

---

Le diagramme de Lexis revisité

Author(s): Christophe Vandeschrick

Reviewed work(s):

Source: *Population (French Edition)*, 47e Année, No. 5 (Sep. - Oct., 1992), pp. 1241-1262

Published by: [Institut National d'Études Démographiques](#)

Stable URL: <http://www.jstor.org/stable/1533940>

Accessed: 19/12/2011 05:11

---

Your use of the JSTOR archive indicates your acceptance of the Terms & Conditions of Use, available at  
<http://www.jstor.org/page/info/about/policies/terms.jsp>

JSTOR is a not-for-profit service that helps scholars, researchers, and students discover, use, and build upon a wide range of content in a trusted digital archive. We use information technology and tools to increase productivity and facilitate new forms of scholarship. For more information about JSTOR, please contact support@jstor.org.



*Institut National d'Études Démographiques* is collaborating with JSTOR to digitize, preserve and extend access to *Population (French Edition)*.

# LE DIAGRAMME DE LEXIS REVISITÉ

Christophe VANDERSCHRIK

Les démographes utilisent d'abondance le diagramme dit de Lexis. Pour s'en convaincre, il suffit de consulter l'un ou l'autre ouvrage d'analyse démographique<sup>(1)</sup>. Cet article a pour objectif de contribuer à l'étude de l'historique du diagramme de Lexis, notamment en remettant en cause... son appellation ! C'est Lexis lui-même qui a attiré notre attention sur la question de l'origine de cet outil. Mais, avant de plonger dans les arcanes de la genèse de ce diagramme, on définira d'abord un critère afin d'apprécier l'efficacité d'une construction graphique de ce type.

Généralement, le diagramme de Lexis est appelé en renfort lors de l'analyse afin de visualiser, localiser des effectifs ou événements. Cette localisation s'opère en fonction de différentes coordonnées<sup>(2)</sup> qui peuvent chacune prendre soit un visage ponctuel, soit une forme d'intervalle : une date ou une année pour les coordonnées « temps » et « moment de naissance » ; un âge exact ou révolu pour la coordonnée « âge ».

Ces trois coordonnées présentent la caractéristique d'être parfaitement corrélées : si deux coordonnées sont connues, il est possible d'en déduire la troisième. Par exemple, si un individu né le 1<sup>er</sup> janvier 1985 décède le 30 juin 1986, son âge au moment du décès (1,5 an) se calcule aisément par différence des deux dates.

Dans ces conditions, construire un diagramme bi-dimensionné (« diagramme en abscisse et ordonnée ») revient à privilégier deux des trois coordonnées, c'est-à-dire à leur réserver un axe. Pour localiser un événement sur un tel diagramme, il suffira de repérer sur chaque axe la valeur de la coordonnée y afférent et ensuite de tirer les perpendiculaires aux axes issues des coordonnées ; l'intersection des droites localise l'événement sur la figure.

Reprenons l'événement cité, à savoir le décès le 30 juin 1986 d'un enfant né le 1<sup>er</sup> janvier 1985 et donc âgé de 1,5 an au moment du décès.

---

(1) A ce sujet, cf. notamment [17] et [23]. Assez curieusement, dans la littérature, on ne trouve que rarement une explication complète du diagramme de Lexis. A ce dernier sujet, cf. [17] et [20].

(2) Dans la suite de ce texte, le vocable « coordonnées démographiques » désignera ces trois coordonnées.

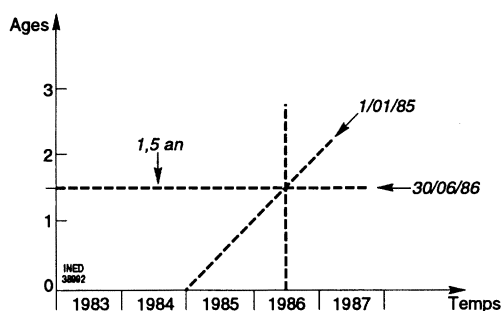


Figure 1. – Localisation d'un événement

née, «le moment de naissance», se traduira graphiquement non pas par une perpendiculaire à un des deux axes, mais bien par une oblique (figure 1); cette troisième coordonnée pourra être utilisée en remplacement d'une des deux autres.

Une telle construction répondrait à notre critère d'efficacité : elle autorise le repérage systématique des trois coordonnées démographiques et, en conséquence, la localisation systématique des effectifs ou événements.

## I. – Des premiers balbutiements à Pressat

Les démographes du XIX<sup>e</sup> siècle ont abordé la question de la représentation graphique via l'étude de la mortalité<sup>(3)</sup>. Le problème, tel que posé initialement, portait sur la représentation des durées de vie individuelle, espaces de temps entre la naissance et le décès. Pour ce faire, on utilisait un graphique unidimensionnel<sup>(4)</sup> (figure 2) : un axe horizontal figurant le temps (le calendrier). Sur cet axe, prenaient place pour chaque individu, un point de naissance (a,b,c) et un point mortuaire (A,B,C); la durée de vie est figurée par l'intervalle entre les deux points concernant un individu (exemple : a et A). Pour peu que les observations soient nombreuses, le graphique devenait rigoureusement illisible !

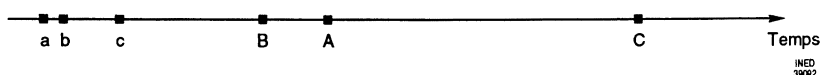


Figure 2. – Représentation initiale de la mortalité

<sup>(3)</sup> Lexis souligne l'applicabilité de sa technique aux autres phénomènes démographiques (cf. [14]).

<sup>(4)</sup> Pour ce graphique, nous avons repris la description qu'en a faite Lexis dans son article de 1880 sans consulter d'autres sources [14].

**Knapp** Knapp<sup>(5)</sup> est le premier à proposer une amélioration [12]. Dans un souci de clarté, il propose de représenter chaque durée de vie séparément, en les décalant verticalement (figure 3). Il opte pour un intervalle vertical constant (les segments  $a''b''$  et  $b''c''$  sont de même longueur) et ordonne les durées de vie selon la date de naissance.

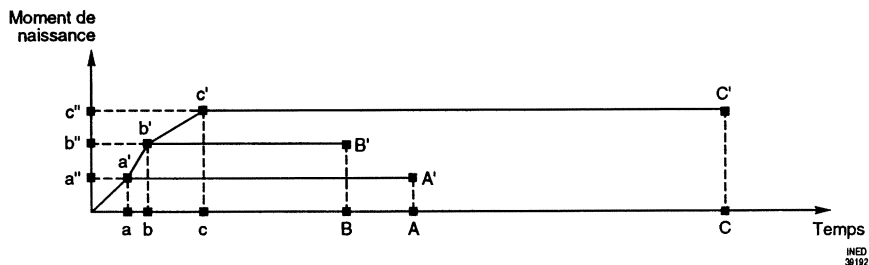


Figure 3A. – Représentation de la mortalité par Knapp

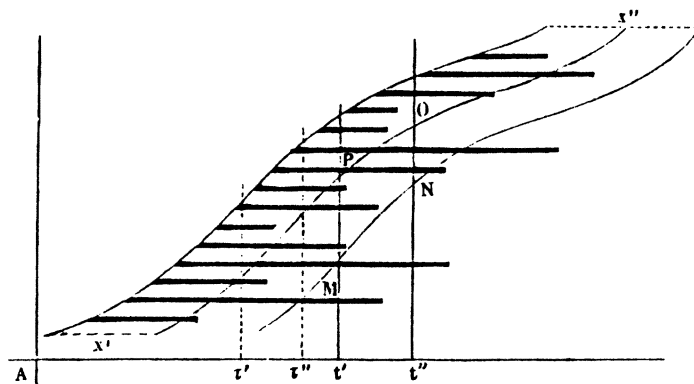


Figure 3B. – Diagramme original de Knapp ([12], p. 27)

Ce diagramme n'est pas très performant. En effet, s'il permet de localiser les générations et les âges, cette localisation n'a rien de

<sup>(5)</sup> KNAPP Georg Friedrich (1842-1926). Statisticien et démographe allemand, Knapp est surtout connu en démographie pour son apport en matière d'analyse de la mortalité ; en effet, c'est lui qui a proposé, dans les années 1860, de classer les décès non seulement selon l'année d'âge, mais aussi selon l'année de naissance (cf. [3], p. 249). Par ailleurs, c'est principalement en économie que Knapp s'est distingué (économie rurale et théorie monétaire). Il a successivement enseigné aux Universités de Leipzig (1867-1874) et Strasbourg (1874-1919). Dans cette dernière université, il a été contemporain de... Lexis ! Et tout comme lui, il s'est rapidement détourné de la démographie au profit de l'économie. Pour plus de détails, cf. [3], [4], [16], [19].

systématique ! Une génération regroupe l'ensemble des durées de vie des individus nés durant une année ; vu le mode de construction, la largeur de l'espace à réserver à une génération variera en fonction du nombre d'individus qui la composent. En plus, selon le même principe, d'une population à l'autre, la largeur d'une même génération se modifiera.

