

Zeemann Effekt

Connor Magnus Böckmann

email: connormagnus.boeckmann@tu-dortmund.de

Tim Theissel

email: tim.theissel@tu-dortmund.de

31. Mai 2022

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	4
2	Theorie	4
2.1	Magnetisches Moment und die Drehimpulse des Elektrons	4
2.2	Spin-Bahn-Kopplung und Wechselwirkung der Drehimpulse	5
2.2.1	Der Mechanismus der LS-Kopplung	5
2.2.2	jj-Kopplung	5
2.3	Die Energieniveaufspaltung unter Einfluss eines homogenen Magnetfelds	6
2.4	Übersicht über die Auswahlregeln für optische Übergänge	7
2.4.1	Auswahlregel für die magnetische Quantenzahl	7
2.5	Der Zeeman Effekt	7
2.5.1	Der normale Zeeman Effekt	8
2.5.2	Anormaler Zeeman Effekt	9
2.6	Die Lummer-Gehrcke-Platte	9
3	Der Versuchsaufbau	10
4	Die Durchführung	11
5	Vorbereitungsaufgaben	11
5.1	Energiestruktur eines Atoms	11
5.1.1	Welche Quantenzahlen definieren den Zustand eines Elektrons im Wasserstoffatom?	11
5.1.2	Was ist die Feinstruktur (Spin-Bahn-Kopplung)?	11
5.1.3	Beschreiben sie die LS-Kopplung und die jj-Kopplung.	12
5.2	Magnetisches Moment des Atoms	12
5.2.1	Wie ist der Zusammenhang zwischen dem Magnetischen Moment eines Elektrons und seinen Drehimpulsquantenzahlen?	12
5.2.2	Was ist der Unterschied zwischen dem gyromagnetischen Verhältnis für den Elektronenspin und demjenigen für den Drehimpuls?	12
5.3	Aufspaltung des Energieniveaus eines Atoms im homogenen Feld	12
5.3.1	In wie viele Niveaus spaltet sich der Zustand mit Gesamtdrehimpuls J ?	12
5.3.2	Wie ändert sich die Aufspaltung mit der Magnetfeldstärke?	12
5.3.3	Was versteht man unter dem Paschen-Bach-Effekt	12
5.4	Optische Übergänge zwischen Zeemanaufgespaltenen Energieniveaus . . .	13
5.5	Optische Übergänge in Cd-Atomen	13
5.5.1	Berechnen sie die Lande Faktoren g_i und die Aufspaltung ΔE der Zeeman Linien	13
5.6	Dispersionsgebiet und Auflösungsvermögen	13
6	Auswertung	14
6.1	Eichung des Elektromagneten	14

6.2	Wellenlängenaufspaltung des Cd-Spektrums	15
6.2.1	Bestimmung des geeigneten Magnetfelds für die Aufnahme der Wellenlängenaufspaltung	15
6.3	Wellenlängenaufspaltung der roten Linie	16
6.4	Zeemanaufspaltung der blauen Linie	17
7	Diskussion	17
7.1	Allgemeine Fehlerquellen bei der Durchführung und dem Aufbau	17
7.2	Abweichung der Werte	18
8	Literatur	18
9	Messwerte	19

1 Einleitung

Das Ziel dieses Versuches ist es, die Polarisierung von Spektrallinien und ihre Aufspaltung bei Atomen mit besonderem Augenmerk auf den Zeeman-Effekt zu untersuchen.

2 Theorie

Zur Erklärung des Zeeman-Effekt der Atomphysik, welcher für die Aufspaltung der Spektrallinien eines Atoms sorgt, muss zuerst die Entartung der Energieniveaus auf Grund eines Magnetfeldes verstanden werden. Hierzu werden zuerst Energieniveaus und ihre physikalische Bedeutung erklärt. Hierzu ist ein Verständnis der im Atom wirkenden Drehmomente, magnetische Momente und der Einfluss des Spins von Nöten. Im Anschluss daran werden die Energieniveauübergänge mit den entsprechenden Auswahlregeln erläutert und der titelgebende Zeeman-Effekt schlussendlich verstanden werden kann. Wichtige Bestandteile für die praktische Umsetzung des Versuchs, wie die verwendete Lummer-Gehrcke-Platte, werden im Anschluss daran erläutert und ihre Funktionsweise erklärt.

2.1 Magnetisches Moment und die Drehimpulse des Elektrons

Die Drehimpulse eines jeden Hüllenelektrons eines Atoms bestehen aus dem Eigendrehimpuls \vec{s} , auch Spin genannt, und dem Bahndrehimpuls \vec{l} . Diese Drehimpulse stehen in ihren Beträgen in direkter Abhängigkeit zu der Quantenzahlen des Spins s und der Nebenquantenzahl l . Die Spinquantenzahl s ist abhängig vom Spin des Teilchens. In diesem Fall handelt es sich um ein Elektron, weshalb sie die Werte $s = \pm \frac{1}{2}$ annehmen kann. Die Nebenquantenzahl l hingegen ist ausschliesslich abhängig von der Hauptquantenzahl n und ergibt sich zu $0 \leq l \leq n - 1$. Somit nehmen die Beträge des Bahndrehimpulses und des Spins diese Werte an.

$$|\vec{l}| = h \cdot \sqrt{l(l+1)} \quad (1)$$

$$|\vec{s}| = h \cdot \sqrt{s(s+1)} \quad (2)$$

Diesen Drehimpulsen lässt sich ein magnetisches Moment zuordnen, da das Elektron ein geladenes Teilchen ist. Die Ladung des Elektrons entspricht der Elementarladung e_0 . Nun kann das Bohrsche Magneton $\mu_B = -\frac{1}{2} \frac{h}{m_0} e_0$ herangezogen werden, um die Zuordnung des magnetischen Moments der Drehimpulse zu vollziehen.

$$\vec{\mu}_s = -g_s \cdot \frac{\mu_B \cdot \vec{s}}{h} = -g_s \mu_B \sqrt{s(s+1)} \cdot \vec{s}_e \quad (3)$$

$$\vec{\mu}_l = -\frac{\mu_B \cdot \vec{l}}{h} = -\mu_B \sqrt{l(l+1)} \cdot \vec{l}_e \quad (4)$$

Bei den Vektoren \vec{l}_e und \vec{s}_e handelt es sich um die Einheitsvektoren in die Richtung der Drehmomente. Ein weiterer wichtiger Faktor ist der Lande-Faktor g_s bei der Bestimmung

des magnetischen Moments des Spins. Für das hier betrachtete Elektron beträgt dieser Faktor ungefähr $g_s \approx 2$. Bei dem Lande-Faktor handelt es sich um eine quantenmechanische Korrektur und stellt den Quotient aus tatsächlich gemessenem magnetischem Moment und dem klassisch zu erwartenden magnetischen Moment für ein gegebenes Drehmoment dar. Dieser Faktor existiert theoretisch also auch für die Berechnung des magnetischen Moments beim Bahndrehimpuls. Dort stimmen aber der tatsächlich gemessene Wert und der Erwartungswert nach der klassischen Physik überein, also gilt $g_l = 1$.

