Hausarbeit

System Modellierung

Sommersemester 2022

Tim Quell - 1210340

Inhaltsverzeichnis

Aufgabe 1: Simulink – Modellbildung hybrider Systeme

Ausgangssituation:

Mathematisches Modell eines DC-Motors:

$$J\ddot{\theta} + b\dot{\theta} = KI$$

$$L\frac{dI}{dt} + RI = U - K\dot{\theta}$$

Physikalische Parameter:

Trägheit	$J = 0.01$ kg·m²
Konstante der viskosen Reibung – Motor	$b = 0.1$ N·m·s
Konstante der elektromotorischen Kraft	$K_e = 0.01$ V/rad/s, $K_e = K$
Drehmomentkonstante	$K_t = 0.01$ N·m/A, $K_t = K$
Elektrischer Widerstand	R = 1 Ohm
Elektrische Induktivität	L = 0.5 H

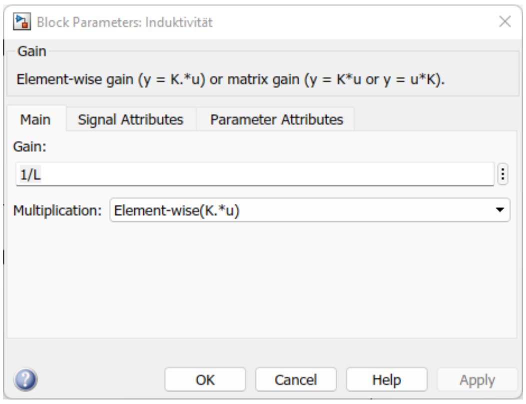
- ⇨ Input: Spannung (V)
- ⇨ Output: Drehgeschwindigkeit – Motorschaft (dθ/dt) (Der Soll-Wert ist 0.1rad/s)
- ⇨ Umstellung nach Newtons Gesetz:
  - $\ddot{\Theta} = \frac{1}{J}(K_t I - b\dot{\Theta})$ oder $\frac{d^2\Theta}{dt^2} = \frac{1}{J}(K_t I - b\frac{d\Theta}{dt})$
- ⇨ Umstellung nach Kirchhoff'schen Gesetzen:
  - $\frac{dI}{dt} = \frac{1}{L}(-RI + U - K_e\dot{\Theta})$ oder $\frac{dI}{dt} = \frac{1}{L}(-RI + U - K_e\frac{d\Theta}{dt})$

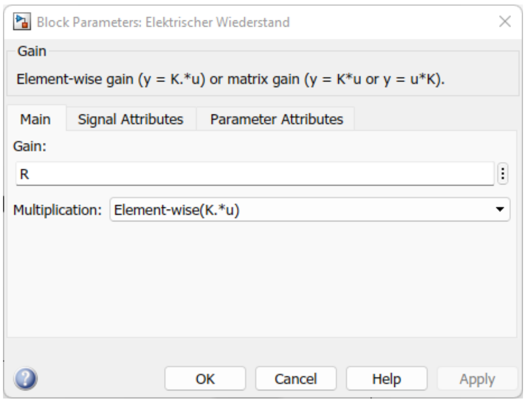
Aufgabe 1.1: Simulink-Modell

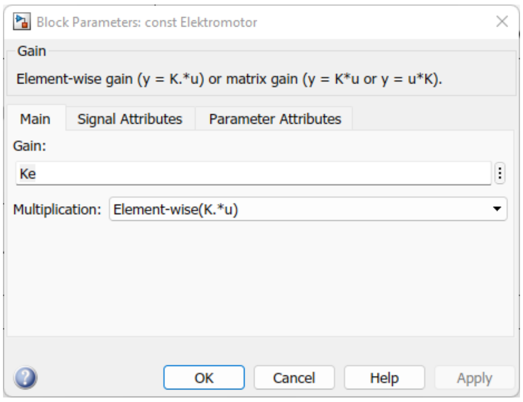
init.m Datei:

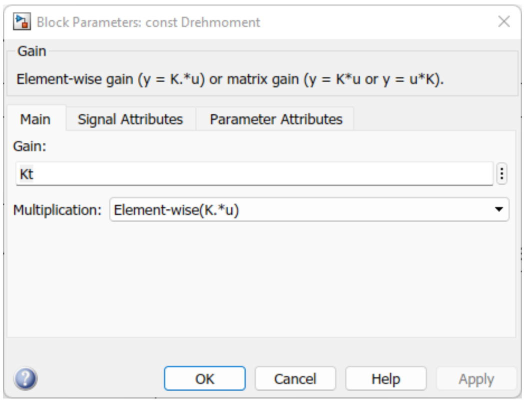
```
% Init Datei zum setzen der Variablen
% Tim Quell 1210340

% Trägheit
J=0.01;

% Konstante der viskosen Reibung - Motor
b=0.1;

% Konstante der elektromotorischen Kraft
Ke=0.01;

% Drehmomentkonstante
Kt=0.01;

% Elektrischer Widerstand
R=1;

% Elektrische Induktivität
L=0.5;

