

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования «Национальный исследовательский университет ИТМО»**

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Домашнее задание №4

По дискретной математике

Вариант №12

Выполнил:

Ступин Тимур Русланович

Группа № Р3108

Проверил:

Поляков Владимир Иванович

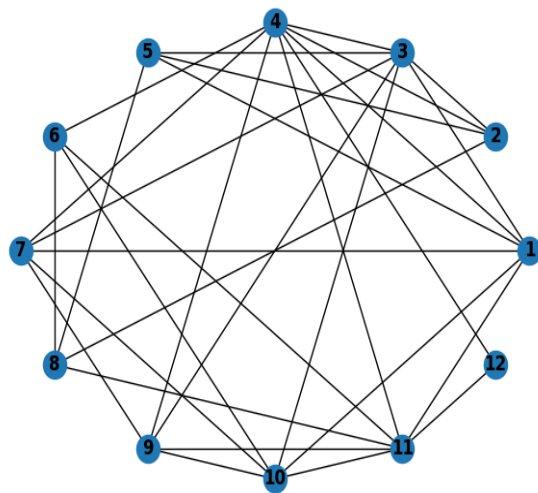
Санкт-Петербург 2024

Содержание

Исходные данные.....	3
Нахождение гамильтонова цикла.....	3
Построение графа пересечений G'	5
Построение семейства $\Psi G'$	8
Выделение из G' максимального двудольного подграфа H'	24

Исходные данные

V/V	e1	e2	e3	e4	e5	e6	e7	e8	e9	e10	e11	e12
e1	0		3	1	4		4			3	3	
e2		0	4	1	1			3				
e3	3	4	0	1	5		1		1	1		
e4	1	1	1	0		1	2		4		2	2
e5	4	1	5		0			3				
e6				1		0		3		1	4	
e7	4		1	2			0		1	4		
e8		3			3	3		0			4	
e9			1	4			1		0	1	4	
e10	3		1			1	4		1	0	5	
e11	3			2		4		4	4	5	0	4
e12				2							4	0



	e1	e2	e3	e4	e5	e6	e7	e8	e9	e10	e11	e12
e1	0		1	1	1		1			1	1	
e2		0	1	1	1			1				
e3	1	1	0	1	1		1		1	1		
e4	1	1	1	0		1	1		1		1	1
e5	1	1	1		0			1				
e6				1		0		1		1	1	
e7	1		1	1			0		1	1		
e8		1			1	1		0			1	
e9			1	1			1		0	1	1	
e10	1		1			1	1		1	0	1	
e11	1			1		1		1	1	1	0	1
e12				1							1	0

Нахождение гамильтонова цикла

1. Включаем в S начальную вершину $S = \{e_1\}$
2. Будем последовательно включать “возможные” вершины:
 - a. $e_3: S = \{e_1, e_3\}$
 - b. $e_2: S = \{e_1, e_3, e_2\}$
 - c. $e_4: S = \{e_1, e_3, e_2, e_4\}$
 - d. $e_6: S = \{e_1, e_3, e_2, e_4, e_6\}$

- e. $e_8: S = \{e_1, e_3, e_2, e_4, e_6, e_8\}$
- f. $e_5: S = \{e_1, e_3, e_2, e_4, e_6, e_8, e_5\}$
- 3. У вершины e_5 нет “возможных”, удалим её $S = \{e_1, e_3, e_2, e_4, e_6, e_8\}$
- 4. Продолжим добавлять возможные вершины
 - a. $e_{11}: S = \{e_1, e_3, e_2, e_4, e_6, e_8, e_{11}\}$
 - b. $e_9: S = \{e_1, e_3, e_2, e_4, e_6, e_8, e_{11}, e_9\}$
 - c. $e_7: S = \{e_1, e_3, e_2, e_4, e_6, e_8, e_{11}, e_9, e_7\}$
 - d. $e_{10}: S = \{e_1, e_3, e_2, e_4, e_6, e_8, e_{11}, e_9, e_7, e_{10}\}$
- 5. У вершины e_{10} нет “возможных”, удалим её $S = \{e_1, e_3, e_2, e_4, e_6, e_8, e_{11}, e_9, e_7\}$
- 6. У вершины e_7 нет “возможных”, удалим её $S = \{e_1, e_3, e_2, e_4, e_6, e_8, e_{11}, e_9\}$
- 7. Продолжим добавлять возможные вершины
 - a. $e_{10}: S = \{e_1, e_3, e_2, e_4, e_6, e_8, e_{11}, e_9, e_{10}\}$
 - b. $e_7: S = \{e_1, e_3, e_2, e_4, e_6, e_8, e_{11}, e_9, e_{10}, e_7\}$
- 8. У вершины e_7 нет “возможных”, удалим её $S = \{e_1, e_3, e_2, e_4, e_6, e_8, e_{11}, e_9, e_{10}\}$
- 9. У вершины e_{10} нет “возможных”, удалим её $S = \{e_1, e_3, e_2, e_4, e_6, e_8, e_{11}, e_{10}\}$
- 10. У вершины e_9 нет “возможных”, удалим её $S = \{e_1, e_3, e_2, e_4, e_6, e_8, e_{11}\}$
- 11. Продолжим добавлять возможные вершины
 - a. $e_{10}: S = \{e_1, e_3, e_2, e_4, e_6, e_8, e_{11}, e_{10}\}$
 - b. $e_7: S = \{e_1, e_3, e_2, e_4, e_6, e_8, e_{11}, e_{10}, e_7\}$
 - c. $e_9: S = \{e_1, e_3, e_2, e_4, e_6, e_8, e_{11}, e_{10}, e_7, e_9\}$
- 12. У вершины e_9 нет “возможных”, удалим её $S = \{e_1, e_3, e_2, e_4, e_6, e_8, e_{11}, e_{10}, e_7\}$
- 13. У вершины e_7 нет “возможных”, удалим её $S = \{e_1, e_3, e_2, e_4, e_6, e_8, e_{11}, e_{10}\}$
- 14. Продолжим добавлять возможные вершины
 - a. $e_9: S = \{e_1, e_3, e_2, e_4, e_6, e_8, e_{11}, e_{10}, e_9\}$
 - b. $e_7: S = \{e_1, e_3, e_2, e_4, e_6, e_8, e_{11}, e_{10}, e_9, e_7\}$
- 15. У вершины e_7 нет “возможных”, удалим её $S = \{e_1, e_3, e_2, e_4, e_6, e_8, e_{11}, e_{10}, e_9\}$
- 16. У вершины e_9 нет “возможных”, удалим её $S = \{e_1, e_3, e_2, e_4, e_6, e_8, e_{11}, e_{10}\}$
- 17. У вершины e_{10} нет “возможных”, удалим её $S = \{e_1, e_3, e_2, e_4, e_6, e_8, e_{11}\}$
- 18. Продолжим добавлять возможные вершины
 - a. $e_{12}: S = \{e_1, e_3, e_2, e_4, e_6, e_8, e_{11}, e_{12}\}$
- 19. У вершины e_{12} нет “возможных”, удалим её $S = \{e_1, e_3, e_2, e_4, e_6, e_8, e_{11}\}$
- 20. У вершины e_{11} нет “возможных”, удалим её $S = \{e_1, e_3, e_2, e_4, e_6, e_8\}$