2.2 Spin-Bahn-Kopplung und Wechselwirkung der Drehimpulse

Der Spin eines Elektrons und der Bahndrehimpuls koppeln aneinander. Es findet also eine ständige Wechselwirkung zwischen diesen Drehimpulsen statt. Da diese Wechselwirkung sich in Mehrelektronenatomen nur auf komplizierte Art und Weise erklären lässt, sollen im folgenden nur zwei passende Grenzfälle betrachtet werden. Dabei handelt es sich um den Fall besonders hoher Ordnungszahlen und den Fall für besonders niedrige Ordnungszahlen.

2.2.1 Der Mechanismus der LS-Kopplung

Die LS-Kopplung stellt den Grenzfall für Atome niedriger Ordnungszahl dar, also für leichte Atome. Besonders interessant ist dabei die Möglichkeit die Wechselwirkung auf die Wechselwirkung zwischen den Hüllenelektronen zu reduzieren. Die Näherung erlaubt das Zusammenfassen der einzelnen Drehimpulse zu einem einzigen Drehimpuls

$$\vec{L} = \sum_i^n \vec{l}_i, \quad |\vec{L}| = \hbar \cdot \sqrt{L(L+1)}, \quad (5)$$

$$\vec{S} = \sum_i^n \vec{s}_i, \quad |\vec{S}| = \hbar \cdot \sqrt{S(S+1)}. \quad (6)$$

Dabei ergibt sich \vec{L} immer zu einem ganzzahligen Wert, wohingegen durch die halbzahligen Spins der Wert für \vec{S} auch halbzahlige Werte annehmen kann. Nun kann aus Drehimpulsen der Gesamtdrehimpuls und dessen Betrag berechnet werden.

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}, \quad |\vec{J}| = \hbar \cdot \sqrt{J(J+1)} \quad (7)$$

Diese Addition zu einem Gesamtdrehimpuls nennt sich LS-Kopplung, beziehungsweise Russel-Sanders-Kopplung,

2.2.2 jj-Kopplung

Der Grenzfall, welcher hier betrachtet wird, geht von sehr schweren Atomen aus, also Atomen mit hohen Ordnungszahlen. Hierbei wird davon ausgegangen, dass die Wechselwirkungen zwischen Elektronen der Hülle gering sind, da diese Hülle groß ist. Stattdessen

liegt der Fokus auf der Wechselwirkung zwischen Spin und Bahndrehimpuls der einzelnen Elektronen. Es kann für jedes Elektron ein Gesamtdrehimpuls

$$\vec{J}_i = \vec{l}_i + \vec{s}_i \quad (8)$$

angegeben werden, welche sich zum Gesamtdrehimpuls der Atomhülle summieren.

$$\vec{J} = \sum_i^n \vec{J}_i \quad (9)$$

2.3 Die Energieniveaueaufspaltung unter Einfluss eines homogenen Magnetfelds

Hier wird nun das magnetische Moment $\vec{\mu}_J$ des Gesamtdrehimpulses \vec{J} berechnet. Dieses bedarf im Vergleich zu den magnetischen Momenten des Spins und des Bahndrehimpulses etwas mehr Aufwand.

Die erste Annahme, die hierzu getroffen wird, ist die einer Summation der magnetischen Momente von Bahndrehimpuls und Spin:

$$\vec{\mu}_J = \vec{\mu}_L + \vec{\mu}_S. \quad (10)$$

Dieser Ausgangspunkt berücksichtigt nun aber nicht, dass die Richtungen von $\vec{\mu}$ und \vec{J} nicht zusammen fallen, weshalb eine Aufteilung in eine senkrechte Komponente μ_\perp und eine parallele Komponente μ_\parallel benötigt wird. Diese Bezeichnungen über Orthogonalität und Parallelität beziehen sich auf den Gesamtdrehimpuls \vec{J} . Durch quantenmechanische Einflüsse verschwindet hier die senkrechte Komponente, so dass sich für den Betrag

$$|\vec{\mu}_J| = \sqrt{J(J+1)} \cdot g_J \cdot \mu_B \quad (11)$$

ergibt. Der Lande-Faktor g_J ist für diesen Fall

$$g_J = \frac{3J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}. \quad (12)$$

Nun sorgt die Richtungsquantelung, welche durch das äUSSere Magnetfeld hervorgerufen wird, dafür, dass der Winkel zwischen $\vec{\mu}_J$ und \vec{B} durch ein Vielfaches des oben beschriebenen Bohrschen Magnetons beschrieben wird. Für die wichtige z-Komponente parallel zum Magnetfeld gilt:

$$\mu_{J_z} = -m \cdot g_J \cdot \mu_B, \quad -J \leq m \leq J. \quad (13)$$

Das dort verwendete Zeichen m nennt sich Orientierungsquantenzahl und nimmt ganzzahlige Werte von J an. Dem System wird durch das äUSSere Magnetfeld also Energie hinzugefügt.

$$E_{mag} = -\vec{\mu}_J \cdot \vec{B} = m \cdot g_J \mu_B \cdot B \quad (14)$$

Daher ergeben sich äquidistante Energieniveaus, in welche aufgespaltet wird. Es handelt sich hierbei um $2J + 1$.

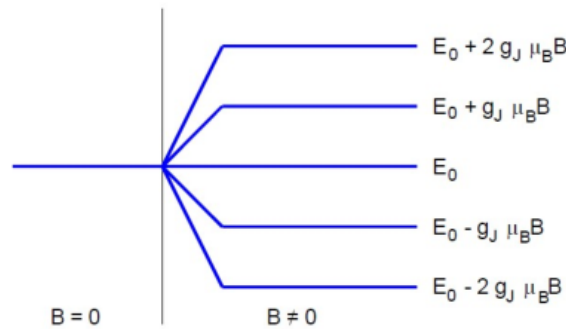


Abbildung 1: Energieaufspaltung für einen Gesamtdrehimpuls $J=2$

2.4 Übersicht über die Auswahlregeln für optische Übergänge

Als optische Übergänge werden Übergänge zwischen Energieniveaus genannt, bei denen ein Photon abgestrahlt oder aufgenommen wird. Jedoch gibt es Auswahlregeln, welche festlegen, welche Übergänge tatsächlich möglich sind. Entscheidende Kriterien sind dabei Symmetrieregeln, Energieerhaltung und Drehimpulserhaltung.

