

# **Hausarbeit**

**System Modellierung**

**Sommersemester 2022**

**Tim Quell - 1210340**

# Inhaltsverzeichnis

Aufgabe 1: Simulink – Modellbildung hybrider Systeme .....	2
Aufgabe 1.1: Simulink-Modell.....	3
Aufgabe 1.2: Extrahieren von Simulink in Matlab .....	6
Aufgabe 2: Simscape-Modellbildung .....	7
Aufgabe 2.1: Simscape-Blöcke .....	7
Aufgabe 2.2: Simscape-Modell .....	7
Aufgabe 3: Mathematische Modellbildung .....	9
Aufgabe 4: Matlab-Modellbildung.....	10

# Aufgabe 1: Simulink – Modellbildung hybrider Systeme

## Ausgangssituation:

Mathematisches Modell eines DC-Motors:

$$J\ddot{\theta} + b\dot{\theta} = K_t I$$

$$L \frac{dI}{dt} + RI = U - K_e \dot{\theta}$$

Physikalische Parameter:

Trägheit	$J = 0.01 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$
Konstante der viskosen Reibung – Motor	$b = 0.1 \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}$
Konstante der elektromotorischen Kraft	$K_e = 0.01 \text{ V/rad/s}, K_e = K$
Drehmomentkonstante	$K_t = 0.01 \text{ N}\cdot\text{m/A}, K_t = K$
Elektrischer Widerstand	$R = 1 \text{ Ohm}$
Elektrische Induktivität	$L = 0.5 \text{ H}$

⇒ Input: Spannung (V)

⇒ Output: Drehgeschwindigkeit – Motorschaft ( $d\theta/dt$ ) (Der Soll-Wert ist 0.1rad/s)

⇒ Umstellung nach Newtons Gesetz:

$$\circ \quad \ddot{\theta} = \frac{1}{J}(K_t I - b\dot{\theta}) \quad \text{oder} \quad \frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{1}{J}(K_t I - b \frac{d\theta}{dt})$$

⇒ Umstellung nach Kirchhoff'schen Gesetzen:

$$\circ \quad \frac{dI}{dt} = \frac{1}{L}(-RI + U - K_e \dot{\theta}) \quad \text{oder} \quad \frac{dI}{dt} = \frac{1}{L}(-RI + U - K_e \frac{d\theta}{dt})$$

## Aufgabe 1.1: Simulink-Modell

init.m Datei:

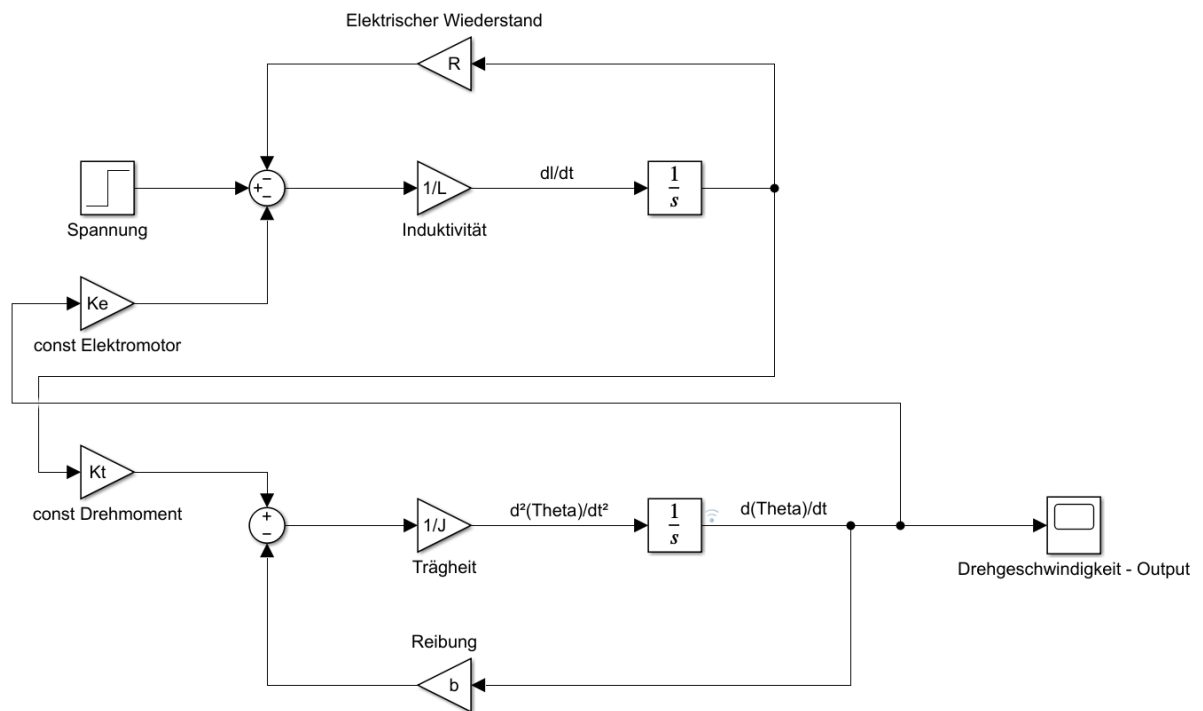
```
init.m x +
1 % Init Datei zum setzen der Variablen
2 % Tim Quell 1210340
3
4 % Trägheit
5 J=0.01;
6
7 % Konstante der viskosen Reibung - Motor
8 b=0.1;
9
10 % Konstante der elektromotorischen Kraft
11 Ke=0.01;
12
13 % Drehmomentkonstante
14 Kt=0.01;
15
16 % Elektrischer Widerstand
17 R=1;
18
19 % Elektrische Induktivität
20 L=0.5;
21
```

