

V406 Beugung am Spalt

Connor Magnus Böckmann

email: connormagnus.boeckmann@tu-dortmund.de

Tim Theissel

email: tim.theissel@tu-dortmund.de

6. Juli 2021

Inhaltsverzeichnis

1	Zielsetzung	3
2	Theoretische Grundlagen	3
2.1	Versuchsanordnungen nach Fresnel und Fraunhofer	3
2.2	Mathematische Betrachtung	3
2.3	Beugung am Spalt	5
3	Aufbau	6
4	Auswertung	7
4.1	Vergleichswerte	7
4.2	Einzelspalt	7
4.3	Doppelspalt	10
4.4	Vergleich	13
5	Diskussion	13

1 Zielsetzung

Im folgenden Versuch soll der Wellencharakter des Lichts anhand der Beugung an einem Einfach- sowie Doppelspalt untersucht werden. Das Interferenzmuster ist dabei von besonderer Wichtigkeit.

2 Theoretische Grundlagen

Beugung ist im Kontext von Lichtstrahlen die Abweichung von der geometrischen Optik beim Passieren von Schlitzten duenner als der Strahldurchmesser des Lichtstrahls. Wie bereits beschrieben benoetigt es die Auffassung des Lichts als Welle, um die auftretenden Phaenomene zu beschreiben. Diese Auffassung wird dem Licht in der Natur eigentlich nicht gerecht, das Modell genuegt zur Beschreibung dieses Experiments aber. Besonders entscheidend ist dabei das so genannte Huygenssche Prinzip. Dieses besagt, dass jeder Punkt einer Wellenfront Quelle einer neuen Elementarwelle ist. Die Einhuellende dieser Elementarwellen bildet dann die neue Wellenfront. Dies wird hier an einem Spalt demonstriert. Es soll dabei die Intensitaet in Abhaengigkeit von der Ausbreitungsrichtung ϕ . Dann soll ein allgemeiner Zusammenhang zwischen der Form des Beugungsobjektes und der Amplitudenverteilung hergestellt werden. Die Aperturfunktion und die Amplitudenfunktion lassen sich mit Hilfe von Fourier-Transformationen in einander ueberfuehren.

2.1 Versuchsanordnungen nach Fresnel und Fraunhofer

Das Experiment laesst sich sowohl mit der Anordnung nach Fresnel, sowie der Anordnung nach Fraunhofer durchfuehren. Die Fresnelsche Anordnung hat sowohl die Lichtquelle, als auch den Beobachtungspunkt P im Endlichen. Dadurch interferieren die Strahlen mit anderen Strahlen, welche unter einem anderen Winkel gestreut werden. Im Unterschied dazu verlegt die Fraunhofer Anordnung die Quelle und den Beobachtungspunkt P mit Hilfe einer Sammellinse ins Unendliche, wodurch nur Strahlen interferieren, welche unter dem selben Winkel ϕ gebeugt werden. Dieser Umstand sorgt fuer eine mathematisch einfachere Darstellung und wird daher im folgenden verwendet.

2.2 Mathematische Betrachtung

Es falle eine Welle mit der Feldstaerke $A(z, t) = A_0 e^{i\omega t - 2\pi z/\lambda}$ pro Laengeneinheit aus der Z-Richtung ein. Dies wird mit einem Laser realisiert, welcher auch die Vorraussetzung der Kohaerenz und der Monochromatie des Lichts erfuehlt. Der Beobachtungsschirm wird in einer Entfernung aufgestellt, welche sehr gross gegenueber der Spaltbreite ist.

