

# **V302 Brueckenschaltung**

Connor Magnus Böckmann

email: connormagnus.boeckmann@tu-dortmund.de

Tim Theissel

email: tim.theissel@tu-dortmund.de

9. Juni 2021

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Zielsetzung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Theoretische Grundlagen</b>	<b>3</b>
2.1	Funktionsweise einer Brueckenschaltung . . . . .	3
2.1.1	1. Kirchhoffsches Gesetz . . . . .	3
2.1.2	2. Kirchhoffsches Gesetz . . . . .	4
2.2	Komplexe Widerstaende . . . . .	5
2.3	Spezielle Brueckenschaltungen . . . . .	5
2.3.1	Wheatstonesche Bruecke . . . . .	5
2.4	Kapazitaetsmessbruecke . . . . .	6
2.5	Induktivitaetsmessbruecke . . . . .	6
2.6	Maxwell-Bruecke . . . . .	7
2.7	Frequenzabhaengige Brueckenschaltung . . . . .	9
2.7.1	Wien-Robinson-Bruecke . . . . .	9
<b>3</b>	<b>Durchfuehrung</b>	<b>9</b>
3.1	Wheatstonesche Bruecke . . . . .	9
3.2	Kapazitaetsmessbruecke . . . . .	10
3.3	Induktivitaetsmessbruecke . . . . .	10
3.4	Maxwellbruecke . . . . .	10
3.5	Wien-Robinson-Bruecke . . . . .	10
<b>4</b>	<b>Auswertung</b>	<b>10</b>
4.1	Bestimmung eines unbekannten Widerstandes mithilfe einer Wheatstone- schen Brückenschaltung . . . . .	10
4.2	Kapazitätsmessbrücke . . . . .	11
4.3	Induktivitätsmessbrücke . . . . .	11
4.4	Induktivitätsbestimmung mit der Maxwell-Brücke . . . . .	12
4.5	Frequenzabhängigkeit der Spannung bei einer Wien-Robinson-Brücke . . .	12
4.6	Klirrfaktor-Messung . . . . .	14
<b>5</b>	<b>Diskussion</b>	<b>15</b>

# 1 Zielsetzung

Ziel des Versuchs ist die Auseinandersetzung mit den verschiedenen Arten von Brueckenschaltungen zur Ermittlung von Widerstaenden, Kapazitaeten und Induktivitaeten.

## 2 Theoretische Grundlagen

### 2.1 Funktionsweise einer Brueckenschaltung

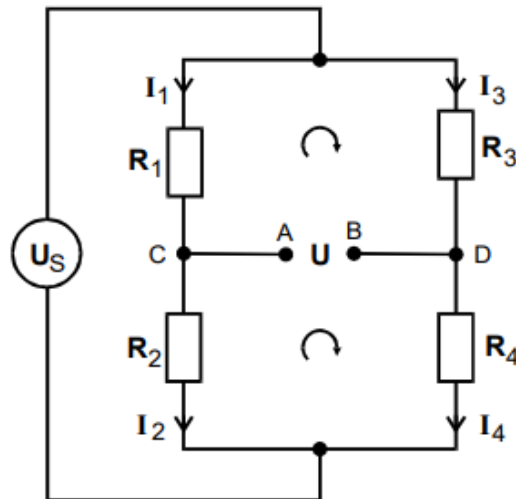


Abbildung 1: Schematische Darstellung einer Brueckenschaltung  
Aus: Anleitung V302 Seite 216.

Eine Brueckenschaltung dient der Untersuchung einer Potentialdifferenz auf zwei von einander getrennten Leiter, welche von Strom durchflossen werden. Diese wird in Abhaengigkeit ihrer Widerstandverhaeltnisse betrachtet. Eine schematische Darstellung ist in 1 zu finden. Die Spannung  $U$  zwischen den Punkten A und B nennt sich Brueckenspannung und laesst sich mit Hilfe der Kirchhoffschen Gesetze berechnen.