## Parameterfenster:

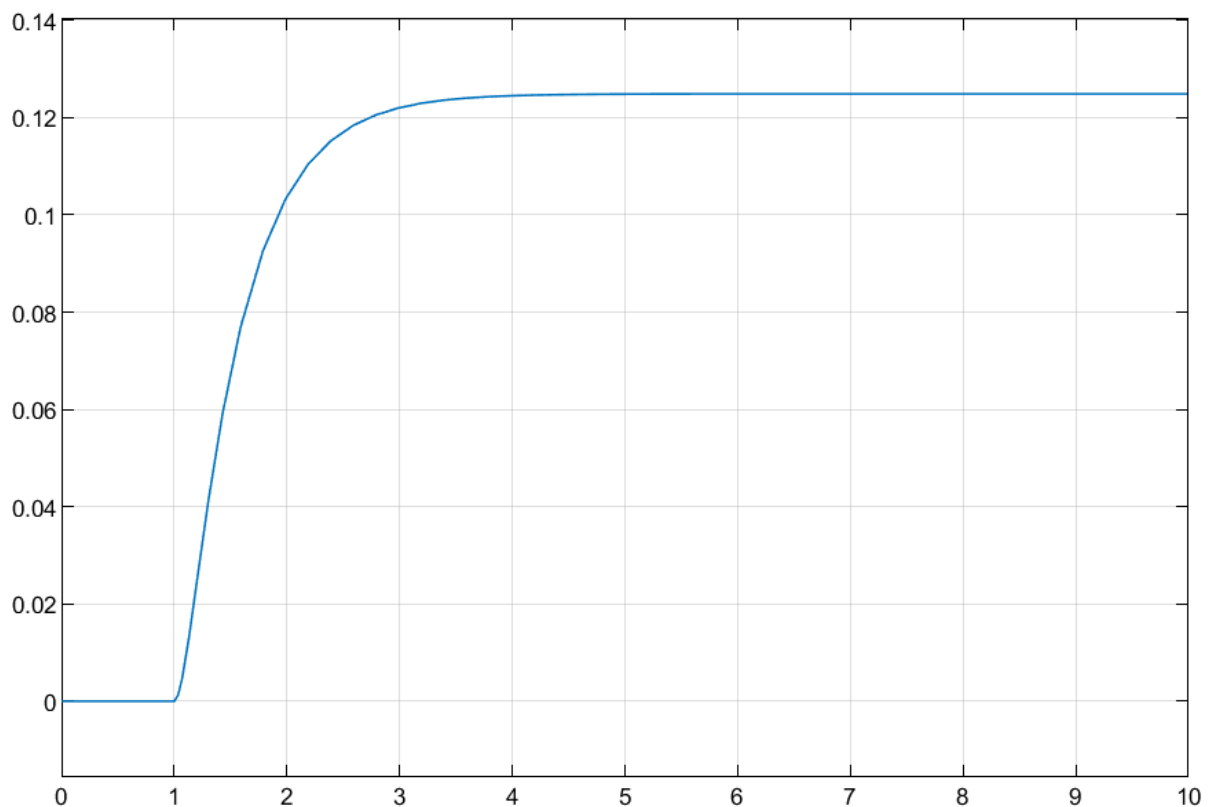
The image displays seven parameter windows for different blocks, arranged in a grid. Each window has a title bar with a close button (X) and a help icon (?). The windows are:

- Block Parameters: Induktivität**
  - Gain: Element-wise gain ( $y = K \cdot u$ ) or matrix gain ( $y = K \cdot u$  or  $y = u \cdot K$ ).
  - Main | Signal Attributes | Parameter Attributes
  - Gain:  $1/L$
  - Multiplication: Element-wise( $K \cdot u$ )
- Block Parameters: Elektrischer Widerstand**
  - Gain: Element-wise gain ( $y = K \cdot u$ ) or matrix gain ( $y = K \cdot u$  or  $y = u \cdot K$ ).
  - Main | Signal Attributes | Parameter Attributes
  - Gain:  $R$
  - Multiplication: Element-wise( $K \cdot u$ )
- Block Parameters: const Elektromotor**
  - Gain: Element-wise gain ( $y = K \cdot u$ ) or matrix gain ( $y = K \cdot u$  or  $y = u \cdot K$ ).
  - Main | Signal Attributes | Parameter Attributes
  - Gain:  $K_e$
  - Multiplication: Element-wise( $K \cdot u$ )
- Block Parameters: const Drehmoment**
  - Gain: Element-wise gain ( $y = K \cdot u$ ) or matrix gain ( $y = K \cdot u$  or  $y = u \cdot K$ ).
  - Main | Signal Attributes | Parameter Attributes
  - Gain:  $K_t$
  - Multiplication: Element-wise( $K \cdot u$ )
- Block Parameters: Trägheit**
  - Gain: Element-wise gain ( $y = K \cdot u$ ) or matrix gain ( $y = K \cdot u$  or  $y = u \cdot K$ ).
  - Main | Signal Attributes | Parameter Attributes
  - Gain:  $1/J$
  - Multiplication: Element-wise( $K \cdot u$ )
- Block Parameters: Reibung**
  - Gain: Element-wise gain ( $y = K \cdot u$ ) or matrix gain ( $y = K \cdot u$  or  $y = u \cdot K$ ).
  - Main | Signal Attributes | Parameter Attributes
  - Gain:  $b$
  - Multiplication: Element-wise( $K \cdot u$ )
- Block Parameters: Spannung**
  - Step
  - Output a step.
  - Main | Signal Attributes
  - Step time:  $1$
  - Initial value:  $0$
  - Final value:  $1.25$
  - Sample time:  $0$
  - ☒ Interpret vector parameters as 1-D
  - ☒ Enable zero-crossing detection