En outre, la ligne brisée qui passe par les points  $a'$ ,  $b'$  et  $c'$  correspond à l'âge exact 0 an ; l'âge exact 1 an pourrait se représenter par une ligne parallèle – donc brisée aussi – et décalée de l'espace réservé à une année sur l'axe horizontal. Comme pour la figuration des générations, la figuration des âges se modifiera d'une population à l'autre. Au total, ce diagramme n'est pas pratique puisque seules les années s'y repèrent systématiquement.

**Becker** Becker<sup>(6)</sup> [2] perfectionne la technique (figure 4) : l'écart vertical entre deux durées de vie successives (toujours ordonnées selon la date de naissance) correspond à l'écart entre les points de naissance des deux individus concernés (les segments  $ab$  et  $a''b''$  sont de longueur identique). Ainsi, les points de naissance s'alignent sur une droite croissante inclinée à  $45^\circ$ , qui figure l'âge 0 an exact.

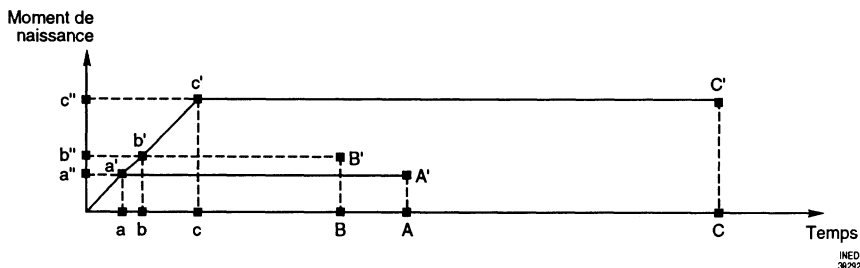


Figure 4. – Représentation de la mortalité par Becker

Dans ce graphique apparaît un axe vertical, copie conforme de l'axe horizontal ; il sert à identifier le moment de naissance. Becker a donc privilégié les coordonnées « temps » et « moment de naissance ». Pour repérer un événement, le plus simple est de recourir aux coordonnées privilégiées. Ainsi, sur la figure 5, on a localisé le décès d'un individu né le 1<sup>er</sup> janvier 1985 et survenu le 30 juin 1986.

Pour faciliter la lecture – c'est-à-dire localiser des effectifs et événements –, il est commode de compléter le diagramme par des réseaux de droites (figure 6) : les verticales qui soulignent les débuts ou fins d'années,

(6) BECKER Karl Martin Ludwig (1823-1896). Statisticien et démographe allemand. Becker a notamment dirigé l'Office Impérial de Statistique, fondé juste après l'unification allemande. Outre l'organisation de la statistique, Becker s'est aussi intéressé au calcul des tables de mortalité. On lui doit notamment des tables de mortalité pour l'Allemagne et la Prusse (cf. [16]).

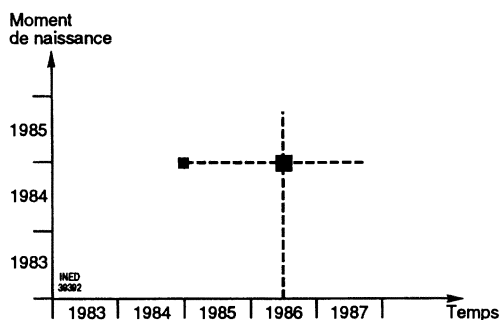


Figure 5. – Localisation d'un événement chez Becker

comparaison aisée avec les autres diagrammes (cf. infra).

Les durées de vie ainsi que les générations sont en position horizontale. Sur la figure 6A, on a dessiné la durée de vie d'un individu né le 30 juin 1985 ainsi que le couloir horizontal à réserver à la génération 1984. Tout événement se produisant pour un individu né le 30 juin 1985 ou relevant de la génération 1984 doit se localiser respectivement sur cette horizontale ou dans ce couloir horizontal (ou dans leur prolongement, précision ignorée par la suite).

Les événements qui se produisent à une même date s'alignent sur une verticale appelée isochrone. En conséquence, l'espace à réserver à une année prend la forme d'un couloir vertical qui contient tous les événements qui se sont produits durant cette année. Sur la figure 6B, on a représenté l'isochrone du 30 juin 1986 et l'année 1987.

Enfin, un âge exact se traduit par une droite oblique croissante inclinée à  $45^\circ$  et donc un âge révolu par un couloir oblique croissant incliné pareillement<sup>(7)</sup>, ce qu'illustre la figure 6C en reprenant comme exemples les âges un an exact et deux ans révolus. Tout événement se produisant soit à un an exact, soit à deux ans révolus doit se localiser soit sur cette oblique, soit dans ce couloir oblique. Une partie du diagramme reste immaculée; localiser un événement dans cette zone reviendrait à lui attribuer un âge négatif, ce qui serait évidemment vide de sens.

Cette figuration de Becker marque un progrès décisif par rapport à celle de Knapp : les trois coordonnées démographiques s'y distribuent systématiquement. La solution de Becker satisfait notre critère d'efficacité. Ceci n'a pas empêché d'autres démographes de proposer par la suite des solutions différentes.

(7) Les obliques dont il est question dans ce texte sont toutes inclinées à  $45^\circ$ ; elles ne diffèrent que par leur orientation soit croissante, soit décroissante. Dès lors, dans la suite du texte nous emploierons les vocables abrégés « obliques croissantes ou décroissantes » et lorsqu'il s'agira d'une surface (et non d'une ligne), le mot « oblique » sera remplacé par « couloir ».

les horizontales qui délimitent les générations et les obliques croissantes qui localisent les âges exacts entiers. Comment se présentent les coordonnées démographiques dans ce graphique? Nous avons déjà répondu partiellement à cette question; les lignes qui suivent vont simplement systématiser la réponse et permettront surtout une