```

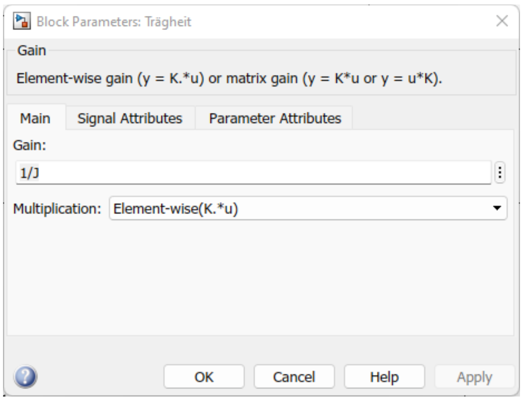
Parameterfenster:

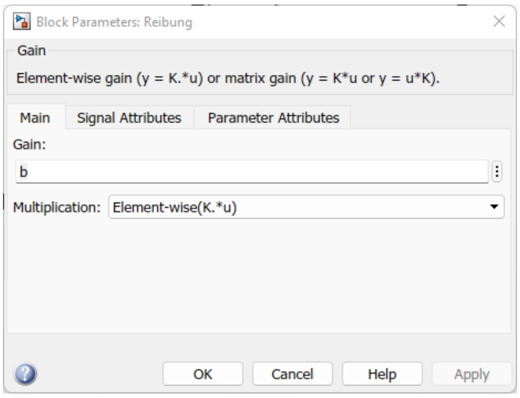


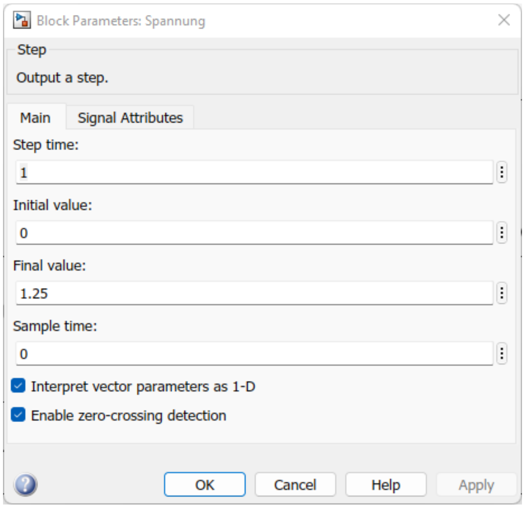




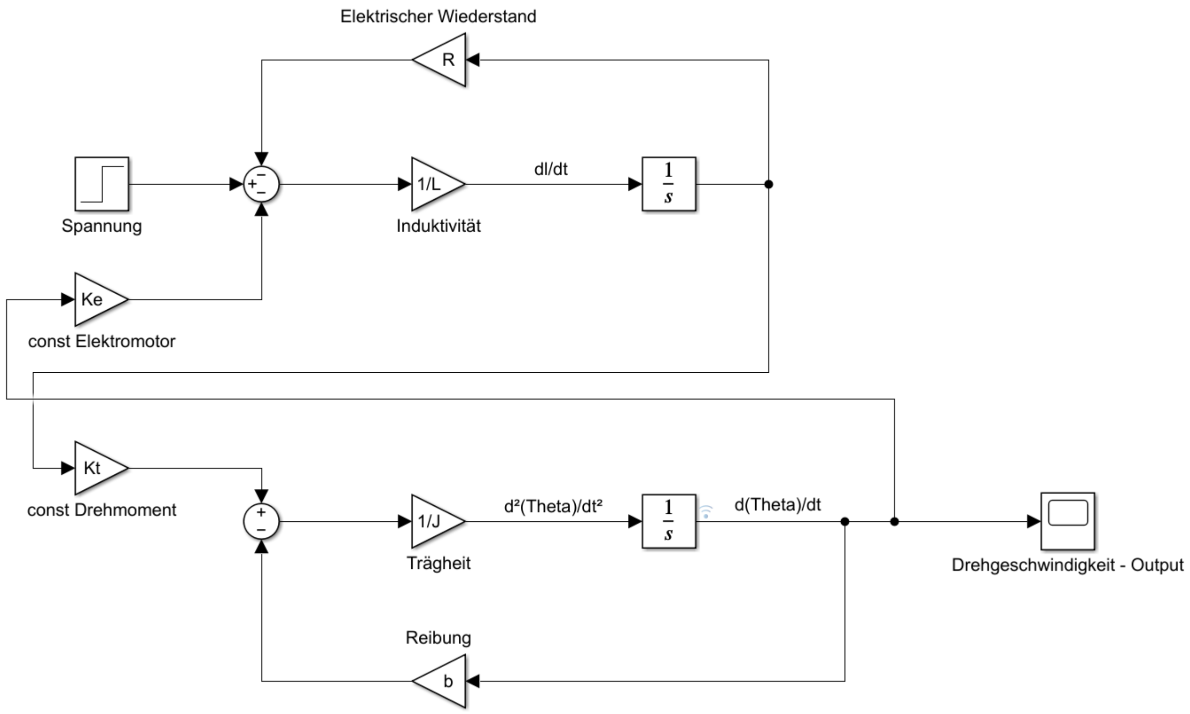




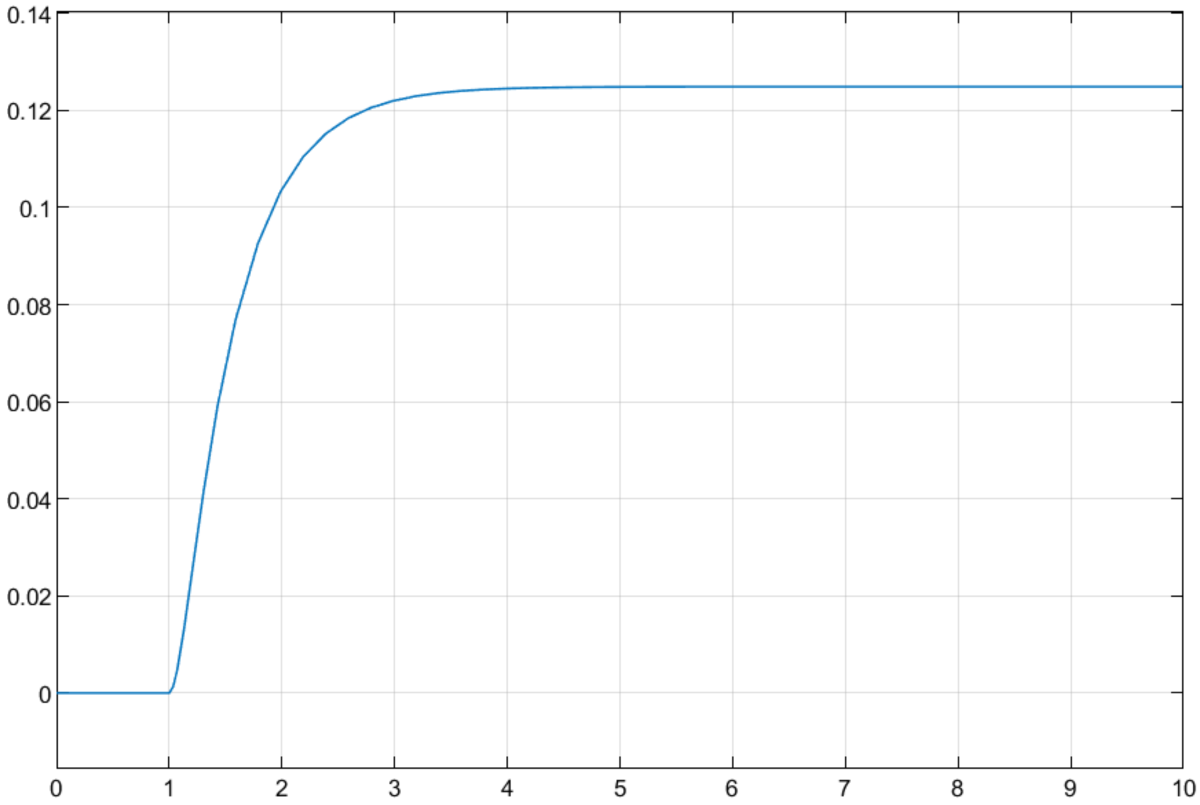




Simulink-Modell:

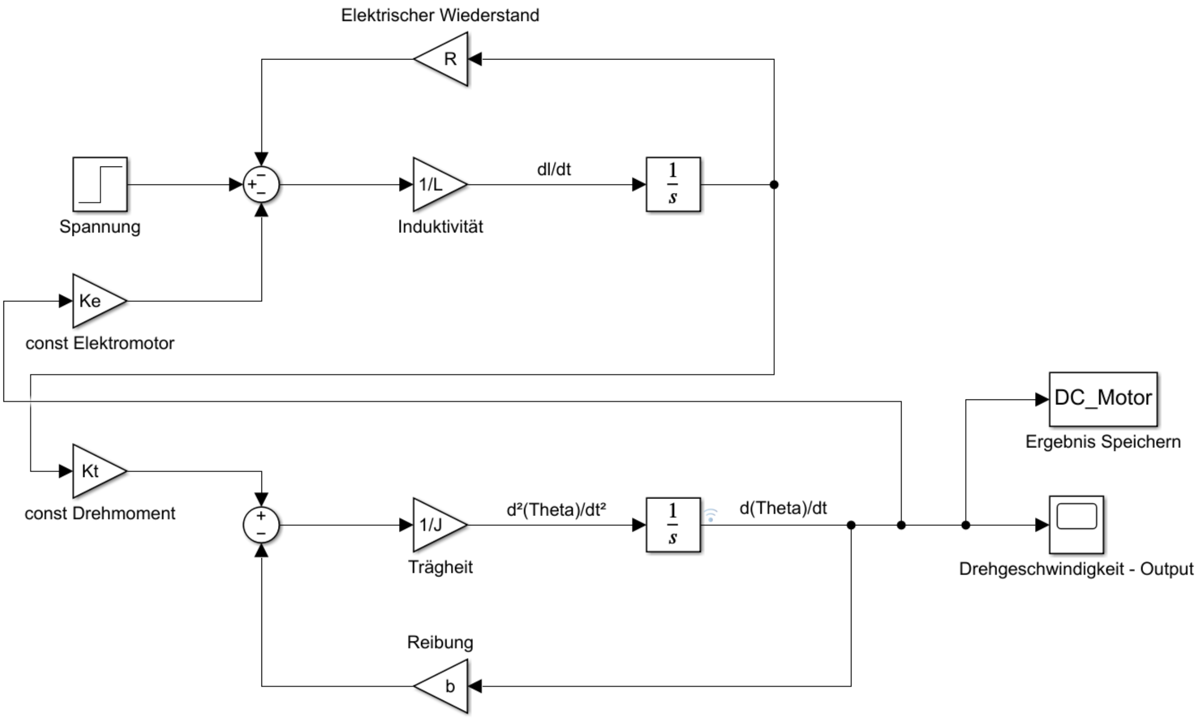


Ergebnis der Simulation:



Aufgabe 1.2: Extrahieren von Simulink in Matlab

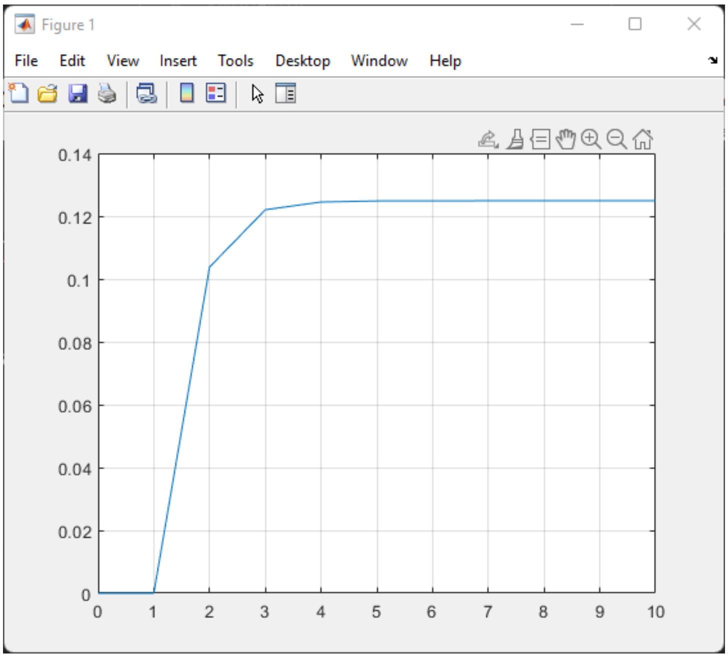
Modifiziertes Simulink-Modell:



Matlab Code:

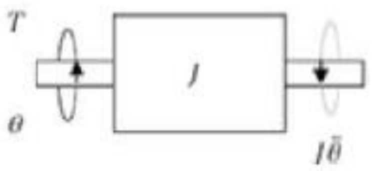
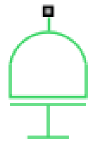
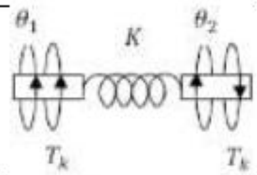
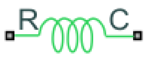
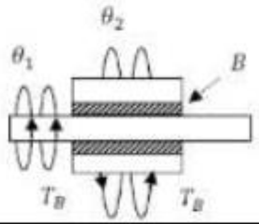
```
>> plot(DC_Motor.Time, DC_Motor.Data);
>> grid on;
```

Ergebnis der Visualisierung:

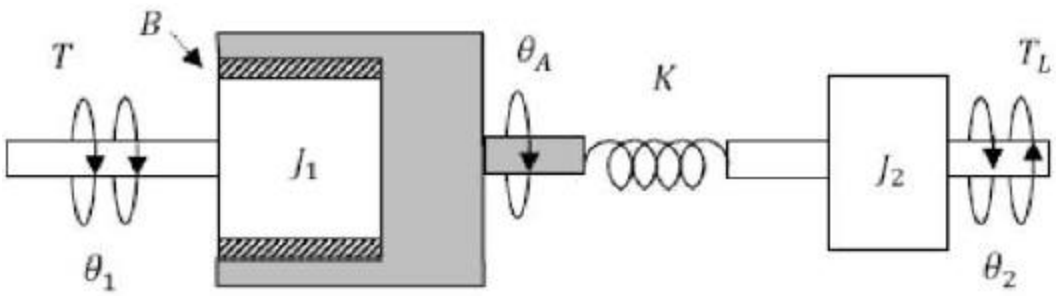


Aufgabe 2: Simscape-Modellbildung

Aufgabe 2.1: Simscape-Blöcke

Element	Schematische Darstellung	Analytische Darstellung	Simscape Block
Trägheit		$T_J = J\frac{d^2\theta}{dt^2}$	 Inertia / Trägheit
Rotatorische Feder		$T_K = K(\theta_1 - \theta_2)$	 Rotational Spring / Rotatorische Feder
Rotatorischer Dämpfer		$T_B = B(\frac{d\theta_1}{dt} - \frac{d\theta_2}{dt})$	 Rotational Damper / Rotatorischer Dämpfer

