

# **V204 Waermeleitung**

Connor Magnus Böckmann

email: connormagnus.boeckmann@tu-dortmund.de

Tim Theissel

email: tim.theissel@tu-dortmund.de

2. Juni 2021

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Zielsetzung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Theoretische Grundlagen</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Versuchsaufbau</b>	<b>4</b>
<b>4</b>	<b>Durchfuehrung</b>	<b>5</b>
4.1	Statische Methode . . . . .	5
4.2	Dynamische Methode . . . . .	5
<b>5</b>	<b>Auswertung</b>	<b>6</b>
5.1	Statistische Methode . . . . .	6
5.1.1	Temperaturverläufe . . . . .	6
5.1.2	Temperatur nach $t=700s$ . . . . .	7
5.1.3	Wärmestrom $\frac{\Delta Q}{\Delta t}$ . . . . .	7
5.1.4	Temperaturdifferenz . . . . .	9
5.2	dynamische Methode . . . . .	9
5.2.1	Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit von: . . . . .	9
5.2.2	Aluminium . . . . .	9
5.2.3	Messing . . . . .	11
5.2.4	Edelstahl . . . . .	13
<b>6</b>	<b>Diskussion</b>	<b>14</b>
6.1	Temperaturverläufe . . . . .	14
6.2	Wärmekapazität . . . . .	14

## 1 Zielsetzung

Im folgenden Experiment soll die Waermeleitung von Aluminium, Messing und Edelstahl betrachtet und genauer untersucht werden. Besonders Materialkonstanten wie die Waerme- und Temperaturleitfaehigkeit sollen betrachtet werden.

## 2 Theoretische Grundlagen

Bei einem nicht vorhandenen Waermegleichgewicht, kommt es zu Waermetransport. Dieser folgt dem Waermegradienten und kann auf drei Arten geschen. Diese Arten nennen sich Konvektion, Waermestrahlung und Waermeleitung. Bei der hier naeher betrachteten Waermeleitung geschieht der Waermetransport vornehmlich ueber Phononen und frei bewegliche Elektronen. Bei einem Stab der Laenge  $L$  und der Querschnittsflaeche  $A$  aus einem Material der Dichte  $\rho$  und der spezifischen Waerme  $c$ , fliesst die Waermemenge  $dQ$  durch die Querschnittsflaeche  $A$  in der Zeit  $dt$ :

$$dQ = -\kappa A \frac{\partial T}{\partial x} dt \quad (1)$$

Die Waermeleitfaehigkeit  $\kappa$  ist dabei eine materialabhaengige Groesse. Der Umstand, dass Waerme immer in Richtung abnehmender Temperaturen fliesst, ist an dem Minuszeichen zu erkennen und entspricht der Konvention. Die Waermestromdichte ist gegeben durch

$$j_w = -\kappa \frac{\partial T}{\partial x} \quad (2)$$

Die eindimensionale Waermeleitungsgleichung laesst sich dann daraus ableiten:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\kappa}{\rho c} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (3)$$

Der Vorfaktor  $\sigma_T = \frac{\kappa}{\rho c}$  nennt sich Temperaturleitfaehigkeit und gibt die 'Geschwindigkeit' an mit der Temperaturunterschiede ausgeglichen werden. Die Loesung dieser Gleichung ist abhaengig von der Stabgeometrie und den Anfangsbedingungen.

Bei Verwendung eines sehr langen Stabes und einer abwechselnden Erwaermung und Abkuehlung mit einer Periodendauer  $T$ , wird die Waerme in Form einer sich zeitlich und raeumlich fortpflanzenden Temperaturwelle verbreitet. Diese hat dann die Form:

$$T(x, t) = T_{max} e^{-\sqrt{\frac{\omega \rho c}{2\kappa}} x} \cos(\omega t - \sqrt{\frac{\omega \rho c}{2\kappa}} x) \quad (4)$$

Die Phasengeschwindigkeit dieser Welle betraegt also:

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{\omega}{\sqrt{\frac{\omega \rho c}{2\kappa}}} = \sqrt{\frac{2\kappa \omega}{\rho c}} \quad (5)$$

Das Amplitudenverhaeltnis von  $A_{nah}$  und  $A_{fern}$  an zwei Messstellen  $x_{nah}$  und  $x_{fern}$  gibt die Daempfung. Unter Ausnutzung von  $\omega = \frac{2\pi}{T^*}$  und  $\phi = \frac{2\pi\Delta t}{T^*}$  wird die Waermeleitfaehigkeit  $\kappa$  erhalten:

$$\kappa = \frac{\rho c (\Delta x)^2}{2 \Delta t \ln\left(\frac{A_{nah}}{A_{fern}}\right)} \quad (6)$$

$\Delta t$  entspricht der Phasendifferenz der Welle und  $\Delta x$  entspricht dem Abstand der beiden Messpunkte.