## Simulink-Modell:

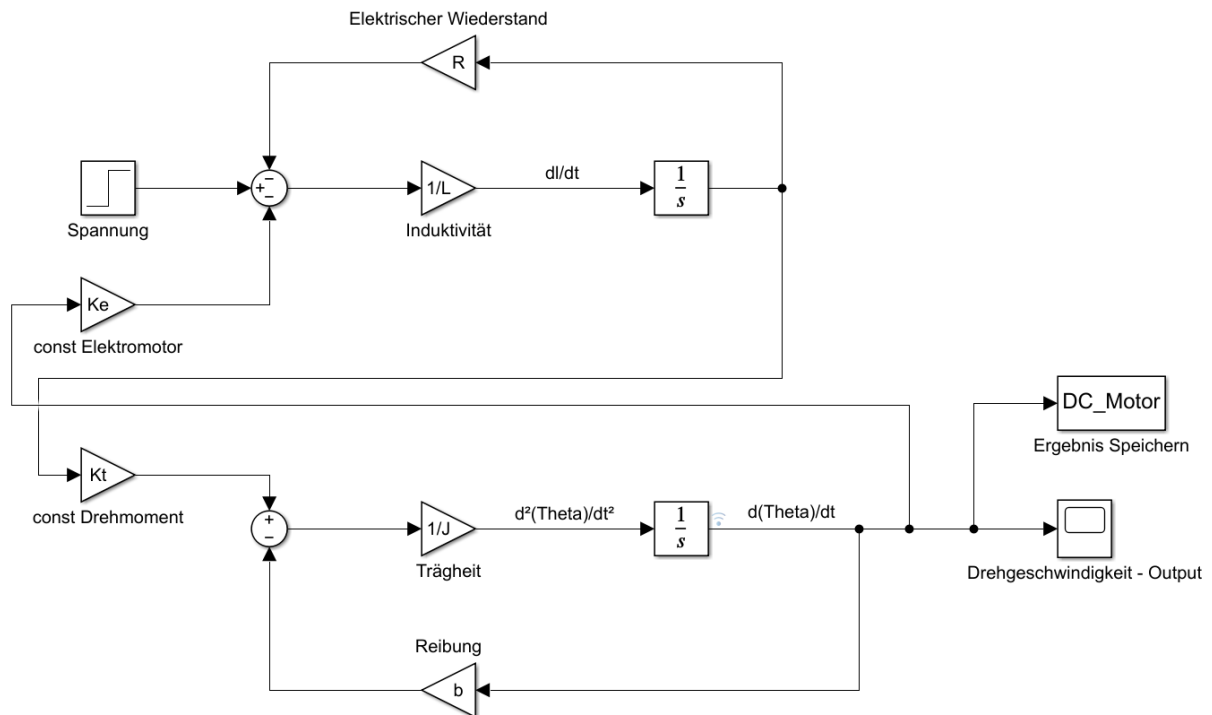


## Ergebnis der Simulation:



## Aufgabe 1.2: Extrahieren von Simulink in Matlab

Modifiziertes Simulink-Modell:

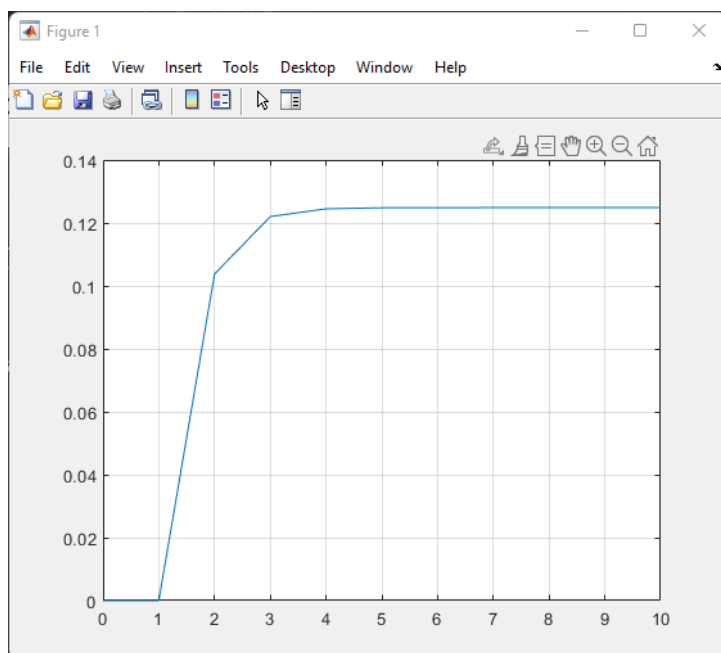


Matlab Code:

```
>> plot(DC_Motor.Time, DC_Motor.Data);
```

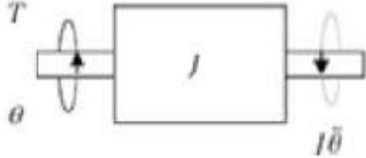

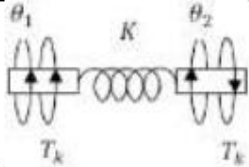

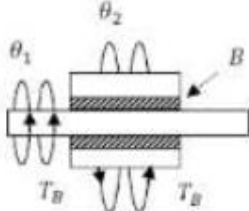

```
>> grid on;
```

Ergebnis der Visualisierung:

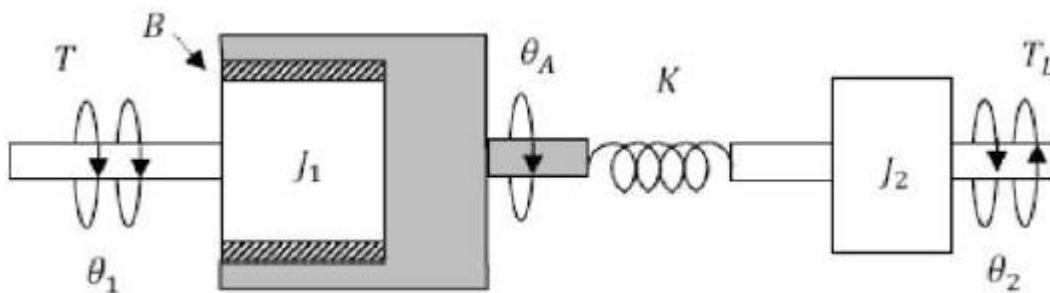


## Aufgabe 2: Simscape-Modellbildung

### Aufgabe 2.1: Simscape-Blöcke

Element	Schematische Darstellung	Analytische Darstellung	Simscape Block
Trägheit		$T_J = J \frac{d^2 \theta}{dt^2}$	 Inertia / Trägheit
Rotatorische Feder		$T_K = K(\theta_1 - \theta_2)$	 Rotational Spring / Rotatorische Feder
Rotatorischer Dämpfer		$T_B = B \left( \frac{d\theta_1}{dt} - \frac{d\theta_2}{dt} \right)$	 Rotational Damper / Rotatorischer Dämpfer

### Aufgabe 2.2: Simscape-Modell



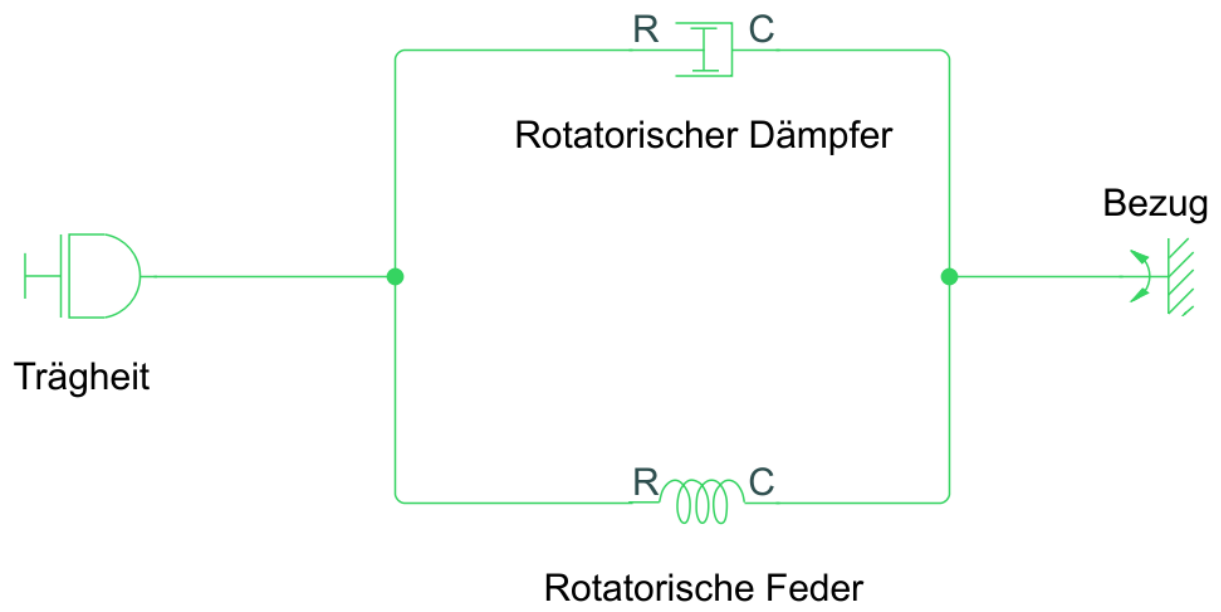
- ⇒ Input:  $T(t)$ ;  $T_L(t)$
- ⇒ Output:  $\theta_1(t)$ ;  $\theta_2(t)$

Allgemeine Form:

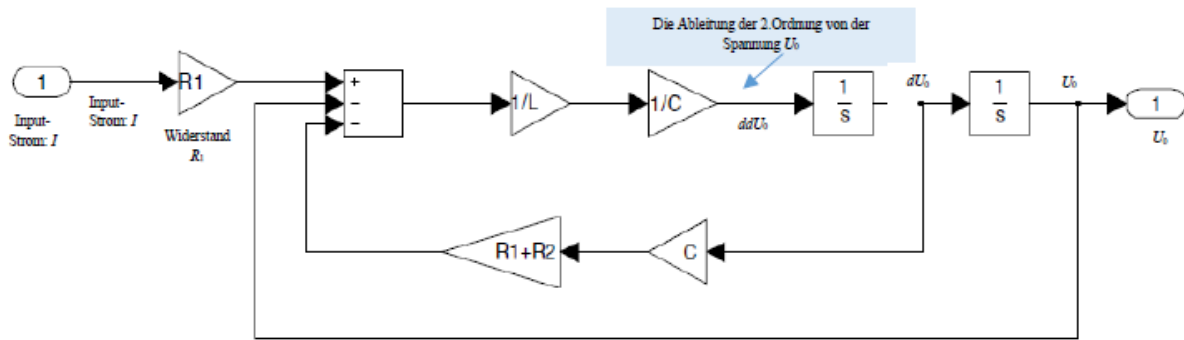
$$T = T_J + T_B + T_K = J \frac{d^2 \theta}{dt^2} + B \left( \frac{d\theta_1}{dt} - \frac{d\theta_2}{dt} \right) + K(\theta_1 - \theta_2)$$