Aufgabe 2.2: Simscape-Modell

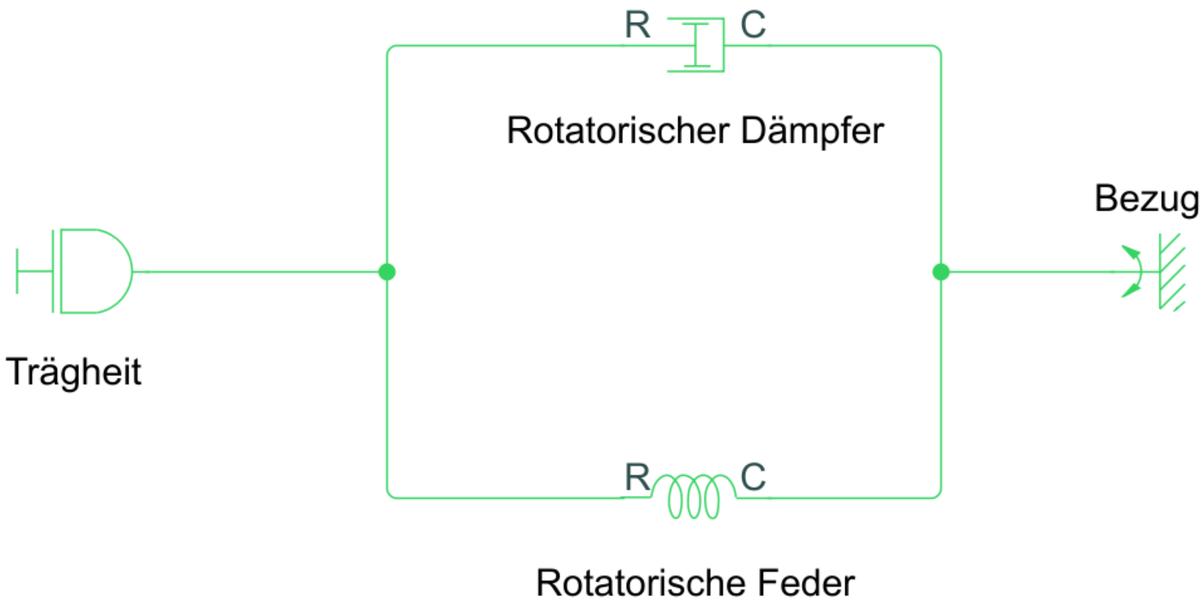


- ⇨ Input: $T(t)$; $T_L(t)$
- ⇨ Output: $\Theta_1(t)$; $\Theta_2(t)$

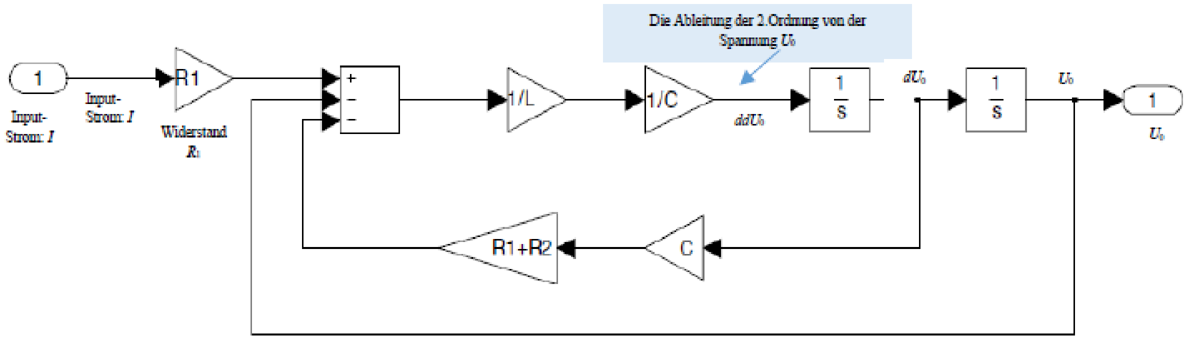
Allgemeine Form:

$$T = T_J + T_B + T_K = J\frac{d^2\Theta}{dt^2} + B\left(\frac{d\Theta_1}{dt} - \frac{d\Theta_2}{dt}\right) + K(\Theta_1 - \Theta_2)$$

Simscape Modell:



Aufgabe 3: Mathematische Modellbildung



Modell Maschensatz:

$$U(t) = U_R + U_L + U_c$$

$$U(t) = (R_1 + R_2) * i(t) + Li'(t) + \frac{1}{C}\int i(t)dt + C$$

Umgestellt nach größter Ableitung:

$$i'(t) = \frac{1}{L} + \frac{1}{C}\int i(t)dt * (u(t) - (R_1 + R_2) * i(t) - C) + R_1$$

Aufgabe 4: Matlab-Modellbildung

Parameter:

Masse (m)	1 kg
Federsteifigkeit (k)	100 N/m
Dämpfungskonstante (d)	a=10, b=15, c=20, d=25, e=30

Mathematisches Modell:

$m * \ddot{x} + d * \dot{x} + k * x = 0$

D-Operator Form:

$m * D^2 + d * D^1 + k * D^0 = 0$

a) Charakteristische Gleichung:

$r^2 + 10 * r + 100 = 0$

pq-Formel:

$$r_{1/2} = -\frac{10}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2 - 100}$$

$r_{1/2} = -5 \pm \sqrt{-75}$

$r_{1/2} \approx -5 \pm (-8{,}66)$

$r_1 = 3{,}66 \quad r_2 = -13{,}66$

Allgemeine Lösung:

$x(t) = Ae^{3{,}66*t} + Be^{-13{,}66*t}$

Anfangsbedingung:

$x(t_0) = 0$

$x'(t_0) = 0{,}1$

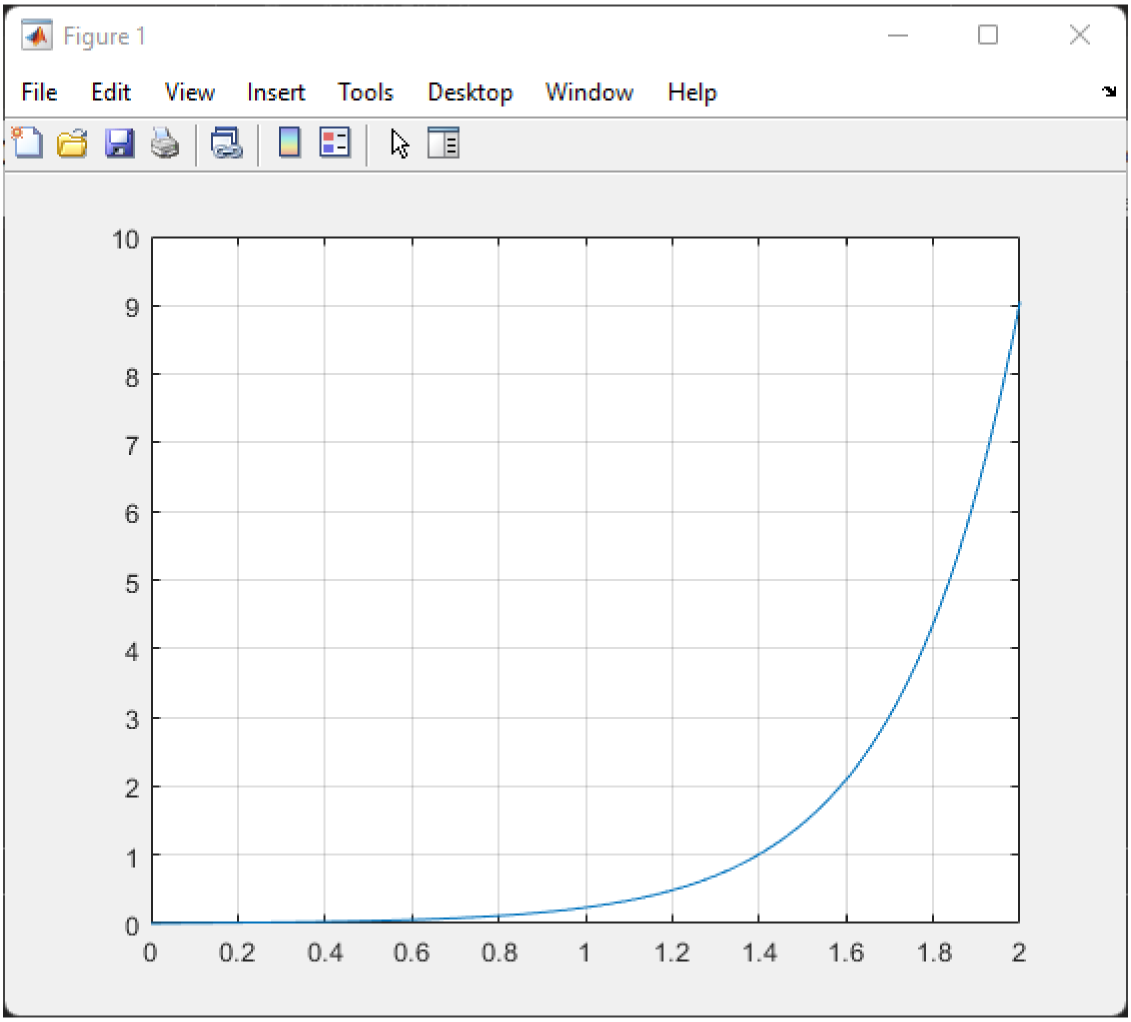
$A \approx 0{,}006 \quad B \approx -0{,}006$