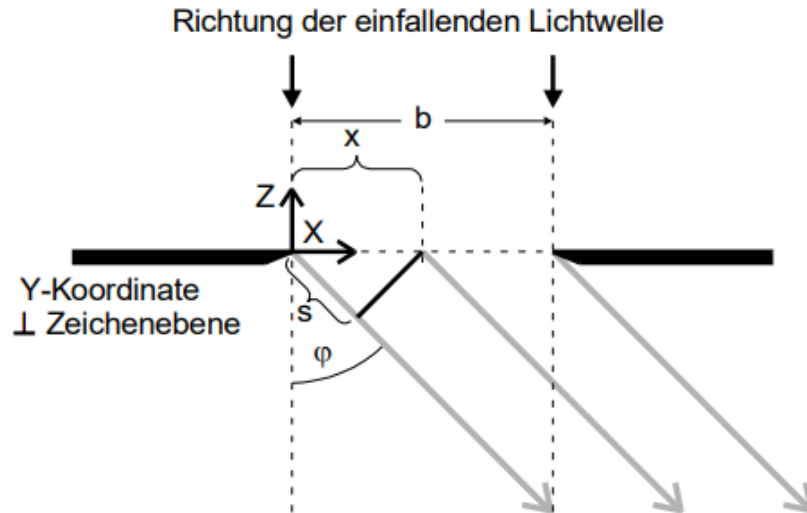


Abbildung 1: Schematische Darstellung zur Ableitung der Phasenbeziehung zwischen zwei Lichtstrahlen
Aus: Anleitung V406 Seite 32.

Unter Berücksichtigung des Huygensschen Prinzips bei den Beugungserscheinungen am Spalt, lässt sich erkennen, dass das Licht sich nicht nur in die ursprüngliche Ausbreitungsrichtung ausbreitet, da es sich ja in Kugelwellen von jedem Punkt der Spaltoeffnung her ausbreitet. Zur Berechnung der Amplitude in Richtung ϕ muss also über alle Strahlenbündel in der entsprechenden Richtung aus sämtlichen Punkten der Spaltoeffnung summiert werden. Von besonderer Bedeutung ist dabei die Phasendifferenz zweier Lichtstrahlen, welche von zwei Stellen mit Abstand x von einander in der Spaltoeffnung ausgehen. Aufgrund des in 1 zu erkennenden Wegunterschiedes stellt sich die Phasendifferenz zu $\delta = \frac{2\pi s}{\lambda} = \frac{2\pi x \sin \phi}{\lambda}$ ein. Durch die infinitesimal kleinen Breiten der Strahlen, ergibt sich die Summation zu einer Integration:

$$B(z, t, \phi) = A_0 \int_0^b e^{i(\omega t - \frac{2\pi z}{\lambda} + \delta)} dx$$

Gelöst wird dieser Ausdruck durch Ausführen der Integration, Ausklammern des Faktors $e^{\pi i b \sin \phi / \lambda}$ und Benutzung der Eulerschen Formel:

$$B(z, t, \phi) = A_0 e^{i(\omega t - \frac{2\pi z}{\lambda})} \cdot e^{\frac{\pi i b \sin \phi}{\lambda}} \cdot \frac{\lambda}{\pi \sin \phi} \sin \frac{\pi b \sin \phi}{\lambda}$$

Mit der Abkürzung $\eta := \frac{\pi b \sin \phi}{\lambda}$ und dem Weglassen der Faktoren, welche keinen Einfluss auf die Intensitätsmessung haben, ergibt sich:

$$B(\phi) = A_0 b \frac{\sin \eta}{\eta}$$

Diese Funktion hat unendlich viele Nulldurchgaenge, sowie lokale Maxima und Minima, dessen Betraege mit wachsendem η gegen Null gehen. Diese Nullstellen liegen bei $\sin\phi_n = \pm n \frac{\lambda}{b}$.