#### 2.1.1 1. Kirchhoffsches Gesetz

Die Summe aller Stroeme in einem Knoten ist gleich 0. Also sind alle zuflussenden Stroeme ( $I > 0$ ) genauso gross wie alle abflussenden Stroeme.

$$\sum_k \mathbf{I}_k = 0$$

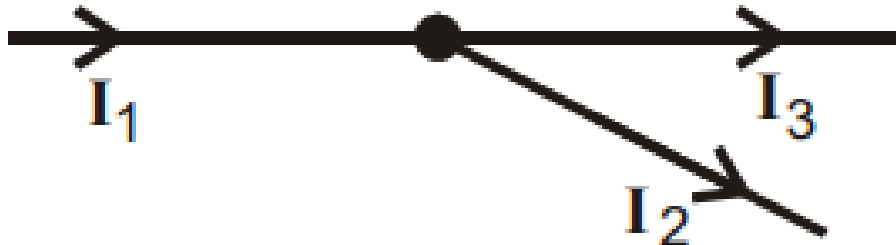


Abbildung 2: Stroeme in einem Knoten  
Aus: Anleitung V302 Seite 217.

### 2.1.2 2. Kirchhoffsches Gesetz

Die Summe der Spannungsabfaelle ueber die Widerstaende innerhalb einer Masche entspricht der Ursprungsspannung.

$$\sum_{i=1}^n U_i = \sum_{i=1}^n I_i \cdot R_i = \sum_{k=1}^m U_{0,k} \quad (1)$$

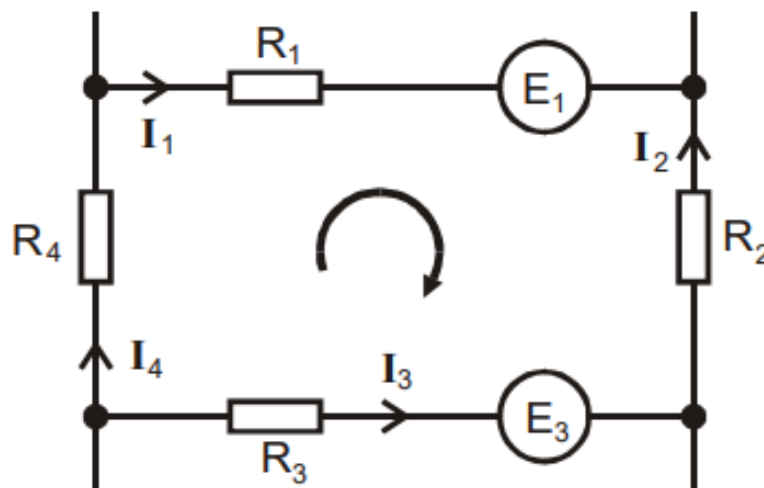


Abbildung 3: Darstellung einer Masche  
Aus: Anleitung V302 Seite 217.

Bei einer Flussrichtung im Uhrzeigersinn ist das Vorzeichen von  $I_k R_k$  positiv, ansonsten negativ.

## 2.2 Komplexe Widerstaende

Bauteile wie Spulen und Kapazitaeten benoetigen zur Beschreibung einen komplexen Widerstandsoperator. Dieser setzt sich zusammen aus dem leistungsverbrauchenden Wirkwiderstand  $X$  und dem komplexen Blindwiderstand  $Y$ . Die Widerstandsoperatoren einer Kapazitaet, eines Kondensators sowie eines gewoehnlichen ohmschen Widerstandes lauten:

$$Z_C = -\frac{i}{\omega}C, Z_L = i\omega L, Z_R = R \quad (2)$$

Da eine Brueckenschaltung mit vier komplexen Widerstaenden nur ausgeglichen ist, wenn  $Z_1 Z_4 = Z_2 Z_3$  gilt und komplexe Zahlen nur gleich sind, wenn sowohl Realteil, als auch Imaginaerteil identisch sind. Somit muss die Brueckenspannung in Phase und Betrag verschieden. Jede Brueckenschaltung hat somit zwei unabhaengige Stellglieder.

