

V204 Waermeleitung

Connor Magnus Böckmann

email: connormagnus.boeckmann@tu-dortmund.de

Tim Theissel

email: tim.theissel@tu-dortmund.de

1. Juni 2021

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung

Im folgenden Experiment soll die Waermeleitung von Aluminium, Messing und Edelstahl betrachtet und genauer untersucht werden. Besonders Materialkonstanten wie die Waerme- und Temperaturleitfaehigkeit sollen betrachtet werden.

2 Theoretische Grundlagen

Bei einem nicht vorhandenen Waermegleichgewicht, kommt es zu Waermetransport. Dieser folgt dem Waermegradienten und kann auf drei Arten geschen. Diese Arten nennen sich Konvektion, Waermestrahlung und Waermeleitung. Bei der hier naeher betrachteten Waermeleitung geschieht der Waermetransport vornehmlich ueber Phononen und frei bewegliche Elektronen. Bei einem Stab der Laenge L und der Querschnittsflaeche A aus einem Material der Dichte ρ und der spezifischen Waerme c, fliesst die Waermemenge dQ durch die Querschnittsflaeche A in der Zeit dt:

$$dQ = -\kappa A \frac{\partial T}{\partial x} dt \quad (1)$$

Die Waermeleitfaehigkeit κ ist dabei eine materialabhaengige Groesse. Der Umstand, dass Waerme immer in Richtung abnehmender Temperaturen fliesst, ist an dem Minuszeichen zu erkennen und entspricht der Konvention. Die Waermestromdichte ist gegeben durch

$$j_w = -\kappa \frac{\partial T}{\partial x} \quad (2)$$

Die eindimensionale Waermeleitungsgleichung laesst sich dann daraus ableiten:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\kappa}{\rho c} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (3)$$

Der Vorfaktor $\sigma_T = \frac{\kappa}{\rho c}$ nennt sich Temperaturleitfaehigkeit und gibt die 'Geschwindigkeit' an mit der Temperaturunterschiede ausgeglichen werden. Die Loesung dieser Gleichung ist abhaengig von der Stabgeometrie und den Anfangsbedingungen.

Bei Verwendung eines sehr langen Stabes und einer abwechselnden Erwaermung und Abkuehlung mit einer Periodendauer T, wird die Waerme in Form einer sich zeitlich und raeumlich fortpflanzenden Temperaturwelle verbreitet. Diese hat dann die Form:

$$T(x, t) = T_{max} e^{-\sqrt{\frac{\omega \rho c}{2\kappa}} x} \cos(\omega t - \sqrt{\frac{\omega \rho c}{2\kappa}} x) \quad (4)$$

Die Phasengeschwindigkeit dieser Welle betraegt also:

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{\omega}{\sqrt{\frac{\omega \rho c}{2\kappa}}} = \sqrt{\frac{2\kappa \omega}{\rho c}} \quad (5)$$

Das Amplitudenverhaeltnis von A_{nah} und A_{fern} an zwei Messtellen x_{nah} und x_{fern} gibt die Daempfung. Unter Ausnutzung von $\omega = \frac{2\pi}{T^*}$ und $\phi = \frac{2\pi\Delta t}{T^*}$ wird die Waermeleitfaehigkeit κ erhalten:

$$\kappa = \frac{\rho c (\Delta x)^2}{2 \Delta t \ln\left(\frac{A_{nah}}{A_{fern}}\right)} \quad (6)$$

Δt entspricht der Phasendifferenz der Welle und Δx entspricht dem Abstand der beiden Messpunkte.

3 Versuchsaufbau

Der Aufbau ist in ?? zu sehen. Die Apparatur besteht aus einer Grundplatte, auf welcher Staebe aus drei verschiedenen Materialien aufgebracht sind. Es handelt sich dabei um Aluminium, Messing (2x) und Edelstahl. Die beiden Messingstaebe haben jeweils andere Abmessungen. Alle Staebe werden beim Anlegen einer Spannung von einem Peltierelement je nach Schalterstellung gekuehlt oder erhitzt. Jeder Stab hat zwei Messstellen, an denen die Temperatur gemessen wird und per Temperature Array an einen Datalogger uebertragen wird. Alle acht Temperaturen koennen so simultan gemessen und dargestellt werden.