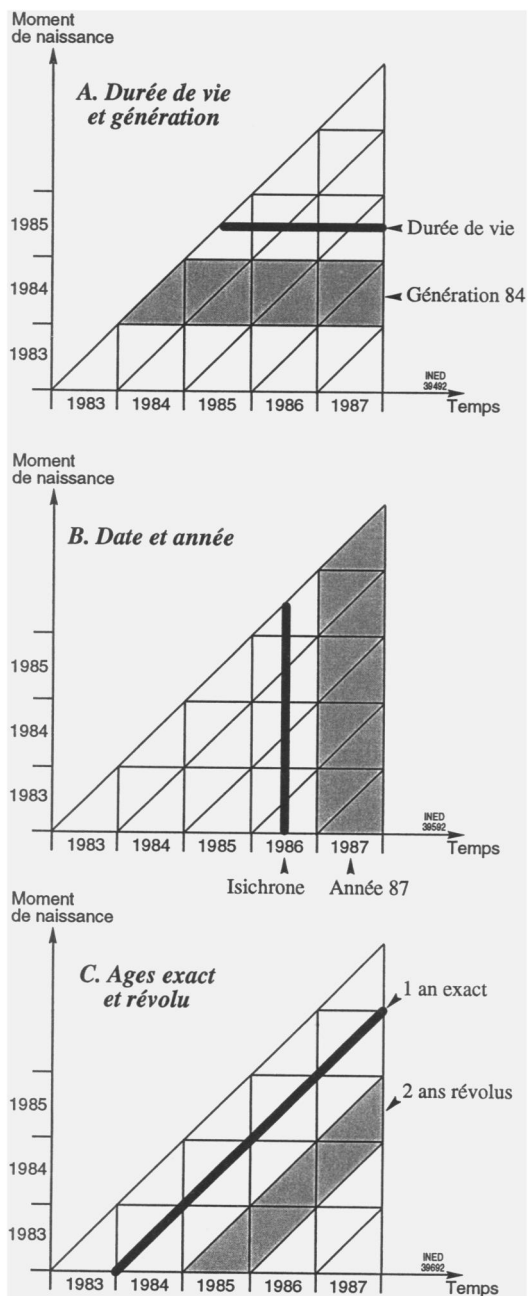


Figure 6. – Diagramme de Becker

**Lexis** Plutôt que de déplacer verticalement les durées de vie comme Becker<sup>(8)</sup> ou Knapp, Lexis<sup>(9)</sup> va leur faire subir une rotation, le point de naissance servant de centre de rotation. Après tergiversations<sup>(10)</sup>, il opte pour une rotation à 90° qui laisse les durées de vie en position verticale; l'axe des ordonnées est ainsi transformé en axe des âges (mortalitaires) (figure 7).

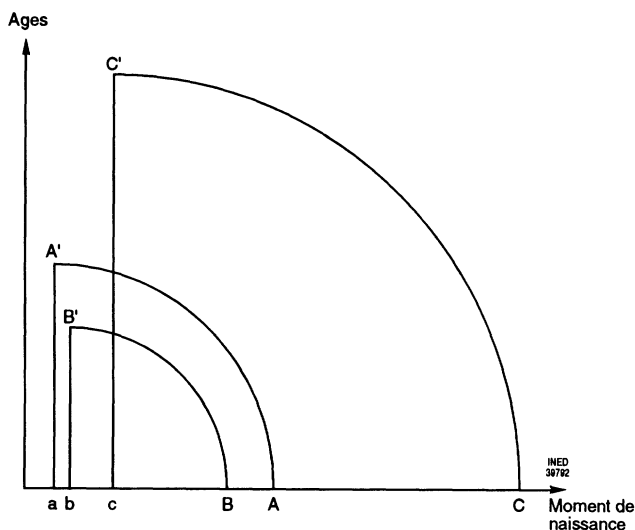


Figure 7. – La rotation chez Lexis

On peut justifier ce choix de la manière suivante : en utilisant une rotation, les durées de vie ne voient pas leur longueur modifiée (ce que Lexis voulait sans doute éviter) et qui plus est, si la rotation s'effectue à 90°, une même longueur représente un même espace de temps aussi bien sur les axes horizontal et vertical que le long des durées de vie<sup>(11)</sup>, à l'image d'ailleurs de ce que produit la construction de Becker.

<sup>(8)</sup> Pour une comparaison entre Lexis et Becker, cf. [1].

<sup>(9)</sup> LEXIS Wilhelm (1837-1914). Quelle surprise pour un démographe de constater qu'en définitive, dans la vie du célèbre Lexis, la démographie est loin d'avoir occupé une place prépondérante. Sa période d'activité en démographie se limite aux années 1875-1879 (cf. [3], p. 413). Par ailleurs, il s'est occupé d'économie, de sciences actuarielles et d'enseignement. Son éclectisme provient sans doute de sa formation : études de droit suivies d'un doctorat en sciences naturelles et d'une formation en sciences sociales. Il a enseigné dans différentes universités dont celle de Strasbourg, où il a été le contemporain de Knapp (cf. [4], [16], [18], [19]).

<sup>(10)</sup> Initialement, il penchait plutôt pour une inclinaison de 60° sur l'axe. Il justifie son choix final notamment d'une manière qui nous semble discutable : en procédant à une rotation à 90°, Lexis signale qu'il n'est plus nécessaire de dessiner les durées de vie (tout comme chez Becker d'ailleurs); le point mortuaire seul suffit (cf. [14], p. 301). A notre avis, le choix de tout autre angle de rotation (sauf 0°, 180° et 360°) aboutit au même résultat.

<sup>(11)</sup> A un moment, Lexis penchait plutôt pour une rotation à 60° (cf. supra). Ce choix aurait abouti à un graphique tout aussi efficace, mais dans lequel on n'aurait pas respecté l'identité des unités : un an sur l'axe vertical serait représenté par une longueur plus longue que sur l'axe horizontal et plus courte que sur la durée de vie !



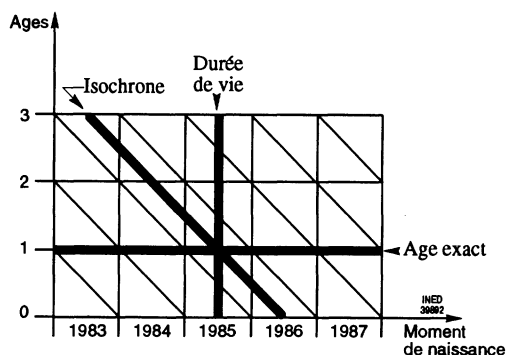


Figure 8. – Diagramme de Lexis

Lexis privilégie les coordonnées « âge » et « moment de naissance » en leur attribuant respectivement l'axe vertical et l'axe horizontal (figure 8). Sur ce graphique, les durées de vie se présentent en position verticale, les âges exacts, à l'horizontale et finalement les isochrones sous forme d'obliques décroissantes<sup>(12)</sup>.

Au contraire de ce que Lexis croyait, l'axe horizontal concerne la coordonnée « moment de naissance » et non la coordonnée « temps ». La confusion peut s'expliquer facilement. En effet, l'axe de la coordonnée « temps » se présente pareillement à celui de la coordonnée « moment de naissance », à savoir une succession d'années. La différence se marque seulement lors de l'utilisation : si l'axe horizontal est attribué au moment de naissance, une date de naissance se traduit, comme c'est le cas chez Lexis, par une verticale ; au contraire, si cet axe est attribué au temps – comme chez Pressat, cf. infra – c'est une simple date, et non plus une date de naissance, qui se traduit par une verticale. Chez Lexis, une simple date se traduit par une oblique, qui passe à la verticale d'autres dates – de naissances – repérables sur l'axe horizontal, ce qui confirme clairement que cet axe n'est pas celui du temps.

**Pressat** Il faudra attendre les années 1950 et Pressat pour que le diagramme se modifie. Cette nouvelle version n'a pas tardé à s'imposer<sup>(13)</sup> ; en effet, elle semble plus « naturelle » selon l'expression même de son auteur [17]. Pressat privilégie pour sa part les coordonnées « âge » et « temps », et transforme la durée de vie en ligne de vie.

Chez Becker ou Lexis, la ligne réservée à un individu avait exactement la longueur de sa vie, longueur mesurée par l'écart entre la naissance et le décès ; sur leur graphique, si à une année était dévolu un centimètre sur les axes, une vie de 50 ans se représenterait par une ligne de 50 centimètres.

Chez Pressat, ce n'est plus le cas ; vu le mode de construction, la ligne réservée à un individu est plus longue que la distance séparant, sur

<sup>(12)</sup> Pour Lexis et Pressat, nous nous sommes contenté de représenter les coordonnées ponctuelles. Les générations, les âges révolus ou années se représentent par des couloirs parallèles aux droites utilisées pour les coordonnées ponctuelles.

<sup>(13)</sup> Dans la suite de ce texte, la version Pressat sera parfois appelée version « moderne » ou « actuelle ».

