

V603: Compton-Effekt

Connor Magnus Böckmann

email: connormagnus.boeckmann@tu-dortmund.de

Tim Theissel

email: tim.theissel@tu-dortmund.de

18. Mai 2021

Inhaltsverzeichnis

1	Zielsetzung	3
2	Theoretische Grundlagen	3
2.1	Der Compton-Effekt	3
2.2	Erzeugung von Roentgenstrahlen	4
2.3	Bestimmung der Compton-Wellenlaenge	4
3	Aufbau des Experiments	5
4	Durchfuehrung	6
4.1	Aufnahme des Emissionsspektrums	6
4.2	Messung der Transmission	6
5	Auswertung	6
5.1	Energie und Wellenlänge der Cu-Kennlinien	6
5.2	Emissionsspektrum der Röntgenröhre	8
5.3	Bestimmung der Transmission als Funktion der Wellenlänge	9
5.4	Bestimmung der Compton Wellenlänge	10
6	Diskussion	11
6.1	Emissionsspektrum	11
6.2	Compton Wellenlänge	11
7	Tabellen	14

1 Zielsetzung

In diesem Versuch soll der Compton-Effekt genauer beleuchtet und untersucht werden. Ausserdem wird die Compton-Wellenlaenge λ_C bestimmt.

2 Theoretische Grundlagen

2.1 Der Compton-Effekt

Bei Wechselwirkung eines γ -Quants mit einem Elektron wird die Wellenlaenge des Quants in Richtung von laengeren Wellenlaengen verschoben. Dieser Umstand nennt sich Compton-Effekt. Bei einem inelastischen Stoss zwischen einem γ -Quant und einem Elektron wird das Photon dem Compton-Effekt folgend gestreut. Dabei gibt es einen Teil der eigenen Energie an das getroffene Elektron ab. Der Streuwinkel nennt sich θ . Die Wellenlaengenlaengung des Photons ruehrt daher, dass es Energie abgegeben hat, aber nicht langsamer werden kann, da es immer Lichtgeschwindigkeit hat. Somit muss nach $E = h \cdot \frac{c}{\lambda}$ die Wellenlaenge λ groesser werden.

Der Energie- und Impulserhaltung folgend laesst sich eine Wellenlaengendifferenz $\Delta\lambda$ zwischen der einfallenden Welle λ_1 und der Compton-gestreuten Welle λ_2 berechnen:

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos\theta) \quad (1)$$

θ wird dabei ist dabei der Winkel zwischen der urspruenglichen Flugrichtung des Photons und der Ausbreitungsrichtung des gestreuten Photons. Die in diser Formel enthaltene Konstante $\lambda_C = \frac{h}{m_e c}$ nennt sich Compton-Wellenlaenge. Die Wellenlaengenverschiebung reicht von $\Delta\lambda = 0$ fuer $\theta = 0$ bis $\Delta\lambda = 2\lambda_C$ fuer einen Streuwinkel $\theta = 180^\circ$.

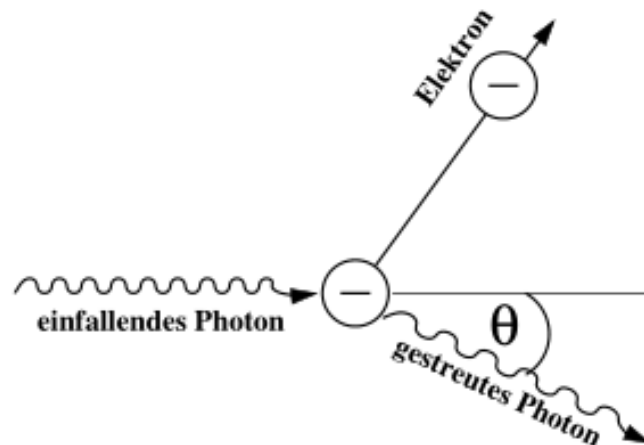


Abbildung 1: Schematische Darstellung des Compton-Effekt
Aus: Anleitung V603 Seite 1

2.2 Erzeugung von Roentgenstrahlen

Zur Erzeugung von Roentgenstrahlen werden Elektronen mittels des gluhelektrischen Effekts aus einem Draht freigesetzt und mit einer Beschleunigungsspannung beschleunigt und auf eine Anode geschossen. Beim Eintritt in die Anode entsteht Roentgenstrahlung, welche sich aus den charakteristischen Peaks der Roentgenstrahlung und dem kontinuierlichen Spektrum der Bremsstrahlung zusammensetzt.