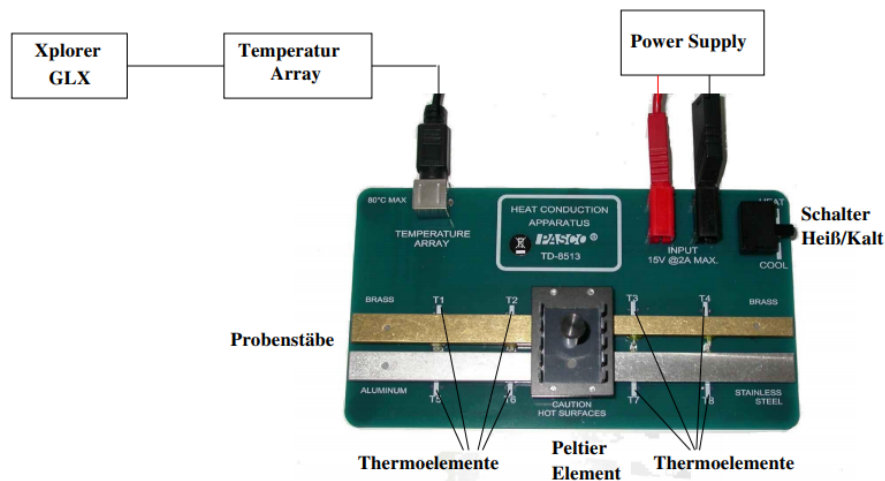


Abbildung 1: Aufbau der Messapparatur
Aus: Anleitung V204 Seite 3

Abtastrate verändern: Gehen Sie im Homeverzeichnis mit den Pfeiltasten auf Sensoren. Wählen Sie unter dem Punkt Abtastrate/-Intervall die gewünschte Abtastrate an und bestätigen diese.

Messung: Gehen Sie in das Unterverzeichnis Digital und starten Sie die Messung.

Graphik: Gehen Sie im Homeverzeichnis auf Tabellen und wählen Sie in diesem Unterverzeichnis wieder Tabellen an. Wählen Sie mit den Pfeiltasten die Spalten aus, die Sie im Graphen darstellen lassen wollen. Sie können diese Spalten dann im Unterverzeichnis Graphik darstellen und ausdrucken.



Abbildung 2: Der Datalogger
Aus: Anleitung V204 Seite 5

4 Durchführung

4.1 Statische Methode

Hierbei werden an den zwei Messstellen pro Stab die Temperatur in Abhängigkeit von der Zeit gemessen, um die Wärmeleitfähigkeit der Stäbe zu untersuchen. Dazu wird die Abtastrate des Dataloggers auf $\Delta t_{Data} = \frac{10}{s}$ eingestellt. Die Stromversorgung der Apparatur wird auf $U_P = 5V$ eingestellt bei maximalem Strom. Die Apparatur wird auf 'HEAT' umgestellt. Gemessen wird dabei bis $t = 700s$. Alle Messwerte werden schließlich im Datalogger tabelliert und über einen USB-Stick gesichert.

4.2 Dynamische Methode

Bei der dynamischen bzw. Angstrom-Methode werden die Stäbe periodisch gekühlt und erhitzt. Dadurch soll die Wärmeleitfähigkeit anhand der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Temperaturwelle bestimmt werden. Hierzu wird die Abtastrate auf $\Delta t_{Data} = \frac{2}{s}$. Für die folgenden beiden Messreihen wird die Spannung auf $U_P = 8V$ umgestellt. Nun werden die Stäbe mit einer Periode von 80s geheizt, also 40s auf 'Heat' und 40s auf 'Cool'. Es werden zehn Perioden, also 800s gemessen. Die Stäbe müssen zwischen allen Messungen wieder abgekühlt werden.