### 3 Versuchsaufbau

Der Aufbau ist in 1 zu sehen. Die Apparatur besteht aus einer Grundplatte, auf welcher Staebe aus drei verschiedenen Materialien aufgebracht sind. Es handelt sich dabei um Aluminium, Messing (2x) und Edelstahl. Die beiden Messingstaebe haben jeweils andere Abmessungen. Alle Staebe werden beim Anlegen einer Spannung von einem Peltierelement je nach Schalterstellung gekuehlt oder erhitzt. Jeder Stab hat zwei Messstellen, an denen die Temperatur gemessen wird und per Temperature Array an einen Datalogger uebertragen wird. Alle acht Temperaturen koennen so simultan gemessen und dargestellt werden.

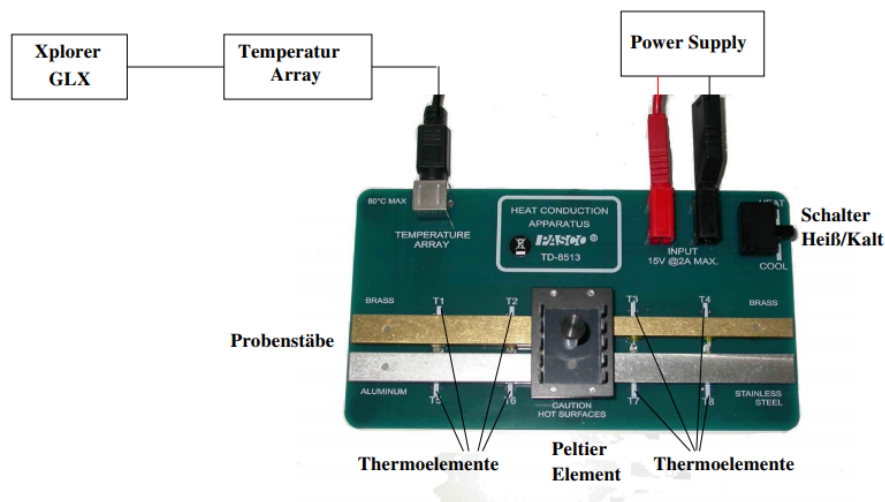


Abbildung 1: Aufbau der Messapparatur  
Aus: Anleitung V204 Seite 3

**Abtastrate verändern:** Gehen Sie im Homeverzeichnis mit den Pfeiltasten auf Sensoren. Wählen Sie unter dem Punkt Abtastrate/-Intervall die gewünschte Abtastrate an und bestätigen diese.

**Messung:** Gehen Sie in das Unterverzeichnis Digital und starten Sie die Messung.

**Graphik:** Gehen Sie im Homeverzeichnis auf Tabellen und wählen Sie in diesem Unterverzeichnis wieder Tabellen an. Wählen Sie mit den Pfeiltasten die Spalten aus, die Sie im Graphen darstellen lassen wollen. Sie können diese Spalten dann im Unterverzeichnis Graphik darstellen und ausdrucken.



Abbildung 2: Der Datalogger  
Aus: Anleitung V204 Seite 5

## 4 Durchführung

### 4.1 Statische Methode

Hierbei werden an den zwei Messstellen pro Stab die Temperatur in Abhängigkeit von der Zeit gemessen, um die Wärmeleitfähigkeit der Stäbe zu untersuchen. Dazu wird die Abtastrate des Dataloggers auf  $\Delta t_{Data} = \frac{10}{s}$  eingestellt. Die Stromversorgung der Apparatur wird auf  $U_P = 5V$  eingestellt bei maximalem Strom. Die Apparatur wird auf 'HEAT' umgestellt. Gemessen wird dabei bis  $t = 700s$ . Alle Messwerte werden schließlich im Datalogger tabelliert und über einen USB-Stick gesichert.