2.4.1 Auswahlregel für die magnetische Quantenzahl

Für polarisiertes Licht gilt die Auswahlregel der magnetischen Quantenzahl m . Sowohl der Fall der Absorption, als auch der Emission wird durch diese Auswahlregel abgedeckt. Bei einem Übergang von E_i nach E_k gilt im allgemeinen $\Delta m = m_i - m_k$, wobei die Auswahlregel vorhersagt, dass für zirkular polarisiertes Licht $\Delta m = \pm 1$ ist, wohingegen $\Delta m = 0$ ist, sollte das Licht linear polarisiert ist. Entscheidend hierfür ist die Drehimpulserhaltung des Atom-Photon-Systems. Zirkular polarisiertes Licht hat einen Drehimpuls des Photons von $\pm \hbar$, wodurch sich bei der Absorption der Gesamtdrehimpuls des Atoms ändert. Das linear polarisierte Licht ist dagegen eine Überlagerung aus beiden Drehrichtungen des zirkularen Lichts, auch σ^+ und σ^- genannt. Der Photonendrehimpuls ist dementsprechend Null, weshalb kein Drehimpuls an das Atom abgegeben wird. Die magnetische Orientierungsquantenzahl m ändert sich also nicht.

Das eben beschriebene σ^\pm -Licht kann sowohl in transversaler, als auch in longitudinaler Richtung zum Magnetfeld beobachtet werden, wohingegen das linear polarisierte π -Licht nur in transversaler Richtung beobachtet werden kann. Mit Hilfe von Filtern kann das Licht in bestimmte Teile bestimmter Polarisation zerlegt werden.

2.5 Der Zeeman Effekt

Der Zeeman Effekt erklärt die Aufspaltung von Spektrallinien eines Atoms unter Einfluss eines äußeren Magnetfelds. Dabei wird unterschieden zwischen dem normalen und dem anomalen Zeeman Effekt. Die Bezeichnung hat dabei historische Gründe. Im folgenden Abschnitt soll auf beide Arten des Zeeman Effekts eingegangen werden.

2.5.1 Der normale Zeeman Effekt

Eine anfängliche Voraussetzung für die Existenz des normalen Zeeman Effekts ist ein Spin von $S = 0$, wodurch sich der Lande-Faktor zu $g_s = 1$ ergibt. Außerdem entfällt die Abhängigkeit von J und L . Die Verschiebung der verschiedenen Energieniveaus ergibt sich dadurch zu $\Delta E = m\mu_B B$. Die Aufspaltung ist dabei ebenfalls äquidistant und es bilden sich $2J + 1$ -Unterniveaus.

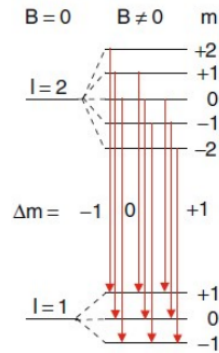


Abbildung 2: Zeeman Effekt bei $\Delta m = 0, \pm 1$

Schematisch lässt sich die Aufspaltung darstellen wie in Abbildung 2. Hierbei ergeben sich drei Spektrallinien mit den Werten $\Delta = 0, \pm 1$. Bei der Beobachtung ist hier definitiv die Beobachtungsrichtung. So ist in Transversalrichtung alle drei Spektrallinien des Zeeman-Tripletts zu sehen, wobei in longitudinaler Richtung nur die σ^\pm -Linien sichtbar sind.

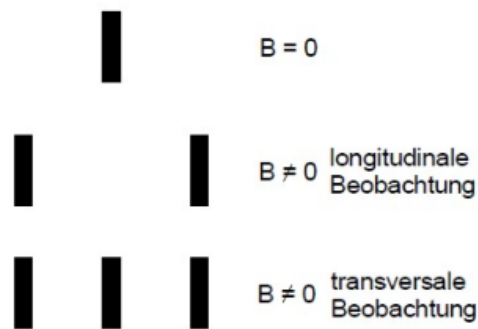


Abbildung 3: Schema der Aufspaltung der Spektrallinien abhängig von der Betrachtungsrichtung

2.5.2 Anormaler Zeeman Effekt

Der Spin wird beim anormalen Zeeman Effekt nun auch berücksichtigt. Dieser deckt also den Fall für $S \neq 0$ ab. Dadurch wird auch die Energiedifferenz abhängig vom Spin. Der Lande-Faktor ist nun nicht mehr $g_s = 1$. Es ergeben sich deutlich mehr Spektrallinien nach

$$\Delta E = E_i - E_k = \Delta E_{mag}(g_{IJ}), \quad (15)$$

welches die Energiedifferenz ΔE bestimmt. Allgemein wird das Spektrum deutlich linienreicher.

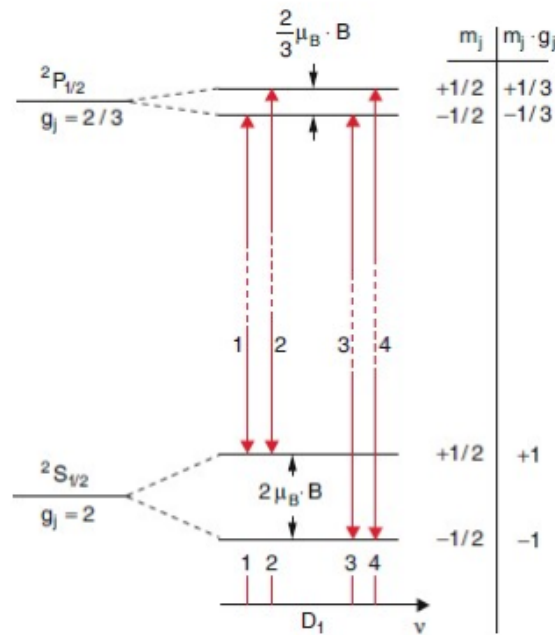


Abbildung 4: Linienschema des anomalen Zeeman Effekts am Beispiel eines Na-Atoms

2.6 Die Lummer-Gehrcke-Platte

Im Versuch wird ein Spektrometer namens Lummer-Gehrcke-Platte verwendet. Dieses optische Element ermöglicht die Darstellung der Spektrallinien mit höherer Auflösung. Dazu wird die Interferenz an planparallelen Platten ausgenutzt.

Wie in Abbildung 5 dargestellt, fällt der Lichtstrahl durch ein Prisma in die Lummer-Gehrcke-Platte. Dabei wird das Licht im Inneren des Elements an den parallelen Flächen reflektiert, wobei ein kleiner Teil transmittiert. Die so transmittierten Strahlen können nun mit einander interferieren. Dieser Umstand führt zu konstruktiver Interferenz, wenn die Strahlen ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge als Gangunterschied haben.