Das Bremsspektrum entsteht, wie der Name vermuten lässt, beim Abbremsen der Elektronen in der Anode, da beschleunigte Ladungen strahlen, wozu auch das Abbremsen gehört. Diese ausgesendeten Roentgenquanten haben genau die Energie des Energieverlusts des Elektrons. Es handelt sich um ein kontinuierliches Spektrum, da die Energie beim Eintritt in die Anode teilweise oder auch komplett abgegeben werden kann und so die Energie der Roentgenquanten nicht diskret ist.

Die Existenz der charakteristischen Peaks im Spektrum einer Roentgenröhre folgt aus dem Umstand, dass die Elektronen das Anodenmaterial ionisieren und die Elektronen der Anode auf ein höheres Energieniveau heben können. Beim Herabfallen von diesem erhöhten Energieniveau in den Grundzustand wird die Energiedifferenz zwischen den beiden Niveaus als Roentgenquant wieder frei. Es bilden sich diskrete Peaks, da die Energieniveaus ebenfalls diskret sind. Diese Linien sind charakteristisch für das verwendete Anodenmaterial.

2.3 Bestimmung der Compton-Wellenlänge

Die Eigenschaften der Transmission und Absorption in Aluminium wird sich hier zu Nutze gemacht zur Bestimmung der Compton-Wellenlänge. Die Transmission einer Welle durch ein Material ist von der Wellenlänge eben jener Welle abhängig. Je länger die Wellenlänge, desto schlechter transmittiert die Welle durch ein Material. Die Compton-gestreute Welle transmittiert also schlechter durch das Aluminium als die Roentgenstrahlen aus der Roentgenröhre. Ein Material der Dicke d absorbiert dabei die einfallende Intensität I_0 folgendermassen:

$$I = I_0 e^{-\mu d} \quad (2)$$

Dieses Gesetz heisst Delambersches Gesetz und enthält den Absorptionskoeffizienten μ . Dieser setzt sich aus den Koeffizienten für die Paarbildung μ_{Paar} , den Photoeffekt μ_{Photo} und den Comptoneffekt μ_{Compton} zusammen, also:

$$\mu = \mu_{\text{Paar}} + \mu_{\text{Photo}} + \mu_{\text{Compton}} \quad (3)$$

3 Aufbau des Experiments

Der Aufbau des Experiments beinhaltet eine Kupfer-Röntgenröhre, einen LiF-Kristall bzw. Plexiglasstreukoerper und ein Geiger-Mueller-Zaehlrohr (GMZ). Es empfiehlt sich die Bestimmung des Emissionsspektrums und die Transmission am Rechner aufzunehmen, wohingegen die Bestimmung der Compton-Wellenlaenge von Hand zu empfehlen ist.