## 2.3 Spezielle Brueckenschaltungen

### 2.3.1 Wheatstonesche Bruecke

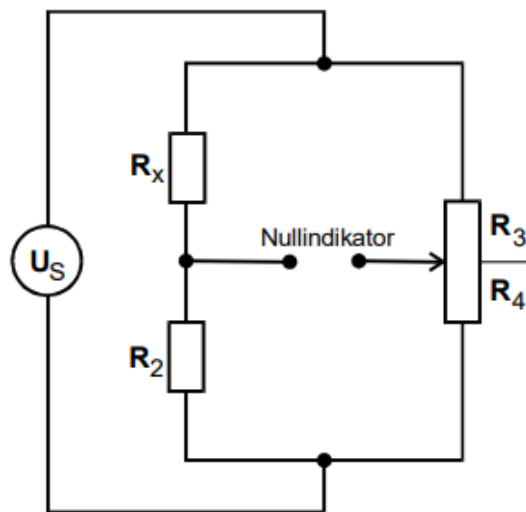


Abbildung 4: Wheatstone Brueckenschaltung  
Aus: Anleitung V302 Seite 219.

Die Abgleichbedingung der Wheatstoneschen Bruecke lautet

$$R_X = R_2 \frac{R_3}{R_4} \quad (3)$$

## 2.4 Kapazitaetsmessbruecke

Die Kapazitaetsmessbruecke dient der Bestimmung unbekannter Kapazitaeten. Ein realer Kondensator wandelt auf Grund von dielektrischen Verlusten, Teile der Energie in Waerme um. Dies wird in Schaltplaenen durch einen eingezeichneten, fiktiven ohmschen Widerstand dargestellt.

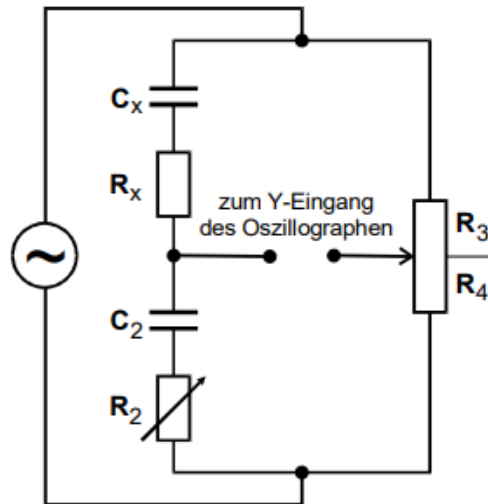


Abbildung 5: Kapazitaetsmessbruecke  
Aus: Anleitung V302 Seite 219.

Die Abgleichbedingungen der Kapazitaetsmessbruecke lauten

$$R_X = R_2 \frac{R_3}{R_4} C_X = C_2 \frac{R_4}{R_3} \quad (4)$$

## 2.5 Induktivitaetsmessbruecke

Analog zu einer Kapazitaet wandelt auch eine Spule Teile ihre Feldenergie in Waerme um. Auch hier wird im Schaubild ein fiktiver ohmscher Widerstand eingezeichnet. Somit wird der Widerstandsoperator einer verlustbehafteten Induktivitaet dargestellt durch:

$$Z_{L,real} = R + i\omega L \quad (5)$$

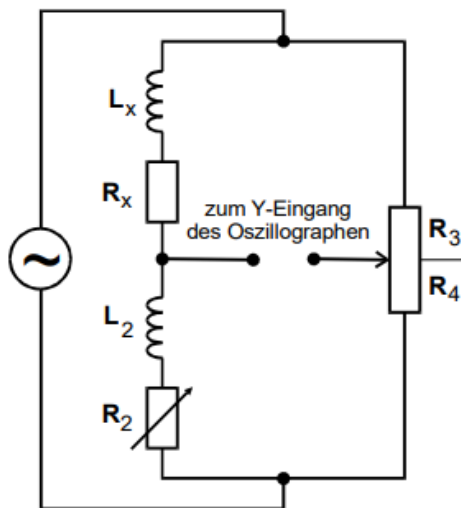


Abbildung 6: Messbrücke zur Bestimmung verlustbehafteter Induktivitäten  
Aus: Anleitung V302 Seite 221.

