V606 Suszeptibilitaet paramagnetischer Stoffe

Connor Magnus Böckmann
email: connormagnus.boeckmann@tu-dortmund.de

Tim Theissel
email: tim.theissel@tu-dortmund.de

5. Juli 2021

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung **3**

2 Theoretische Grundlagen **3**

2.1 Berechnung der Suszeptibilitaet 3

2.2 Berechnung der Suszeptibilitaet seltener Erd-Verbindungen 4

1 Zielsetzung

Im folgenden Experiment sollen die magnetischen Eigenschaften stark paramagnetischer Stoffe untersucht werden. Diese stark paramagnetischen Stoffe sind seltene Erden wie Neodym oder Gadolinium. Besonderes Augenmerk soll dabei auf die Ermittlung der Suszeptibilitaet χ aus atomaren Groessen, sowie der experimentellen Ermittlung von χ mit Hilfe einer Brueckenschaltung, gelegt werden. Diese Brueckenschaltung und die dafuer notwendigen Apparaturen sollen in mehr Detail beschrieben werden.

2 Theoretische Grundlagen

2.1 Berechnung der Suszeptibilitaet

Die magnetische Flussdichte $\vec{B}$ und die magnetische Feldstaerke $\vec{H}$ haengen im Vakuum ueber die Induktionskonstante μ_0 zusammen. Somit ergibt sich fuer $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$.. In Anwesenheit von Materie veraendert sich dieser Ausdruck um die Magnetisierung $\vec{M}$ zu $\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{M}$ mit $\vec{M} = \mu_0 \chi \vec{H}$. Hierin stellt der Faktor χ die sogenannte Suszeptibilitaet dar.
Eines der magnetischen Phaenomene, welches sich bei allen atomen zeigt, ist der Diamagnetismus. Dabei wird in einem Material ein magnetisches Moment induziert, welches dem aeusseren Magnetfeld entgegen gerichtet ist. Daher ist in diesem Fall $\chi < 0$. Im Unterschied dazu steht der Paramagnetismus, welcher nur bei Atomen mit nicht verschwindendem Drehimpuls auftritt. Diese Groesse ist temperaturabhaengig. Die Herleitung erfolgt ueber die atomare Groesse des Gesamtdrehimpulses $\vec{J}$. Dieser setzt sich zusammen aus dem Gesamtbahndrehimpuls $\vec{L}$ und dem Gesamtspin $\vec{S}$, also $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$. Die magnetischen Momente zu $\vec{L}$ und $\vec{S}$ ergeben sich zu

$$\vec{\mu_L} = -\frac{\mu_B}{\hbar} \vec{L}$$

und

$$\vec{\mu_S} = -g_S \frac{\mu_B}{\hbar} \vec{S}$$

. Die Konstante $\mu_B := \frac{e_0 \hbar}{2m_0}$ ist das sogenannte Bohrsche Magneton mit der Ruhemasse des Elektrons m_0, dem gyromagnetischen Verhaeltnis des freien Elektrons g_S und dem reduzierten plankschen Wirkungsquantum $\hbar = \frac{h}{2\pi}$. Fuer die Betraege der Momente ergebn sich zu

$$|\vec{\mu_L}| = \mu_B \sqrt{L(L+1)}$$

und

$$|\vec{\mu_L}| = g_S \mu_B \sqrt{S(S+1)}$$

. Mit diesen Gleichungen kann nun fuer das magnetische Moment $|\vec{\mu_J}|$ des Gesamtdrehimpulses entsprechend des Vektordiagramms Abb 1 der Zusammenhang $|\vec{\mu_J}| = |\vec{\mu_S}| cos\alpha + |\vec{\mu_L} cos\beta$ hergestellt werden.

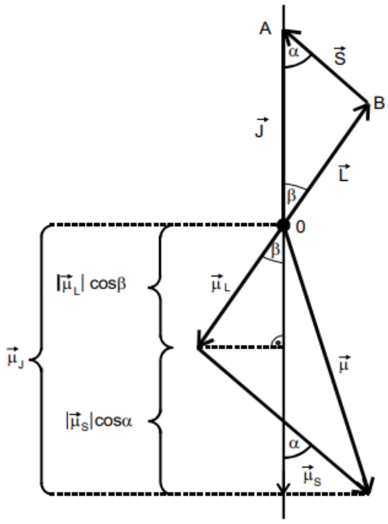

Abbildung 1: Vektordiagramm der Drehimpulsvektoren der Elektronenhuelle und ihrer magnetischen Momente
Aus: [?]