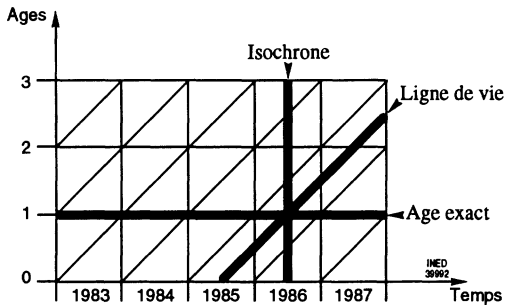


Figure 9. – Diagramme de Pressat

exact se dispose comme chez Lexis, c'est-à-dire à l'horizontale et finalement, une ligne de vie se voit réserver une ligne oblique croissante (figure 9).

Bien que récente, l'apparition de cette nouvelle version du diagramme reste un peu mystérieuse. A notre connaissance, Pressat est le premier dans la littérature à en présenter une explication [17]. Par ailleurs, Pressat croit se souvenir l'avoir utilisée dès 1953<sup>(14)</sup>. La première apparition officielle de cette version moderne devrait remonter à 1959<sup>(15)</sup> (cf. [7], p. 24).

Dans le tome précédent de cette même publication (cf. [6], p. 28), c'est encore la version de Lexis que l'on retrouve. Il est assez piquant de constater que, d'un tome à l'autre, une petite révolution graphique se produise sans que rien ne le laisse deviner dans le texte : la substitution se passe en douce !

En définitive et à défaut d'informations supplémentaires, nous retenons donc 1959 comme année officielle de naissance de la version moderne et 1961 comme date de sa présentation effective au bon peuple des démographes. La gestation devrait avoir été assez longue, puisque commencée en 1953 !

Dès à présent, il appert que les trois versions du diagramme – Becker, Lexis et Pressat – présentent la même efficacité puisque les trois coordonnées démographiques peuvent s'y repérer systématiquement. Le décor est planté ; nous pouvons en venir maintenant au titre de la pièce.

l'axe horizontal, la date de sa naissance de celle de son décès. C'est pour-quoi nous préférons recourir au vocable « ligne de vie » chez Pressat en lieu et place de « durée de vie ». Il n'est donc plus question ici de translation ni de rotation, mais bien d'une transformation.

Chez Pressat, une date se retrouve en position verticale comme chez Becker ; un âge

<sup>(14)</sup> Lettre à l'auteur datée du 25 mars 1991.

<sup>(15)</sup> *Ibidem*.

## II. – Diagramme de Lexis ou... d'un autre

Le diagramme de Lexis est-il bien nommé ? L'histoire a-t-elle retenu le nom de l'inventeur ou bien s'agit-il d'une paternité usurpée ? En fait, cette interrogation pourrait paraître incongrue sans la présence d'une très curieuse note dans un article publié par Lexis ([14], p. 298) :

« Le titre<sup>(16)</sup> porte selon l'usage de librairie la date de 1875, quoique l'ouvrage eût déjà paru en 1874. La préface écrite immédiatement avant la publication est datée de 1874, et l'impression avait déjà commencé pendant l'été en même temps que paraissait le travail de Becker, dont le mien est entièrement indépendant. Une thèse doctorale de Verweij, en langue hollandaise, traitant du même sujet et de l'application du même principe parut peu de temps après, mais n'avait pas de rapport avec mon travail. L'article de Verweij a été publié en anglais dans le *Journal of the Statistical Society*, Londres, décembre 1875... ».

Dans cette note, Lexis nous a semblé sur la défensive. La question de la paternité du diagramme se serait-elle déjà posée à l'époque ? Ce serait en tout cas une façon de comprendre la présence de cette note. Insisterait-il sur 1874 comme date d'édition de son livre (en lieu et place de 1875, année officielle) pour cette raison ?

Le premier point à élucider concerne précisément la date de parution de l'ouvrage où Lexis expose pour la première fois sa méthode de représentation [13]. Si la parution remonte effectivement à 1874, c'est vraiment en fin d'année, détail qui aura son importance ci-après. En effet, la préface (dont fait mention la note cf. supra) est datée d'octobre 1874 et elle aurait été écrite « immédiatement avant publication », sans que nous ne sachions la signification exacte de ce « immédiatement » : délai d'un jour, d'une semaine, d'un mois ou de plus encore<sup>(17)</sup> ! En tout état de cause, la publication de Lexis date au plus tôt d'octobre 1874.

### *Diagramme de Lexis ou de Becker ?*

Dans sa note, Lexis signale l'existence de deux travaux – l'un de Becker et l'autre de Verweij – qui seraient indépendants du sien. Le travail de Becker est incontestablement antérieur à celui de Lexis, puisque paru durant l'été 1874. Par ailleurs, Lexis qualifie de simple la construction graphique de Becker [14]<sup>(18)</sup> ; or, nous venons de montrer qu'elle pouvait tout aussi bien répondre aux exigences des démographes que celle de Lexis.

<sup>(16)</sup> Lexis se réfère ici à une autre publication [13] qui est la première où il expose la construction du graphique dont il est question dans l'article.

<sup>(17)</sup> Nous n'avons pas cherché à connaître les habitudes en cette matière et à cette époque dans le monde de l'édition.

<sup>(18)</sup> Cette idée est reprise par Dupâquier J. et M. ([3], p. 386). Insistons, la construction de Becker permet aussi par exemple de résoudre les problèmes du passage de l'analyse transversale à l'analyse longitudinale, et peut-être même de façon plus suggestive : chez Lexis, la verticalité de l'analyse longitudinale s'oppose à l'obliquité de l'analyse transversale alors que chez Becker, la verticalité de l'analyse transversale s'oppose à l'horizontalité de l'analyse longitudinale.

Généralement, on considère que la spécificité du diagramme de Lexis provient de l'utilisation des réseaux de droites pour en faciliter l'utilisation<sup>(19)</sup>. A ce sujet aussi, force est de reconnaître que Becker a fait aussi bien que Lexis (figure 10<sup>(20)</sup>). Lexis marche en tous points dans les traces de Becker, sauf au niveau du choix des coordonnées à privilégier. Becker est donc bien le premier à proposer une solution satisfaisante pour représenter graphiquement les phénomènes démographiques.

Apparemment, Lexis n'avait pas compris toute la force du diagramme de Becker. Lexis a-t-il travaillé indépendamment de Becker, comme il l'affirme ? S'est-il au contraire inspiré des travaux de Becker pour formuler sa solution ? Nous ne sommes pas en mesure de répondre à ces questions.

### *Diagramme de Lexis ou de Verweij ?*

Si Becker ne chasse pas exactement sur les mêmes terres que Lexis (leurs graphiques se présentent différemment), il en va tout autrement pour Verweij<sup>(21)</sup> qui recourt à un graphique tout à fait semblable à celui de Lexis : les coordonnées s'utilisent pareillement (figure 11).

A propos de Verweij, Lexis cite un article de 1875 [22] qui n'est, en fait, que le résumé d'une thèse défendue... le 18 décembre 1874 à 15 heures pour être précis [21].

Est-ce de cette thèse ou de l'article que Lexis dit dans sa note (cf. supra) : « parut peu de temps après » ? On peut penser qu'il s'agit, d'après le libellé (Lexis parle bien d'une thèse en langue hollandaise et non d'un article en anglais), plutôt de la thèse, mais alors pourquoi avoir cité la date de l'article et non celle de la thèse qui parut tout de même un an avant l'article ?

Par ailleurs, Verweij reconnaît avoir pris connaissance du livre de Becker, mais après avoir déjà rédigé son travail ([21], p. 5) : « het kwam mij eerst in handen, toen mijn dissertatie reeds voltooid was » (« je l'ai eu en mains pour la première fois lorsque ma thèse était déjà achevée », traduction de l'auteur)<sup>(22)</sup>.

<sup>(19)</sup> Au sujet de l'utilisation de ces réseaux et des triangles élémentaires, une remarque de Lexis nous laisse perplexe, cf. annexe.

<sup>(20)</sup> Nous avons préféré jusqu'ici illustrer nos commentaires à l'aide de graphiques recomposés. En effet, les originaux sont en général complexes et de présentation non-uniformisée, ce qui les rend peu pédagogiques.

