Martes:
Vida perdida, vida robada, y la vida ideal

Tim Riffe

15 de junio de 2015

Ésta sessión está basada en un trabajo en curso con mi coautora Aïda Solé Auró de la Universitat Pompeu Fabra (Barcelona). Habrá que hacer muchos cambios antes de enviar, pero se puede ver un esbozo de un paper sobre el tema de hoy aquí: `http://paa2015.princeton.edu/abstracts/151532`

1. ¿Cuánta vida pierde la población tras la mortalidad?

Normalmente se considera la tabla de vida *pura* en el sentido de no padecer distorciones debida a la estructura acidentada de la población. El proceso de calcular los M_x antecedentes de la tabla de vida ya debe de purgar los efectos de irregularidades en la estructura de edad. Por lo tanto se puede comparar la mortalidad en distintas poblaciones, puntos de tiempo, o edades. La estandarización implicita de la tabla de vida facilita la comparación. Los eventos en si (las defunciones) se suele bajar de interés secundaria, y cuando se habla de defuntos se suele hablar de su numero total, o por causes. Esto tiene sentido porque una población grande puede tener más defuntos que una población más pequeña a pesar de tener mortalidad más baja.

Un indicador contracorriente a lo dicho: El PYLL (Person Years of Life Lost). Es un indicador muy querido por el GBD (Global Burden of Disease), y lo sueles ver también en informes oficiales de ministerios de salud. Se ve mucho menos en la literatura cientifica de la demografia, posiblemente porque no es puro, como la tabla de vida, y no es tan comparable sobre el tiempo (debido a cambios en el tamaño de la población), ni entre poblaciones. No obstante, tiene una interpretación muy directa, y presta significado a las defunciones. También creo que se puede usar PYLL para comparar causes en el mismo año...

Empezamos con un ejemplo. Supone que 1000 personas de la edad 34 han muerto, y que los de 34 años tienen una esperanza de vida de 45 años. Pués según la versión sencilla de PYLL, hemos perdido $1000 \times 45 = 45,000$ años de vida debido a las defunciones de gente de 34 años. Formalmente, tenemos:

$$PYLL_x = D_x \cdot e_x \qquad . \tag{1}$$

Ésta definición de PYLL es problemático por varios razones. 1) es igual de culpable como el e_x de no reflejar el futuro probable de la mortalidad (viene de la vista transversal y no de cohorte). 2) Nadie cree que los defuntos tendrían la misma mortalidad que los demás si es que les fueramos a reanimar. La mayoria de demografos hoy dirían que una persona reanimada tendría que ser más débil, o tal vez que tenga un nivel de fragilidad que habría que manter[1] después de la reanimación.

[1] La fragilidad (trad. *frailty*) es una propiedad individual permanente según los modelos más sencillos de *frailty*. Tambiíen es pensable que tenemos componentes de *frailty* individuales que cambian según la estapa de vida, y otros componentes que vienen de los estados en que nos encontramos. Existen modelos que reproducen la curva de $\mu(x)$

Nota que la reanimación no existe, menos en la religión o la peli *Transcendence* (2014). Hablar de PYLL es contrafactual. Por lo tanto, hacer un mejor o peor trabajo de aplicar un $e(x)$ "realista" podría ser un trabajo de Sísifo, es decir esfuerza perdida[2]. Como estamos en el espacio de contrafactuales, nos podemos permitir de hacer supositos pragmáticos. La cuestión es que si aprendemos algo tras usar modelos sencillos. Entonces la ecuación (1) es mejor descrito como los años perdidos por la población de la edad x suponiendo una población homogenea en sus factores de riesgo, fragilidad individual, y que los reanimados son iguales que los demás. Entonces, no es preciso decir que el PYLL nos indica los años que ganaríamos tras salvar vidas[3], y en vez de eso hablamos de los años perdidos.