21. У вершины e_8 нет “возможных”, удалим её $S = \{e_1, e_3, e_2, e_4, e_6\}$

Продолжим последовательное добавление и удаление вершин пока последней не станет вершина e_5 , которая образует цикл с вершиной e_1 . Гамильтонов цикл будет:

$$S = \{e_1, e_3, e_2, e_4, e_{12}, e_{11}, e_9, e_7, e_{10}, e_6, e_8, e_5\}$$

Построение графа пересечений G'

Перенумеруем вершины так, чтобы ребра гамильтонова цикла были внешними

до перенумерации	e_1	e_3	e_2	e_4	e_{12}	e_{11}	e_9	e_7	e_{10}	e_6	e_8	e_5
после перенумерации	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	e_6	e_7	e_8	e_9	e_{10}	e_{11}	e_{12}

Граф $G(E, U)$ будет выглядеть так:

	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	e_6	e_7	e_8	e_9	e_{10}	e_{11}	e_{12}
e_1	0	×		1		1		1	1			×
e_2		0	×	1			1	1	1			1
e_3			0	×							1	1
e_4				0	×	1	1	1		1		
e_5					0	×						
e_6						0	×		1	1	1	
e_7							0	×	1			
e_8								0	×			
e_9									0	×		
e_{10}										0	×	
e_{11}											0	×
e_{12}												0

Определим p_{212} для чего в матрице R выделим подматрицу R_{212}

Ребро (e_2e_{12}) пересекается с ребрами $(e_1e_4), (e_1e_6), (e_1e_8), (e_1e_9)$

Определим p_{29} для чего в матрице R выделим подматрицу R_{29}

Ребро (e_2e_9) пересекается с ребрами $(e_1e_4), (e_1e_6), (e_1e_8)$

Определим p_{28} для чего в матрице R выделим подматрицу R_{28}

Ребро (e_2e_8) пересекается с ребрами $(e_1e_4), (e_1e_6)$

Определим p_{27} для чего в матрице R выделим подматрицу R_{27}

Ребро (e_2e_7) пересекается с ребрами $(e_1e_4), (e_1e_6)$

Определим p_{312} для чего в матрице R выделим подматрицу R_{312}

Ребро (e_3e_{12}) пересекается с ребрами $(e_1e_4), (e_1e_6), (e_1e_8), (e_1e_9), (e_2e_4), (e_2e_7), (e_2e_8), (e_2e_9)$

Определим p_{311} для чего в матрице R выделим подматрицу R_{311}

Ребро (e_3e_{11}) пересекается с ребрами $(e_1e_4), (e_1e_6), (e_1e_8), (e_1e_9), (e_2e_4), (e_2e_7), (e_2e_8), (e_2e_9)$

Определим p_{410} для чего в матрице R выделим подматрицу R_{410}

Ребро (e_4e_{10}) пересекается с ребрами $(e_1e_6), (e_1e_8), (e_1e_9), (e_2e_7), (e_2e_8), (e_2e_9)$

Определим p_{48} для чего в матрице R выделим подматрицу R_{48}

Ребро (e_4e_8) пересекается с ребрами $(e_1e_6), (e_2e_7)$

Определим p_{47} для чего в матрице R выделим подматрицу R_{47}

Ребро (e_4e_7) пересекается с ребрами (e_1e_6)

Определим p_{611} для чего в матрице R выделим подматрицу R_{611}

Ребро (e_6e_{11}) пересекается с

ребрами $(e_1e_8), (e_1e_9), (e_2e_7), (e_2e_8), (e_2e_9), (e_4e_7), (e_4e_8), (e_4e_{10})$

Ограничимся 15 ребрами и закончим поиск

Получаем следующий граф пересечений G' :

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
		u_{14}	u_{212}	u_{16}	u_{18}	u_{19}	u_{29}	u_{28}	u_{27}	u_{312}	u_{24}	u_{311}	u_{410}	u_{48}	u_{47}	u_{611}
1	u_{14}	1	1				1	1	1	1		1				
2	u_{212}	1	1	1	1	1										
3	u_{16}		1	1			1	1	1	1		1	1	1	1	
4	u_{18}		1		1		1			1		1	1			1
5	u_{19}		1			1				1		1	1			1
6	u_{29}	1		1	1		1			1		1	1			1
7	u_{28}	1		1				1		1		1	1			1
8	u_{27}	1		1					1	1		1	1	1		1
9	u_{312}	1		1	1	1	1	1	1	1	1					
10	u_{24}									1	1	1				
11	u_{311}	1		1	1	1	1	1	1		1	1				
12	u_{410}			1	1	1	1	1	1				1			1
13	u_{48}			1					1					1		1
14	u_{47}			1											1	1
15	u_{611}				1	1	1	1	1				1	1	1	1