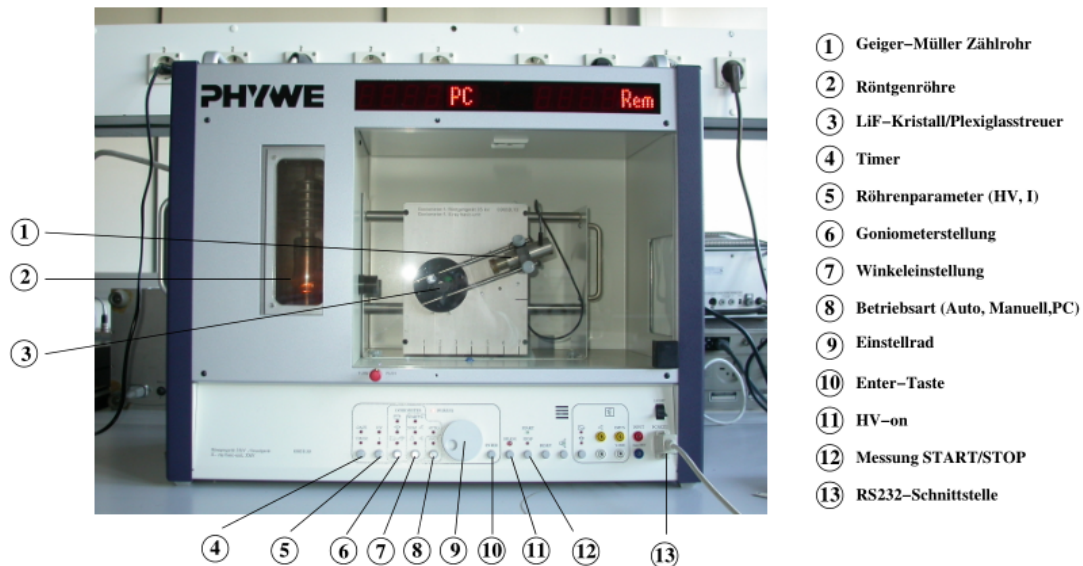


Abbildung 2: Versuchsapparatur des Compton-Effekts
Aus: Anleitung V603 Seite 3

Wird das Experiment ueber den PC gesteuert, so ist das Programm measure zu benutzen, in welchem unter dem Menuepunkt Messgeraete die Roentgenroehre anzuwaehlen ist. Nun kann also die Messart, der Drehmodus, der anzufahrende Kristallwinkel sowie die Integrationszeit gewaehlt werden und die Messung starten. Bei manuellem Betrieb muss das Geraet auf Manuell umgestellt werden. Die manuellen Einstellungen erfolgen ueber den Einstellknopf 9 und muessen durch Druecken der ENTER-Taste bestaetigt werden. Die Zaehlrate leuchtet in der oberen Anzeigenleiste des Roentgengerates auf und kann dort auch abgelesen werden.

4 Durchfuehrung

Bei allen Messungen ist die Beschleunigungsspannung der Roentgenroehre auf 35kV bei einem Emissionsstrom von 1mA einzustellen.

4.1 Aufnahme des Emissionsspektrums

Fuer diese Messung wird der LiF-Kristall in der Halterung befestigt und eine 2mm-Blende vor der Roentgenroehre angebracht. Nun wird das Roentgenspektrum in 0.2°-Schritten gemessen. Die Messzeit sollte dabei etwa zwischen 5s und 10s betragen.

4.2 Messung der Transmission

Nun soll die Transmission des Al-Absorbers bestimmt werden. Dazu wird der Absorber vor die Blende gesetzt und die Zaehlrates $N_{Al}(\theta)$ mit dem Absorber gemessen. Nun wird die Zaehlrates $N_0(\theta)$ erneut gemessen, aber ohne den Absorber. Beide Messungen sollen mit einer Messzeit von $t = 100s$ durchgefuehrt werden. Desweiteren soll diese gemessene Zaehlrates in einem Bereich von 7° bis 10° korregiert werden. Die Totzeit τ des Geiger-Zaehlers betraegt $\tau = 90\mu s$. Die Intensitaet betraegt dann:

$$I = \frac{N}{1 - (\tau \cdot N)} \quad (4)$$

Daraus folgt die Transmission mit $T = \frac{I_{Al}}{I_0}$. Die Intensitaet der Roentgenroehre I_0 wird mit einer 2mm und dem Plexiglasstreuer statt dem LiF-Kristall ermittelt. Dazu wird manuell der Streuer auf 45° und der Geiger-Zaehler auf 90° eingestellt. Nun wird die Transmission $T_1 = \frac{I_1}{I_0}$ der nicht gestreuten Strahlung gemessen, in dem der Absorber zwischen Streukoerper und Roentgenroehre platziert wird. Ausserdem wird die Transmission $T_2 = \frac{I_2}{I_0}$ gemessen, wobei der Absorber nun zwischen Streukoerper und Geiger-Mueller-Zaehlrohr platziert wird. Die Messzeit betrage dabei $t = 300s$.