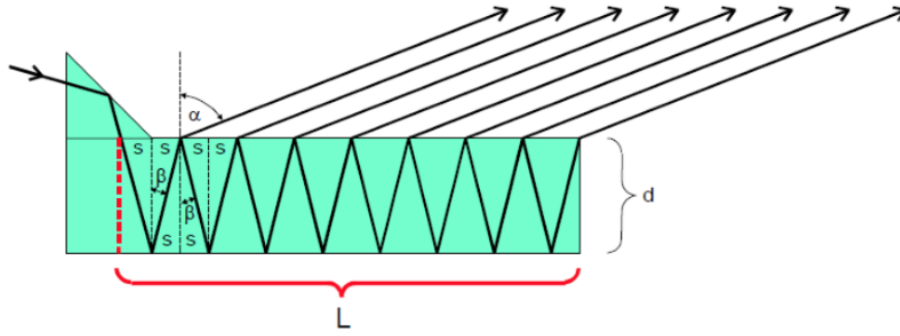


Abbildung 5: Darstellung und Funktionsweise der Lummer-Gehrcke-Platte

Die Wellenlänge ändert sich nun beim Einschalten eines Magnetfelds um $\delta\lambda$. Es verschieben sich die Interferenzstreifen um δs . Die Änderung der Wellenlänge ergibt sich dann zu

$$\delta\lambda = \frac{\delta s \cdot \Delta\lambda_D}{2\Delta s}. \quad (16)$$

Die maximale Wellenlängendifferenz $\Delta\lambda_D$ gibt an wie groß die Differenz höchstens sein kann ohne dass eine Überlagerung auftritt.

Dementsprechend entspricht das Dispersionsgebiet

$$\Delta\lambda_D = \frac{\lambda^2}{2d\sqrt{n^2 - 1}}. \quad (17)$$

Dabei handelt es sich bei dem Formelzeichen n um den Brechungsindex. Unter Betracht dessen resultiert das in einem Auflösungsvermögen A der Lummer-Gehrcke-Platte der Länge L von

$$A = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = (n^2 - 1) \cdot \frac{L}{\lambda}. \quad (18)$$

3 Der Versuchsaufbau

Der Aufbau des Versuch ist schematisch in Abbildung 6 dargestellt.

Eine Cadmiumlampe wird zwischen den Polschuhen eines Elektromagneten angebracht, um die Beobachtung des normalen und des anomalen Zeeman Effekts möglich zu machen. Das Licht der Lampe wird durch ein System von Linsen gebündelt und in ein Gradsichtprisma geleitet. Das Gradsichtprisma zerlegt den Lichtstrahl in seine verschiedenen Spektrallinien, verändert aber die Ausbreitungsrichtung des Strahls nicht. Ein Polarisationsfilter sortiert nach Polarisation. Außerdem sorgt ein Spalt für einheitliche Wellenlängen. Dieser nach Wellenlänge und Polarisation gereinigte Strahl wird nun auf das Eingangsprisma der Lummer-Gehrcke-Platte gelenkt. Es zeigt sich ein Interferenzmuster, welches zu guterletzt mit einer Digitalkamera abgebildet werden kann.

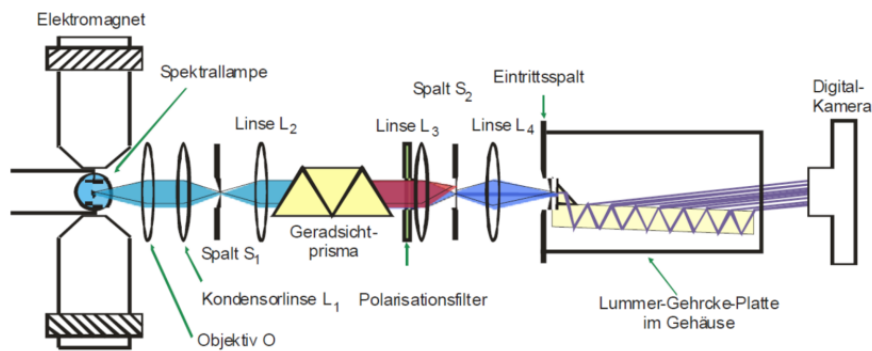


Abbildung 6: Schematische Darstellung des Versuchsaufbaus

4 Die Durchführung

Zu Beginn des Versuchs muss zur Eichung das Magnetfeld mit Hilfe eines Hall-Messgerätes bei verschiedenen Strömen gemessen werden.

Nun wird das Magnetfeld auf die rote oder die blaue Spektrallinie eingestellt. Nun müssen alle Elemente des Aufbaus eingestellt werden, so dass sich ein scharfes Bild ergibt. Dabei sollte an der Seite, an der die Lampe ist, begonnen werden.

Es wird die Messung der blauen Linie begonnen. Der Polarisationsfilter muss dazu auf 0° eingestellt werden. So kann der σ -Übergang betrachtet werden. Nun wird der Filter auf 90° verstellt und der π -Übergang beobachtet.

Analog dazu wird nach Beenden der Messreihe die rote Linie untersucht.

5 Vorbereitungsaufgaben

5.1 Energiestruktur eines Atoms

5.1.1 Welche Quantenzahlen definieren den Zustand eines Elektrons im Wasserstoffatom?

Der Zustand des Elektrons im Wasserstoffatom wird definiert durch 4 Quantenzahlen:

- Die Hauptquantenzahl n , gibt die Schale an,
- die nebenquantenzahl l , gibt das Unterniveau an,
- die Magnetquantenzahl m , gibt die Orientierung des Bahndrehimpulses an und die Spinquantenzahl s .

5.1.2 Was ist die Feinstruktur (Spin-Bahn-Kopplung)?

Die Feinstruktur ist die Aufspaltung der Energieniveaus über die Hauptniveaus hinaus. Bei der Spin-Bahn-Kopplung handelt es sich um eine Wechselwirkung zwischen dem Spin und dem eigenen Magnetfeld. Der Gesamtdrehimpuls ergibt sich hierbei aus der Summe des Bahndrehimpulses mit dem Spin.

5.1.3 Beschreiben sie die LS-Kopplung und die jj-Kopplung.

Die LS-Kopplung tritt bei leichten Atomen (Ordnungszahl $Z < 50$) auf. Die LS-Kopplung ist die Kopplung zwischen den Bahndrehimpulsen und den Spins der Elektronen. Bei den leichten Atomen ist diese Kopplung stärker als die Spin-Bahn-Kopplung und eine gute Näherung

Bei schwereren Atomen wird die Spin-Bahn-Kopplung stärker und dann ist die jj-Kopplung eine gute Näherung für die Energiezustände des Atoms.

5.2 Magnetisches Moment des Atoms

5.2.1 Wie ist der Zusammenhang zwischen dem Magnetischen Moment eines Elektrons und seinen Drehimpulsquantenzahlen?

Der Zusammenhang ist das gyromagnetische Verhältnis. Dieses beschreibt den Faktor zwischen dem Drehimpuls und dem magnetischen Moment eines Teilchens.

5.2.2 Was ist der Unterschied zwischen dem gyromagnetischen Verhältnis für den Elektronenspin und demjenigen für den Drehimpuls?

Das gyromagnetische Verhältnis unterscheidet sich um einen g-Faktor, dieser ist beim Bahndrehimpuls 1 und verändert das Verhältnis somit nicht. Für den Spin ist dieser g-Faktor allerdings 2 und deshalb unterscheiden sich die Verhältnisse um einen Faktor 2.

5.3 Aufspaltung des Energieniveaus eines Atoms im homogenen Feld

Der Lande Faktor ist das Verhältnis zwischen dem Drehimpuls und dem magnetischen Moment.