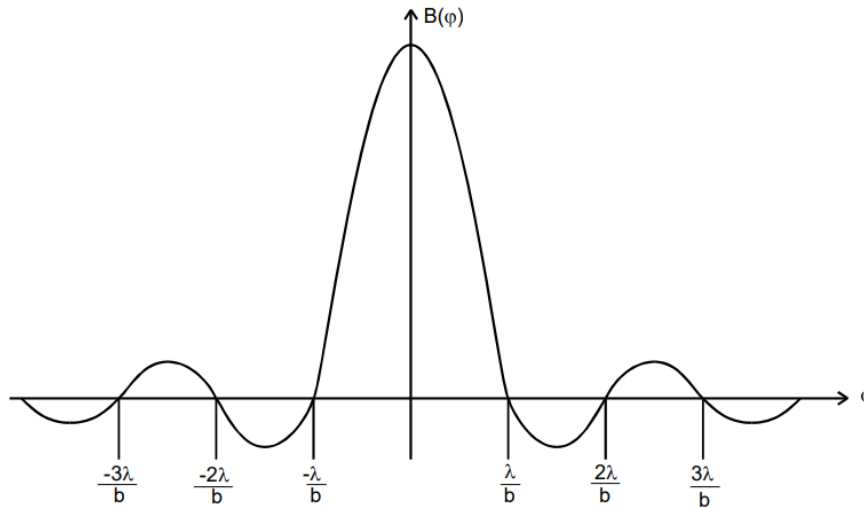


Abbildung 2: Amplitude einer gebeugten, ebenen Welle am Parallelschlatt
Aus: Anleitung V406 Seite 33.

Durch die hohe Frequenz des Lichts von etwa $\omega = 10^{14}$ bis 10^{15} Hz ist die Amplitude nicht direkt zugaenglich, weshalb die zeitlich gemittelte Intensitaet genuegen muss. Die Intensitaet $I(\phi)$ des gebeugten Lichts wird dann durch

$$I(\phi) \propto B(\phi)^2 = A_0^2 b^2 \frac{\lambda^2}{\pi b \sin\phi} \cdot \sin^2 \frac{\pi b \sin\phi}{\lambda}$$

bestimmt. Diese nicht-negative Beugungsfigur hat Minima bei den Nulldurchgaengen der Amplitudenfunktion. Die Maxima dazwischen nehmen etwa mit dem Quadrat des Beugungswinkels ab.

2.3 Beugung am Schlatt

Die Intensitaetsverteilung $I(\phi)$ beim Doppelschlatt laesst sich dazu analog berechnen. Die Beugung ist dabei die Ueberlagerung zweier Einfach-Schlatt mit einer Breite b welche sich in einem Abstand s befinden. Die Intensitaetsverteilung des Lichts mit der Wellenlaenge λ bei der Beugung an einem Doppelschlatt liefert

$$I(\phi) \propto B(\phi)^2 = 4 \cos^2 \left(\frac{\pi s \sin\phi}{\lambda} \right) \cdot \left(\frac{\lambda}{\pi b \sin\phi} \right)^2 \cdot \sin^2 \left(\frac{\pi b \sin\phi}{\lambda} \right)$$

Diese Intensitaetsverteilung setzt sich aus der Intensitaet des Einfach-Schlatts und einer \cos^2 -Verteilung zusammen. Zusaetzlich zu den Minima erster Ordnung der einzelnen

Spalte koennen Minima an den Stellen

$$\phi(k) = \arcsin\left(\frac{2k+1}{2s}\right)\lambda$$

auftreten, was mit den Nullstellen der \cos^2 -Verteilung zusammenfaellt.

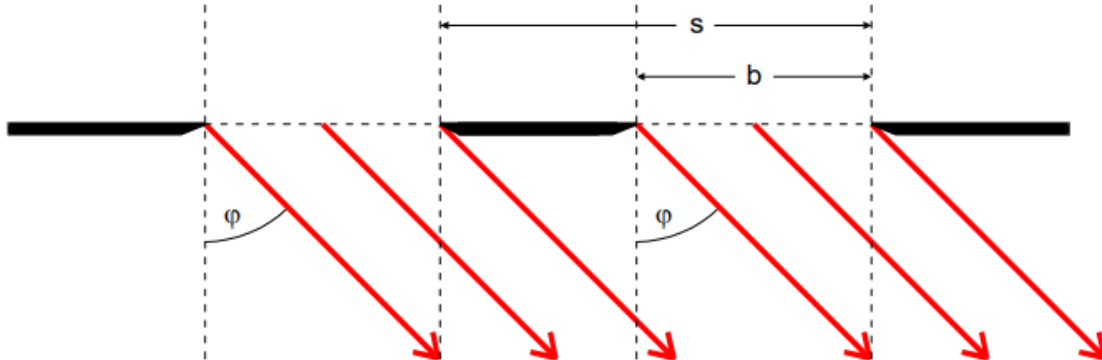


Abbildung 3: Beugung am Doppelspalt
Aus: Anleitung V406 Seite 34.