<sup>(21)</sup> VERWEIJ Abraham Johan est né à Deventer (Pays-Bas) le 17 août 1843 et y est décédé le 2 janvier 1892. Il a épousé à Liverpool, le 26 août 1880, Magaret Adamson. En 1880, il est parti à Java pour y travailler. On ne lui connaît pas d'enfant (renseignements fournis par « Gemeentelijke Archiefdienst van Deventer »). Après des études à Delft (Pays-Bas), Verweij a présenté une thèse de doctorat en sciences mathématiques et physiques à Utrecht en 1875 [21] ; par ailleurs, nous ne lui connaissons qu'une autre publication [22]. Au sujet du nom de cet auteur, notons une curiosité orthographique : il s'écrit VERWEIJ sur sa thèse [21], mais VERWEY pour son article [22]. Nous avons opté pour la première orthographe, celle qui est reprise sur les documents officiels.

<sup>(22)</sup> Il est dommage que nous ne sachions pas quand Verweij a eu le livre de Becker (daté de 1874, rappelons-le) en mains, cela nous aurait permis de dater son travail par rapport à octobre 1874.



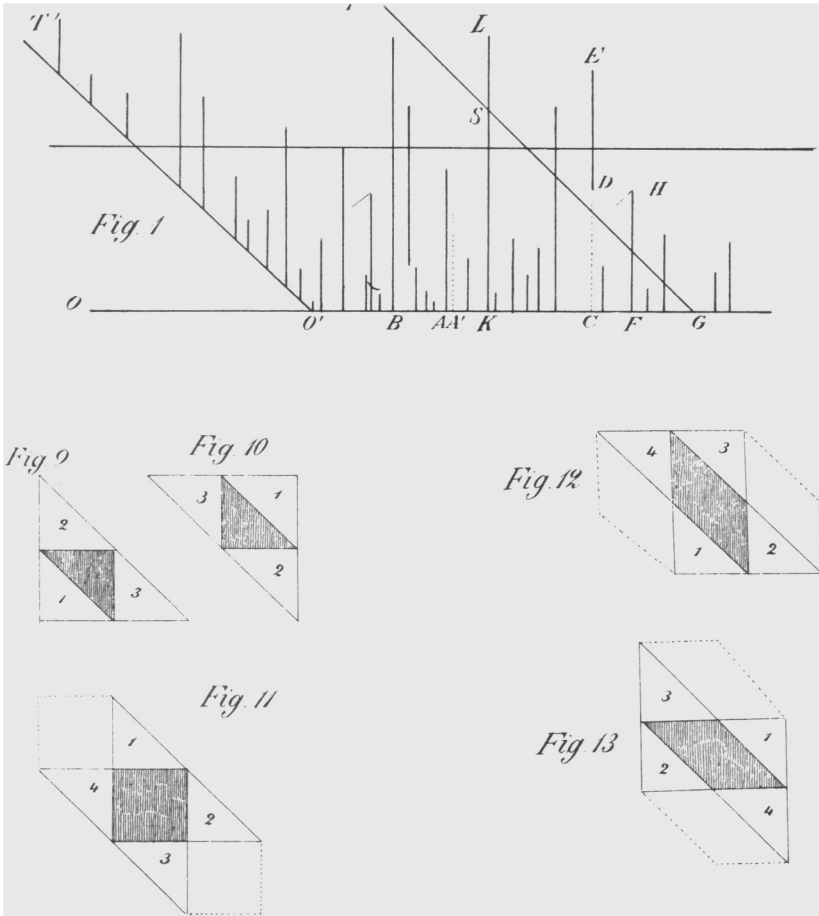


Figure 11. – Diagrammes originaux de Verweij [21]

La référence à Becker concerne la notation ([21], p. 5) : « Had ik zijn werk eerder gekend, (...) misschien zoude ik dan mijn notatie een weinig gewijzigd hebben » (« Eussé-je connu son travail plus tôt, (...) peut-être aurais-je modifié un peu ma notation », traduction de l'auteur) et non le graphique. Verweij ne fait pas mention de Lexis à ce dernier sujet. Verweij serait-il d'une inégale probité scientifique ? A propos de la notation, il cite Becker, à propos du graphique, il omettrait de citer Lexis !

En ce qui concerne la version Lexis du diagramme, nous restons avec une source dont la date certifiée est décembre 1874 – la thèse de Verweij – contre une autre dont la date officielle est 1875, avec la possibilité d'une parution dès 1874, mais de toute façon pas antérieure à octobre 1874 –

le livre de Lexis. Et qui plus est, Lexis affirme que le travail de Verweij est indépendant du sien, ce qui plaide au moins en faveur de la «bi-paternité».

Verweij, comme le montre la figure 11, a aussi utilisé les réseaux de droites pour localiser les ensembles d'événements. Il n'y a donc pas là un argument suffisant pour lui contester éventuellement la paternité de cette version du diagramme.

Que conclure ? Seraient-ils simplement deux à partager la paternité de cette version du diagramme ? Y aurait-il un mystificateur parmi les deux prétendants ? Si Verweij n'a pas eu le temps de prendre connaissance de la publication de Lexis<sup>(23)</sup>, aurait-il pu par d'autres voies (un cours, une conférence...) s'inspirer de Lexis à moins que ce ne soit l'inverse ? S'agit-il en définitive du diagramme de Lexis, de Verweij ou de Lexis/Verweij ?

Pour notre part, et sur la base des dires mêmes de Lexis, nous penchons plutôt en faveur de la «bi-paternité» : Lexis et Verweij méritent au même titre de se voir attribuer l'invention de cette version du graphique. Pour trancher plus résolument cette question, il faudrait faire appel à des techniques spécialisées ou ramener à la lumière un document qui aurait traité antérieurement – peut-être à chaud – du sujet.

Déjà pas mal ballotté au XIX<sup>e</sup> siècle dès sa prime enfance, comme nous venons de le voir, le diagramme de Lexis continue, de nos jours, de connaître une vie bien agitée.

### *Lexis sens dessus dessous*

Jusqu'il y a peu, nous avons toujours pensé que le «problème de la tête en bas» se posait pour les habitants des latitudes sud. Parmi la population des démographes, le problème semble se déplacer : ce sont ceux de l'ouest, du «Far West» qui auraient la tête en bas. En effet, il n'est pas rare dans la littérature nord-américaine<sup>(24)</sup> de rencontrer le diagramme dans sa version actuelle mais avec la tête en bas [9] : l'axe vertical des durées est retourné ; il descend au lieu de monter. Pourquoi pas au fond ?

Selon cette présentation, le diagramme est, en quelque sorte, plus proche de la version de Lexis : les obliques qu'on y retrouve s'orientent pareillement, à savoir de manière décroissante. Attention, le regain de similitude s'arrête là : chez Keyfitz, un couloir oblique figure une génération et non une année comme chez Lexis.

Dans le livre de Keyfitz mentionné plus haut, les graphiques des pages 10 et 241 correspondent à la description qui vient d'être faite ; par

<sup>(23)</sup> Ceci nous amènerait à nous poser d'autres questions sur l'organisation des thèses aux Pays-Bas à cette époque :

- Y avait-il un délai entre la défense et la publication ?
- Le texte de la publication était-il conforme à celui de la défense ?
- Y avait-il une (ou des) défenses privées avant la défense publique ?
- etc.

<sup>(24)</sup> On retrouve aussi ce type de présentation dans des publications d'origines différentes, mais sans doute influencées par la littérature nord-américaine (cf. [15]).

contre en page 98 de ce même ouvrage, les axes sont intervertis : l'axe horizontal pour les âges et le vertical descendant pour le temps. En outre dans une autre œuvre de la même année [8], Keyfitz propose, en page 48, un diagramme tête en haut mais avec les axes intervertis<sup>(25)</sup> !

Face à tant de péripéties, espérons simplement que Lexis ne soit pas trop sensible au tournis. Au fait, peu importe la présentation : ce diagramme apporte toujours la même aide aux démographes. Toutefois, au nom de l'uniformisation, il est sans doute préférable d'opter pour une version.