Unter Ausnutzung des Cosinussatzes, Einsetzen der vorherigen Gleichungen und der Vereinfachung der Groesse g_S auf den Wert 2, ergibt sich $|\vec{\mu_J}| \approx \mu_B g_J \sqrt{J(J+1)}$ mit dem Landé-Faktor $g_j := \frac{3J(J+1)+[S(S+1)-L(L+1)]}{2J(J+1)}$. Durch das Phaenomen der Richtungsquantelung aus der Quantenmechanik ist nicht jede raeumliche Orientierung moeglich, sondern nur solche, bei denen beispielweise die Komponente μ_{Jz} von $\vec{\mu_J}$ ein ganzzahliges Vielfaches von $\mu_B g_J$ darstellt, also $\mu_J z = -\mu_B g_J m$. mist hierbei die Orientierungsquantenzahl. Fuer die potentielle Energie zu einem bestimmten m ergibt sich $E_m = \mu_B g_J m B$. Nach dem Zeeman-Effekt spaltet sich ein Energieniveau in $2J+1$ Unterniveaus auf. Nun muss zur Berechnung der Magnetisierung die Haeufigkeit mit der eine Orientierung auftritt mit dem Betrag des magnetischen Moments fuer diese Orientierung multiplizieren und ueber alle Orientierungen summieren. Nach Durchfuehrung dieser komplizierten Rechnungen unter Verwendung von etwa der Hochtemperaturnaeherung ergibt sich fuer die letztlich gesuchte Suszeptibilitaet χ

$$\chi = \frac{\mu_0 \mu_b^2 g_j^2 N J(J+1)}{3kT} \tag{1}$$

. Dies laesst sich fuer sehr hohe Temperaturen zum Curieschen Gesetz des Paramagnetismus vereinfachen mit $\chi \approx \frac{1}{T}$.

2.2 Berechnung der Suszeptibilitaet seltener Erd-Verbindungen

Seltene Erd-Ionen muessen grosse Drehimpulse der Huellenelektronen haben, da sie einen starken Paramagnetismus zeigen. Diese Ionen haben eine gesaettigte Xe-Huelle und 2 6s-Elektronen, welche aber fuer die Berechnungen keine Rolle spielen. Vielmehr sind die 4f-Elektronen entscheidend. Diese sind erst vom Cer (z=58) an zu finden. Die nachfolgenden Atome im Periodensystem haben bis zum Ytterbium (z=70) immer jeweils ein 4f-Elektron mehr als der Vorgaenger. Die Anordnung dieser 4f-Elektronen wird durch die Hundschen Regeln festgelegt.

Erste Hundsche Regel: Die Spins $\vec{s_i}$ addieren sich zum maximalen Gesamtspin $\vec{S} = \sum \vec{s_i}$, welcher durch das Pauliprinzip erlaubt wird.

Zweite Hundsche Regel: Die Bahndrehimpuls $\vec{l_i}$ ergeben sich so, dass der maximale Drehimpuls $\vec{L} = \sum \vec{l_i}$ entsteht, welcher pauli-vertraeglich ist und Regel 1 nicht verletzt.

Dritte Hundsche Regel: Der Gesamtdrehimpuls ist $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$, wenn die Schale mehr als halb voll ist und $\vec{J} = \vec{L} - \vec{S}$, wenn sie nicht zu mehr als der Haelfte gefuellt ist.

Diese Regeln werden benoetigt, um nach Gleichung 1 die Suszeptibilitaet zu berechnen. Es muss also der Drehimpuls J sowie der Lande-Faktor bestimmt werden. Dies wird hier am Beispiel der Pr^{3+}-Huelle demonstriert. Es besitzt drei 4f-Elektronen und zwei 6s-Elektronen. Durch die Ionisierung fehlen zwei 6s-Elektronen und ein 4f-Elektron. Nach der ersten Hundschen Regel stellen sich die Spins der uebrig gebliebenen 4f-Elektronen parallel, also $S = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$. $l_{max} = 3$ ergibt sich daher, dass es sich um eine f-Schale handelt. Nach der zweiten Regle kann aber nur ein Elektron den Bahndrehimpuls $l = 3$ haben, weshalb das andere dann $l = 2$ hat und so $L = 3 + 2 = 5$ ist. Die 4f-Schale ist zu weniger als der Haelfte gefuellt, wodurch die dritte Regel diktiert, dass $J = L - S = 5 - 1 = 4$. Mit $L = 5$, $S = 1$ und $J = 4$ ist der Lande-Faktor dann

$$g_j(Pr^{3+}) = \frac{3 \cdot 4 \cdot 5 + 1 \cdot 2 - 5 \cdot 6}{2 \cdot 4 \cdot 5} = 0.8$$

.