3 Aufbau

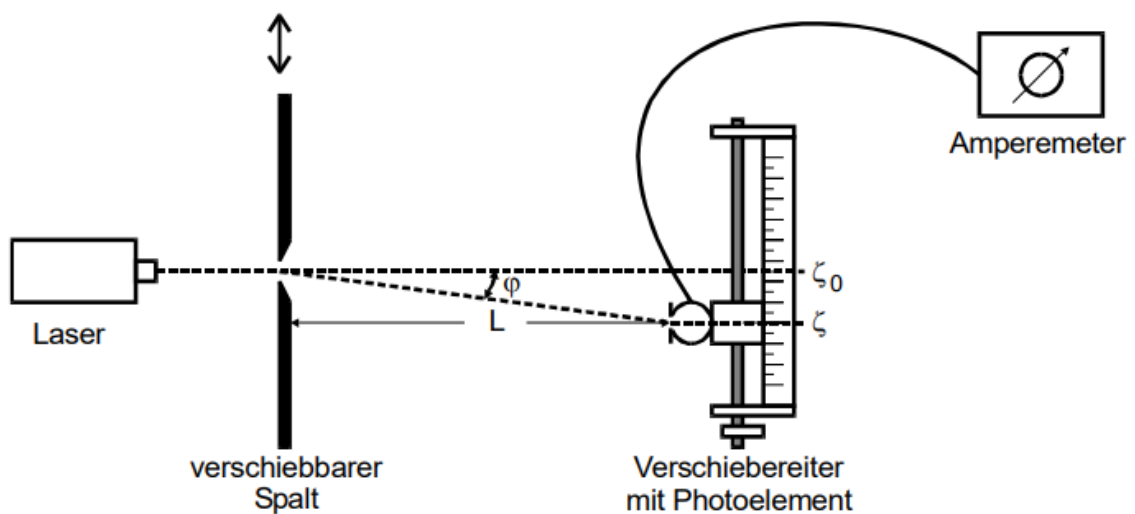


Abbildung 4: Versuchsaufbau zur Messung der Beugungsfigur
Aus: Anleitung V406 Seite 36.

Als Lichtquelle fungiert ein roter Laser der Wellenlaenge $\lambda = 633nm$, mit welcher eine geschlitzte Folie beleuchtet wird. Hinter dem Spalt ist ein lichtempindlicher Detektor

aufgebaut, welcher auf einer Messtrommel angebracht, mit welcher es moeglich ist, den Detektor sehr genau zu verschieben. Der Detektor ist senkrecht zur Strahlrichtung angebracht und besteht aus einer Photodiode, welche das Beugungsbild aufzeichnen kann durch Verschiebung des Detektors in kleinen Schritten. Dabei werden jeweils eine Messung mit einem Einzelspalt und eine Messung mit einem Doppelspalt durchgefuehrt und bei jeder dieser Messungen werden 50 Werte aufgenommen. Ausserdem ist es von Noeten den Dunkelstrom I_{du} zu bestimmen. Dafuer wird der Strom den der Detektor abgibt mit ausgeschaltetem Licht gemessen.

4 Auswertung

4.1 Vergleichswerte

Vor der Durchfuehrung des Experiments werden folgende Werte fuer den Vergleich mit den zu bestimmenden Werten aufgenommen:

$$\text{Abstand Detektor} - \text{Spalt } L = 1.05m$$

$$\text{Spaltbreite(Einzelspalt)} \quad b_e = 0.15 * 10^{-3}m$$

$$\text{Spaltbreite(Doppelspalt)} \quad b_d = 0.15 * 10^{-3}m$$

$$\text{Spaltabstand } s = 0.5 * 10^{-3}m$$

$$\text{Dunkelstrom } I_{Dunkel} = 1 * 10^{-8}A$$

$$\text{Wellenlaenge Laserlicht } \lambda = 633 * 10^{-9}m$$

4.2 Einzelspalt

Die Werte fuer die Messung am Einzelspalt sind in Tabelle 1 zu finden.