Simscape Modell:



## Aufgabe 3: Mathematische Modellbildung



Modell Maschensatz:

$$U(t) = U_R + U_L + U_C$$

$$U(t) = (R_1 + R_2) * i(t) + Li'(t) + \frac{1}{C} \int i(t)dt + C$$

Umgestellt nach größter Ableitung:

$$i'(t) = \frac{1}{L} + \frac{1}{C} \int i(t)dt * (u(t) - (R_1 + R_2) * i(t) - C) + R_1$$

## Aufgabe 4: Matlab-Modellbildung

Parameter:

Masse (m)	1 kg
Federsteifigkeit (k)	100 N/m
Dämpfungskonstante (d)	a=10, b=15, c=20, d=25, e=30

Mathematisches Modell:

$$m * \ddot{x} + d * \dot{x} + k * x = 0$$

D-Operator Form:

$$m * D^2 + d * D^1 + k * D^0 = 0$$

a) Charakteristische Gleichung:

$$r^2 + 10 * r + 100 = 0$$

pq-Formel:

$$r_{1/2} = -\frac{10}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2 - 100}$$

$$r_{1/2} = -5 \pm \sqrt{-75}$$

$$r_{1/2} \approx -5 \pm (-8,66)$$

$$r_1 = 3,66 \quad r_2 = -13,66$$

Allgemeine Lösung:

$$x(t) = A e^{3,66*t} + B e^{-13,66*t}$$

Anfangsbedingung:

$$x(t_0) = 0$$

$$x'(t_0) = 0,1$$

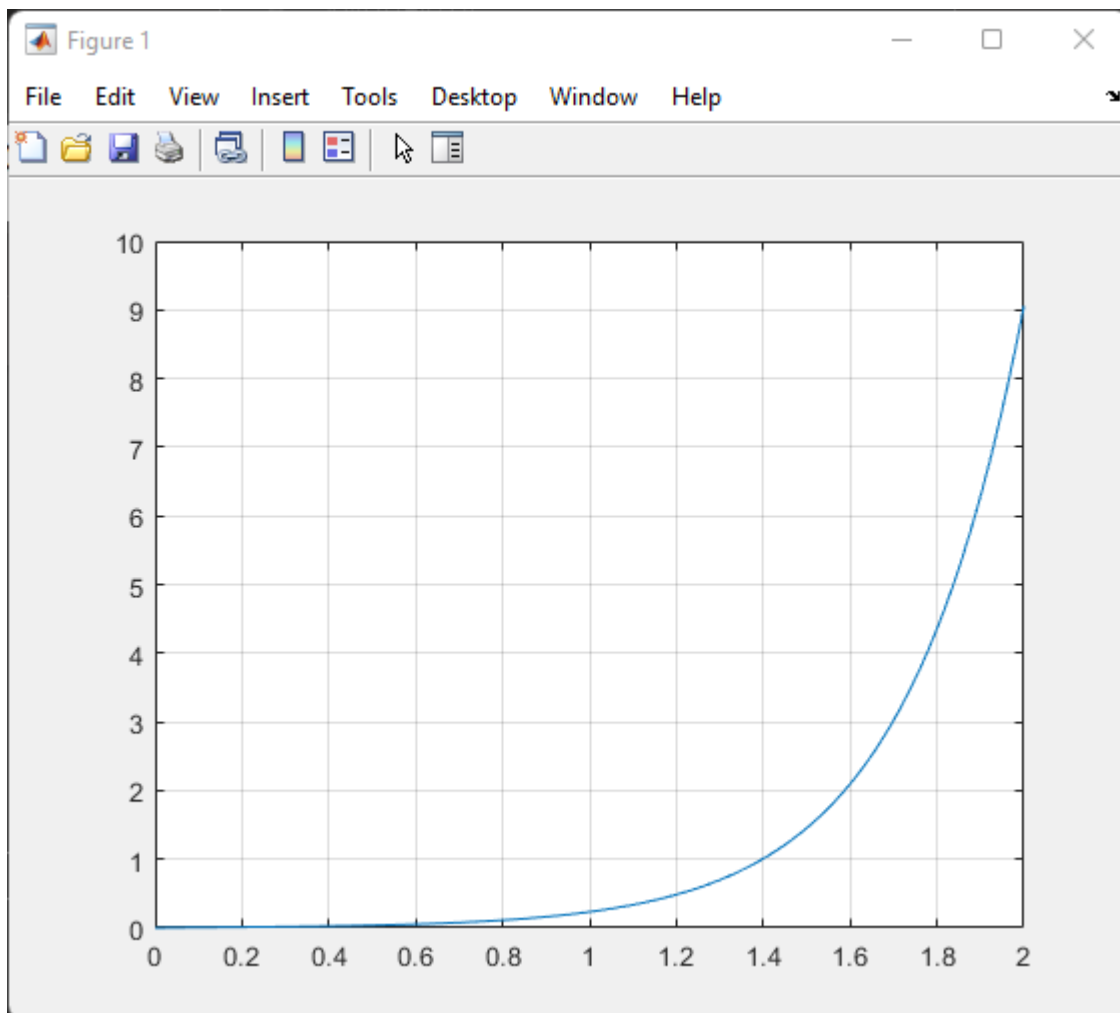
$$A \approx 0,006 \quad B \approx -0,006$$