5.3.1 In wie viele Niveaus spaltet sich der Zustand mit Gesamtdrehimpuls J?

Ein Zustand mit Gesamtdrehimpuls J spaltet sich in $2J+1$ äquidistante Niveaus auf.

5.3.2 Wie ändert sich die Aufspaltung mit der Magnetfeldstärke?

Bei kleinen Feldstärken tritt der Zeeman Effekt auf. In dieser Aufspaltung entstehen äquidistante Energieniveaus und die Spin-Bahn-Kopplung ist vorherrschend.

Bei grossen Feldstärken ist die LS-Kopplung gestört. Die Energieniveaus sind bei dieser Aufspaltung nicht mehr äquidistant und der Paschen-Bach-Effekt kommt hinzu.

5.3.3 Was versteht man unter dem Paschen-Bach-Effekt

Bei grossen Magnetfeldstärken tritt der Paschen-Bach-Effekt auf. Durch die grossen äusseren Magnetfelder wird die LS-Kopplung gestört. Bei der Betrachtung der Spektrallinien sieht der eigentlich auftretende anomale Zeeman Effekt aus wie der normale Zeeman Effekt.

5.4 Optische Übergänge zwischen Zeemanaufgespaltenen Energieniveaus

Optische Übergänge sind Übergänge die mit Photonenemission oder -absorption funktionieren. Dabei verändert sich die Magnetquantenzahl m . Erlaubte Übergänge sind Übergänge bei denen gilt, dass die Differenz aus der alten und neuen Quantenzahl m 0, 1 oder -1 ist. Also:

$$m_{alt} - m_{neu} = \Delta m = [-1, 0, 1] \quad (19)$$

Es werden bei dem anomalen Zeeman Effekt mehr Spektrallinien beobachtet als beim normalen Zeeman Effekt. Dabei sind die Spektrallinien zirkular polarisiert wenn $\Delta m = [-1, +1]$ und linear polarisiert, wenn $\Delta m = 0$.

5.5 Optische Übergänge in Cd-Atomen

5.5.1 Berechnen sie die Lande Faktoren g_i und die Aufspaltung ΔE der Zeeman Linien

Mit der Formel,

$$g_i = 1 + \frac{j(j+1) - l(l+1) + s(s+1)}{2j(j+1)} \quad (20)$$

wobei j die Gesamtdrehimpulsquantenzahl, l die Bahndrehimpulsquantenzahl und s die Spinquantenzahl ist, lassen sich die Lande Faktoren berechnen. Für die Zustände 1p_1 , 1D_2 , 3p_1 und 3s_1 ergeben sich folgende Lande Faktoren:

Tabelle 1: Lande Faktoren

Zustand	Lande Faktor
1p_1	1.0
1D_2	1.0
3p_1	1.5
3s_1	2.0

Die Aufspaltung ΔE wird mit folgender Formel berechnet:

$$\Delta E = (m_{g_i,2} - m_{g_i,1}) \quad (21)$$

5.6 Dispersionsgebiet und Auflösungsvermögen

Das Dispersionsgebiet wird mit Formel 22 und das Auflösungsvermögen mit Formel 23 bestimmt. Mit $d = 4mm$, $L = 120mm$, $n(@644nm) = 1.4567$ und $n(@480nm) = 1.4635$ ergeben sich die Werte in 24 und 26.

$$\Delta\lambda_D = \frac{\lambda^2}{2d} \frac{1}{\sqrt{n^2 - 1}} \quad (22)$$

$$A = \frac{L}{\lambda}(n^2 - 1) \quad (23)$$

$$\Delta\lambda_D(@644) = 48.91pm \quad (24)$$

$$\Delta\lambda_D(@480) = 26.95pm \quad (25)$$

$$A_{rot} = 209063.64 \quad (26)$$

$$A_{blau} = 285458.06 \quad (27)$$

6 Auswertung

6.1 Eichung des Elektromagneten

Für die Eichung des Elektromagneten wird eine Hallsonde verwendet. Diese wird mithilfe eines Stativs zwischen die Polschuhe des Elektromagneten gebracht. Nun wird das Magnetfeld in Abhängigkeit von der Stromstärke gemessen. Die Ergebnisse dieser Messung sind in 4 zu sehen und noch einmal in 7 graphisch dargestellt. Diese graphische Darstellung ist erweitert um eine Ausgleichsrechnung der Form:

$$B(I) = a * I^2 + b * I + c. \quad (28)$$

Diese lineare Regression wurde mit Python durchgeführt. Dabei entstehen folgende Werte für die Parameter a, b und c:

$$a = (-5.930 \pm 0.325) \text{ mT/A}^2 \quad (29)$$

$$b = (121.318 \pm 2.690) \text{ mT A}^{-1}c = (-20.926 \pm 4.219) \text{ mT} \quad (30)$$

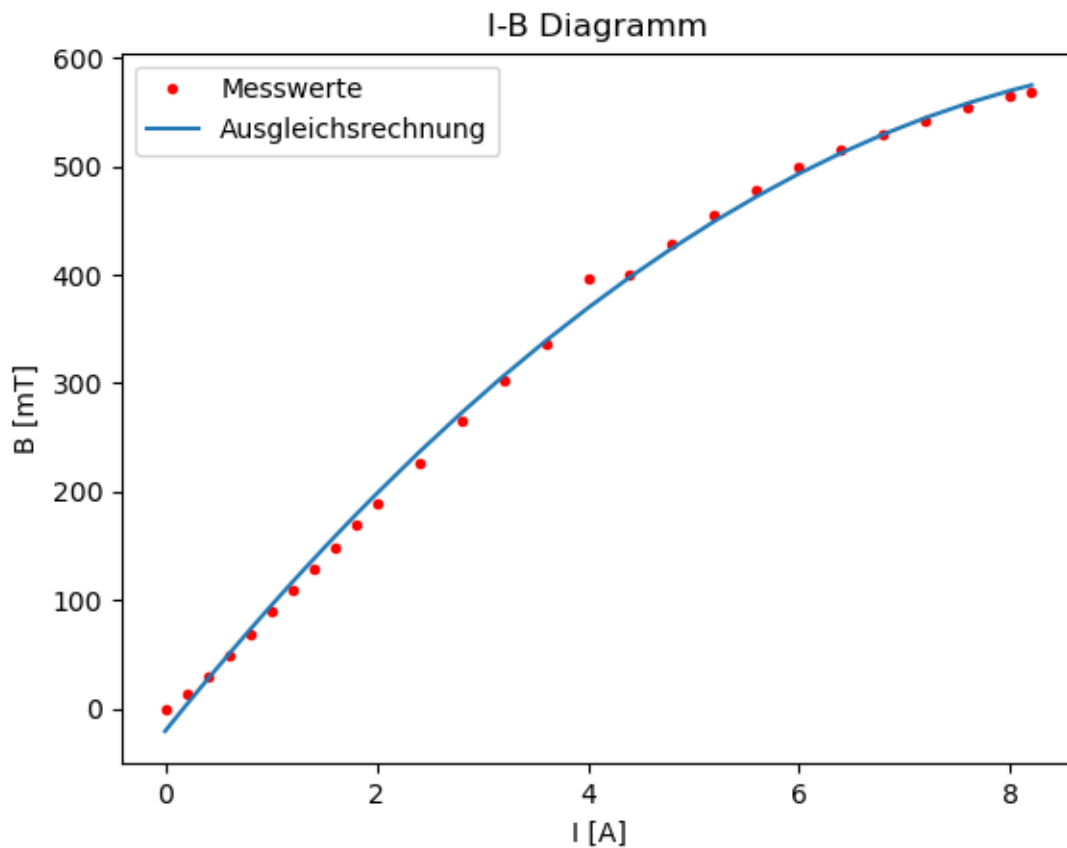


Abbildung 7: Messwerte der Eichung des Elektromagneten, dargestellt mit dem zugehörigen Ausgleichsgraphen.