5 Auswertung

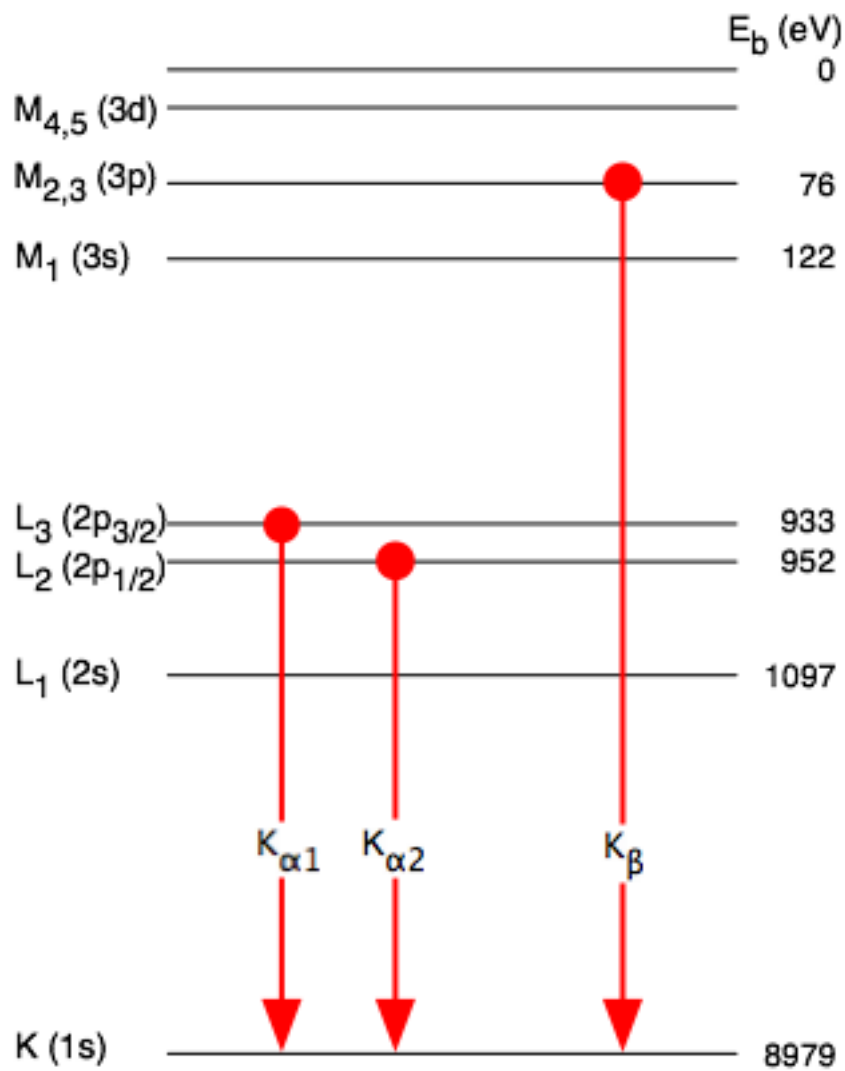
5.1 Energie und Wellenlänge der Cu-Kennlinien

Die recherchierten Literaturwerte für die Energien der Kennlinien von Kupfer lauten:

$$E_\alpha = 8.046\text{keV} \quad (5)$$

$$E_\beta = 8.903\text{keV} \quad (6)$$

Diese lassen sich als Differenz der Energieniveaus darstellen. Die Energieniveaus von Kupfer sind in der folgenden Grafik nocheinmal aufgetragen.