### 4.2 Dynamische Methode

Bei der dynamischen bzw. Angstrom-Methode werden die Stäbe periodisch gekühlt und erhitzt. Dadurch soll die Wärmeleitfähigkeit anhand der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Temperaturwelle bestimmt werden. Hierzu wird die Abtastrate auf  $\Delta t_{Data} = \frac{2}{s}$ . Für die folgenden beiden Messreihen wird die Spannung auf  $U_P = 8V$  umgestellt. Nun werden die Stäbe mit einer Periode von 80s geheizt, also 40s auf 'Heat' und 40s auf 'Cool'. Es werden zehn Perioden, also 800s gemessen. Die Stäbe müssen zwischen allen Messungen wieder abgekühlt werden.

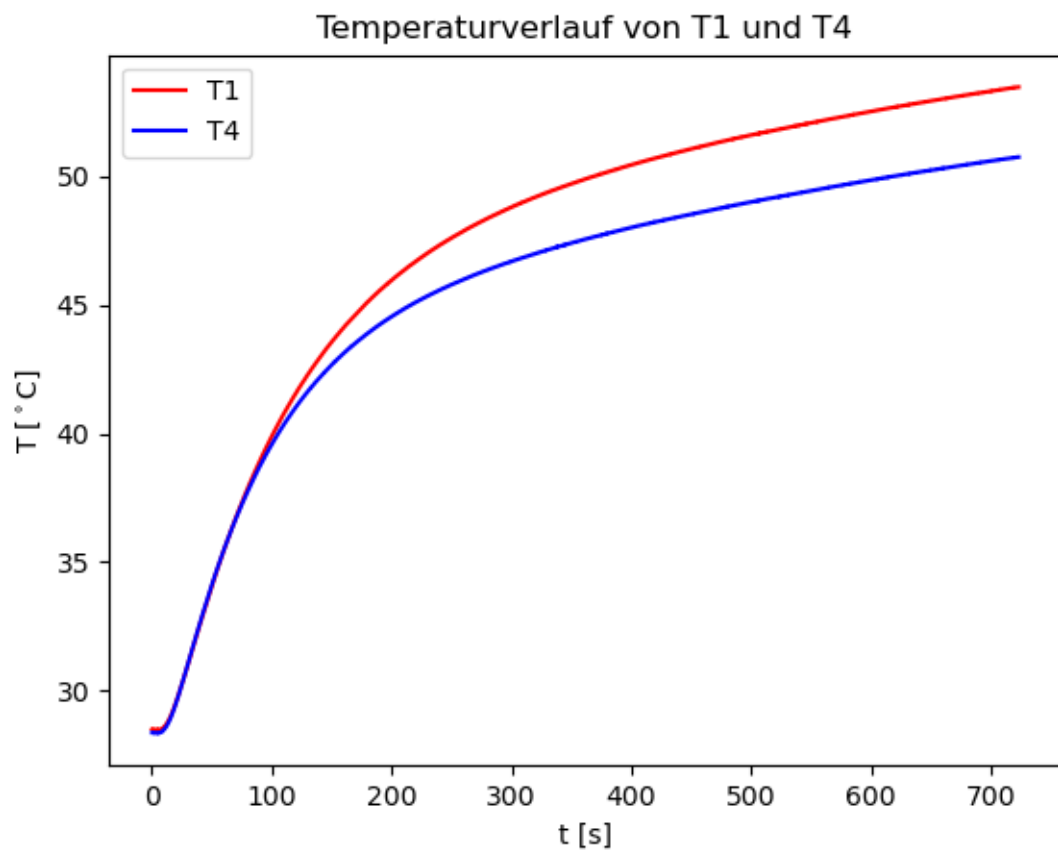
Für die letzte Messreihe wird die vorherige Messreihe mit einer Periodendauer von 200s wiederholt. Hier sollen 1000s bzw. fünf Perioden gemessen werden.