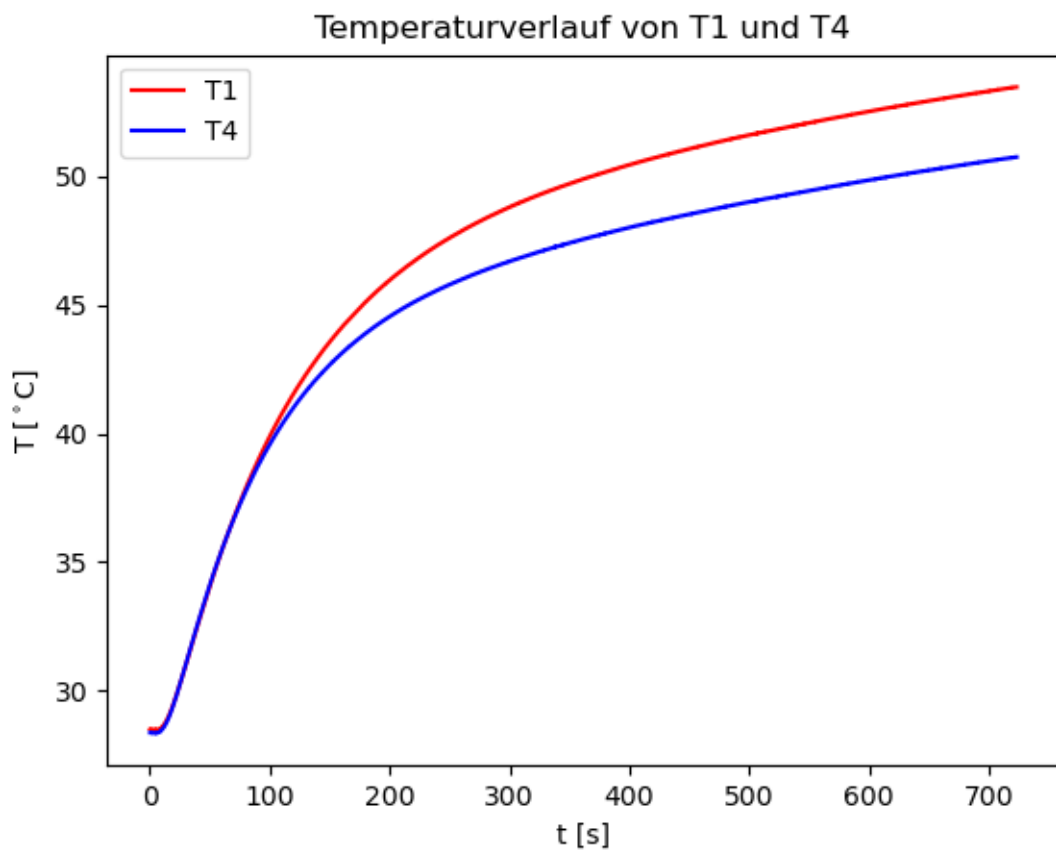
Für die letzte Messreihe wird die vorherige Messreihe mit einer Periodendauer von 200s wiederholt. Hier sollen 1000s bzw. fünf Perioden gemessen werden.