Tabelle 1: Messwerte für die Beugung am Einzelspalt

$x-x_0$ [mm]	I [mA]
-20	0.0025
-19	0.0015
-18	0.0020
-17	0.0030
-16	0.0040
-15	0.0020
-14	0.0015
-13	0.0050
-12	0.0070
-11	0.0055
-10	0.0025
-9	0.0070
-8	0.0125
-7	0.0145
-6	0.0080
-5	0.0075
-4	0.0285
-3.5	0.1600
-3	0.2400
-2.5	0.3200
-2	0.4000
-1.5	0.4500
-1	0.4600
-0.5	0.4500
0.5	0.2800
1	0.2000
1.5	0.1200
2	0.0640
2.5	0.0230
3	0.0060
3.5	0.0025
4	0.0070
5	0.0110
6	0.0090
7	0.0035
8	0.0035
9	0.0070
10	0.0070
11	0.0040
12	0.0015
13	0.0025
14	0.0040
15	0.0020
16	0.0005
17	0.0015
18	0.0030
19	0.0025
20	0.0010

Von den Werten für die Intensität wird der Dunkelstrom abgezogen. Anschließend werden die entstehenden Werte graphisch dargestellt. Dabei wird auf der x-Achse der Beugungswinkel ϕ dargestellt. Dieser berechnet sich ungefähr durch $\phi = \frac{x-x_0}{L}$. Es wird eine Ausgleichsrechnung mit folgender Formel durchgeführt:

$$I = A_0^2 \cdot b^2 \cdot \left(\frac{\lambda}{\pi b \sin \psi} \right)^2 \cdot \sin \pi b \left(\sin \frac{\phi}{\lambda} \right)^2.$$

Dabei entsteht das Folgende Diagramm:

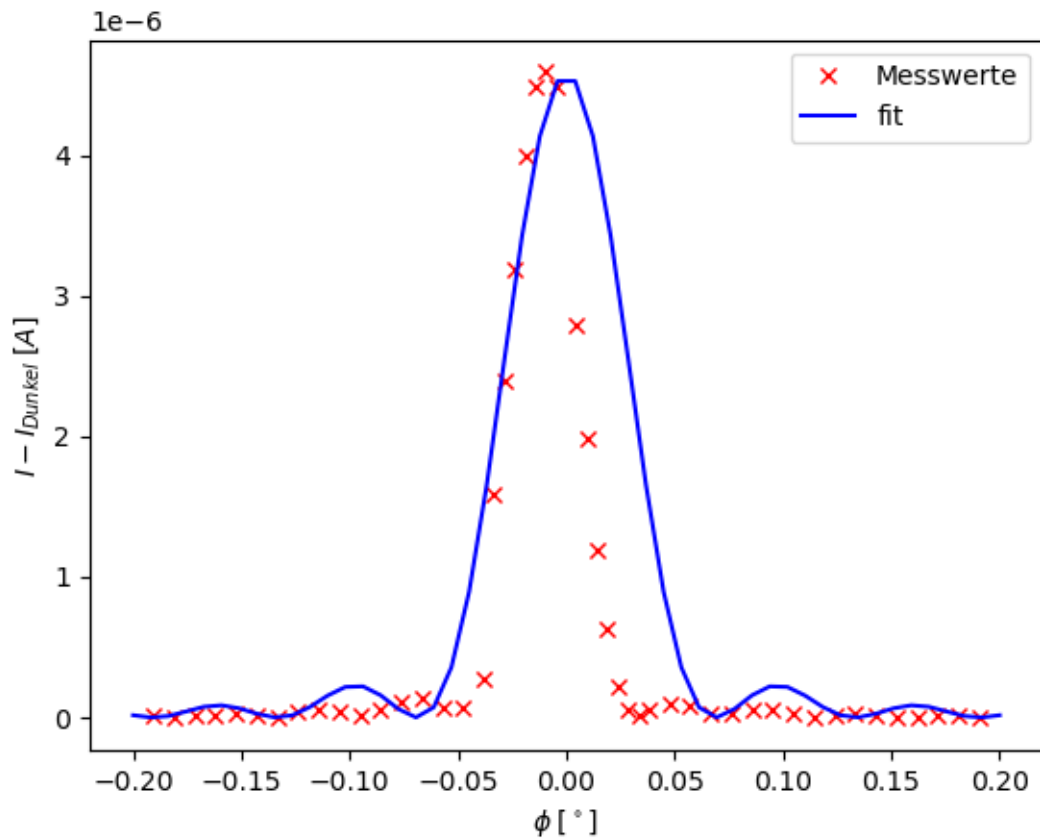


Abbildung 5: Beugung des Laserlichts am Einzelspalt mit Ausgleichsrechnung.