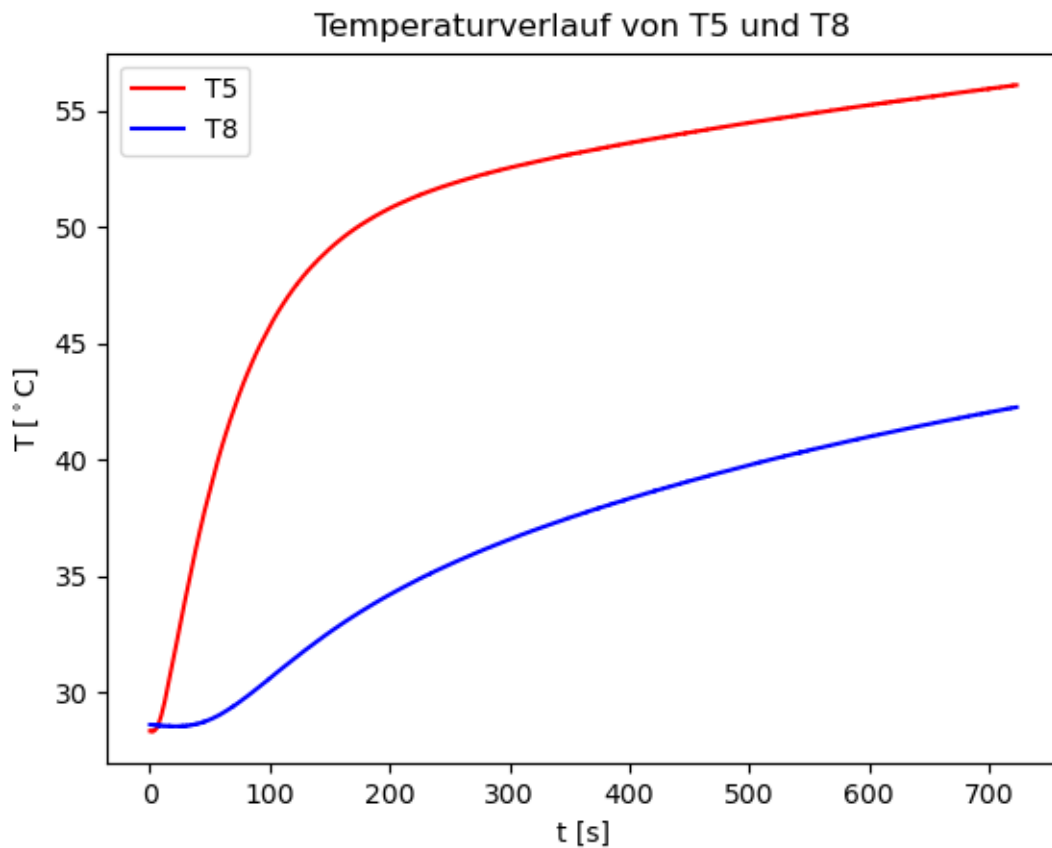
## 5 Auswertung

### 5.1 Statistische Methode

#### 5.1.1 Temperaturverläufe

Zuerst wurden in einer Messung die Temperaturen der, der Heizquelle, ferenen Thermoelemente gemessen. Dabei liegt T1 am breiteren der beiden Messingprobenstäbe und T4 am schmalen. T5 liegt am Aluminium Stab und T8 am Edelstahlstab. Die Temperaturverläufe der einzelnen Messpunkte sehen dabei wie folgt aus:





### 5.1.2 Temperatur nach t=700s

700s entsprechen bei einer Abtastrate von 5 Werten pro Sekunde den Werten in der 3500. Zeile der Tabelle ?. Diese sind allerdings auch noch einmala hier aufgelistet:

$$T1 = 53.3^{\circ}C$$

$$T4 = 50.59^{\circ}C$$

$$T5 = 55.95^{\circ}C$$

$$T8 = 42.03^{\circ}C$$

### 5.1.3 Wärmestrom $\frac{\Delta Q}{\Delta t}$

Anschließend soll für 5 verschiedene Meßzeiten der Wärmestrom  $\frac{\Delta Q}{\Delta t}$  bestimmt werden. Dazu wird folgende Gleichung verwendet.