Построение семейства Ψ_G ,

Рассматриваем строку r_1

Составляем список $J(j) = \{3, 4, 5, 10, 12, 13, 14, 15\}$

$$M_{(1)(3)} = r_0 \vee r_3 = 110001111010000 \vee 011001111011110 = 111001111011110$$

Составляем список $J'(j') = \{4, 5, 10, 15\}$

$$M_{(1)(3)(4)} = M_{(1)(3)} \vee r_4 = 111001111011110 \vee 010101001011001 = 111101111011111$$

Составляем список $J'(j') = \{5, 10\}$

$$M_{(1)(3)(4)(5)} = M_{(1)(3)(4)} \vee r_5 = 111101111011111 \vee 010010001011001 = 111111111011111$$

Составляем список $J'(j') = \{10\}$

$$M_{(1)(3)(4)(5)(10)} = M_{(1)(3)(4)(5)} \vee r_{10} = 111111111011111 \vee 000000001110000 = 111111111111111$$

Все элементы равны 1. Построено $\psi_1 = \{u_{14}, u_{16}, u_{18}, u_{19}, u_{24}\}$

$$M_{(1)(3)(4)(10)} = M_{(1)(3)(4)} \vee r_{10} = 111101111011111 \vee 000000001110000 = 111101111111111$$

В строке $M_{(1)(3)(4)(10)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(1)(3)(5)} = M_{(1)(3)} \vee r_5 = 111001111011110 \vee 010010001011001 = 111011111011111$$

Составляем список $J'(j') = \{10\}$

$$M_{(1)(3)(5)(10)} = M_{(1)(3)(5)} \vee r_{10} = 111011111011111 \vee 000000001110000 = 111011111111111$$

В строке $M_{(1)(3)(5)(10)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(1)(3)(10)} = M_{(1)(3)} \vee r_{10} = 111001111011110 \vee 000000001110000 = 111001111111110$$

Составляем список $J'(j') = \{15\}$

$$M_{(1)(3)(10)(15)} = M_{(1)(3)(10)} \vee r_{15} = 111001111111110 \vee 000111110001111 = 111111111111111$$

Все элементы равны 1. Построено $\psi_2 = \{u_{14}, u_{16}, u_{24}, u_{611}\}$

$$M_{(1)(3)(15)} = M_{(1)(3)} \vee r_{15} = 111001111011110 \vee 000111110001111 = 111111111011111$$

В строке $M_{(1)(3)(15)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(1)(4)} = r_0 \vee r_4 = 110001111010000 \vee 010101001011001 = 110101111011001$$

Составляем список $J'(j') = \{5, 10, 13, 14\}$

$$M_{(1)(4)(5)} = M_{(1)(4)} \vee r_5 = 110101111011001 \vee 010010001011001 = 110111111011001$$

Составляем список $J'(j') = \{10, 13, 14\}$

$$M_{(1)(4)(5)(10)} = M_{(1)(4)(5)} \vee r_{10} = 110111111011001 \vee 000000001110000 = 110111111111001$$

Составляем список $J'(j') = \{13, 14\}$

$$M_{(1)(4)(5)(10)(13)} = M_{(1)(4)(5)(10)} \vee r_{13} = 110111111111001 \vee 001000010000101 = 111111111111101$$

Составляем список $J'(j') = \{14\}$

$M_{(1)(4)(5)(10)(13)(14)} = M_{(1)(4)(5)(10)(13)} \vee r_{14} = 111111111111101 \vee 001000000000011 = 111111111111111$
 Все элементы равны 1. Построено $\psi_3 = \{u_{14}, u_{18}, u_{19}, u_{24}, u_{48}, u_{47}\}$
 $M_{(1)(4)(5)(10)(14)} = M_{(1)(4)(5)(10)} \vee r_{14} = 110111111111001 \vee 001000000000011 = 111111111111011$
 В строке $M_{(1)(4)(5)(10)(14)}$ остались незакрытые нули
 $M_{(1)(4)(5)(13)} = M_{(1)(4)(5)} \vee r_{13} = 110111111011001 \vee 001000010000101 = 111111111011101$
 Составляем список $J'(j') = \{14\}$
 $M_{(1)(4)(5)(13)(14)} = M_{(1)(4)(5)(13)} \vee r_{14} = 111111111011101 \vee 001000000000011 = 111111111011111$
 В строке $M_{(1)(4)(5)(13)(14)}$ остались незакрытые нули
 $M_{(1)(4)(5)(14)} = M_{(1)(4)(5)} \vee r_{14} = 110111111011001 \vee 001000000000011 = 111111111011011$
 В строке $M_{(1)(4)(5)(14)}$ остались незакрытые нули
 $M_{(1)(4)(10)} = M_{(1)(4)} \vee r_{10} = 110101111011001 \vee 000000001110000 = 110101111111001$
 Составляем список $J'(j') = \{13, 14\}$
 $M_{(1)(4)(10)(13)} = M_{(1)(4)(10)} \vee r_{13} = 110101111111001 \vee 001000010000101 = 111101111111101$
 Составляем список $J'(j') = \{14\}$
 $M_{(1)(4)(10)(13)(14)} = M_{(1)(4)(10)(13)} \vee r_{14} = 111101111111101 \vee 001000000000011 = 111101111111111$
 В строке $M_{(1)(4)(10)(13)(14)}$ остались незакрытые нули
 $M_{(1)(4)(10)(14)} = M_{(1)(4)(10)} \vee r_{14} = 110101111111001 \vee 001000000000011 = 111101111111011$
 В строке $M_{(1)(4)(10)(14)}$ остались незакрытые нули
 $M_{(1)(4)(13)} = M_{(1)(4)} \vee r_{13} = 110101111011001 \vee 001000010000101 = 111101111011101$
 Составляем список $J'(j') = \{14\}$
 $M_{(1)(4)(13)(14)} = M_{(1)(4)(13)} \vee r_{14} = 111101111011101 \vee 001000000000011 = 111101111011111$
 В строке $M_{(1)(4)(13)(14)}$ остались незакрытые нули
 $M_{(1)(4)(14)} = M_{(1)(4)} \vee r_{14} = 110101111011001 \vee 001000000000011 = 111101111011011$
 В строке $M_{(1)(4)(14)}$ остались незакрытые нули
 $M_{(1)(5)} = r_0 \vee r_5 = 110001111010000 \vee 010010001011001 = 110011111011001$
 Составляем список $J'(j') = \{10, 13, 14\}$
 $M_{(1)(5)(10)} = M_{(1)(5)} \vee r_{10} = 110011111011001 \vee 000000001110000 = 110011111111001$
 Составляем список $J'(j') = \{13, 14\}$
 $M_{(1)(5)(10)(13)} = M_{(1)(5)(10)} \vee r_{13} = 110011111111001 \vee 001000010000101 = 111011111111101$
 Составляем список $J'(j') = \{14\}$
 $M_{(1)(5)(10)(13)(14)} = M_{(1)(5)(10)(13)} \vee r_{14} = 111011111111101 \vee 001000000000011 = 111011111111111$