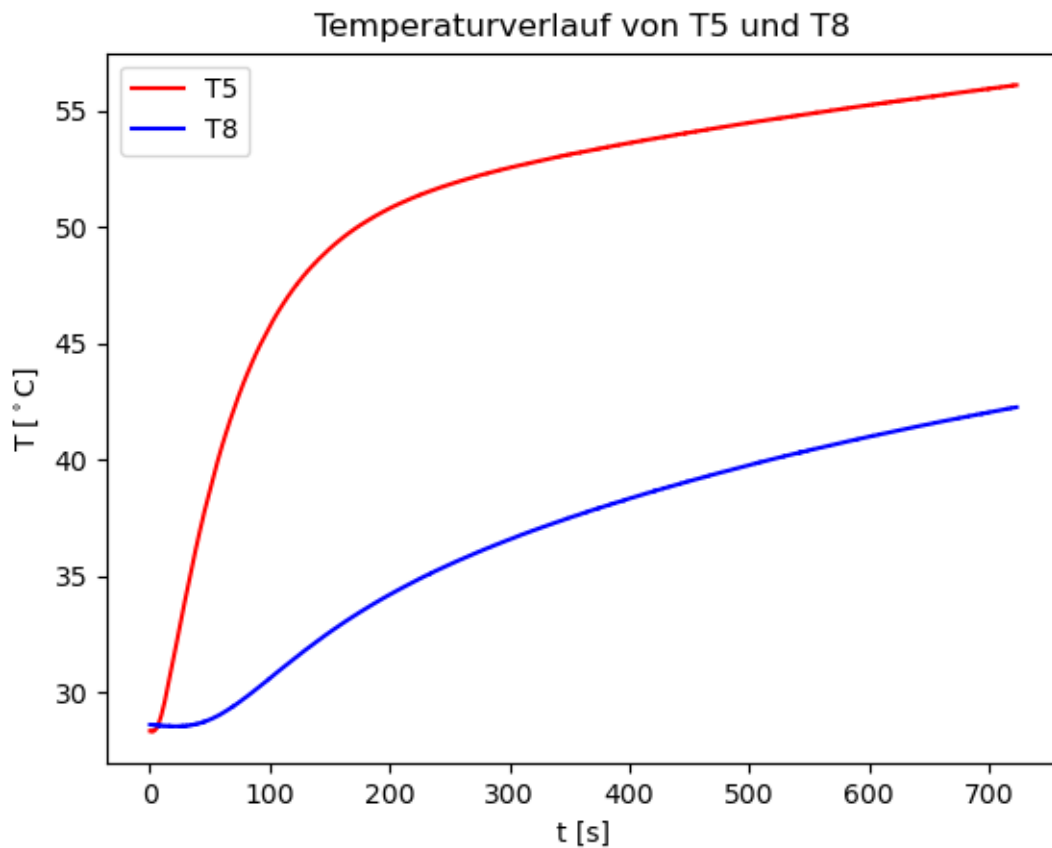
5 Auswertung

5.1 Statistische Methode

5.1.1 Temperaturverläufe

Zuerst wurden in einer Messung die Temperaturen der, der Heizquelle, ferenen Thermoelemente gemessen. Dabei liegt T1 am breiteren der beiden Messingprobenstäbe und T4 am schmalen. T5 liegt am Aluminium Stab und T8 am Edelstahlstab. Die Temperaturverläufe der einzelnen Messpunkte sehen dabei wie folgt aus:





5.1.2 Temperatur nach t=700s

700s entsprechen bei einer Abtastrate von 5 Werten pro Sekunde den Werten in der 3500. Zeile der Tabelle ?. Diese sind allerdings auch noch einmala hier aufgelistet:

$$T1 = 53.3^{\circ}C$$

$$T4 = 50.59^{\circ}C$$

$$T5 = 55.95^{\circ}C$$

$$T8 = 42.03^{\circ}C$$

5.1.3 Wärmestrom $\frac{\Delta Q}{\Delta t}$

Anschließend soll für 5 verschiedene Meßzeiten der Wärmestrom $\frac{\Delta Q}{\Delta t}$ bestimmt werden. Dazu wird folgende Gleichung verwendet.

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = -\kappa A \frac{\partial T}{\partial x}$$

Dabei ergeben sich für den Wärmestrom folgende Werte:

Tabelle 1: Berechnete Wärmeströme

Meßzeit [s]	$\frac{\partial T}{\partial x}$
Messing (breit)	5.03
Messing (schmal)	6.31
Aluminium	3.03
Edelstahl	13.63

Tabelle 2: Berechnete Wärmeströme für t=280s

Meßzeit [s]	$\frac{\partial T}{\partial x}$	Wärmestrom
Messing (breit)	3.11	-179.136
Messing (schmal)	4.51	-151.536
Aluminium	1.94	-186.240
Edelstahl	11.93	-229.056

Tabelle 3: Berechnete Wärmeströme für t=420s

Meßzeit [s]	$\frac{\partial T}{\partial x}$	Wärmestrom
Messing (breit)	2.56	-147.456
Messing (schmal)	4.05	-136.080
Aluminium	1.71	-164.160
Edelstahl	10.86	-208.512