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = -\kappa A \frac{\partial T}{\partial x}$$

Dabei ergeben sich für den Wärmestrom folgende Werte:

Tabelle 1: Berechnete Wärmeströme

Meßzeit [s]	$\frac{\partial T}{\partial x}$
Messing (breit)	5.03
Messing (schmal)	6.31
Aluminium	3.03
Edelstahl	13.63

Tabelle 2: Berechnete Wärmeströme für t=280s

Meßzeit [s]	$\frac{\partial T}{\partial x}$	Wärmestrom
Messing (breit)	3.11	-179.136
Messing (schmal)	4.51	-151.536
Aluminium	1.94	-186.240
Edelstahl	11.93	-229.056

Tabelle 3: Berechnete Wärmeströme für t=420s

Meßzeit [s]	$\frac{\partial T}{\partial x}$	Wärmestrom
Messing (breit)	2.56	-147.456
Messing (schmal)	4.05	-136.080
Aluminium	1.71	-164.160
Edelstahl	10.86	-208.512

Tabelle 4: Berechnete Wärmeströme für t=420s

Meßzeit [s]	$\frac{\partial T}{\partial x}$	Wärmestrom
Messing (breit)	2.40	-138.240
Messing (schmal)	3.93	-132.048
Aluminium	1.64	-157.44
Edelstahl	10.36	-198.912

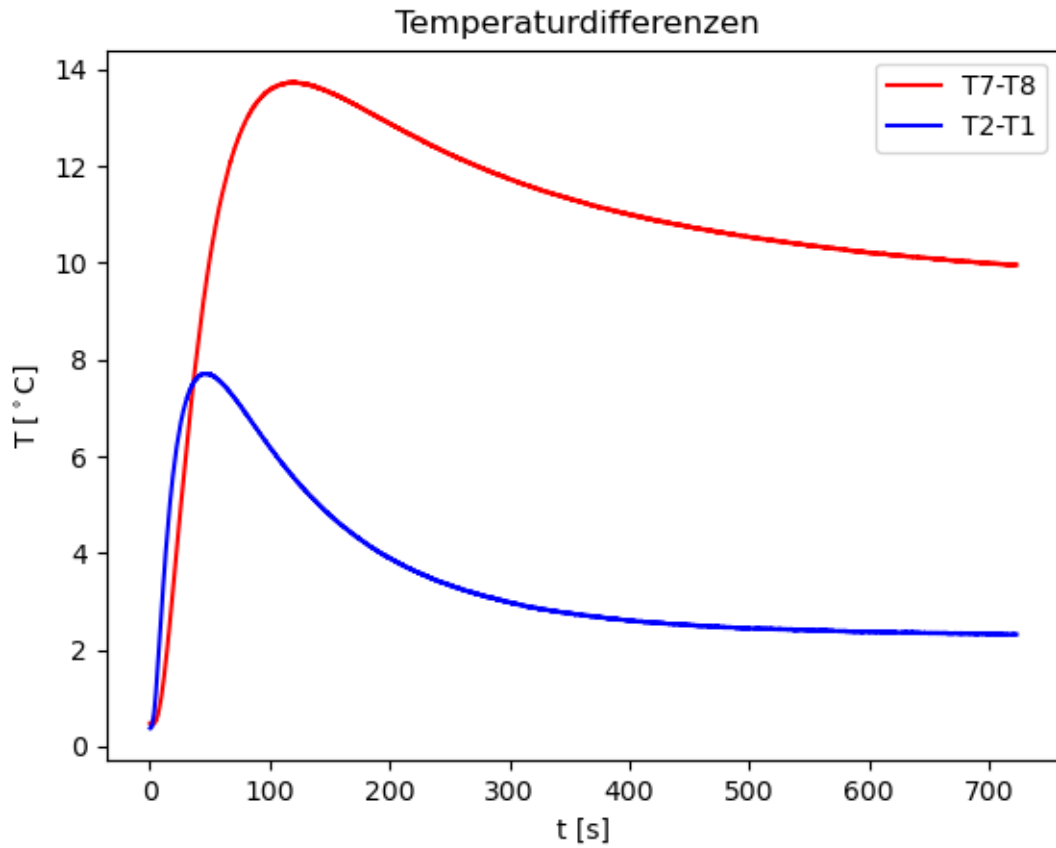
Tabelle 5: Berechnete Wärmeströme für t=420s

Meßzeit [s]	$\frac{\partial T}{\partial x}$	Wärmestrom
Messing (breit)	2.33	-134.208
Messing (schmal)	3.87	-130.032
Aluminium	1.62	-155.52
Edelstahl	10.00	-192.000



#### 5.1.4 Temperaturdifferenz

Zum Ende dieser Methode sind noch einmal die Temperaturdifferenzen  $T_2-T_1$  und  $T_7-T_8$  graphisch dargestellt.