В строке $M_{(1)(5)(10)(13)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(1)(5)(10)(14)} = M_{(1)(5)(10)} \vee r_{14} = 110011111111001 \vee 001000000000011 = 111011111111011$$

В строке $M_{(1)(5)(10)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(1)(5)(13)} = M_{(1)(5)} \vee r_{13} = 110011111011001 \vee 001000010000101 = 111011111011101$$

Составляем список $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(1)(5)(13)(14)} = M_{(1)(5)(13)} \vee r_{14} = 111011111011101 \vee 001000000000011 = 111011111011111$$

В строке $M_{(1)(5)(13)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(1)(5)(14)} = M_{(1)(5)} \vee r_{14} = 110011111011001 \vee 001000000000011 = 111011111011011$$

В строке $M_{(1)(5)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(1)(10)} = r_0 \vee r_{10} = 110001111010000 \vee 000000001110000 = 110001111110000$$

Составляем список $J'(j') = \{12, 13, 14, 15\}$

$$M_{(1)(10)(12)} = M_{(1)(10)} \vee r_{12} = 110001111110000 \vee 001111110001001 = 111111111111001$$

Составляем список $J'(j') = \{13, 14\}$

$$M_{(1)(10)(12)(13)} = M_{(1)(10)(12)} \vee r_{13} = 111111111111001 \vee 001000010000101 = 111111111111101$$

Составляем список $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(1)(10)(12)(13)(14)} = M_{(1)(10)(12)(13)} \vee r_{14} = 111111111111101 \vee 001000000000011 = 111111111111111$$

Все элементы равны 1. Построено $\psi_4 = \{u_{14}, u_{24}, u_{410}, u_{48}, u_{47}\}$

$$M_{(1)(10)(12)(14)} = M_{(1)(10)(12)} \vee r_{14} = 111111111111001 \vee 001000000000011 = 111111111111011$$

В строке $M_{(1)(10)(12)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(1)(10)(13)} = M_{(1)(10)} \vee r_{13} = 110001111110000 \vee 001000010000101 = 111001111110101$$

Составляем список $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(1)(10)(13)(14)} = M_{(1)(10)(13)} \vee r_{14} = 111001111110101 \vee 001000000000011 = 111001111110111$$

В строке $M_{(1)(10)(13)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(1)(10)(14)} = M_{(1)(10)} \vee r_{14} = 110001111110000 \vee 001000000000011 = 111001111110011$$

В строке $M_{(1)(10)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(1)(10)(15)} = M_{(1)(10)} \vee r_{15} = 110001111110000 \vee 000111110001111 = 110111111111111$$

В строке $M_{(1)(10)(15)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(1)(12)} = r_0 \vee r_{12} = 110001111010000 \vee 001111110001001 = 111111111011001$$

Составляем список $J'(j') = \{13, 14\}$

$$M_{(1)(12)(13)} = M_{(1)(12)} \vee r_{13} = 111111111011001 \vee 001000010000101 = 111111111011101$$

Составляем список $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(1)(12)(13)(14)} = M_{(1)(12)(13)} \vee r_{14} = 11111111011101 \vee 001000000000011 = 11111111011111$$

В строке $M_{(1)(12)(13)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(1)(12)(14)} = M_{(1)(12)} \vee r_{14} = 11111111011001 \vee 001000000000011 = 11111111011011$$

В строке $M_{(1)(12)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(1)(13)} = r_0 \vee r_{13} = 110001111010000 \vee 001000010000101 = 111001111010101$$

Составляем список $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(1)(13)(14)} = M_{(1)(13)} \vee r_{14} = 111001111010101 \vee 001000000000011 = 111001111010111$$

В строке $M_{(1)(13)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(1)(14)} = r_0 \vee r_{14} = 110001111010000 \vee 001000000000011 = 111001111010011$$

В строке $M_{(1)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(1)(15)} = r_0 \vee r_{15} = 110001111010000 \vee 000111110001111 = 110111111011111$$

В строке $M_{(1)(15)}$ остались незакрытые нули

Рассматриваем строку r_2

Составляем список $J(j) = \{6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$

$$M_{(2)(6)} = r_1 \vee r_6 = 111110000000000 \vee 101101001011001 = 111111001011001$$

Составляем список $J'(j') = \{7, 8, 10, 13, 14\}$

$$M_{(2)(6)(7)} = M_{(2)(6)} \vee r_7 = 111111001011001 \vee 101000101011001 = 111111101011001$$

Составляем список $J'(j') = \{8, 10, 13, 14\}$

$$M_{(2)(6)(7)(8)} = M_{(2)(6)(7)} \vee r_8 = 111111101011001 \vee 101000011011101 = 111111111011101$$

Составляем список $J'(j') = \{10, 14\}$

$$M_{(2)(6)(7)(8)(10)} = M_{(2)(6)(7)(8)} \vee r_{10} = 111111111011101 \vee 000000001110000 = 111111111111101$$

Составляем список $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(2)(6)(7)(8)(10)(14)} = M_{(2)(6)(7)(8)(10)} \vee r_{14} = 111111111111101 \vee 001000000000011 = 111111111111111$$