Habiendo dicho esto, podemos seguir con el concepto de los años perdidos. De los defuntos, podemos no solo preguntar cuanta vida se ha perdido, pero también cuales *edades* se ha perdido. Para calcular cuales edades (es decir, cuantos en cada edad) hemos perdido, empezamos con el l_x de toda la vida. Para los defuntos en cada edad, los años perdidos en nuestro caso son todos los años en edades más allá que x. Nota que una de las definiciones de e_0 es la siguiente:

$$e(0) = \frac{1}{l(0)} \int_0^\infty l(x)\,\mathrm{d}x \qquad . \tag{2}$$

y que también funciona lo mismo con todas las edades:

$$e(x) = \frac{1}{l(x)} \int_x^\infty l(t)\,\mathrm{d}t \qquad . \tag{3}$$

El objecto que queremos para redistribuir los defuntos sobre las edades que x es parecido al (3). Nota que suma al mismo $e(x)$ que vemos en la equación (1). Formalmente, los estocs perdidos por edad (la vida perdida) tras las defunciones en la edad x (las vidas perdidas), $P^p(x+y|x)$, puede ser:

$$P_x^p(x+y|x) = D(x) \cdot \frac{l(x+y)}{l(x)} \qquad . \tag{4}$$

El valor de $P_x^p(x+y|x)$ es menor que el total de años personas perdidos en la edad $x+y$, $P^p(x+y)$, ya que hay personas en otras edades que también pasarían por la misma edad, y lo que buscamos es cumulativo. Entonces:

$$P^p(x+y) = \int_{x=0}^{x+y} \int_{y'=0}^{x+y-y'} D(x) \cdot \frac{l(x+y')}{l(x)}\,\mathrm{d}y'\,\mathrm{d}x \qquad . \tag{5}$$

El valor de $P^p(x+y)$, o bien, sin la nececidad de refir a la equación anterior, $P^p(x)$, nos dice una versión de lo que es la estructura de edad cumulativa perdida tras la mortalidad en algun momento. Se puede representar gráficamente por sexo y edad con una pirámide. Lo haremos en R ;-)

Ahora, si lo hasta ahora se ha tratado de defunciones en general, se puede traducir lo mismo al caso de la mortalidad por causas. En este caso las formulas son iguales, pero trabajamos con $D^c(x)$, las defunciones en la edad x por causa c, y la cantidad que queremos calcular es $P_c^p(x)$, el estoc cumulativo de personas en la edad x que hemos perdido debido a la causa c para el año de datos que tenemos. Los resultados tienen mejor sabor si en vez de usar la mortalidad de antes ($l(x)$, $\mu(x)$,

basados en poblaciones de individuos, cada uno con solo una pauta individual de Gompertz condicionada por su *frailty* individual. Lamento que es imposible decir si el modelo es válido porque trayectorias individuales de $\mu(x)$ no son observables, pero nos conviene pensar así a veces.

[2] Aquella perdición de tiempo si que es fácil de medir!

[3] Es igual en la mayoria de perdidas, no? e.g., si un banco está robado y la policia luego recupera el dinero, aun así no pueden recuperar los intereses que habrían ganado el dinero robado mientras estaba perdido, y tampoco el dinero gastado por los ladrones.

etc) se usa la mortalidad general después de eliminar or reducir la causa c. Pero, como dicho antes esto es un trabajo de Sísifo: si vamos a eliminar una causa, porque no usar también una proyección buena de la mortalidad futuro para cada cohorte? Luego habría que imaginar como los salvados son débiles, y nunca se acaba, y el resultado se aleja más y más de lo interesante tras confundir que lo que queremos saber es cuanto hemos perdido, no cuantos ganaríamos tras salvar.

*Si se desea hablaremos sobre la competición de causas.

2. Una tabla de vida de mejores prácticas

Si hay tiempo en clase hablaré de esto, y podemos dejar un ejercicio de datos para el viernes si se desea.

Referencias