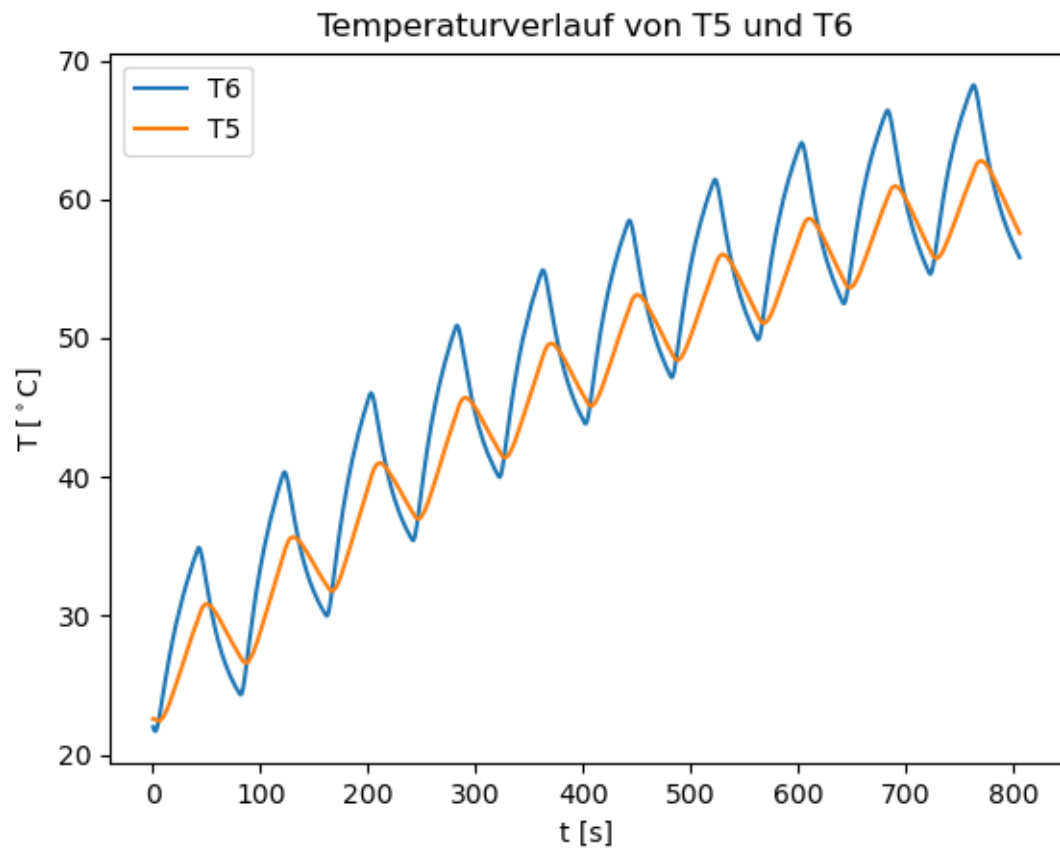


### 5.2 dynamische Methode

#### 5.2.1 Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit von:

##### 5.2.2 Aluminium

Wenn die Ergebnisse aus der dynamischen Messung für Aluminium graphisch darstellt entsteht folgendes Diagramm:



Daraus können die Amplituden und die Phasendifferenz der Wellen abgelesen werden. Die abgelesenen Werte sehen wie folgt aus:

Tabelle 6: Amplituden und Phasendifferenz für Aluminium.

Phasendifferenz	$A_6$	$A_5$	$\kappa$
10	34	31	262.80
10	40	35	181.80
10	45	41	260.78
10	51	44	164.43
10	54	49	249.84
10	58	52	222.31
10	61	56	283.85
10	64	58	246.60
10	66	60	254.70
10	68	62	262.80
Mittelwerte	für	$\kappa$	$238.99 \pm 36.27$

### 5.2.3 Messing

Für Messing sieht die Messung folgendermaßen aus:

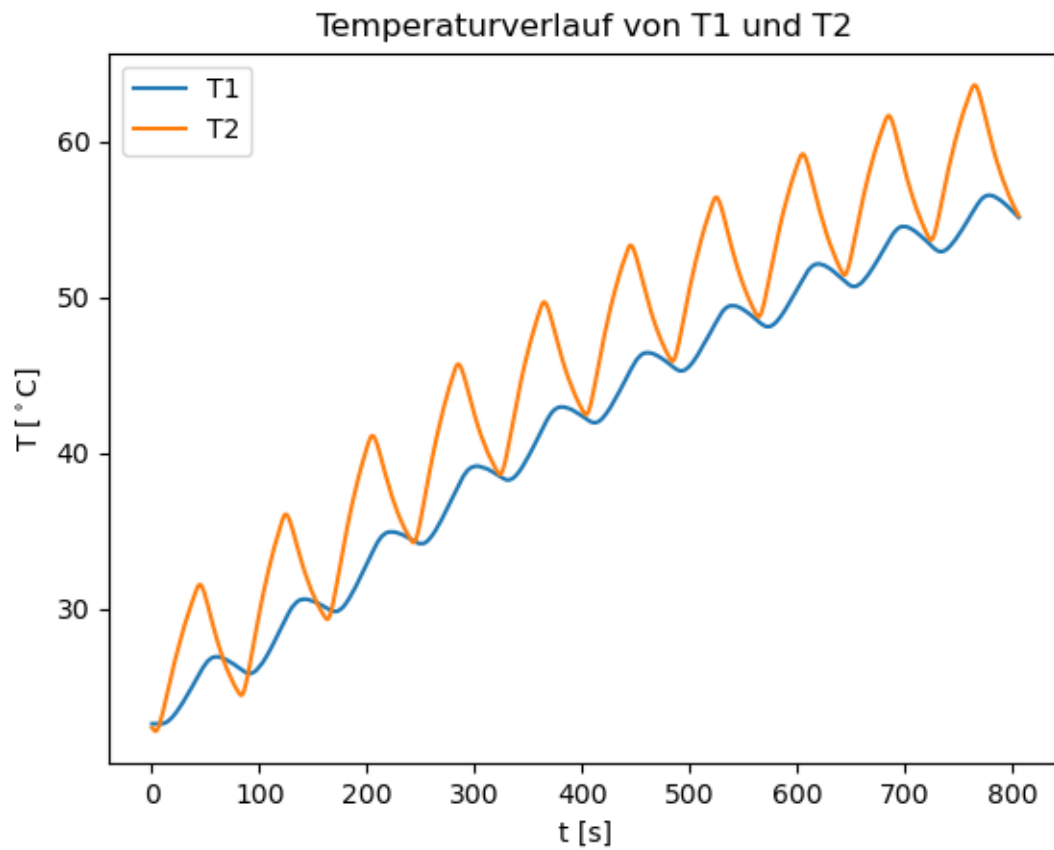


Tabelle 7: Amplituden und Phasendifferenz für Messing.

Phasendifferenz	$A_6$	$A_5$	$\kappa$
10	32	27	142.88
10	35	31	200.03
10	41	35	153.43
10	45	39	169.64
10	50	43	160.96
10	53	45	148.36
10	55	48	178.32
10	58	50	163.56
10	60	53	195.70
10	62	55	202.63
Mittelwerte	für	$\kappa$	$171.51 \pm 20.67$

### 5.2.4 Edelstahl

Bei der dynamischen Messung für Edelstahl sehen die Messwerte folgendermaßen aus:

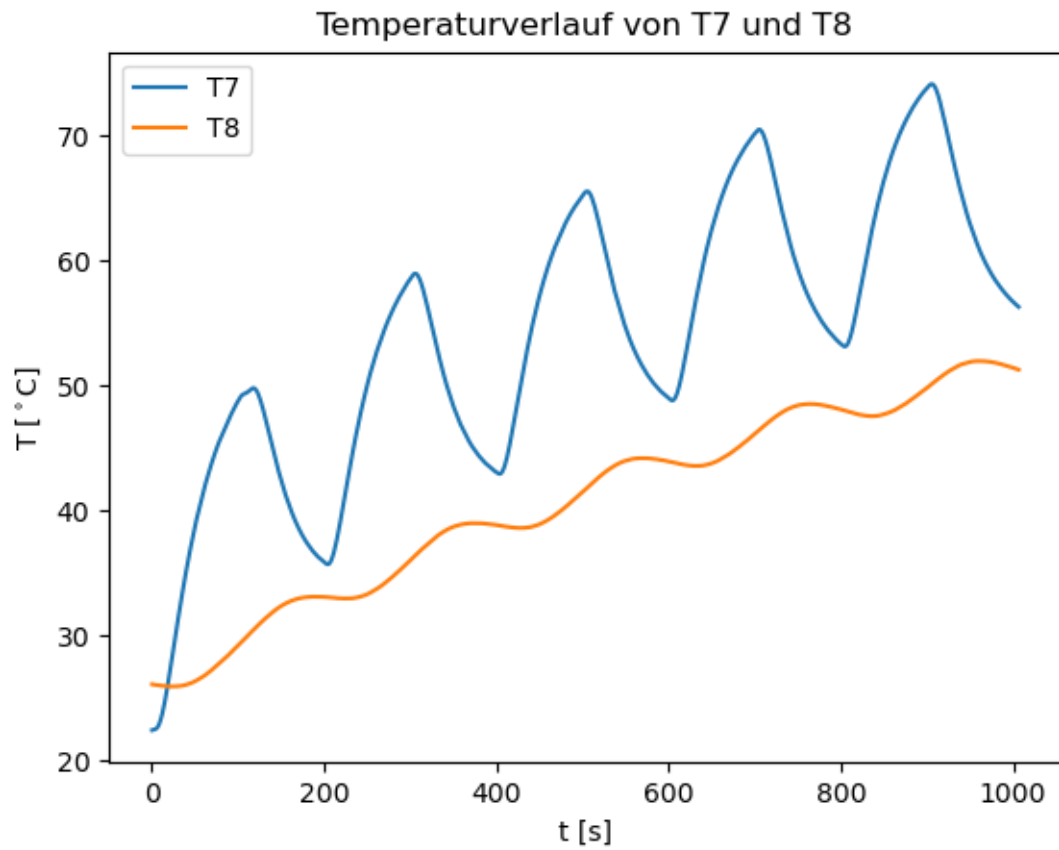


Tabelle 8: Amplituden und Phasendifferenz für Aluminium.

Phasendifferenz	$A_7$	$A_8$	$\kappa$
30	50	33	
30	60	38	
30	65	43	
30	70	48	
30	73	51	
Mittelwerte	für	$\kappa$	

## 6 Diskussion

### 6.1 Temperaturverläufe

Bei den vier Temperaturkurven von T1, T4, T5 und T8 ist auf den ersten Blick zu erkennen, dass lediglich die Temperaturverlaufskurve von Edelstahl nahezu gänzlich anders aussieht als alle anderen der sonst steile Anstieg ist hier eher flach. Alle anderen Kurven flachen erst sehr viel später ab. Sie erreichen auch alle unterschiedlich hohe Werte nach 700s. Da zu erkennen ist, dass T5 mit  $55.95^{\circ}\text{C}$  den höchsten Wert erreicht, ist zu sagen, dass Aluminium die beste Wärmeleitung hat.

In der Grafik für die Temperaturunterschiede bei T2-T1 und T7-T8 ist zu erkennen dass zunächst die Temperaturdifferenz schnell größer wird. Das liegt daran, dass der Wärmetransport innerhalb des Stabes einige Zeit dauert. dies sieht man auch im weiteren Verlauf des Graphen. Als die Temperatur nämlich beginnt immer langsamer zu wachsen, wird die Temperaturdifferenz auch wieder langsam kleiner denn der Wärmetransport schafft es nun besser die Temperatur bei T1/T8 anzugleichen wenn T2/T7 langsamer wachsen. Da im allgemeinen die Temperaturdifferenz T2-T1 deutlich kleiner ist als die Temperaturdifferenz T7-T8.

### 6.2 Wärmekapazität

Für die Wärmekapazität wurden folgende Werte herausgesucht:

$$\kappa(Messing) = 120 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$
$$\kappa(Aluminium) = 200 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

Die mit der Angström Methode bestimmten Werte weichen davon stark ab. Der berechnete Wert für die Wärmekapazität von Aluminium weicht um 19% ab. Der Wert für Messing um 43%. Das sind sehr große Fehler allerdings wurden auch alle Werte für diese Rechnungen aus den Grafiken abgelesen. Daher entstehen allein beim Ablesen enorme Abweichungen. Auch die in den Grafiken dargestellten Werte sind bereits Messwerte, das heißt auch diese unterliegen eventuell schon Ungenauigkeiten durch Fehler bei der Durchführung des Experiments.