Все элементы равны 1. Построено $\psi_5 = \{u_{212}, u_{29}, u_{28}, u_{27}, u_{24}, u_{47}\}$

$$M_{(2)(6)(7)(8)(14)} = M_{(2)(6)(7)(8)} \vee r_{14} = 111111111011101 \vee 001000000000011 = 111111111011111$$

В строке $M_{(2)(6)(7)(8)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(2)(6)(7)(10)} = M_{(2)(6)(7)} \vee r_{10} = 111111101011001 \vee 000000001110000 = 111111101111001$$

Составляем список $J'(j') = \{13, 14\}$

$$M_{(2)(6)(7)(10)(13)} = M_{(2)(6)(7)(10)} \vee r_{13} = 111111101111001 \vee 001000010000101 = 111111111111101$$

Составляем список $J'(j') = \{14\}$

$M_{(2)(6)(7)(10)(13)(14)} = M_{(2)(6)(7)(10)(13)} \vee r_{14} = 111111111111101 \vee 001000000000011 = 111111111111111$
 Все элементы равны 1. Построено $\psi_6 = \{u_{212}, u_{29}, u_{28}, u_{24}, u_{48}, u_{47}\}$
 $M_{(2)(6)(7)(10)(14)} = M_{(2)(6)(7)(10)} \vee r_{14} = 111111101111001 \vee 001000000000011 = 111111101111011$
 В строке $M_{(2)(6)(7)(10)(14)}$ остались незакрытые нули
 $M_{(2)(6)(7)(13)} = M_{(2)(6)(7)} \vee r_{13} = 111111101011001 \vee 001000010000101 = 11111111011101$
 Составляем список $J'(j') = \{14\}$
 $M_{(2)(6)(7)(13)(14)} = M_{(2)(6)(7)(13)} \vee r_{14} = 111111111011101 \vee 001000000000011 = 111111111011111$
 В строке $M_{(2)(6)(7)(13)(14)}$ остались незакрытые нули
 $M_{(2)(6)(7)(14)} = M_{(2)(6)(7)} \vee r_{14} = 111111101011001 \vee 001000000000011 = 111111101011011$
 В строке $M_{(2)(6)(7)(14)}$ остались незакрытые нули
 $M_{(2)(6)(8)} = M_{(2)(6)} \vee r_8 = 111111001011001 \vee 101000011011101 = 111111011011101$
 Составляем список $J'(j') = \{10, 14\}$
 $M_{(2)(6)(8)(10)} = M_{(2)(6)(8)} \vee r_{10} = 111111011011101 \vee 000000001110000 = 111111011111101$
 Составляем список $J'(j') = \{14\}$
 $M_{(2)(6)(8)(10)(14)} = M_{(2)(6)(8)(10)} \vee r_{14} = 111111011111101 \vee 001000000000011 = 111111011111111$
 В строке $M_{(2)(6)(8)(10)(14)}$ остались незакрытые нули
 $M_{(2)(6)(8)(14)} = M_{(2)(6)(8)} \vee r_{14} = 111111011011101 \vee 001000000000011 = 111111011011111$
 В строке $M_{(2)(6)(8)(14)}$ остались незакрытые нули
 $M_{(2)(6)(10)} = M_{(2)(6)} \vee r_{10} = 111111001011001 \vee 000000001110000 = 111111001111001$
 Составляем список $J'(j') = \{13, 14\}$
 $M_{(2)(6)(10)(13)} = M_{(2)(6)(10)} \vee r_{13} = 111111001111001 \vee 001000010000101 = 111111011111101$
 Составляем список $J'(j') = \{14\}$
 $M_{(2)(6)(10)(13)(14)} = M_{(2)(6)(10)(13)} \vee r_{14} = 111111011111101 \vee 001000000000011 = 111111011111111$
 В строке $M_{(2)(6)(10)(13)(14)}$ остались незакрытые нули
 $M_{(2)(6)(10)(14)} = M_{(2)(6)(10)} \vee r_{14} = 111111001111001 \vee 001000000000011 = 111111001111011$
 В строке $M_{(2)(6)(10)(14)}$ остались незакрытые нули
 $M_{(2)(6)(13)} = M_{(2)(6)} \vee r_{13} = 111111001011001 \vee 001000010000101 = 111111011011101$
 Составляем список $J'(j') = \{14\}$
 $M_{(2)(6)(13)(14)} = M_{(2)(6)(13)} \vee r_{14} = 111111011011101 \vee 001000000000011 = 111111011011111$
 В строке $M_{(2)(6)(13)(14)}$ остались незакрытые нули
 $M_{(2)(6)(14)} = M_{(2)(6)} \vee r_{14} = 111111001011001 \vee 001000000000011 = 111111001011011$

В строке $M_{(2)(6)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(2)(7)} = r_1 \vee r_7 = 1111100000000000 \vee 101000101011001 = 111110101011001$$

Составляем список $J'(j') = \{8, 10, 13, 14\}$

$$M_{(2)(7)(8)} = M_{(2)(7)} \vee r_8 = 111110101011001 \vee 101000011011101 = 111110111011101$$

Составляем список $J'(j') = \{10, 14\}$

$$M_{(2)(7)(8)(10)} = M_{(2)(7)(8)} \vee r_{10} = 111110111011101 \vee 000000001110000 = 111110111111101$$

Составляем список $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(2)(7)(8)(10)(14)} = M_{(2)(7)(8)(10)} \vee r_{14} = 111110111111101 \vee 001000000000011 = 111110111111111$$

В строке $M_{(2)(7)(8)(10)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(2)(7)(8)(14)} = M_{(2)(7)(8)} \vee r_{14} = 111110111011101 \vee 001000000000011 = 111110111011111$$

В строке $M_{(2)(7)(8)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(2)(7)(10)} = M_{(2)(7)} \vee r_{10} = 111110101011001 \vee 000000001110000 = 111110101111001$$

Составляем список $J'(j') = \{13, 14\}$

$$M_{(2)(7)(10)(13)} = M_{(2)(7)(10)} \vee r_{13} = 111110101111001 \vee 001000010000101 = 111110111111101$$