Partielle Lösung:

$x(t) = 0{,}006 * e^{3{,}66*t} + (-0{,}006 * e^{-13{,}66*t})$

Matlab Modell:

```
>>
% Parameter:
a=0.006;
b=-0.006;
wa=3.66;
wb=-13.66;
% Darstellungsvariablen:
t=0:0.01:2;
% Gleichung:
x=a*exp(wa*t)+b*exp(wb*t);
% Darstellen:
plot(t,x);
grid on
fx >>
```



b) <u>Charakteristische Gleichung:</u>

$r^2 + 15 * r + 100 = 0$

<u>pq-Formel:</u>

$$r_{1/2} = -\frac{15}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{15}{2}\right)^2 - 100}$$

$$r_{1/2} = -7{,}5 \pm \sqrt{-43{,}75}$$

$$r_{1/2} \approx -7{,}5 \pm (-6{,}61)$$

$$r_1 = -0.89 \quad r_2 = -14{,}11$$

<u>Allgemeine Lösung:</u>

$$x(t) = Ae^{-0{,}89*t} + Be^{-14{,}11*t}$$

<u>Anfangsbedingung:</u>

$$x(t_0) = 0$$

$$x'(t_0) = 0{,}1$$

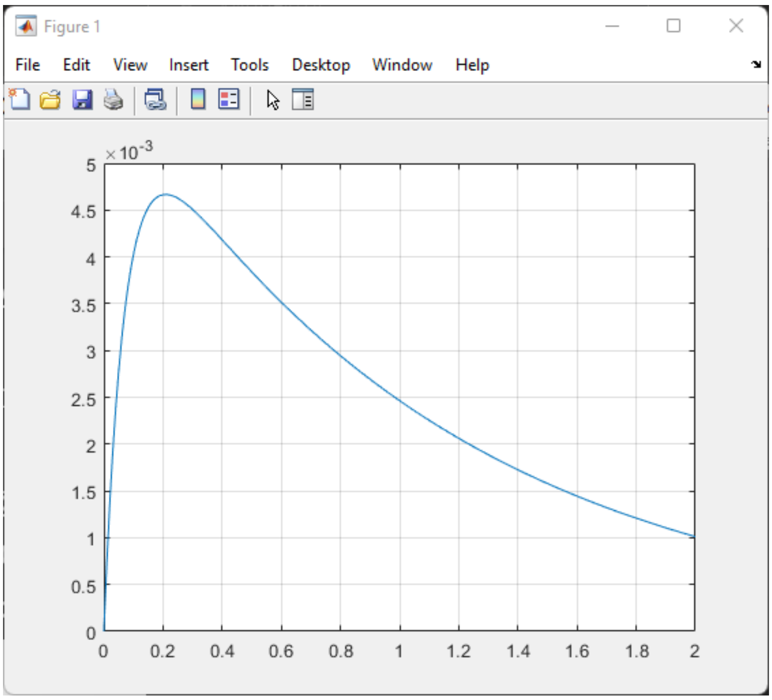
$$A \approx 0{,}006 \quad B \approx -0{,}006$$