Tabelle 4: Berechnete Wärmeströme für t=420s

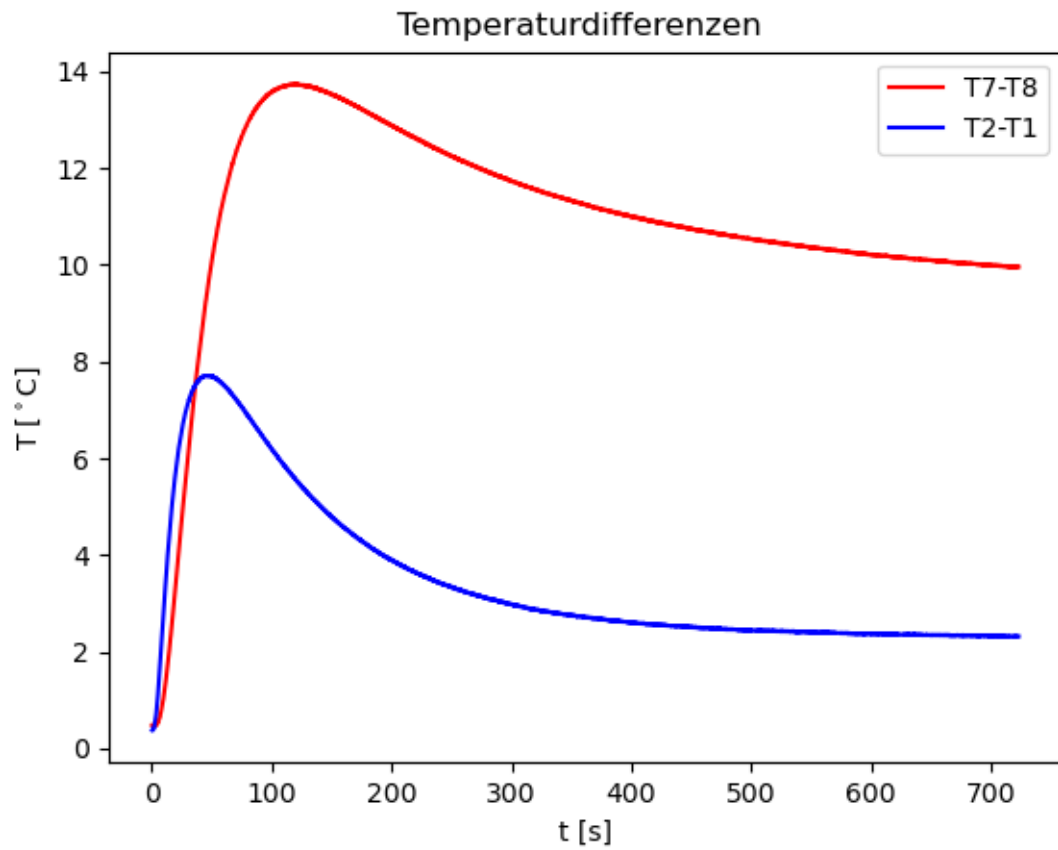
Meßzeit [s]	$\frac{\partial T}{\partial x}$	Wärmestrom
Messing (breit)	2.40	-138.240
Messing (schmal)	3.93	-132.048
Aluminium	1.64	-157.44
Edelstahl	10.36	-198.912

Tabelle 5: Berechnete Wärmeströme für t=420s

Meßzeit [s]	$\frac{\partial T}{\partial x}$	Wärmestrom
Messing (breit)	2.33	-134.208
Messing (schmal)	3.87	-130.032
Aluminium	1.62	-155.52
Edelstahl	10.00	-192.000

5.1.4 Temperaturdifferenz

Zum Ende dieser Methode sind noch einmal die Temperaturdifferenzen T_2-T_1 und T_7-T_8 graphisch dargestellt.



5.2 dynamische Methode

5.2.1 Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit von:

5.2.2 Aluminium

5.2.3 Messing

5.2.4 Edelstahl