Diese Ausgleichsrechnung liefert nun einen Wert für die Breite des Spaltes:

$$b = (0.146 \pm 0.000127) * 10^{-3} m$$

4.3 Doppelspalt

Die Werte für die Beugung am Doppelspalt sind in Tabelle 2.

Tabelle 2: Messwerte für die Beugung am Doppelspalt

$x-x_0$ [mm]	I [mA]
-20	0.0020
-19	0.0040
-18	0.0110
-17	0.0095
-16	0.0020
-15	0.0045
-14	0.0150
-13	0.0130
-12	0.0040
-11	0.0060
-10	0.0210
-9	0.0180
-8	0.0050
-7	0.0120
-6	0.1600
-5	0.2000
-4	0.0200
-3.5	0.0150
-3	0.0230
-2.5	0.5000
-2	1.0000
-1.5	0.3000
-1	3.0000
-0.5	1.4000
0.5	5.0000
1	0.6000
1.5	2.5000
2	2.5000
2.5	0.1300
3	1.0000
3.5	0.2800
4	0.0500
5	0.0125
6	0.1300
7	0.0900
8	0.0050
9	0.0030
10	0.0180
11	0.0180
12	0.0045
13	0.0040
14	0.0120
15	0.0120
16	0.0025
17	0.0025
18	0.0080
19	0.0080
20	0.0200

Für die graphische Darstellung dieser Werte wird genau so vorgegangen wie bei den Werten für den Einzelspalt. Diesmal wird die Ausgleichsrechnung allerdings mit folgender Formel durchgeführt:

$$I = A_0^2 \cdot \cos \frac{\pi s \sin \phi}{\lambda} \cdot \left(\frac{\lambda}{\pi b \sin \phi} \right)^2 \cdot \left(\sin \frac{\pi b \sin \phi}{\lambda} \right)^2.$$