Составляем список $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(2)(7)(10)(13)(14)} = M_{(2)(7)(10)(13)} \vee r_{14} = 111110111111101 \vee 001000000000011 = 111110111111111$$

В строке $M_{(2)(7)(10)(13)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(2)(7)(10)(14)} = M_{(2)(7)(10)} \vee r_{14} = 111110101111001 \vee 001000000000011 = 111110101111011$$

В строке $M_{(2)(7)(10)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(2)(7)(13)} = M_{(2)(7)} \vee r_{13} = 111110101011001 \vee 001000010000101 = 111110111011101$$

Составляем список $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(2)(7)(13)(14)} = M_{(2)(7)(13)} \vee r_{14} = 111110111011101 \vee 001000000000011 = 111110111011111$$

В строке $M_{(2)(7)(13)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(2)(7)(14)} = M_{(2)(7)} \vee r_{14} = 111110101011001 \vee 001000000000011 = 111110101011011$$

В строке $M_{(2)(7)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(2)(8)} = r_1 \vee r_8 = 1111100000000000 \vee 101000011011101 = 111110011011101$$

Составляем список $J'(j') = \{10, 14\}$

$$M_{(2)(8)(10)} = M_{(2)(8)} \vee r_{10} = 111110011011101 \vee 000000001110000 = 111110011111101$$

Составляем список $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(2)(8)(10)(14)} = M_{(2)(8)(10)} \vee r_{14} = 111110011111101 \vee 001000000000011 = 111110011111111$$

В строке $M_{(2)(8)(10)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(2)(8)(14)} = M_{(2)(8)} \vee r_{14} = 111110011011101 \vee 001000000000011 = 111110011011111$$

В строке $M_{(2)(8)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(2)(9)} = r_1 \vee r_9 = 111110000000000 \vee 101111111100000 = 111111111100000$$

Составляем список $J'(j') = \{11, 12, 13, 14, 15\}$

$$M_{(2)(9)(11)} = M_{(2)(9)} \vee r_{11} = 111111111100000 \vee 101111110110000 = 111111111110000$$

Составляем список $J'(j') = \{12, 13, 14, 15\}$

$$M_{(2)(9)(11)(12)} = M_{(2)(9)(11)} \vee r_{12} = 111111111110000 \vee 001111110001001 = 111111111111001$$

Составляем список $J'(j') = \{13, 14\}$

$$M_{(2)(9)(11)(12)(13)} = M_{(2)(9)(11)(12)} \vee r_{13} = 111111111111001 \vee 001000010000101 = 111111111111101$$

Составляем список $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(2)(9)(11)(12)(13)(14)} = M_{(2)(9)(11)(12)(13)} \vee r_{14} = 111111111111101 \vee 001000000000011 = 111111111111111$$

Все элементы равны 1. Построено $\psi_7 = \{u_{212}, u_{312}, u_{311}, u_{410}, u_{48}, u_{47}\}$

$$M_{(2)(9)(11)(12)(14)} = M_{(2)(9)(11)(12)} \vee r_{14} = 111111111111001 \vee 001000000000011 = 111111111111011$$

В строке $M_{(2)(9)(11)(12)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(2)(9)(11)(13)} = M_{(2)(9)(11)} \vee r_{13} = 111111111110000 \vee 001000010000101 = 111111111110101$$

Составляем список $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(2)(9)(11)(13)(14)} = M_{(2)(9)(11)(13)} \vee r_{14} = 111111111110101 \vee 001000000000011 = 111111111110111$$

В строке $M_{(2)(9)(11)(13)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(2)(9)(11)(14)} = M_{(2)(9)(11)} \vee r_{14} = 111111111110000 \vee 001000000000011 = 111111111110011$$

В строке $M_{(2)(9)(11)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(2)(9)(11)(15)} = M_{(2)(9)(11)} \vee r_{15} = 111111111110000 \vee 000111110001111 = 111111111111111$$

Все элементы равны 1. Построено $\psi_8 = \{u_{212}, u_{312}, u_{311}, u_{611}\}$

$$M_{(2)(9)(12)} = M_{(2)(9)} \vee r_{12} = 111111111100000 \vee 001111110001001 = 111111111101001$$

Составляем список $J'(j') = \{13, 14\}$

$$M_{(2)(9)(12)(13)} = M_{(2)(9)(12)} \vee r_{13} = 111111111101001 \vee 001000010000101 = 111111111101101$$

Составляем список $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(2)(9)(12)(13)(14)} = M_{(2)(9)(12)(13)} \vee r_{14} = 111111111101101 \vee 001000000000011 = 111111111101111$$

В строке $M_{(2)(9)(12)(13)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(2)(9)(12)(14)} = M_{(2)(9)(12)} \vee r_{14} = 111111111101001 \vee 001000000000011 = 111111111101011$$

В строке $M_{(2)(9)(12)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(2)(9)(13)} = M_{(2)(9)} \vee r_{13} = 111111111100000 \vee 001000010000101 = 111111111100101$$

Составляем список $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(2)(9)(13)(14)} = M_{(2)(9)(13)} \vee r_{14} = 11111111100101 \vee 001000000000011 = 11111111100111$$

В строке $M_{(2)(9)(13)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(2)(9)(14)} = M_{(2)(9)} \vee r_{14} = 11111111100000 \vee 001000000000011 = 11111111100011$$

В строке $M_{(2)(9)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(2)(9)(15)} = M_{(2)(9)} \vee r_{15} = 11111111100000 \vee 000111110001111 = 11111111101111$$

В строке $M_{(2)(9)(15)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(2)(10)} = r_1 \vee r_{10} = 111110000000000 \vee 000000001110000 = 111110001110000$$

Составляем список $J'(j') = \{12, 13, 14, 15\}$

$$M_{(2)(10)(12)} = M_{(2)(10)} \vee r_{12} = 111110001110000 \vee 001111110001001 = 11111111111001$$

Составляем список $J'(j') = \{13, 14\}$

$$M_{(2)(10)(12)(13)} = M_{(2)(10)(12)} \vee r_{13} = 11111111111001 \vee 001000010000101 = 11111111111101$$