Es folgen also die Abgleichbedingungen:

$$R_X = R_2 \frac{R_3}{R_4}, L_X = L_2 \frac{R_3}{R_4} \quad (6)$$

## 2.6 Maxwell-Brücke

Ebenfalls eine Messbrücke zur Bestimmung von Induktivitäten, ist die Maxwell-Brücke. Sie hat den Vorteil, dass sie eine leichtere gute Präzision aufweist, verglichen mit der vorher genannten Induktionsmessbrücke.

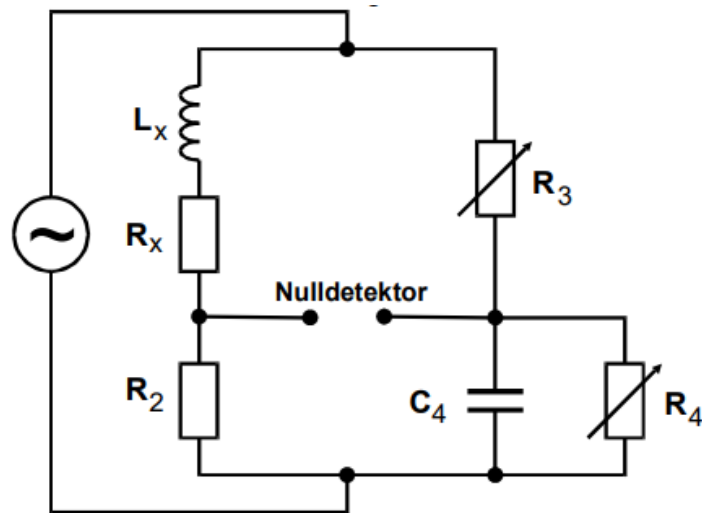


Abbildung 7: Maxwellmessbrücke  
Aus: Anleitung V302 Seite 222.

Für die Maxwellbrücke ergeben sich die Ausgleichsbedingungen

$$R_X = \frac{R_2 R_3}{R_4}, L_X = R_2 R_3 C_4 \quad (7)$$

Von besonderer Wichtigkeit ist die Wahl der passenden Speisungsfrequenz  $\omega$ . Laut den Abgleichbedingungen spielt die Frequenz eigentlich keine Rolle, was jedoch nicht der Wirklichkeit entspricht. Bei zu hoher Frequenz werden die Streukapazitäten zu groß und die Brücke lässt sich nicht mehr abgleichen. Niedrige Frequenzen sind theoretisch möglich, jedoch aus Grund von Einschwingvorgängen für Messungen unpraktisch.



## 2.7 Frequenzabhaengige Brueckenschaltung

### 2.7.1 Wien-Robinson-Bruecke

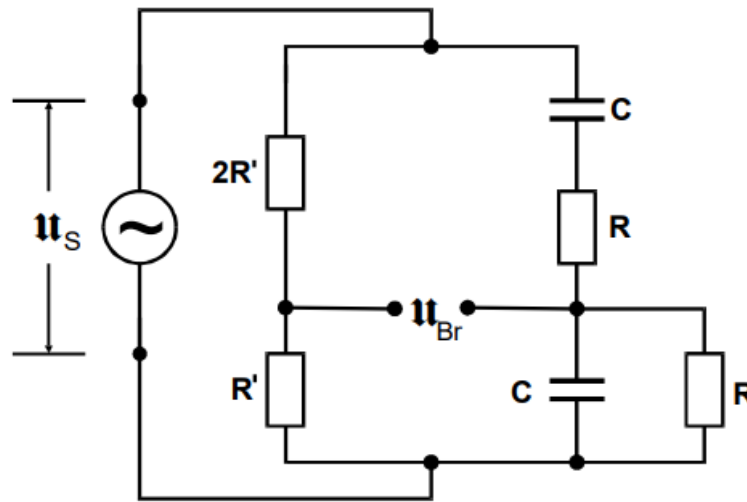


Abbildung 8: Wien-Robinson-Bruecke  
Aus: Anleitung V302 Seite 223.