https://en.wikipedia.org/wiki/File:Copper_K_Rontgen.png

Daraus lassen sich Literaturwerte für die Wellenlängen bestimmen. Die Formel für dieses Vorhaben ist:

$$\lambda = \frac{hc}{E}$$

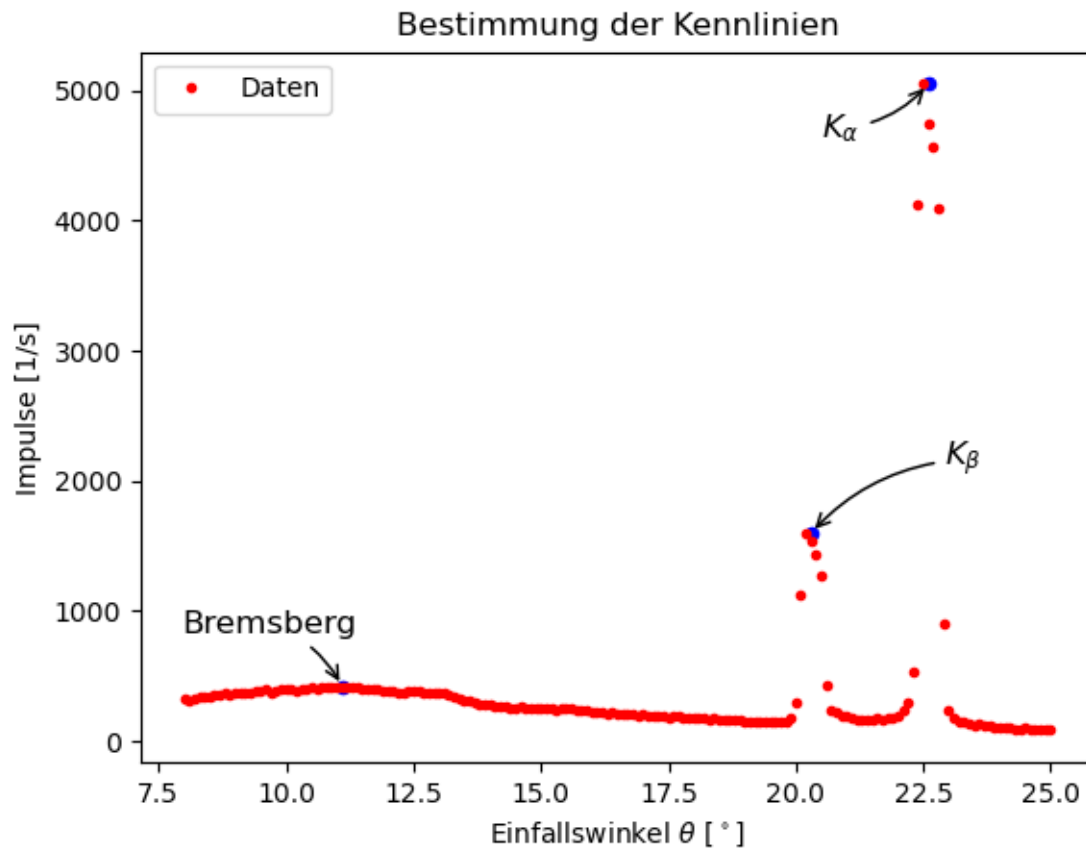
Mit $h = 4.136 \cdot 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}$, $c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ und den oben angegebenen Daten umgerechnet in eV, ergeben sich folgende Wellenlängen:

$$\lambda_{\alpha} = 1.5421 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

$$\lambda_{\beta} = 1.3937 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

5.2 Emissionsspektrum der Röntgenröhre

Für das Emissionsspektrum wurden für verschiedene Einfallswinkel die Impulse gemessen, die pro 10s vom Geiger-Müller-Zählrohr erfasst wurden. Daraus ergeben sich die in Tabelle 1 zu sehenden Daten. Diese wurden bereits auf Impulse/s angepasst. Ziel ist es nun die K_α und K_β Linie zu bestimmen. Dafür werden die bereits erwähnten Daten in einem geeigneten Diagramm dargestellt. Dieses sieht wie folgt aus:



An den bereits markierten Stellen sind die Kennlinien zu sehen. Dabei ist der Wert für den Winkel für die K_α -Linie $= 22.6 \pm 0.2^\circ$ und für die K_β -Linie $= 20.3 \pm 0.2^\circ$. Mit diesen Winkeln und der Bragg'schen Bedingung:

$$2d \sin(\alpha) = n\lambda \quad (7)$$

lassen sich nun die Wellenlängen für die beiden Kennlinien bestimmen. Die Rechnung mit $d = 2.014 \cdot 10^{-10} \text{m}$ liefert folgende Ergebnisse:

$$\lambda_\alpha = (1.548 \pm 0.013) \cdot 10^{-10} \text{m}$$

$$\lambda_\beta = (1.397 \pm 0.013) \cdot 10^{-10} \text{m}$$

Nun können mit diesen Wellenlängen wiederum die Energien berechnet werden. Dafür wird die Formel:

$$E = \frac{h \cdot c}{\lambda}$$

mit dem Planckschen Wirkungsquantum $h = 4.136 \cdot 10^{-15} \text{ eV}$ und der Lichtgeschwindigkeit $c = 3 \cdot 10^8$. Die Energien ergeben sich damit zu:

$$E_{\alpha} = (8.02 \pm 0.07) \cdot 10^3 \text{ eV}$$

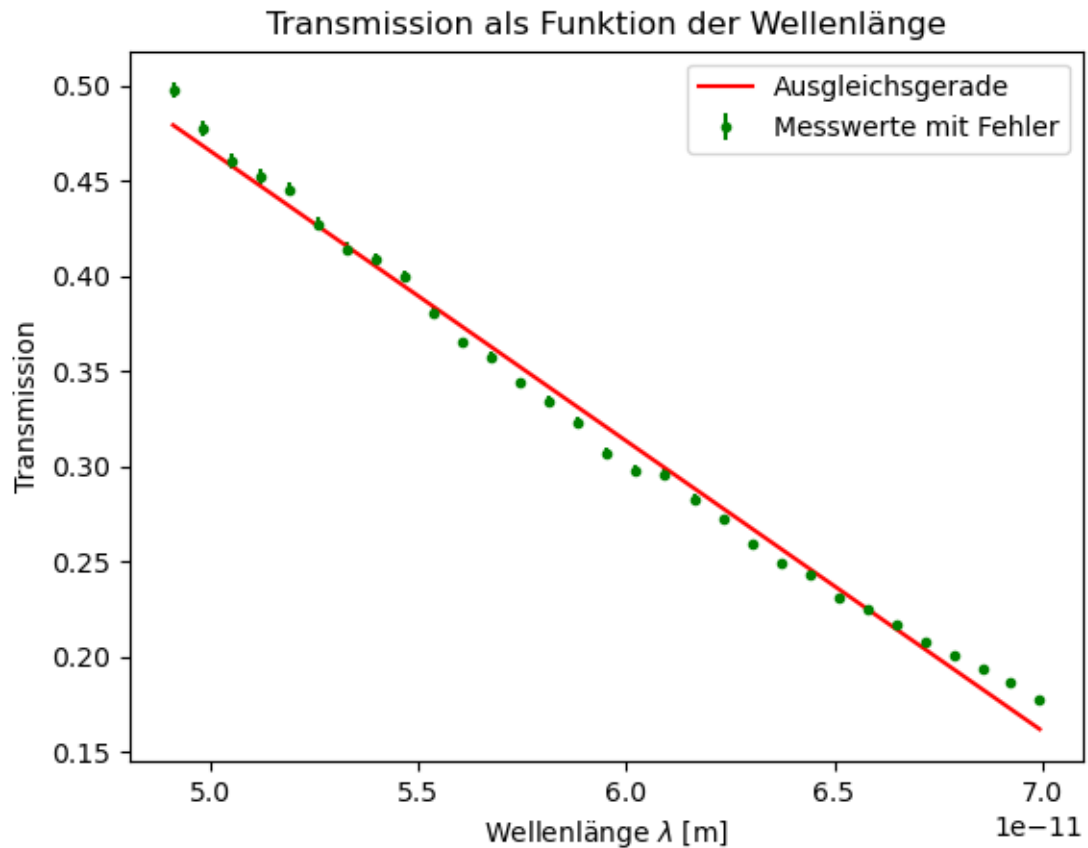
$$E_{\beta} = (8.88 \pm 0.08) \cdot 10^3 \text{ eV}$$