6.2 Wellenlängenaufspaltung des Cd-Spektrums

6.2.1 Bestimmung des geeigneten Magnetfelds für die Aufnahme der Wellenlängenaufspaltung

Für die Bestimmung des optimalen Magnetfelds für folgende Messungen ist eine kurze Herleitung der Formel für eben dieses Magnetfeld erforderlich.

$$E = h \frac{c}{\lambda} \quad (31)$$

$$\frac{dE}{d\lambda} = -h \frac{c}{\lambda^2} \quad (32)$$

$$\frac{\Delta E}{\delta \lambda} = -h \frac{c}{\lambda^2} \quad (33)$$

$$\Delta E = -h \frac{c}{\lambda^2} \delta \lambda \quad (34)$$

$$\mu_B g B = -h \frac{c}{\lambda^2} \delta \lambda \quad (35)$$

$$B = -\frac{hc}{\lambda^2} \delta \lambda \frac{1}{\mu_B g} \quad (36)$$

$$B = -\frac{hc}{\lambda^2} \Delta \lambda_D \frac{1}{\mu_B g} \quad (37)$$

Mit dem planckschen Wirkungsquantum $h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J s}$, der Lichtgeschwindigkeit $c = 3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$ und dem Bohrschen Magneton $9.274 \times 10^{-24} \text{ J T}^{-1}$ ergeben sich für das optimale Magnetfeld die Werte in 2.

Tabelle 2: optimale Magnetfeldstärken

Farbe	Polarisation	optimale B-Feldstärke [T]
Rot	σ	0.632
Blau	π	1.253
	σ	0.418 ($g=\frac{3}{2}$)
	σ	0.313 ($g=2$)

6.3 Wellenlängenaufspaltung der roten Linie

Um die Wellenlängenaufspaltung zu bestimmen, werden die aufgenommenen Bilder 8 und 9 mit Paint analysiert. Dabei wird jeweils der Abstand zwischen den Spektrallinien in Pixeln betrachtet und dann mittels Formel 38 in die Wellenlängenaufspaltung umgerechnet. Bei der Rechnung wurde davon ausgegangen, dass der Abstand mit einer ungenauigkeit von 5 Pixeln bestimmt wurde. Mit dieser Unsicherheit wurde mittels Python eine Fehlerrechnung durchgeführt und die resultierende Unsicherheit ist, genau wie der Wert der Aufspaltung, in Tabelle 5 zu sehen.

$$\delta \lambda = \frac{1}{2} \frac{\delta s}{\Delta s} \Delta \lambda_D \quad (38)$$

Um nun die Energiedifferenz und den Lande-Faktor zu bestimmen muss zunächst das Magnetfeld bestimmt werden. Es wurde mit einer Stromstärke von 7.8 A ein Magnetfeld erzeugt bei dieser Messung. Nach 28 ist das ein Magnetfeld von 564.5732 mT. Die Energiedifferenz ΔE lässt sich mit

$$\Delta E = \frac{h * c}{\lambda^2} * \delta \lambda \quad (39)$$

bestimmen. Dabei ist h das Plancksche Wirkungsquantum, c die Lichtgeschwindigkeit, λ die Wellenlänge und $\delta \lambda$ die Wellenlängenänderung. Mit dem Bohrschen Magneton und Gleichung 40 lässt sich nun der Lande Faktor bestimmen.

$$g_{ij} = \frac{\Delta E}{B * \mu_B} \quad (40)$$

Werden in diese Gleichungen nun alle Werte eingetragen so entstehen diese Ergebnisse:

$$\begin{aligned} B &= 564.573 \text{ mT} \\ \Delta E &= 3.106 \times 10^{-24} \text{ J} \\ g_{ij} &= 0.593 \end{aligned}$$

6.4 Zeemanaufspaltung der blauen Linie

Das Vorgehen bei der Auswertung der Bilder für die blaue Spektrallinie verläuft analog. Diesmal werden die Bilder 10 und 11 verwendet. Diese werden auch mit der Formel 38 in die Wellenlängenaufspaltung umgerechnet. Die Fehlerrechnung verläuft analog. Die den Bildern entnommenen Werte und die entstehenden Werte sind in 6 zu sehen.

Auch für die Berechnung des Lande Faktors für die blaue Linie wird die gleiche Rechnung verwendet. Es werden die Gleichungen 28, 39 und 40 verwendet. Dabei entstehen folgende Werte:

$$\begin{aligned} B &= 369.466 \text{ mT} \\ \Delta E &= 5.686 \times 10^{-24} \text{ J} \\ g_{ij} &= 1.660 \end{aligned}$$

7 Diskussion

7.1 Allgemeine Fehlerquellen bei der Durchführung und dem Aufbau

Bei der Durchführung dieses Versuchs sind einige Fehlerquellen entstanden. Das Magnetfeld lies sich für eine auswertbare Aufnahme von Bildern der blauen pi-Linie überhaupt nicht einstellen. Das Ergebnis ist 12. Dieses Bild lies sich nicht schärfer einstellen und so können keine Werte abgelesen werden.

Weiterhin ist die Feinjustierung des Aufbaus sehr komplex und kleine Veränderungen erzeugen ein stark verändertes Bild.

Ausserdem war es nicht möglich noch mehr Ordnungen der einzelnen Aufspaltungen scharf ins Bild zu bekommen. Daher entsteht ein grösserer Fehler, weil der Mittelwert aus weniger Werten zusammengesetzt ist.

Die Eichung des Magnetfelds ist auch fehlerbehaftet, da diese von mit dem Auge abgelesenen Werten und einer fehlerbehafteten Ausgleichsrechnung abhängt.

Auch die anschliessende Auswertung der Bilder liefert Fehlerquellen. Bei dem ablesen des Pixelabstands musste mit dem Auge das Zentrum der einzelnen Linien bestimmt und dann mit der Maus anvisiert werden. Auch hierbei werden Ungenauigkeiten entstanden sein.