Dabei entsteht folgendes Diagramm

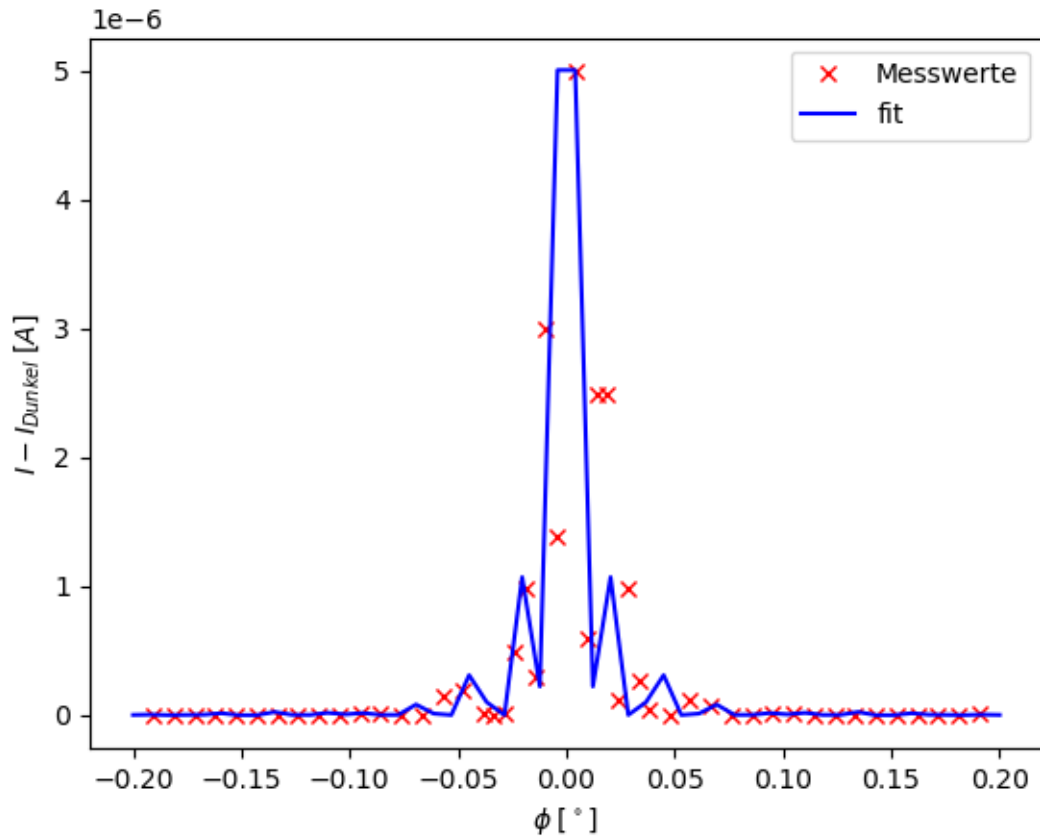


Abbildung 6: Beugung des Laserlichts am Doppelspalt mit Ausgleichsrechnung.

Die Ausgleichsrechnung liefert dabei einen Wert für die Spaltbreite und den Spaltabstand:

$$b = (0.1335 \pm 0.0001) \cdot 10^{-3} m$$

$$s = (0.659 \pm 0.000195) \cdot 10^{-3} m$$

4.4 Vergleich

Beim Vergleich der beiden Kurven entsteht das Bild in Abbildung 7.