Die Wien-Robinson-Bruecke enthaelt keine Abgleichelemente. Sie kann in der Elektronik als selektiver Filter verwendet werden. Der Betrag des Verhaeltnisses von Speise- und Brueckenspannung ergibt sich zu:

$$\left| \frac{v_{Br}}{v_S} \right|^2 = \frac{(\omega^2 R^2 C^2 - 1)^2}{9((1 - \omega^2 R^2 C^2)^2 + 9\omega^2 R^2 C^2)} \quad (8)$$

Daraus laesst sich ablesen, dass die Brueckenspannung verschwindet, wenn  $\omega_0 = \frac{1}{RC}$  ist. Somit entfernt die Wien-Robinson-Bruecke also diese Frequenz und schwaecht die darum liegenden Frequenzen ab. Ausserdem kann eine solche Bruecke genutzt werden, um den so genannten Klirrfaktor zu ermitteln. Dieser ist ein Mass fuer die Qualitaet eines Frequenzgenerator und gibt ein Verhaeltnis von Oberwellen zur Grundwelle an. Je kleiner also der Klirrfaktor, desto hochwertiger ist der Sinusgenerator.

## 3 Durchfuehrung

### 3.1 Wheatstonesche Bruecke

Es wird eine Wheatstonesche Bruecke aufgebaut. Die verwendete Abstimmvorrichtung stellt ein Potentiometer mit einem Gesamtwiderstand von 1000 Ohm dar. Das Verhaeltnis von  $R_3$  zu  $R_4$  laesst sich mit dem Drehknopf in 1 Ohm-Schritten einstellen. Betrieben wird die Bruecke mit einem Wechselstrom der Frequenz von  $\omega = 76Hz$ . Der verwendete

Nullindikator wird durch ein Oszilloskop dargestellt. Vor dieses muss ein Tiefpass geschaltet werden. Nun wird das Stellglied so lange angepasst bis die Brückenspannung 0V beträgt. Es sollen zwei Widerstände vermessen werden.

### 3.2 Kapazitätsmessbrücke

Prinzipiell wird hier vorgegangen wie bei der Wheatstonebrücke. Das Hauptstellglied wird hier jedoch ergänzt durch einen weiteren einstellbaren Widerstand  $R_2$ , siehe 5. Es werden also  $R_2$  und  $\frac{R_3}{R_4}$  abwechselnd justiert, bis sich eine Brückenspannung von 0V einstellt. Auch hier wird eine Frequenz von  $\omega = 76\text{Hz}$  betrieben. Es sollen zwei unbekannte Kondensatoren vermessen werden.

### 3.3 Induktivitätsmessbrücke

Nach dem selben Prinzip der verschwindenden Brückenspannung wird hier eine Spule mit 6 vermessen. Die Speisungsfrequenz muss hierbei auf  $\omega = 1076\text{Hz}$  erhöht werden.

### 3.4 Maxwellbrücke

Hierbei soll die gleiche Spule wie bei der Induktivitätsmessbrücke gemessen werden, jedoch mit der in 7 zu sehenden Maxwellbrücke. Dabei wird ebenfalls  $\omega = 1076\text{Hz}$  verwendet. Stellglieder sind hierbei  $R_3$  und  $R_4$ .

### 3.5 Wien-Robinson-Brücke

Zu untersuchen ist hier die Frequenzabhängigkeit einer Wien-Robinson-Brücke (8). Dazu wird die Speisefrequenz in nicht-equidistanten Schritten erhöht und die Brückenspannung notiert.

## 4 Auswertung

### 4.1 Bestimmung eines unbekannten Widerstandes mithilfe einer Wheatstoneschen Brückenschaltung

Es wurde eine Wheatstoneschen Brückenschaltung aufgebaut. Dann wurde eine Spannung angelegt und die Brückenspannung wurde mit dem Oszilloskop visualisiert. Mit dem Potentiometer wurden  $R_3$  und  $R_4$  so eingestellt, dass die Brückenspannung verschwindet. Der unbekannte Widerstand  $R_x$  kann mit der folgenden Formel bestimmt werden.

$$R_x = R_2 \frac{R_3}{R_4}$$

Der unbekannte Widerstand wurde für 2 verschiedene  $R_2$  bestimmt. Dabei wurden folgende Werte für  $R_3$  und  $R_4$  am Potentiometer eingestellt.