Partielle Lösung:

$$x(t) = 0,006 * e^{3,66*t} + (-0,006 * e^{-13,66*t})$$

### Matlab Modell:

```
>>  
% Parameter:  
a=0.006;  
b=-0.006;  
wa=3.66;  
wb=-13.66;  
% Darstellungsvariablen:  
t=0:0.01:2;  
% Gleichung:  
x=a*exp(wa*t)+b*exp(wb*t);  
% Darstellen:  
plot(t,x);  
grid on  
fx >>
```



b) Charakteristische Gleichung:

$$r^2 + 15 * r + 100 = 0$$

pq-Formel:

$$r_{1/2} = -\frac{15}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{15}{2}\right)^2 - 100}$$

$$r_{1/2} = -7,5 \pm \sqrt{-43,75}$$

$$r_{1/2} \approx -7,5 \pm (-6,61)$$

$$r_1 = -0,89 \quad r_2 = -14,11$$

Allgemeine Lösung:

$$x(t) = Ae^{-0,89*t} + Be^{-14,11*t}$$

Anfangsbedingung:

$$x(t_0) = 0$$

$$x'(t_0) = 0,1$$

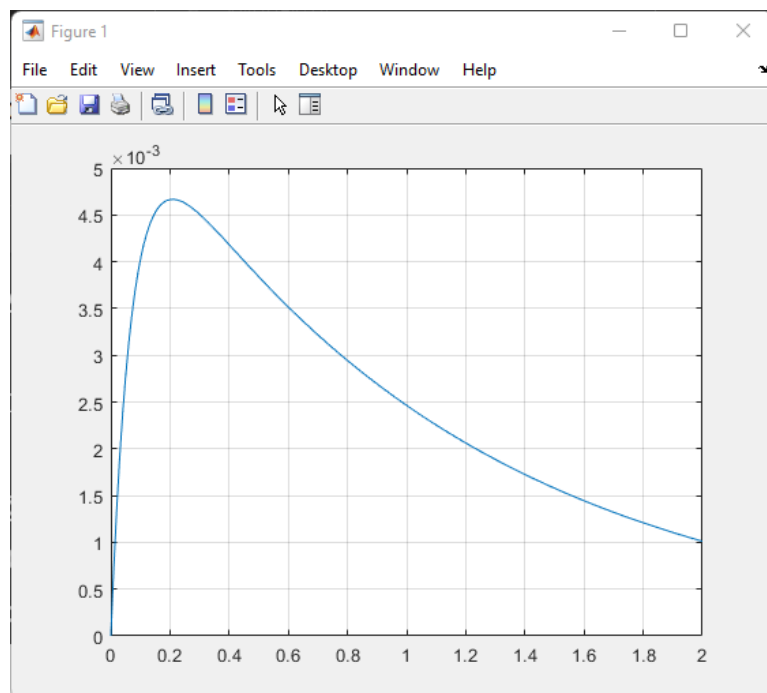
$$A \approx 0,006 \quad B \approx -0,006$$