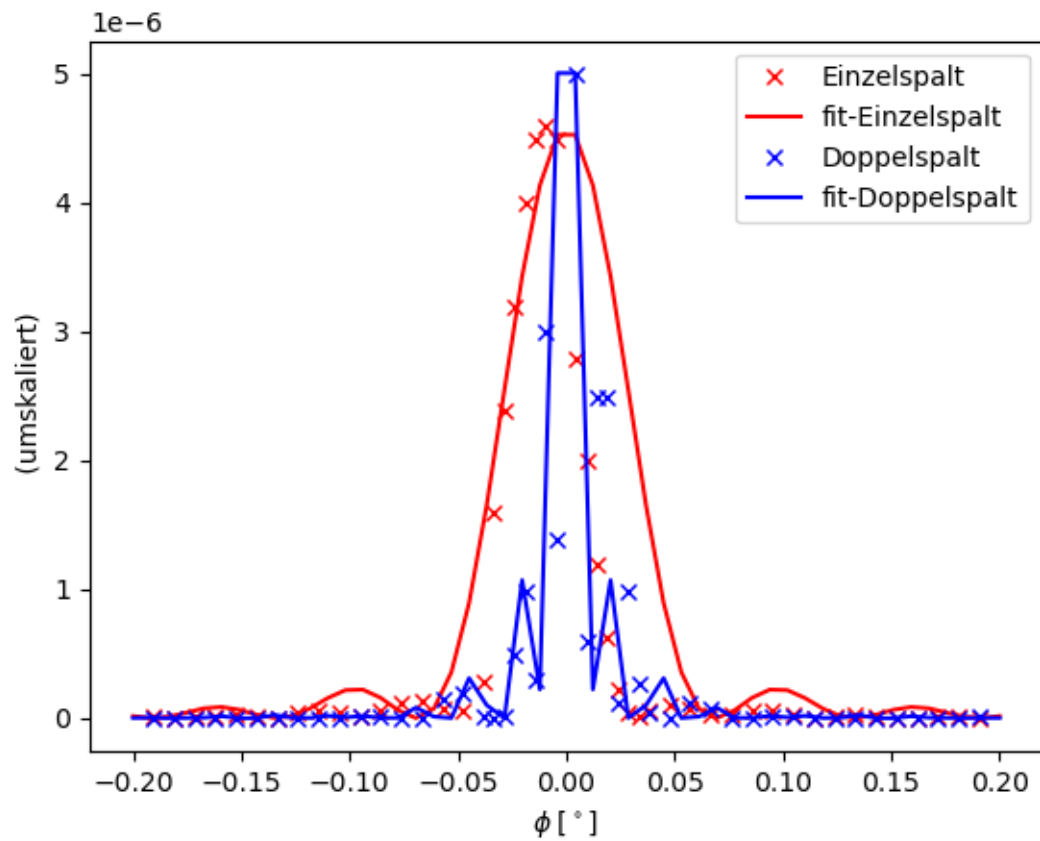


Abbildung 7: Vergleich der Beugungsmessungen.

5 Diskussion

Das Experiment liefert die Werte

$$b_e = (0.146 \pm 0.000127) * 10^{-3} m$$

$$b_d = (0.1335 \pm 0.0001) * 10^{-3} m$$

$$s = (0.659 \pm 0.000195) * 10^{-3} m.$$

Die theoretischen Werte sind

$$b_e = 0.15 * 10^{-3}m$$

$$b_d = 0.15 * 10^{-3}m$$

$$s = 0.5 * 10^{-3}m.$$

Die durch die Ausgleichsrechnungen entstehenden Werte werden mit den angegebenen Werten verglichen.

$$\Delta\% = \frac{x_{Theo} - x_{Exp}}{x_{Theo}}$$

Dabei entstehen folgende Abweichungen:

b_e weicht um 2.67% ab

b_d weicht um 11.00% ab

s weicht um 31.8% ab

Dieses Experiment hat einige Fehlerquellen. Diese sind zum Beispiel die Ausrichtung des Lasers und des Detektors. Diese werden vor der messung per Hand und mit bloßem Auge ausgerichtet. Es ist also äußerst wahrscheinlich das bereits hierbei kleinere fehler entstanden sind.

Da die Messwerte von einem analogen Messgerät abgelesen werden ist die während des Experiments herrschende Dunkelheit ein Faktor der einen ohnehin schon vorhandenen Fehler beim Ablesen noch vergrößert. Denn eine Lichtquelle zum Ablesen der Werte würde die Messung der Intensität beeinflussen.

Die Dunkelheit liefert allerdings eine weitere Ungenauigkeit. Denn es ist nicht möglich den Raum vollständig abzudunkeln. Dies würde wiederum auch ein ablesen der Werte völlig unmöglich machen. Zwar wurde diese Ungenauigkeit versucht mit dem Dunkelstrom wieder auszugleichen jedoch war es dadurch, dass dieser so klein ist auch sehr schwer seinen genauen Wert zu bestimmen.

Das Messgerät selbst lieferte auch eine zusätzliche Fehlerquelle. Nämlich hat das Wechseln der Messbereiche zu leichten Veränderungen der Werte geführt. Um den Fehler dabei zu minimieren wurde so gut wie möglich versucht den Messbereich beizubehalten, dies war aufgrund von großen Schwankungen der Werte nicht immer möglich.

Weiterhin gab es die Fehlerquelle, dass die Spalte eingeklemmt werden mussten. Dies geschah per Hand und daher ist auch hier Fehler zu erwarten. Es war weder gegeben, dass der Spalt genau gerade ausgerichtet war, noch das der Laser genau mittig durch die Spalte schien und außerdem besteht durch eine starke Abnutzung der Klemmvorrichtung auch die Möglichkeit, dass die Spalte leicht verrutscht sind.

Die Ausgleichsrechnungen sind hier auch eine Fehlerquelle, die Auflösung der Minima und Maxima ist durch die begrenzte Anzahl an Messwerten klein. Es wurden zwar 50

Messwerte genommen aber gerade in der Nähe des Hauptmaximums wären noch mehr werte nötig gewesen um noch bessere Ausgleichsrechnungen zu erhalten.

Zuletzt sei noch zu dem Vergleich des Beugungsbilds vom Einzelspalt mit dem vom Doppelspalt gesagt, dass, wie in der Abbildung zu erkennen, bis auf einige Ausnahmen die Kurve für den Einzelspalt, die Einhüllende für die Kurve des Doppelspaltes darstellt.