Составляем список $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(2)(10)(12)(13)(14)} = M_{(2)(10)(12)(13)} \vee r_{14} = 11111111111101 \vee 001000000000011 = 11111111111111$$

Все элементы равны 1. Построено $\psi_9 = \{u_{212}, u_{24}, u_{410}, u_{48}, u_{47}\}$

$$M_{(2)(10)(12)(14)} = M_{(2)(10)(12)} \vee r_{14} = 11111111111001 \vee 001000000000011 = 11111111111011$$

В строке $M_{(2)(10)(12)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(2)(10)(13)} = M_{(2)(10)} \vee r_{13} = 111110001110000 \vee 001000010000101 = 111110011110101$$

Составляем список $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(2)(10)(13)(14)} = M_{(2)(10)(13)} \vee r_{14} = 111110011110101 \vee 001000000000011 = 111110011110111$$

В строке $M_{(2)(10)(13)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(2)(10)(14)} = M_{(2)(10)} \vee r_{14} = 111110001110000 \vee 001000000000011 = 111110001110011$$

В строке $M_{(2)(10)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(2)(10)(15)} = M_{(2)(10)} \vee r_{15} = 111110001110000 \vee 000111110001111 = 11111111111111$$

Все элементы равны 1. Построено $\psi_{10} = \{u_{212}, u_{24}, u_{611}\}$

$$M_{(2)(11)} = r_1 \vee r_{11} = 111110000000000 \vee 101111110110000 = 111111110110000$$

Составляем список $J'(j') = \{12, 13, 14, 15\}$

$$M_{(2)(11)(12)} = M_{(2)(11)} \vee r_{12} = 111111110110000 \vee 001111110001001 = 111111110111001$$

Составляем список $J'(j') = \{13, 14\}$

$$M_{(2)(11)(12)(13)} = M_{(2)(11)(12)} \vee r_{13} = 111111110111001 \vee 001000010000101 = 111111110111101$$

Составляем список $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(2)(11)(12)(13)(14)} = M_{(2)(11)(12)(13)} \vee r_{14} = 111111110111101 \vee 001000000000011 = 111111110111111$$

В строке $M_{(2)(11)(12)(13)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(2)(11)(12)(14)} = M_{(2)(11)(12)} \vee r_{14} = 111111110111001 \vee 001000000000011 = 111111110111011$$

В строке $M_{(2)(11)(12)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(2)(11)(13)} = M_{(2)(11)} \vee r_{13} = 111111110110000 \vee 001000010000101 = 111111110110101$$

Составляем список $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(2)(11)(13)(14)} = M_{(2)(11)(13)} \vee r_{14} = 111111110110101 \vee 001000000000011 = 111111110110111$$

В строке $M_{(2)(11)(13)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(2)(11)(14)} = M_{(2)(11)} \vee r_{14} = 111111110110000 \vee 001000000000011 = 111111110110011$$

В строке $M_{(2)(11)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(2)(11)(15)} = M_{(2)(11)} \vee r_{15} = 111111110110000 \vee 000111110001111 = 111111110111111$$

В строке $M_{(2)(11)(15)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(2)(12)} = r_1 \vee r_{12} = 111110000000000 \vee 001111110001001 = 111111110001001$$

Составляем список $J'(j') = \{13, 14\}$

$$M_{(2)(12)(13)} = M_{(2)(12)} \vee r_{13} = 111111110001001 \vee 001000010000101 = 111111110001101$$

Составляем список $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(2)(12)(13)(14)} = M_{(2)(12)(13)} \vee r_{14} = 111111110001101 \vee 001000000000011 = 111111110001111$$

В строке $M_{(2)(12)(13)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(2)(12)(14)} = M_{(2)(12)} \vee r_{14} = 111111110001001 \vee 001000000000011 = 111111110001011$$

В строке $M_{(2)(12)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(2)(13)} = r_1 \vee r_{13} = 111110000000000 \vee 001000010000101 = 111110010000101$$

Составляем список $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(2)(13)(14)} = M_{(2)(13)} \vee r_{14} = 111110010000101 \vee 001000000000011 = 111110010000111$$

В строке $M_{(2)(13)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(2)(14)} = r_1 \vee r_{14} = 111110000000000 \vee 001000000000011 = 111110000000011$$

В строке $M_{(2)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(2)(15)} = r_1 \vee r_{15} = 111110000000000 \vee 000111110001111 = 111111110001111$$

В строке $M_{(2)(15)}$ остались незакрытые нули

Рассматриваем строку r_3

Составляем список $J(j) = \{4, 5, 10, 15\}$

$$M_{(3)(4)} = r_2 \vee r_4 = 011001111011110 \vee 010101001011001 = 011101111011111$$

Составляем список $J'(j') = \{5, 10\}$

$$M_{(3)(4)(5)} = M_{(3)(4)} \vee r_5 = 011101111011111 \vee 010010001011001 = 011111111011111$$

Составляем список $J'(j') = \{10\}$

$$M_{(3)(4)(5)(10)} = M_{(3)(4)(5)} \vee r_{10} = 011111111011111 \vee 000000001110000 = 011111111111111$$

В строке $M_{(3)(4)(5)(10)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(3)(4)(10)} = M_{(3)(4)} \vee r_{10} = 011101111011111 \vee 000000001110000 = 011101111111111$$

В строке $M_{(3)(4)(10)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(3)(5)} = r_2 \vee r_5 = 011001111011110 \vee 010010001011001 = 011011111011111$$

Составляем список $J'(j') = \{10\}$

$$M_{(3)(5)(10)} = M_{(3)(5)} \vee r_{10} = 011011111011111 \vee 000000001110000 = 011011111111111$$

В строке $M_{(3)(5)(10)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(3)(10)} = r_2 \vee r_{10} = 011001111011110 \vee 000000001110000 = 011001111111110$$

Составляем список $J'(j') = \{15\}$

$$M_{(3)(10)(15)} = M_{(3)(10)} \vee r_{15} = 011001111111110 \vee 000111110001111 = 011111111111111$$