7.2 Abweichung der Werte

Die berechneten Werte sowie die zugehörigen Literaturwerte und die Abweichungen der berechneten zu den Literaturwerten sind in 3 eingetragen. Es ist zu erkennen, dass der Wert für die blaue σ -Linie deutlich näher am Literaturwert liegt als der für die rote Linie. Dies war nach der Durchführung auch so zu erwarten. Während die blaue σ -Linie verhältnismässig einfach scharf abzulichten war, bereitete die rote σ -Linie an der Stelle grössere Schwierigkeiten. Dort hat es sehr viel Arbeit gebraucht um mehrere Ordnungen scharf ins Bild zu bekommen und trotz mehrfacher Feinjustierung sind es immer noch weniger Ordnungen als bei der blauen Linie. Der Messwert der blauen Linie profitiert daher von mehr Messwerten, da mehr Ordnungen abzulesen sind. Dabei war das Magnetfeld ein grosses Hindernis. Denn neben allen anderen bereits erwähnten Fehlerquellen, lässt sich auch für die rote Linie das Magnetfeld nicht hoch genug einstellen. Das Problem gab es bei der blauen σ -Linie nicht. Unter Berücksichtigung all dieser Fehlerquellen und durch den Aufbau bedingten Probleme haben die Werte allerdings keine Abweichung, die sich nicht durch diese erklären lässt. Das Experiment ist also als erfolgreich durchgeführt einzustufen.

Tabelle 3: Berechnete Lande Faktoren und die Abweichung

Farbe	Berechneter Lande Faktor	Literatur Lande Faktor	Abweichung
Blau	1.660	1.75	5.14%
Rot	0.593	1	40.7%

8 Literatur

https://moodle.tu-dortmund.de/pluginfile.php/1929918/mod_resource/content/5/V27-Mai2019.pdf

https://de.wikipedia.org/wiki/Bohrsches_Magneton

https://de.wikipedia.org/wiki/Plancksches_Wirkungsquantum

9 Messwerte

Tabelle 4: Messreihe zur Eichung des Elektromagneten

Zustand	Lande Faktor
0	0
0.2	14
0.4	30
0.6	49
0.8	68
1	90
1.2	109
1.4	129
1.6	149
1.8	169
2	190
2.4	227
2.8	266
3.2	302
3.6	336
4	396
4.4	400
4.8	429
5.2	455
5.6	479
6	500
6.4	516
6.8	530
7.2	543
7.6	555
8.0	566
8.2	569

Tabelle 5: Wellenlängenaufspaltung der roten Linie

Ordnung	Δs [px]	δs [px]	$\delta \lambda$
1	365	110	$(7.375 \pm 0.350) \text{ e} - 12\text{m}$
2	290	72	$(6.498 \pm 0.437) \text{ e} - 12\text{m}$
3	245	60	$(5.993 \pm 0.514) \text{ e} - 12\text{m}$
4	220	55	$(6.118 \pm 0.573) \text{ e} - 12\text{m}$
5	190	50	$(6.440 \pm 0.666) \text{ e} - 12\text{m}$
Mittelwert			$(6.48 \pm 0.23) \text{ e} - 12\text{m}$

Tabelle 6: Wellenlängenaufspaltung der blauen Linie

Ordnung	Δs [px]	δs [px]	$\delta \lambda$
1	275	150	$(7.351 \pm 0.279) \text{ e} - 12\text{m}$
2	220	115	$(7.044 \pm 0.346) \text{ e} - 12\text{m}$
3	190	105	$(6.545 \pm 0.428) \text{ e} - 12\text{m}$
4	175	85	$(7.447 \pm 0.405) \text{ e} - 12\text{m}$
5	160	75	$(5.896 \pm 0.460) \text{ e} - 12\text{m}$
6	150	70	$(5.840 \pm 0.490) \text{ e} - 12\text{m}$
7	135	60	$(5.989 \pm 0.546) \text{ e} - 12\text{m}$
Mittelwert			$(6.59 \pm 0.16) \text{ e} - 12\text{m}$

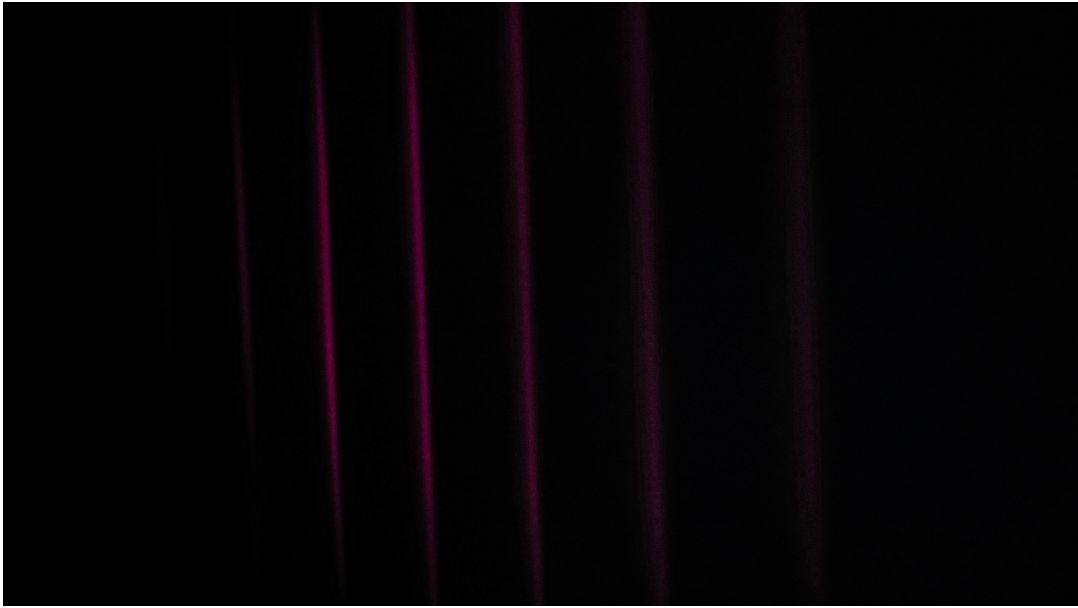


Abbildung 8: Wellenlängenaufspaltung der roten Linie ohne B-Feld.