<u>Partielle Lösung:</u>

$$x(t) = 0{,}006 * e^{-0.89*t} + (-0{,}006 * e^{-14{,}11*t})$$

<u>Matlab Modell:</u>

```
>>
% Parameter:
a=0.006;
b=-0.006;
wa=-0.89;
wb=-14.11;
% Darstellungsvariablen:
t=0:0.01:2;
% Gleichung:
x=a*exp(wa*t)+b*exp(wb*t);
% Darstellen:
plot(t,x);
grid on
>>
```



d) <u>Charakteristische Gleichung:</u>

$r^2 + 25 * r + 100 = 0$

<u>pq-Formel:</u>

$$r_{1/2} = -\frac{25}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{25}{2}\right)^2 - 100}$$

$$r_{1/2} = -12{,}5 \pm \sqrt{\frac{225}{4}}$$

$r_1 = -20 \quad r_2 = -5$

<u>Allgemeine Lösung:</u>

$x(t) = Ae^{-20*t} + Be^{-5*t}$

<u>Anfangsbedingung:</u>

$x(t_0) = 0$

$x'(t_0) = 0{,}1$

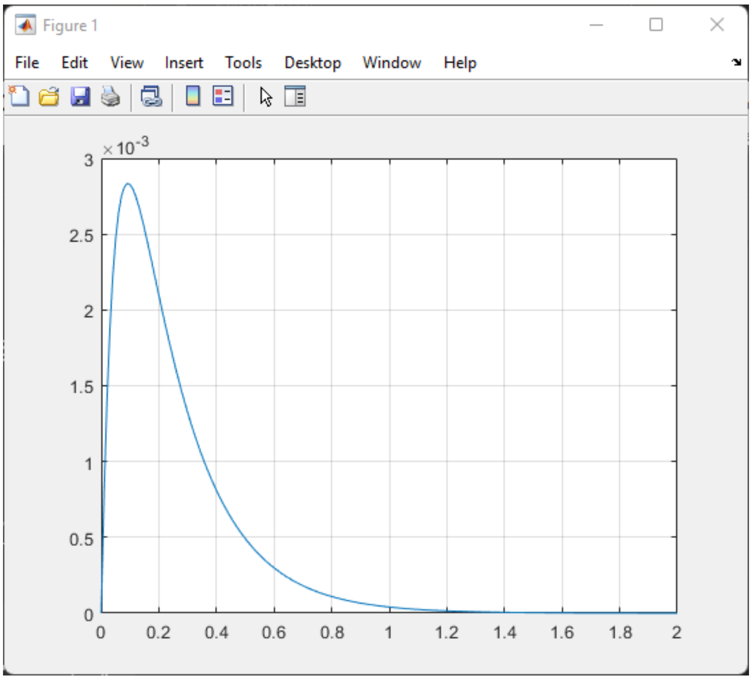
$A \approx -0{,}006 \quad B \approx 0{,}006$

<u>Partielle Lösung:</u>

$x(t) = -0{,}006 * e^{-20*t} + 0{,}006 * e^{-5*t}$

<u>Matlab Modell:</u>

```
>>
% Parameter:
a=-0.006;
b=0.006;
wa=-20;
wb=-5;
% Darstellungsvariablen:
t=0:0.01:2;
% Gleichung:
x=a*exp(wa*t)+b*exp(wb*t);
% Darstellen:
plot(t,x);
grid on
>>
```



e) Charakteristische Gleichung:

$$r^2 + 30 * r + 100 = 0$$

pq-Formel:

$$r_{1/2} = -\frac{30}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{30}{2}\right)^2 - 100}$$

$$r_{1/2} = -12{,}5 \pm \sqrt{125}$$

$$r_1 = -26{,}18 \quad r_2 = -3{,}82$$

Allgemeine Lösung:

$$x(t) = Ae^{-26{,}18*t} + Be^{-3{,}82*t}$$

Anfangsbedingung:

$$x(t_0) = 0$$

$$x'(t_0) = 0{,}1$$

$$A \approx -0{,}004 \quad B \approx 0{,}004$$

Partielle Lösung:

$$x(t) = -0{,}004 * e^{-26{,}18*t} + 0{,}004 * e^{-3{,}82*t}$$

Matlab Modell:

```
>>
% Parameter:
a=-0.004;
b=0.004;
wa=-26.18;
wb=-3.82;
% Darstellungsvariablen:
t=0:0.01:2;
% Gleichung:
x=a*exp(wa*t)+b*exp(wb*t);
% Darstellen:
plot(t,x);
grid on
>>
```