von M^{-1} .
- c) Bestimmen Sie die Eigenwerte von M .
- d) Bestimmen Sie zu jedem Eigenwert aus Aufgabe c) einen Eigenvektor der Länge 1.
(Falls Sie c) nicht lösen konnten, rechnen Sie mit den Eigenwerten $\lambda_1 = 2$ und $\lambda_2 = -1$.)

5) Gegeben ist folgendes Scilab-Programm:

```
clear;  
  
function dydx=f(x,y);  
    dydx=2*x;  
endfunction;  
  
y0=-2;  
x0=0;  
x=0:0.1:2;  
  
y=ode(y0,x0,x,f)  
  
plot2d(x,y)
```

- a) Geben Sie die allgemeine Lösung der DGL an, die Scilab hier löst.
- b) Skizzieren Sie in das unten stehende Diagramm das Kurvenstück, das Scilab hier berechnet.