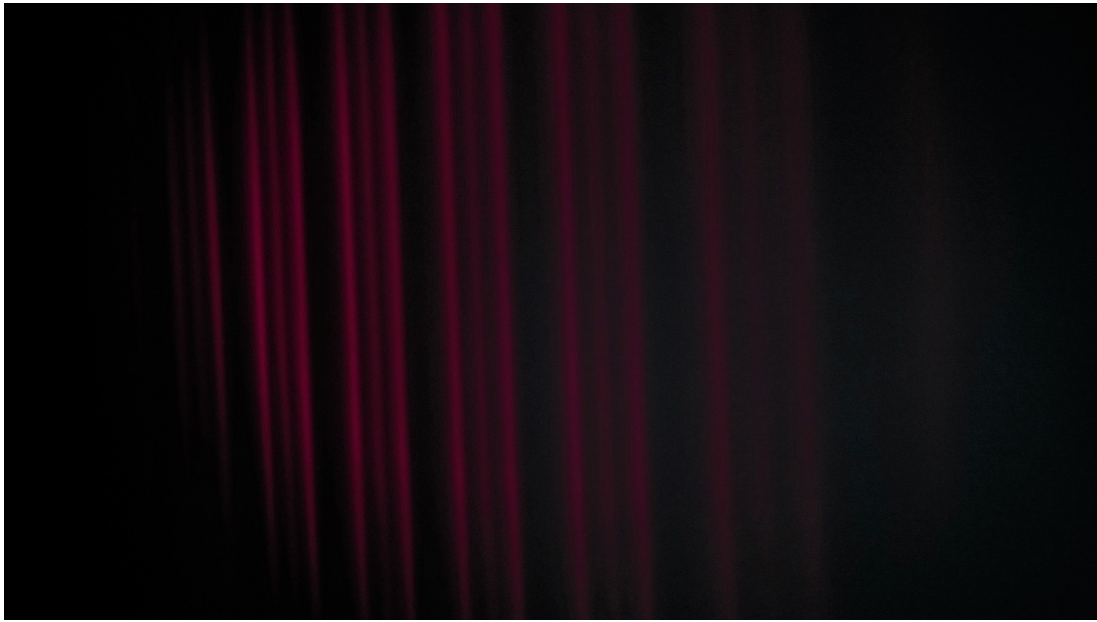


Abbildung 9: Wellenlängenaufspaltung der roten Linie mit B-Feld.

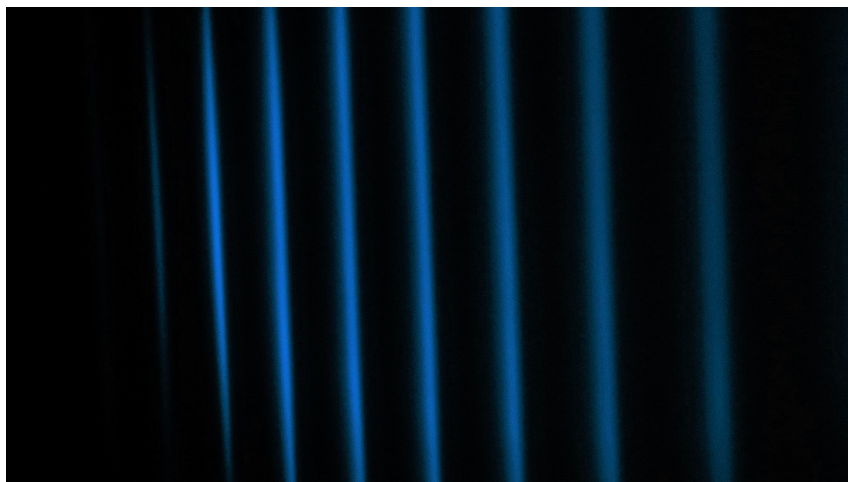


Abbildung 10: Wellenlängenaufspaltung der blauen Linie ohne B-Feld.

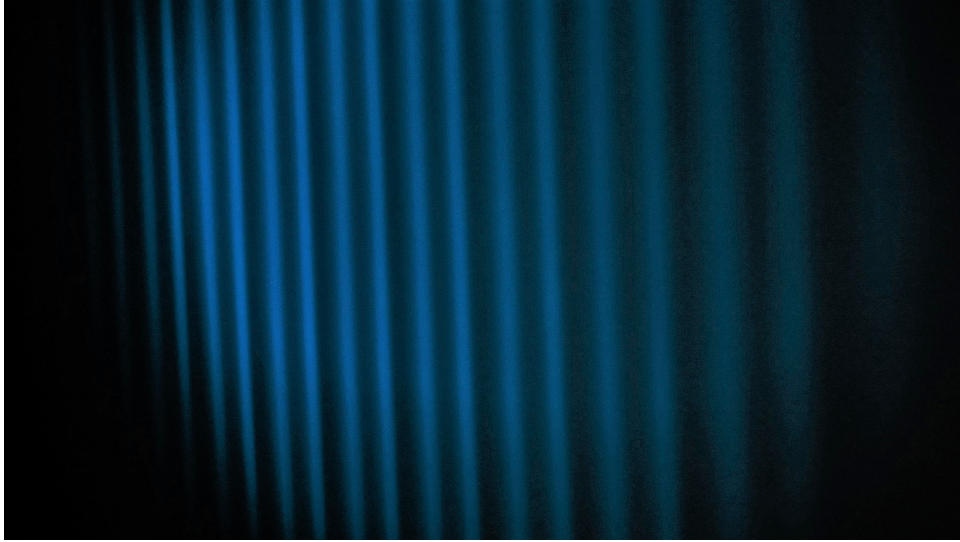


Abbildung 11: Wellenlängenaufspaltung der blauen π -Linie ohne B-Feld.

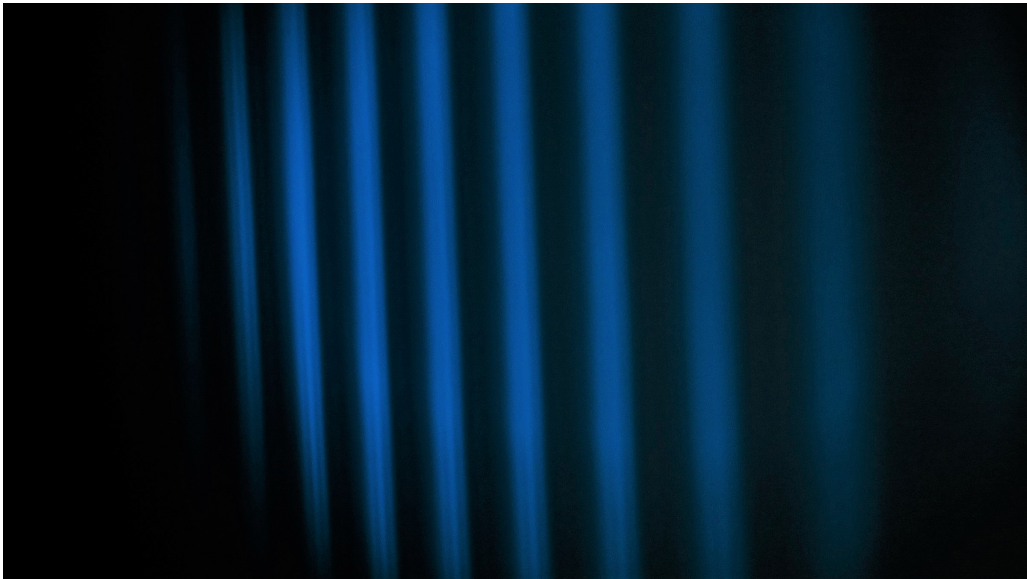


Abbildung 12: Wellenlängenaufspaltung der blauen σ -Linie ohne B-Feld.