Tabelle 1

$R_2$ [ $\Omega$ ]	$R_3$ [ $\Omega$ ]	$R_4$ [ $\Omega$ ]
664	263	737
1000	192.5	807.5

Damit berechnet sich  $R_x$  einmal zu  $(236.9 \pm 1.3)\Omega$  und einmal zu  $(238.4 \pm 1.3)\Omega$ .

## 4.2 Kapazitätsmessbrücke

Im nächsten Teil wurde eine Kapazitätsmessbrücke aufgebaut, um die Kapazität eines Kondensators zu messen. Dabei werden diesmal mit 2 Potentiometern die Widerstände  $R_2$ ,  $R_3$  und  $R_4$  eingestellt, sodass die Brückenspannung verschwindet. Anschließend können dann ein unbekannter Widerstand und eine unbekannte Kapazität bestimmt werden. Dies geschieht mit den folgenden Formeln:

$$R_x = R_2 \frac{R_3}{R_4}$$

$$C_x = C_2 \frac{R_4}{R_3}$$

Dabei ist  $C_2 = 750\text{nF}$  eine bekannte Kapazität. Mit den Potentiometern wurden  $R_2 = 269\Omega$ ,  $R_3 = 630\Omega$  und  $R_4 = 370\Omega$  bestimmt. Mit den angegebenen Formeln ergibt sich  $R_x = (458 \pm 14)\Omega$  und  $C_x = (440.5 \pm 0.9)\Omega$ .

## 4.3 Induktivitätsmessbrücke

Die Messung bei der Induktivitätsmessbrücke verläuft analog zu den Vorherigen. Im Vergleich zur Kapazitätsmessung wurden hier lediglich die Kondensatoren durch Spulen ersetzt und die Frequenz des Wechselstroms wurde um  $1000\text{Hz}$  erhöht.

Bei der Messung war  $L_2 = 20.1\text{mH}$ ,  $R_2$  ergab sich zu  $228\Omega$ ,  $R_3$  ergab sich zu  $592\Omega$  und daraus wurde  $R_4 = 408\Omega$  bestimmt. Mit den Formeln:

$$R_x = R_2 \frac{R_3}{R_4}$$

$$L_x = L_2 \frac{R_3}{R_4}$$

lassen sich nun die gesuchte Induktivität und der Widerstand bestimmen. Es entstehen folgende Werte:

$$R_x = (331 \pm 10)\Omega$$

$$L_x = (29.16 \pm 0.06)\text{mH}$$

#### 4.4 Induktivitätsbestimmung mit der Maxwell-Brücke

Bei der Messung mit der Maxwell-Brücke wurde die selbe Spule nocheinmal ausgemessen. Es entstehen folgende Werte:

$$R_2 = 1000\Omega$$

$$R_3 = 73\Omega$$

$$R_4 = 192\Omega$$

$$C_4 = 750nF$$

Mit diesen Werten können die unbekannte Induktivität  $I_x$  und der Widerstand  $R_x$  bestimmt werden.

$$R_x = R_2 \frac{R_3}{R_4}$$

$$L_x = R_2 * R_3 * C_4$$

Die Rechnung liefert folgende Werte:

$$R_x = (380 \pm 16)\Omega$$

$$L_x = (54.7 \pm 0.16)mH$$

#### 4.5 Frequenzabhängigkeit der Spannung bei einer Wien-Robinson-Brücke

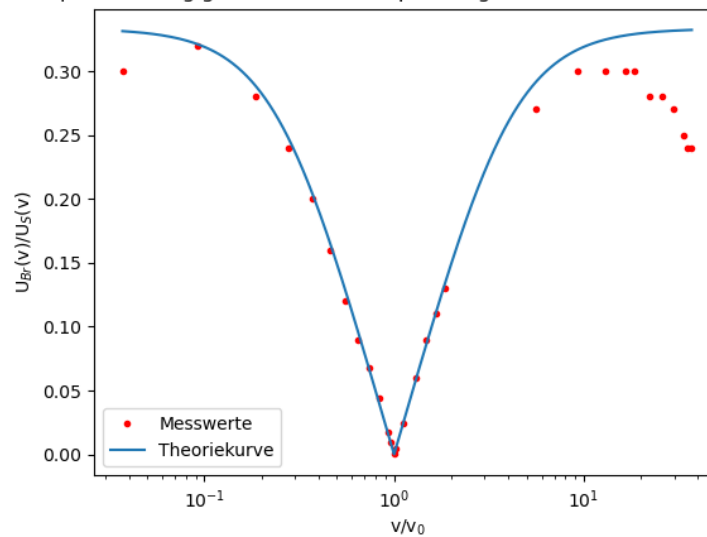
Um die Frequenzabhängigkeit einer Wien-Robinson-Brücke zu bestimmen wurden bei verschiedenen Frequenzen die Spannungsamplituden gemessen. Bei der Messung wurde eine Wien-Robinson-Brücke mit  $R = 1000\Omega$ ,  $R' = 332\Omega$ ,  $C = 295\text{ nF}$  und  $U_S = 10V$  verwendet. Dabei wurden folgende Messwerte aufgenommen.

Tabelle 2: Frequenzabhängigkeit der Spannung bei einer Wien-Robinson-Brücke

$\nu$ [Hz]	A [V]
20	3
50	3.2
100	2.8
150	2.4
200	2.0
250	1.6
300	1.2
350	0.9
400	0.68
450	0.44
500	0.17
520	0.09
540	0.01
550	0.05
600	0.24
700	0.6
800	0.9
900	1.1
1000	1.3
3000	2.7
5000	3
7000	3
9000	3
10000	3
12000	2.8
14000	2.8
16000	2.7
18000	2.5
19000	2.4
20000	2.4

Eine halblogarithmische Darstellung dieser Werte sieht folgendermaßen aus:

Frequenzabhängigkeit der Brückenspannung einer Wien-Robinson-Brücke



Die Frequenz bei der die Brückenspannung verschwindet ( $v_0$ ), liegt laut den Messwerten bei ungefähr 540Hz. Dieser Wert lässt sich allerdings auch berechnen. Das geschieht mit folgender Formel:

$$\omega_0 = \frac{1}{RC}v_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$$

Dabei ergeben sich folgende Werte:

$$\omega_0 = 3.389.38Hzv_0 = 539.51Hz$$

#### 4.6 Klirrfaktor-Messung

Für den Klirrfaktor wird angenommen, dass die Summe der Oberwellen lediglich der Wert für die zweite Obersumme ist. Dies hat zur Folge, dass lediglich  $U_1$  und  $U_2$  bestimmt werden müssen.  $U_1$  ist dabei der Wert von  $U_S$  bei  $v_0$ . Dieser beträgt 10V. Für  $U_2$  wird folgende Formel verwendet:

$$U_2 = \frac{0.01V}{\sqrt{\frac{(2^2-1)^2}{9*((1-2^2)^2)+9*2^2}}}$$

Anschließend wird folgendermaßen der Klirrfaktor bestimmt:

$$k = \frac{U_2}{U_1}$$

Der Klirrfaktor beträgt:  $k = 6.71 * 10^{-3}$ .

## 5 Diskussion

Die Wheatstonesche Brückenschaltung hat bei der Widerstandsbestimmung sehr genaue Werte geliefert. Die berechneten Werte liegen sehr nah an dem tatsächlichen Wert von  $239\Omega$ . Genau wie die Kapazitätsbrücke. Diese liefert auch Werte, die nah an den Literaturwerten von  $464,9\Omega$  und  $433,71\text{nF}$  liegen. Bei den weiteren Messungen fällt auf, dass die Induktivitätsmessbrücke deutlich schlechtere Ergebnisse liefert, als die Maxwell-Brücke. Die berechnete Induktivität bei der Maxwell-Brücke ist nur um  $5\text{mH}$  größer als der Literaturwert von  $49,82\text{mH}$ . Bei der Induktivitätsmessbrücke ist der Wert um  $20\text{mH}$  kleiner als der Literaturwert. Bei der Berechnung des Klirrfaktors fällt auf, dass dieser sehr klein ist. Die Messung der Frequenzabhängigkeit hat gezeigt, dass die Messwerte sehr nah an den theoretischen Werten liegen. Dies ist auch anschaulich in der Grafik zu erkennen.