Au total, douze versions se présentent pour offrir leurs services ; en effet, l'utilisateur dispose de trois options au niveau du choix des coordonnées à privilégier (Becker, Lexis et Pressat ont successivement commencé à explorer ces trois voies) à combiner d'une part avec deux options pour l'attribution des axes et d'autre part deux options pour la disposition de l'axe vertical (soit montant, soit descendant)<sup>(26)</sup>.

Parmi ces douze versions, laquelle choisir ? C'est la facilité d'interprétation des obliques qui nous guidera. Une oblique exprime chez Becker, « l'évolution du moment de naissance en fonction du temps pour un âge donné » ; chez Lexis, « l'évolution de l'âge en fonction du moment de naissance pour une date donnée », et finalement chez Pressat, « l'évolution de l'âge en fonction du temps pour un moment de naissance (ou un individu) donné ».

De ces trois expressions, la dernière est la plus conviviale, mais cette appréciation se fonde chez nous sans doute plus sur l'habitude que sur un critère réellement objectif. Toujours est-il que cet argument est plutôt en faveur de la solution Pressat, à savoir privilégier les coordonnées « âge » et « temps » et attribuer l'axe horizontal au temps, qui peut être considéré sans difficulté comme la variable indépendante. Finalement, en optant pour un axe vertical montant, la ligne de vie est croissante (ce qui suggère clairement que l'âge d'un individu augmente en fonction du temps<sup>(27)</sup>), alors que dans la version Keyfitz « tête en bas », la ligne de vie est décroissante.

Bref, ces éléments plaideraient plutôt en faveur de notre proposition. Toutefois, adopter la version Pressat n'enlève rien au caractère performant ou logique des onze autres versions.

**Conclusions** Depuis plus d'un siècle, les démographes usent – et abusent diront les mauvaises langues – du diagramme dit de Lexis. Or, à notre avis, la version proposée par Lexis a un autre père : Verweij. Il est sans doute préférable de parler, pour cette version, du diagramme de « Lexis/Verweij ».

(25) Nous n'avons pas cherché à savoir si ces différentes présentations pouvaient s'imposer pour une raison particulière.

(26) D'un point de vue strictement théorique, l'on pourrait encore proposer une option supplémentaire concernant l'axe horizontal (fuyant soit vers la gauche, soit vers la droite), ce qui porterait à vingt-quatre le nombre total de possibilités. Les douze cas supplémentaires, correspondant à un axe horizontal fuyant vers la gauche, ne seront pas envisagés ici.

(27) Voici sans doute les raisons qui ont poussé Pressat à qualifier de plus « naturelle » sa construction (cf. supra).



Dans cette saga, Becker mérite sans doute une mention : il est le premier à avoir proposé un outil permettant de localiser effectifs et événements en fonction des trois coordonnées démographiques. Les autres – Lexis/Verweij ou Pressat – n'ont en fait que proposer des arrangements différents pour les éléments mis en place par Becker.

L'apport moderne se réduit – mais c'est important, notamment au niveau pédagogique – à l'utilisation d'un système de coordonnées plus « naturel ». Mention également pour Pressat.

Tout en étant bien conscient de ne pas avoir fait un tour complet de la question, nous pourrions proposer l'appellation « diagramme de Becker/(Lexis/Verweij)/Pressat », qui résumerait mieux, à notre avis, l'histoire du graphique. Mais peu commode à l'usage, gardons l'appellation « diagramme de Lexis » qui offre l'avantage d'être d'emploi courant et en plus de recourir, au sein de la bande des quatre, au patronyme le plus... court !

*In fine*, il est assez étonnant de constater que l'histoire a retenu – et retiendra sans doute – le nom du démographe (Lexis) qui, dans la cordée, n'a été ni le premier (Becker), ni le dernier (Pressat) et dont le rôle a été tenu conjointement par un autre (Verweij) ! D'où lui vient cette renommée ? Peut-être de ce que, en développant plus que d'autres les possibilités de sa version, il l'a en définitive mieux défendue [14]<sup>(28)</sup> ? Peut-être de ce qu'il a aussi écrit en français [14] ? Serait-ce simplement parce que, déjà à l'époque, Lexis était une personnalité reconnue dans les milieux scientifiques ? D'autres raisons encore auraient-elles joué ? A vous de jouer, Messieurs les historiens des sciences.

Christophe VANDESCHRIK

## ANNEXE

Pour bien comprendre l'extrait qui suit, il faut se reporter à la figure 14 (qui est la copie de celle utilisée par Lexis) et à une clé de lecture exposée dans le préambule ci-après.

### *Préambule*

Dans la version moderne, pour localiser la naissance (*N*) d'un individu, son mariage à 25 ans exacts (*M*), son veuvage à 30 ans exacts (*V*) et son décès à 40 ans exacts (*D*), nous procédons comme indiqué sur la figure 12. Lexis, pour sa part, procédait autrement en recourant à une ligne brisée.

En fait, il décompose la vie de l'individu en trois durées selon son état matrimonial (célibataire, marié ou divorcé). Chaque changement d'état (mariage ou divorce) représente à la fois une « mort » (qui interromp la durée de l'état précédent)

<sup>(28)</sup> La version de Lexis s'est si bien imposée que, pendant quatre-vingts ans, les démographes l'ont utilisée, toujours en se référant aux publications de Lexis, toujours en ignorant Verweij.

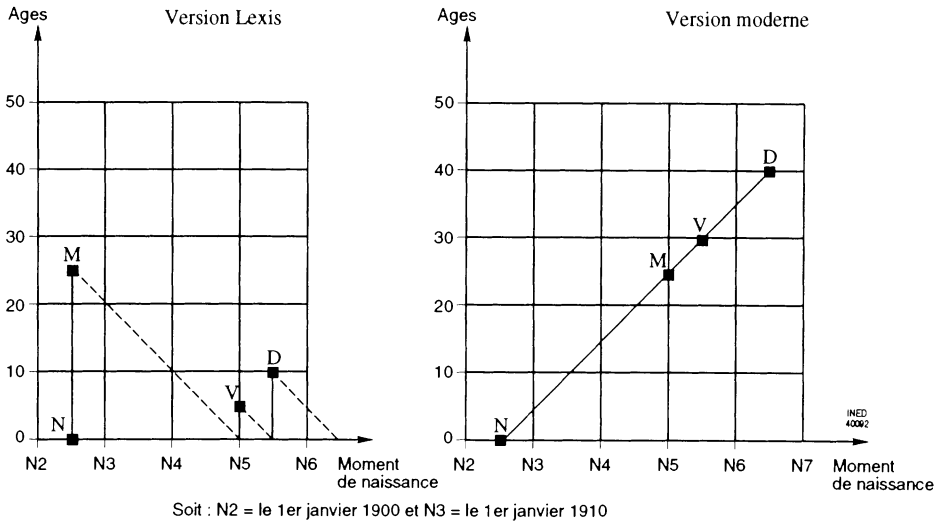


Figure 12. – Localisation d'événements pour un individu

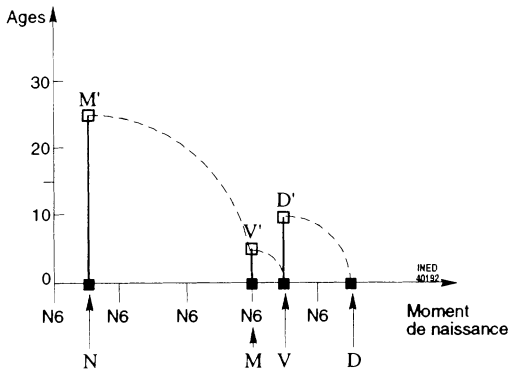


Figure 13. – Durée de vie brisée

$N_2N_3$  fournissent les deux collectivités élémentaires dont se compose la collectivité principale des époux, renfermée dans le carré  $\nu\nu'\mu\mu'$ . Si on projette ces points de mariage par des lignes isochrones sur l'axe du temps  $OX$ , ils viendront tomber dans les deux périodes  $N_4N_5$  et  $N_5N_6$ ; les dissolutions d'union fournies par ces mariages avec certaines limites de durée, seront comprises dans le rectangle  $k''k'mm''$ , qui

et une «naissance» (qui inaugure la durée de l'état suivant). Il en arrive à cette ligne brisée en faisant effectuer une rotation à chaque durée dont il est question et, lesquelles, au départ (avant rotation), se succèdent sur l'axe horizontal (figure 13). On peut relier un «point de naissance» au «point mortuaire» qui le précède par une ligne isochrone (figure 12).