Partielle Lösung:

$$x(t) = 0,006 * e^{-0,89*t} + (-0,006 * e^{-14,11*t})$$

Matlab Modell:

```
>>
% Parameter:
a=0.006;
b=-0.006;
wa=-0.89;
wb=-14.11;
% Darstellungsvariablen:
t=0:0.01:2;
% Gleichung:
x=a*exp(wa*t)+b*exp(wb*t);
% Darstellen:
plot(t,x);
grid on
f6 >>
```



d) Charakteristische Gleichung:

$$r^2 + 25 * r + 100 = 0$$

pq-Formel:

$$r_{1/2} = -\frac{25}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{25}{2}\right)^2 - 100}$$

$$r_{1/2} = -12,5 \pm \sqrt{\frac{225}{4}}$$

$$r_1 = -20 \quad r_2 = -5$$

Allgemeine Lösung:

$$x(t) = A e^{-20*t} + B e^{-5*t}$$

Anfangsbedingung:

$$x(t_0) = 0$$

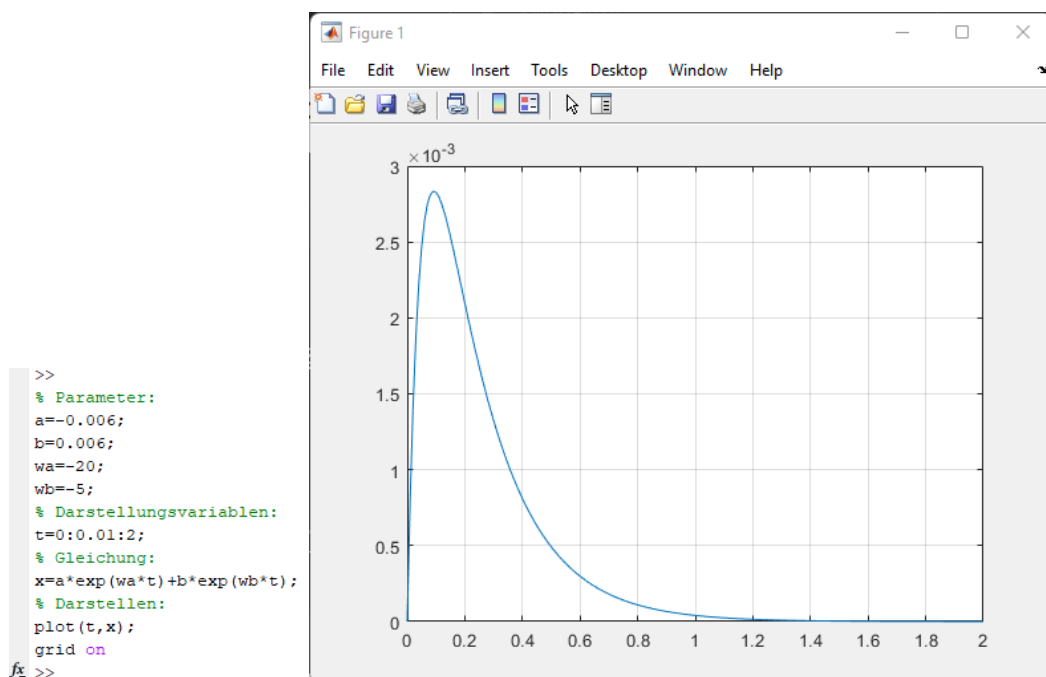
$$x'(t_0) = 0,1$$

$$A \approx -0,006 \quad B \approx 0,006$$

Partielle Lösung:

$$x(t) = -0,006 * e^{-20*t} + 0,006 * e^{-5*t}$$

Matlab Modell:



e) Charakteristische Gleichung:

$$r^2 + 30 * r + 100 = 0$$

pq-Formel:

$$r_{1/2} = -\frac{30}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{30}{2}\right)^2 - 100}$$

$$r_{1/2} = -12,5 \pm \sqrt{125}$$

$$r_1 = -26,18 \quad r_2 = -3,82$$

Allgemeine Lösung:

$$x(t) = Ae^{-26,18*t} + Be^{-3,82*t}$$

Anfangsbedingung:

$$x(t_0) = 0$$

$$x'(t_0) = 0,1$$

$$A \approx -0,004 \quad B \approx 0,004$$

Partielle Lösung:

$$x(t) = -0,004 * e^{-26,18*t} + 0,004 * e^{-3,82*t}$$

Matlab Modell:

