

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования «Национальный исследовательский университет ИТМО»**

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Лабораторная работа №2

По информатике

Синтез помехоустойчивого кода

Вариант №13

Выполнил:

Ступин Тимур Русланович

Группа № Р3108

Проверил:

Балакшин Павел Валерьевич

Кандидат технических наук

Доцент факультета ПИиКТ

Санкт-Петербург 2023

Содержание

| | |
|---------------------------------------|----|
| Задание..... | 3 |
| Основные этапы вычисления..... | 4 |
| Задание 1 | 4 |
| Задание 2..... | 4 |
| Задание 3..... | 4 |
| Задание 4..... | 5 |
| Пример №1 | 5 |
| Пример №2 | 6 |
| Пример №3 | 7 |
| Пример №4 | 8 |
| Задание 5..... | 8 |
| Задание 6..... | 9 |
| Задание 7..... | 10 |
| Задание 8..... | 10 |
| Задание 9..... | 11 |
| Заключение..... | 13 |
| Список использованных источников..... | 13 |

Задание

- 1) Определить свой вариант задания с помощью номера в ISU (он же номер студенческого билета). Вариантом является комбинация 3-й и 5-й цифр. Т. е. если номер в ISU = 123456, то вариант = 35.
- 2) На основании номера варианта задания выбрать набор из 4 полученных сообщений в виде последовательности 7-символьного кода.
- 3) Построить схему декодирования классического кода Хэмминга (7;4), которую представить в отчёте в виде изображения.
- 4) Показать, исходя из выбранных вариантов сообщений (по 4 у каждого – часть №1 в варианте), имеются ли в принятом сообщении ошибки, и если имеются, то какие. Подробно прокомментировать и записать правильное сообщение.
- 5) На основании номера варианта задания выбрать 1 полученное сообщение в виде последовательности 11-символьного кода.
- 6) Построить схему декодирования классического кода Хэмминга (15;11), которую представить в отчёте в виде изображения.
- 7) Показать, исходя из выбранного варианта сообщений (по 1 у каждого – часть №2 в варианте), имеются ли в принятом сообщении ошибки, и если имеются, то какие. Подробно прокомментировать и записать правильное сообщение.
- 8) Сложить номера всех 5 вариантов заданий. Умножить полученное число на 4. Принять данное число как число информационных разрядов в передаваемом сообщении. Вычислить для данного числа минимальное число проверочных разрядов и коэффициент избыточности.
- 9) Дополнительное задание №1 (позволяет набрать от 86 до 100 процентов от максимального числа баллов БаРС за данную лабораторную). Написать программу на любом языке программирования, которая на вход получает набор из 7 цифр «0» и «1», записанных подряд, анализирует это сообщение на основе классического кода Хэмминга (7,4), а затем выдает правильное сообщение (только информационные биты) и указывает бит с ошибкой при его наличии.
- 10) Оформить отчёт по лабораторной работе исходя из требований

Основные этапы вычисления

Задание 1

Номер ИСУ: 409642 => номер варианта = $9 + 4 = 13$

Задание 2

Набор сообщений из варианта (Таблица 1)

Таблица 1

| | r ₁ | r ₂ | i ₁ | r ₃ | i ₂ | i ₃ | i ₄ |
|----|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| №1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| №2 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| №3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| №4 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |

Задание 3

Схема декодирования классического кода Хэмминга (7;4) (Рисунок 1)

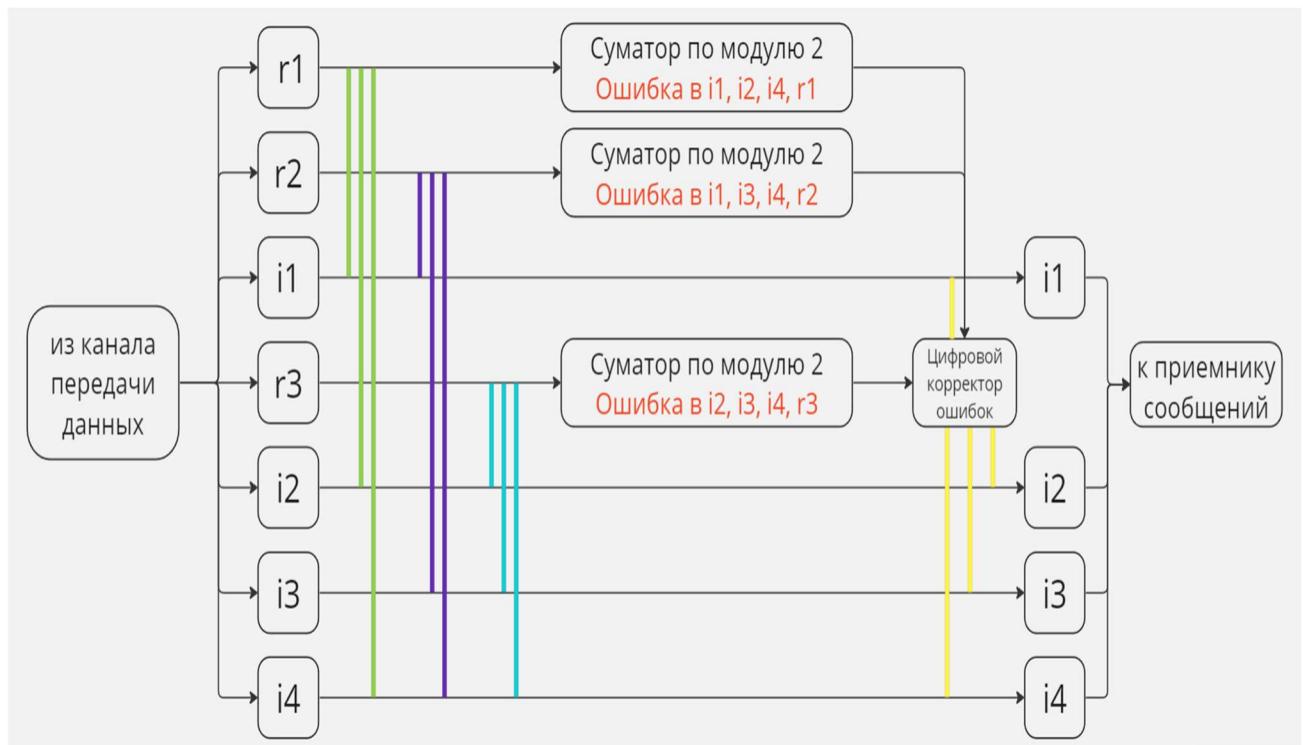


Рисунок 1

Задание 4

Построим таблицу для декодирование классического кода Хэмминга (7;4) (Таблица 2)

Таблица 2

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 2^x | r_1 | r_2 | i_1 | r_3 | i_2 | i_3 | i_4 | S |
| 1 | X | | X | | X | | X | s_1 |
| 2 | | X | X | | | X | X | s_2 |
| 4 | | | | X | X | X | X | s_3 |

Построим таблицу соответствия синдромов и конфигураций ошибок (Таблица 3)

Таблица 3

| Синдром S (s_1, s_2, s_3) | 000 | 001 | 010 | 011 | 100 | 101 | 110 | 111 |
|--|-----|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| Конфигурация ошибок (позиция в сообщении) | НЕТ | 0001000 | 0100000 | 0000010 | 1000000 | 0000100 | 0010000 | 0000001 |
| Ошибка в символе | НЕТ | r_3 | r_2 | i_3 | r_1 | i_2 | i_1 | i_4 |

Пример №1

- Используя шаблон (Таблица 2), построим таблицу для декодирования классического кода Хэмминга для данного примера (Таблица 4)

Таблица 4

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | |
|-------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Полученное сообщение | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | |
| 2^x | r_1 | r_2 | i_1 | r_3 | i_2 | i_3 | i_4 | S |
| 1 | X | | X | | X | | X | s_1 |
| 2 | | X | X | | | X | X | s_2 |
| 4 | | | | X | X | X | X | s_3 |

2. Вычислим синдромы последовательности

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 0$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$

3. $S_1S_2S_3 = 101$. Используя таблицу соответствия синдромов и конфигураций ошибок (Таблица 3) получаем что ошибка в бите i_2
4. Инвертируем этот бит и получим правильное сообщение: $1111011 \rightarrow 1111111$
5. Ответ: 1111111

Пример №2

1. Используя шаблон (Таблица 2), построим таблицу для декодирования классического кода Хэмминга для данного примера (Таблица 5)

Таблица 5

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | |
|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Полученное сообщение | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | |
| 2^x | r_1 | r_2 | i_1 | r_3 | i_2 | i_3 | i_4 | S |
| 1 | X | | X | | X | | X | s_1 |
| 2 | | X | X | | | X | X | s_2 |
| 4 | | | | X | X | X | X | s_3 |

2. Вычислим синдромы последовательности

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$

3. $S_1S_2S_3 = 111$. Используя таблицу соответствия синдромов и конфигураций ошибок (Таблица 3) получаем что ошибка в бите i_4
4. Инвертируем этот бит и получим правильное сообщение: $0101011 \rightarrow 0101010$
5. Ответ: 0101010

Пример №3

- Используя шаблон (Таблица 2), построим таблицу для декодирования классического кода Хэмминга для данного примера (Таблица 6)

Таблица 6

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | |
|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Полученное сообщение | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | |
| 2^x | r_1 | r_2 | i_1 | r_3 | i_2 | i_3 | i_4 | S |
| 1 | X | | X | | X | | X | s_1 |
| 2 | | X | X | | | X | X | s_2 |
| 4 | | | | X | X | X | X | s_3 |

- Вычислим синдромы последовательности

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 1$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 = 0$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 = 0$$

- $S_1S_2S_3 = 100$. Используя таблицу соответствия синдромов и конфигураций ошибок (Таблица 3) получаем что ошибка в бите r_1
- Инвертируем этот бит и получим правильное сообщение: $1111100 \rightarrow 0111100$
- Ответ: 0111100

Пример №4

- Используя шаблон (Таблица 2), построим таблицу для декодирования классического кода Хэмминга для данного примера (Таблица 7)

Таблица 7

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | |
|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Полученное сообщение | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | |
| 2^x | r_1 | r_2 | i_1 | r_3 | i_2 | i_3 | i_4 | S |
| 1 | X | | X | | X | | X | s_1 |
| 2 | | X | X | | | X | X | s_2 |
| 4 | | | | X | X | X | X | s_3 |

- Вычислим синдромы последовательности

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 0$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 1$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 0$$

- $S_1S_2S_3 = 010$. Используя таблицу соответствия синдромов и конфигураций ошибок (Таблица 3) получаем что ошибка в бите r_2
- Инвертируем этот бит и получим правильное сообщение: $1000110 \rightarrow 1100110$
- Ответ: 1100110

Задание 5

Сообщение в виде последовательности 11-символьного кода (Таблица 8)

Таблица 8

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|----------|
| r_1 | r_2 | i_1 | r_3 | i_2 | i_3 | i_4 | r_4 | i_5 | i_6 | i_7 | i_8 | i_9 | i_{10} | i_{11} |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Задание 6

Схема декодирования классического кода Хэмминга (15;11) (Рисунок 2)

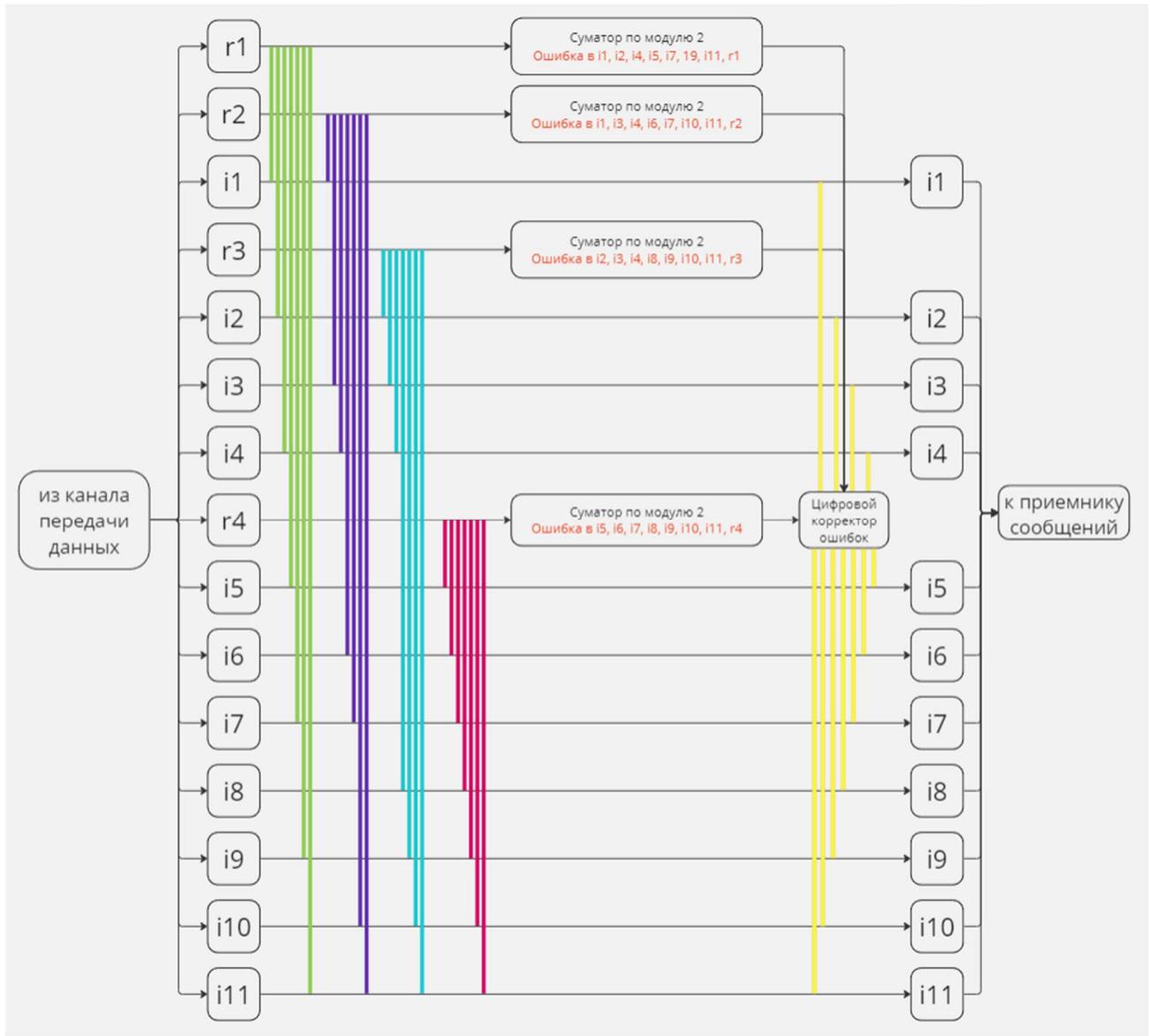


Рисунок 2

Задание 7

Построим таблицу для декодирования классического кода Хэмминга (15;11) (Таблица 9)

Таблица 9

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | |
|----------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|-----|----|
| Полученное сообщение | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| 2^x | r1 | r2 | i1 | r3 | i2 | i3 | i4 | r4 | i5 | i6 | i7 | i8 | i9 | i10 | i11 | S |
| 1 | X | | X | | X | | X | | X | | X | | X | | X | s1 |
| 2 | | X | X | | | X | X | | | X | X | | | X | X | s2 |
| 4 | | | | X | X | X | X | | | | | X | X | X | X | s3 |
| 8 | | | | | | | | X | X | X | X | X | X | X | X | s4 |

1. Вычислим синдромы последовательности

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 \oplus i_5 \oplus i_7 \oplus i_9 \oplus i_{11} = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 = 0$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 \oplus i_6 \oplus i_7 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 = 1$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 \oplus i_8 \oplus i_9 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 1$$

$$s_4 = r_4 \oplus i_5 \oplus i_6 \oplus i_7 \oplus i_8 \oplus i_9 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 1$$

2. $S_1S_2S_3S_4 = 0111 \Rightarrow$ из таблицы (Таблица 9) получает что ошибка в бите i_{10} .

3. Инвертируем этот бит и получим правильное сообщение: 011100011100000 → 011100011100010

4. Ответ: 011100011100010

Задание 8

1. Найдем количество информационных разрядов

$$i = (56 + 48 + 70 + 92 + 14) * 4 = 1120$$

2. Применяя формулу (1), методом подбора находим r

$$2^r \geq r + i + 1 \quad (1)$$

3. Получаем что минимальное число контрольных разрядов $r = 11$

4. Используя формулу (2), находим коэффициент избыточности

$$k = \frac{r}{r+i} \quad (2)$$

5. Получаем что коэффициент избыточности $k = 11/(11 + 1120) \approx 0.0097259$

Задание 9

Я реализовал программу на языке программирования C++

Код программы

```
#include <iostream>
#include <string>
using namespace std;

bool check(string s) {
    //Проверка на размер строки
    if (s.size() != 7) return false;
    //Проверка на посторонние символы
    for (auto i : s) if (i != '1' && i != '0') return false;

    return true;
}

int main()
{
    //Читаем набор входных данных как строку
    string b;
    cin >> b;

    if (!check(b)) {
        cout << "Wrong input!";
        return 0;
    }

    //Преобразуем в массив из 0 и 1
    int a[7];
    for (int i = 0; i < 7; i++) a[i] = b[i] - '0';

    /*
        0   1   2   3   4   5   6
    2^x r1   r2   i1   r3   i2   i3   i4
    1     X       X       X       X
    2           X   X           X   X
    4                   X   X   X   X
    */
    //Извлекаем биты четности и информационный биты в массивы
    int i[4];
    i[0] = a[2];
    i[1] = a[4];
    i[2] = a[5];
    i[3] = a[6];

    int r[3];
    r[0] = a[0];
```

```

r[1] = a[1];
r[2] = a[3];

//Вычисляем синдромы последовательности
int s1 = (r[0] + i[0] + i[1] + i[3]) % 2;
int s2 = (r[1] + i[0] + i[2] + i[3]) % 2;
int s3 = (r[2] + i[1] + i[2] + i[3]) % 2;

//Создаем словарь для декодирования значений синдромов в биты ошибок
// Здесь индексы от 0 до 8 => закодированный значения троек синдромов
// Словарь состоит из пар => первое значение - 'r' или 'i', второе - номер
биты
pair<char, int> d[8] = {
    {'-', -1},
    {'r', 2},
    {'r', 1},
    {'i', 2},
    {'r', 0},
    {'i', 1},
    {'i', 0},
    {'i', 3}
};

//Переводим значения синдромов в число, для получения индекса в словаре
int j = s1 * 4 + s2 * 2 + s3 * 1;

//Запоминаем бит с ошибкой и сиправляем её она есть
string errBit = "-";
if (d[j].first != '-') {
    errBit = d[j].first + to_string(d[j].second + 1);

    if (d[j].first == 'i') i[d[j].second] = (i[d[j].second] + 1) % 2;
}

//Выводим ответ
cout << "Correct bits: ";
for (int k : i) cout << k;
cout << endl;

//Выводи ошибки если они есть
if (errBit != "") {
    cout << "Error in bit: " << errBit << endl;
}
else {
    cout << "No errors" << endl;
}
return 0;
}

```

Заключение

В процессе работы я научился анализировать сообщения, переданные с помощью кода Хэмминга и искать в них ошибочные биты, построил таблицы и схемы для декодирования кода Хэмминга. Также я научился вычислять минимальное число проверочных разрядов и коэффициент избыточности для заданного числа информационных разрядов. Также я написал программу для поиска и исправления ошибочных битов в сообщении, переданном при помощи кода Хэмминга (7, 4).

Список использованных источников

1. Помехоустойчивые коды : учебное пособие / В. Г. Журавлев, Н. Ю. Куранова, Ю. Ю. Евсеева ; Владимирский государственный университет им. А. Г. и Н. Г. Столетовых. – Владимир : Изд-во ВлГУ, 2013. – 96 с.
2. Ромашенко А. Е., Румянцев А. Ю., Шень А. Заметки по теории кодирования. | 2-е изд., испр. и доп. | М.: МЦНМО, 2017. | 88 с.