Extrait (figure 14)<sup>(29)</sup>

<sup>(29)</sup> [14], p. 323. Attention, sur ce graphique l'unité de temps n'est pas l'année mais la dizaine d'années, ce qui ne change rien dans le raisonnement.

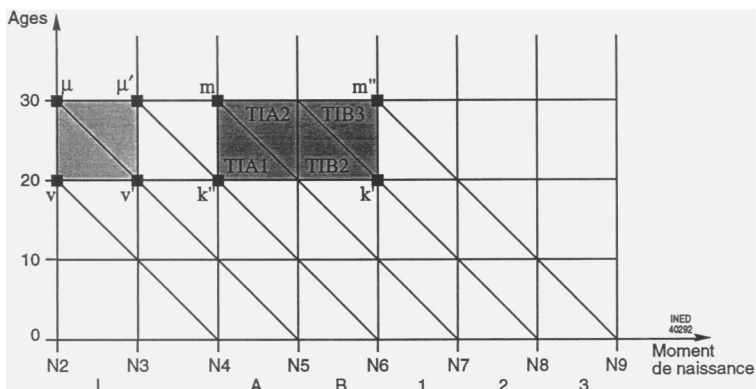


Figure 14. – Localisation des divorces par Lexis

est composé géométriquement de quatre triangles élémentaires, mais qui véritablement renferme, en y regardant de plus près, six collectivités élémentaires, si nous appelons généralement collectivités élémentaires toutes celles dans lesquelles tous les éléments de détermination des cas individuels (moment de naissance, époque de mariage, âge au moment du mariage, durée de mariage, âge au moment de la dissolution du mariage, moment d'observation de cette dissolution) ne figurent chacun qu'avec une marge d'une seule unité de mesure».

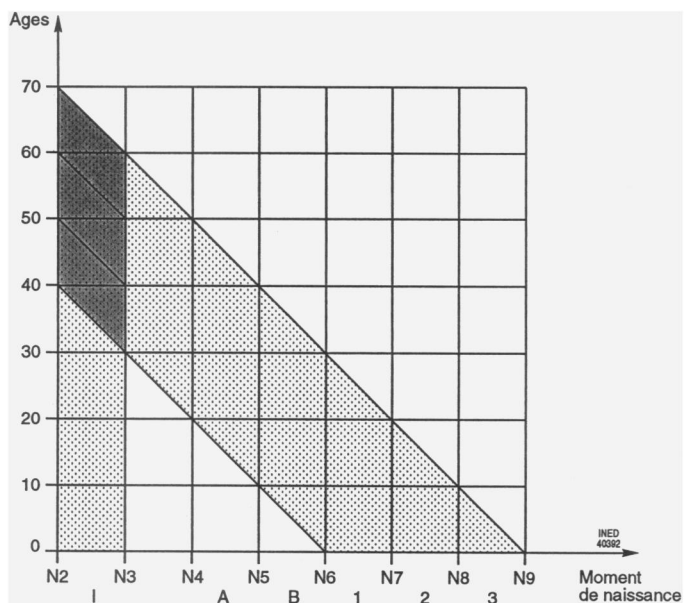
### Commentaires

A notre avis, cette explication contient un point litigieux. Il insiste sur les six collectivités élémentaires au lieu des quatre qu'un examen trop rapide – en y regardant de trop loin – permettrait de découvrir. Or à notre avis, il s'agit bien de quatre collectivités élémentaires comme suggéré d'ailleurs par le diagramme.

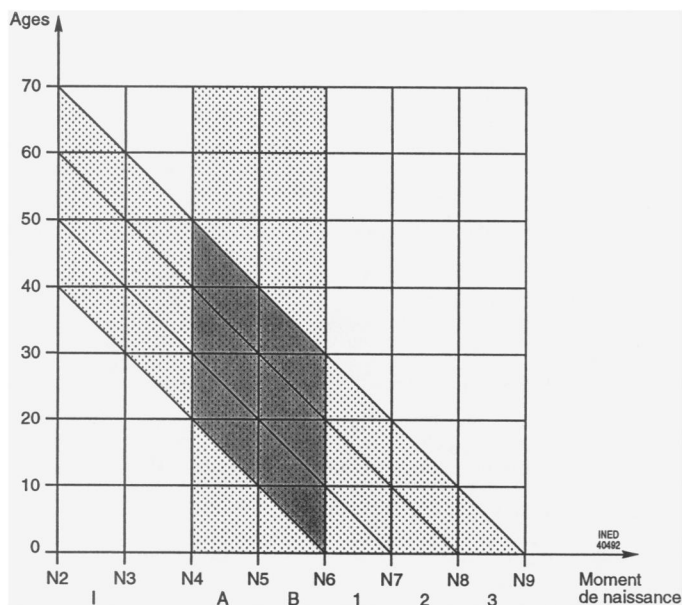
Les individus concernés sont nés durant les années  $N_2N_3$  (ou groupe d'années I, figure 14). Ils se sont mariés soit durant les années  $N_4N_5$  (ou groupe d'années A), soit durant les années  $N_5N_6$  (ou groupe d'années B). En ne retenant que les mariages du rectangle  $\nu\mu\mu'\nu'$ , Lexis ajoute implicitement une condition d'âge : il sélectionne les individus qui se sont mariés entre les âges de 20 et 30 ans. Ceux qui se seraient mariés à un âge plus ou moins élevé sont exclus. Sans cette spécification implicite d'âge, deux triangles supplémentaires auraient été retenus.

Pour ceux dont le mariage remonte au groupe d'années A, les divorces retenus se sont produits soit durant les années  $N_6N_7$  (ou groupe d'années 1), soit durant les années  $N_7N_8$  (ou groupe d'années 2). Pour ceux dont le mariage remonte au groupe d'années B, ils se sont produits soit durant les années  $N_7N_8$  (ou groupe d'années 2), soit durant les années  $N_8N_9$  (ou groupe d'années 3). En ne retenant que les divorces du rectangle  $k''k'mm''$ , Lexis ajoute une spécification (qui correspond sans doute dans le texte à l'expression « les dissolutions d'unions fournies par ces mariages avec certaines limites de durée ») : les divorces retenus se sont produits après une période de 20 à 30 ans de mariage.

Nous obtenons de la sorte les triangles élémentaires  $T_{IA1}$  (qui regroupe les individus nés durant le groupe d'années I, mariés durant le groupe d'années A et



**Figure 15. – Localisation des divorces sans recourir à la ligne brisée**



**Figure 16. – Localisation des divorces selon la technique de la ligne brisée**

ayant divorcé durant le groupe d'années 1),  $T_{IA2}$ ,  $T_{IB2}$  et  $T_{IB3}$ . Nous ne voyons pas la possibilité de discerner deux collectivités élémentaires supplémentaires. D'après le graphique, les triangles  $T_{IA3}$  (qui regroupe les individus nés durant le groupe d'années I, mariés durant le groupe d'années A et ayant divorcé durant le groupe d'années 3) et  $T_{IB1}$  ne répondent pas aux conditions (éventuellement implicites) énoncées par Lexis.

Les spécifications sur l'âge au mariage ou sur la durée du mariage au moment du divorce permettent de comprendre que quatre triangles seulement – et non six – soient concernés, ce que montre clairement le graphique.

Supposons maintenant que Lexis ait préféré, à la ligne brisée, une ligne continue verticale par individu. Il aurait obtenu six triangles (figure 15) pour localiser les divorces<sup>(30)</sup>, sauf si s'ajoute une spécification de durée, ce qui pourrait éliminer les triangles extrêmes et nous ramener à quatre triangles.