5.3 Bestimmung der Transmission als Funktion der Wellenlänge

Die Messwerte zu dieser Messung sind in Tabelle 2 und 3 zu finden. In der Tabelle sind die gemessenen Impulse bereits auf eine Rate pro Sekunde angepasst. Diese Werte haben eine Poisson verteilte Unsicherheit. Deshalb wurden die ursprünglich gemessenen Werte wiederhergestellt, indem sie mit der Integrationszeit von 200s multipliziert wurden. Dann wurde die Unsicherheit bestimmt und dann wurden die Werte mit der Unsicherheit wieder durch die Integrationszeit geteilt um die gewünschte Zählrate wieder herzustellen. Anschließend wurde mit der Formel 4 eine Totzeitkorrektur der Daten vorgenommen. Danach ließ sich mit:

$$T = \frac{I_{Al}}{I_0}$$

die Transmission bestimmen. Um nun ein λ -T Diagramm zu erhalten erhalten werden die Wellenlängen mit den gegebenen Winkeln und 7 bestimmt. Dann sieht das Diagramm folgendermaßen aus:



Für die Ausgleichsgerade wurde eine Ausgleichsrechnung mit einer Funktion der Form:

$$T = a * \lambda + b$$

durchgeführt. Die Ausgleichsrechnung mit der scipy.optimize Funktion curvefit liefert:

$$a = (-15194.73 \pm 239.10) \cdot 10^6$$

$$b = 1.225 \pm 0.014$$

5.4 Bestimmung der Compton Wellenlänge

Zur Bestimmung der Compton Wellenlänge wurden 3 Transmissionen gemessen. I_0 ist die Transmission ohne Absorber, bei I_1 sitzt der Al-Absorber zwischen Röntgenröhre und Streuer und für I_2 wurde der Al-Absorber zwischen Streuer und Geiger-Müller-Zählrohr platziert. Bei einer Integrationszeit von 300s wurden folgende Werte gemessen:

$$I_0 = 2731$$

$$I_1 = 1180$$

$$I_2 = 1024$$

Daraus können wieder Transmissionen bestimmt werden. Dies geschieht auf folgende Weise:

$$T_1 = \frac{I_1}{I_0}$$

$$T_2 = \frac{I_2}{I_0}$$

Für T_1 ergibt sich 0.432 und für T_2 ergibt sich 0.375.

Nun muss lediglich noch die zuvor bestimmte Funktion der Transmission invertiert werden. Als Umkehrfunktion ergibt sich:

$$\lambda = \frac{T - b}{a}$$

Damit lassen sich die Wellenlängen bestimmen:

$$\lambda_1 = (5.22 \pm 0.12) \cdot 10^{-11} \text{m}$$

$$\lambda_2 = (5.59 \pm 0.13) \cdot 10^{-11} \text{m}$$

Damit lässt sich nun die Compton Wellenlänge bestimmen:

$$\lambda_C = \lambda_2 - \lambda_1 = (3.76 \pm 0.06) \cdot 10^{-12} \text{m}$$

6 Diskussion

6.1 Emissionsspektrum

Die Auswertung des Emissionsspektrums lieferte für die K_α -Linie eine Energie von $E_{\alpha} = (8.02 \pm 0.07) \cdot 10^3 \text{eV}$. Der recherchierte Literaturwert beträgt $E_\alpha = 8.046 \text{keV}$. Damit weicht der bestimmte Wert um gerade einmal 0.32% ab. Das ist ein Wert der unter Betrachtung gewöhnlicher zu erwartender Messfehler außergewöhnlich genau ist. Ähnliches ist bei der K_β zu erkennen. Hier weicht der bestimmte Wert $E_{\beta} = (8.88 \pm 0.08) \cdot 10^3 \text{eV}$ um 0.25% von dem Literaturwert $E_\beta = 8.903 \text{keV}$ ab. Dieses Experiment scheint in optimalen Umständen durchgeführt worden zu sein.

6.2 Compton Wellenlänge

Die berechnete Compton-Wellenlänge von $(3.76 \pm 0.06) \cdot 10^{-12} \text{m}$ weicht hingegen sehr deutlich von dem Literaturwert $2.426 \cdot 10^{-12} \text{m}$ ab. Die relative Abweichung beträgt hier 54.99%. Dieser Fehler ist sehr groß. Das Problem bei dieser Messung ist, dass sie über einen sehr langen Zeitraum nur eine geringe gemessene Impulszahl liefert. Es entsteht eine sehr langsame Zählrate die am Ende nicht mehr sehr viel größer als die immer vorhandene Hintergrundrate ist, die das Geiger-Müller Zählrohr aus der Umgebung wahrnimmt. Dadurch wird die Messung sehr ungenau. Das ist allerdings auch der Grund weshalb hier eine Totzeitkorrektur unnötig wird. Der Fehler der durch den langen Messzeitraum

und die vorhande Untergrundrate entsteht ist so groß, dass dagegn der Fehler durch die Totzeit quasi verschwindend gering wird.

Literaturwert von <https://de.wikipedia.org/wiki/Compton-Effekt>

7 Tabellen

Tabelle 1: Emissionsspektrum Cu-Röntgenröhre

Einfallswinkel [°]	Impulse [1/s]
8.0	323.0
8.1	316.0
8.2	326.0
8.3	340.0
8.4	335.0
8.5	343.0
8.6	350.0
8.7	350.0
8.8	366.0
8.9	357.0
9.0	371.0
9.1	371.0
9.2	372.0
9.3	364.0
9.4	381.0
9.5	379.0
9.6	393.0
9.7	375.0
9.8	391.0
9.9	395.0
10.0	402.0
10.1	405.0
10.2	390.0
10.3	398.0
10.4	400.0
10.5	418.0
10.6	401.0
10.7	410.0
10.8	408.0
10.9	409.0
11.0	414.0
11.1	420.0
11.2	417.0
11.3	417.0
11.4	409.0
11.5	406.0
11.6	404.0
11.7	405.0
11.8	400.0
11.9	383.0
12.0	389.0
12.1	382.0
12.2	372.0
12.3	376.0
12.4	385.0
12.5	384.0
12.6	382.0
12.7	373.0
12.8	376.0
12.9	373.0

Tabelle 2: Transmission mit Aluminium Absorber

Einfallswinkel [°]	Impulse [1/s]
7.0	113.5
7.1	112.0
7.2	112.0
7.3	113.5
7.4	115.0
7.5	113.5
7.6	113.0
7.7	114.5
7.8	114.0
7.9	112.0
8.0	109.5
8.1	109.0
8.2	108.0
8.3	106.0
8.4	104.5
8.5	101.5
8.6	100.0
8.7	100.5
8.8	97.5
8.9	95.0
9.0	92.5
9.1	89.5
9.2	88.0
9.3	84.5
9.4	83.0
9.5	81.0
9.6	78.5
9.7	76.0
9.8	74.0
9.9	72.0
10.0	68.5

Tabelle 3: Transmission ohne Absorber

Einfallswinkel [°]	Impulse [1/s]
7.0	226.0
7.1	232.0
7.2	240.5
7.3	248.0
7.4	255.0
7.5	262.0
7.6	269.0
7.7	276.0
7.8	281.0
7.9	289.5
8.0	295.0
8.1	300.0
8.2	308.5
8.3	311.0
8.4	317.0
8.5	324.0
8.6	328.5
8.7	332.5
8.8	337.0
8.9	340.5
9.0	348.0
9.1	350.0
9.2	353.0
9.3	356.5
9.4	359.0
9.5	363.5
9.6	367.0
9.7	369.0
9.8	370.5
9.9	375.0
10.0	375.5