Supposons maintenant que Lexis travaille sans spécification aucune à propos des durées de mariage et avec les lignes brisées (figure 16). Il obtiendrait dans ce cas douze triangles élémentaires, intersections entre, d'une part, les deux colonnes verticales qui correspondent aux deux groupes de promotions de mariage « A » et « B » et, d'autre part, les trois groupes d'années, 1, 2 et 3 durant lesquelles les divorces pouvaient se produire<sup>(31)</sup>.

Quatre, six ou douze triangles ? Tout dépend des spécifications. A ce jeu-là et dans ce cas précis, Lexis semble bien ne pas avoir tiré tout le parti possible de l'outil qu'il a, par ailleurs, contribué à mettre au point.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] BARSY (Gyula).– « A Cscsemöhalandosag mérése », *Demografia*, volume 1, numéro 1, 1958, pp. 27-57.
- [2] BECKER (Karl).– *Zur Berechnung von Sterbetafeln an die Bevölkerungsstatistik zu Stellende Anforderungen*, Berlin, 1874, 76 p.
- [3] DUPAQUIER (Jacques et Michel).– *Histoire de la démographie*, Paris, Librairie Académique Perrin, 1985, 462 p.
- [4] EATWELL (John) et alii (Éditeurs).– *The New Palgrave. A dictionary of economics*, Londres, The Macmillan Press Limited, 1987, 4 volumes.
- [5] HUBER (Michel).– *Cours de démographie et de statistique sanitaire*. Volume VI : tables de mortalité. Mouvement général d'une population, Paris, Hermann et Cie, 1941, 159 p.
- [6] INSEE.– *Statistique du mouvement de la population. Années 1950-1951. Première partie, Mariages, divorces, naissances, décès*, nouvelle série, tome XXV, Paris, Presses Universitaires de France, 1956, 357 p.
- [7] INSEE.– *Statistique du mouvement de la population. Année 1952. Première partie, Mariages, divorces, naissances, décès*, nouvelle série, tome XXVI, Paris, Presses Universitaires de France, 1959, 225 p.
- [8] KEYFITZ (Nathan).– *Applied mathematical demography*, New York, John Wiley and Sons, 1977, 388 p.
- [9] KEYFITZ (Nathan).– *Introduction to the mathematics of population with revisions*, Reading, Addison-Wesley Company, 1977, 481 p.
- [10] KNAPP (Georg).– *Die Ermittlung der Sterblichkeits*, Leipzig, 1868, cité dans Lexis, [13], p. 298.
- [11] KNAPP (Georg).– *Die Sterblichkeit in Sachsen*, Leipzig, 1869, cité dans Lexis, [13], p. 298.
- [12] KNAPP (Georg).– *Theorie des Bevölkerungswechsels*, Brunswick, 1874, 139 p.

(30) Ici, nous ne nous occupons pas de ce qui se passe pour la localisation des mariages.

(31) Même si le recours aux lignes brisées – qui pourraient aussi s'employer avec la version moderne du diagramme – permet un classement plus fin des divorces en permettant de les distinguer selon l'année du mariage, il ne nous semble pas conseillé d'utiliser cette technique pour différentes raisons que nous ne développerons pas ici.

- [13] LEXIS (Wilhelm).– *Einleitung in die Theorie der Bevölkerungsstatistik*, Strasbourg, Trübner, 1875, 137 p.
- [14] LEXIS (Wilhelm).– « La représentation graphique de la mortalité au moyen des points mortuaires », *Annales de démographie internationale*, tome IV, 1880, pp. 297-324.
- [15] NANJO (Zenji) et KOBAYASHI (Kazumasa).– « Measuring the demographic discontinuity », NUPRI Research Papers Series, n° 57, March 1991, pp. 297-324.
- [16] PETERSEN (William et Renée). *Dictionary of demography. Biographies*, Londres, Greenwood Press, 1985, 1365 p.
- [17] PRESSAT (Roland).– *L'analyse démographique*, Paris, Presses Universitaires de France, 1961, XII + 402 p.
- [18] SELIGMAN (Edwin) (Editeur).– *Encyclopædia of the social sciences*, New York, The Macmillan Company, 1957, 15 volumes.
- [19] SILLS (David) (Editeur).– *International encyclopædia of the social sciences*, New York, The Macmillan Company and the Free Press, 1968, 17 volumes.
- [20] VANDESCHRIK (Christophe).– *Module A.3. Méthodes d'analyse démographique*. Atelier. Le diagramme de Lexis (Syllabus 1991-92(8)).– Louvain-la-Neuve, CIDEF, 1991, 20 p.
- [21] VERWEIJ (Abraham).– *De waarnemingen der bevolkingsstatistiek*, Academisch Proefschrift, ter verkrijging van den graad van doctor in de wis- en natuurkunde, aan de Hoogschool te Utrecht, te verdedigen op vrijdag den 18 december 1874, des namiddags te 3 uren, Deventer, Rustering en Vermandel, 1874, p. 71.
- [22] VERWEY (Abraham).– « Principles of vital statistics », *Journal of the Statistical Society*, volume XXXVIII, 1875, pp. 487-513.
- [23] WUNSCH (Guillaume) et TERMOTE (Marc).– *Introduction to demographic analysis. Principles and methods*, New York, Plenum Press, 1985, XIII + 274 p.

**VANDESCHRIK (Christophe). – Le diagramme de Lexis revisité**

Au dix-neuvième siècle, les démographes ont cherché à représenter graphiquement les phénomènes démographiques. Vers 1874-1875, Lexis propose une solution au problème, solution qui s'imposera sous le vocable de « diagramme de Lexis ». Utilisé en démographie depuis lors, il faudra attendre les années 50 pour que R. Pressat l'améliore en élaborant une version plus « pratique ». Actuellement, c'est bien cette version Pressat que les démographes utilisent (parfois en la modifiant quelque peu), mais toujours sous le label « diagramme de Lexis ». Et pourtant, à notre avis, la question de la paternité du diagramme reste posée ! En effet, Verweij a proposé pratiquement en même temps que Lexis un diagramme tout à fait comparable ! De plus, avant Lexis et Verweij, Becker a divulgué une représentation graphique certes un peu différente mais tout aussi efficace ! Alors, diagramme de Becker, Lexis, Verweij ou Pressat ?

**VANDESCHRIK (Christophe) – The Lexis' Diagram Revisited**

During the nineteenth century, demographers were striving to represent demographic phenomena grafically. Around 1874-1875, Lexis proposed a solution to the problem which was to become widely known as the « Lexis diagram ». Commonly used by demographers ever since, it was only improved during the 1950s by R. Pressat who developed a more « practical » version. Although demographers are currently using Pressat's version (with occasional minor modifications), it continues to be known as the « Lexis diagram ». However, the question of who is to be given credit for the introduction of the diagram still requires an answer, because Verweij suggested a very similar diagram at almost the same time as Lexis ! Moreover, even before Lexis and Verweij, Becker had constructed a slightly different diagram which was equally efficient ! Should we therefore talk about a Becker, a Lexis, a Verweij, or a Pressat diagram ?

**VANDESCHRIK (Christophe) – El diagrama de Lexis en revisión**

En el siglo XIX, los demógrafos buscaron representar gráficamente los fenómenos demográficos. Hacia 1874-1875, Lexis propone una solución al problema, solución que se impondrá bajo el vocablo de "diagrama de Lexis". Utilizado en demografía desde entonces, hubo que esperar los años 1950, para que R. Pressat lo mejore, elaborando una versión mas "práctica". Actualmente, es la versión Pressat que la que utilizan los demógrafos (a veces con pequeñas modificaciones), pero siempre bajo el nombre de "diagrama de Lexis". Y por tanto, a nuestro parecer, la problemática de la paternidad del diagrama sigue planteada. En efecto, Verweij propuso, prácticamente al mismo tiempo que Lexis, un diagrama completamente comparable. Además, antes que Lexis y Verweij, Becker divulgó una representación gráfica, por cierto un poco diferente, pero igual de eficaz. Y ahora, ¿ diagrama de Becker, Lexis, de Verweij o de Pressat ?