В строке $M_{(3)(10)(15)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(3)(15)} = r_2 \vee r_{15} = 011001111011110 \vee 000111110001111 = 011111111011111$$

В строке $M_{(3)(15)}$ остались незакрытые нули

Рассматриваем строку r_4

Составляем список $J(j) = \{5, 7, 8, 10, 13, 14\}$

$$M_{(4)(5)} = r_3 \vee r_5 = 010101001011001 \vee 010010001011001 = 010111001011001$$

Составляем список $J'(j') = \{7, 8, 10, 13, 14\}$

$$M_{(4)(5)(7)} = M_{(4)(5)} \vee r_7 = 010111001011001 \vee 101000101011001 = 11111101011001$$

Составляем список $J'(j') = \{8, 10, 13, 14\}$

$$M_{(4)(5)(7)(8)} = M_{(4)(5)(7)} \vee r_8 = 11111101011001 \vee 101000011011101 = 11111111011101$$

Составляем список $J'(j') = \{10, 14\}$

$$M_{(4)(5)(7)(8)(10)} = M_{(4)(5)(7)(8)} \vee r_{10} = 11111111011101 \vee 000000001110000 = 11111111111101$$

Составляем список $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(4)(5)(7)(8)(10)(14)} = M_{(4)(5)(7)(8)(10)} \vee r_{14} = 11111111111101 \vee 001000000000011 = 111111111111111$$

Все элементы равны 1. Построено $\psi_{11} = \{u_{18}, u_{19}, u_{28}, u_{27}, u_{24}, u_{47}\}$

$$M_{(4)(5)(7)(8)(14)} = M_{(4)(5)(7)(8)} \vee r_{14} = 111111111011101 \vee 001000000000011 = 111111111011111$$

В строке $M_{(4)(5)(7)(8)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(4)(5)(7)(10)} = M_{(4)(5)(7)} \vee r_{10} = 11111101011001 \vee 000000001110000 = 11111101111001$$

Составляем список $J'(j') = \{13, 14\}$

$$M_{(4)(5)(7)(10)(13)} = M_{(4)(5)(7)(10)} \vee r_{13} = 11111101111001 \vee 001000010000101 = 11111111111101$$

Составляем список $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(4)(5)(7)(10)(13)(14)} = M_{(4)(5)(7)(10)(13)} \vee r_{14} = 11111111111101 \vee 001000000000011 = 111111111111111$$

Все элементы равны 1. Построено $\psi_{12} = \{u_{18}, u_{19}, u_{28}, u_{24}, u_{48}, u_{47}\}$

$$M_{(4)(5)(7)(10)(14)} = M_{(4)(5)(7)(10)} \vee r_{14} = 11111101111001 \vee 001000000000011 = 11111101111011$$

В строке $M_{(4)(5)(7)(10)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(4)(5)(7)(13)} = M_{(4)(5)(7)} \vee r_{13} = 11111101011001 \vee 001000010000101 = 11111111011101$$

Составляем список $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(4)(5)(7)(13)(14)} = M_{(4)(5)(7)(13)} \vee r_{14} = 11111111011101 \vee 001000000000011 = 111111110111111$$

В строке $M_{(4)(5)(7)(13)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(4)(5)(7)(14)} = M_{(4)(5)(7)} \vee r_{14} = 11111101011001 \vee 001000000000011 = 11111101011011$$

В строке $M_{(4)(5)(7)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(4)(5)(8)} = M_{(4)(5)} \vee r_8 = 010111001011001 \vee 101000011011101 = 111111011011101$$

Составляем список $J'(j') = \{10, 14\}$

$$M_{(4)(5)(8)(10)} = M_{(4)(5)(8)} \vee r_{10} = 111111011011101 \vee 000000001110000 = 111111011111101$$

Составляем список $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(4)(5)(8)(10)(14)} = M_{(4)(5)(8)(10)} \vee r_{14} = 111111011111101 \vee 001000000000011 = 111111011111111$$

В строке $M_{(4)(5)(8)(10)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(4)(5)(8)(14)} = M_{(4)(5)(8)} \vee r_{14} = 111111011011101 \vee 001000000000011 = 111111011011111$$

В строке $M_{(4)(5)(8)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(4)(5)(10)} = M_{(4)(5)} \vee r_{10} = 010111001011001 \vee 000000001110000 = 010111001111001$$

Составляем список $J'(j') = \{13, 14\}$

$$M_{(4)(5)(10)(13)} = M_{(4)(5)(10)} \vee r_{13} = 010111001111001 \vee 001000010000101 = 011111011111101$$

Составляем список $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(4)(5)(10)(13)(14)} = M_{(4)(5)(10)(13)} \vee r_{14} = 011111011111101 \vee 001000000000011 = 011111011111111$$

В строке $M_{(4)(5)(10)(13)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(4)(5)(10)(14)} = M_{(4)(5)(10)} \vee r_{14} = 010111001111001 \vee 001000000000011 = 011111001111011$$

В строке $M_{(4)(5)(10)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(4)(5)(13)} = M_{(4)(5)} \vee r_{13} = 010111001011001 \vee 001000010000101 = 011111011011101$$

Составляем список $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(4)(5)(13)(14)} = M_{(4)(5)(13)} \vee r_{14} = 011111011011101 \vee 001000000000011 = 011111011011111$$

В строке $M_{(4)(5)(13)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(4)(5)(14)} = M_{(4)(5)} \vee r_{14} = 010111001011001 \vee 001000000000011 = 011111001011011$$

В строке $M_{(4)(5)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(4)(7)} = r_3 \vee r_7 = 010101001011001 \vee 101000101011001 = 111101101011001$$

Составляем список $J'(j') = \{8, 10, 13, 14\}$

$$M_{(4)(7)(8)} = M_{(4)(7)} \vee r_8 = 111101101011001 \vee 101000011011101 = 111101111011101$$

Составляем список $J'(j') = \{10, 14\}$

$$M_{(4)(7)(8)(10)} = M_{(4)(7)(8)} \vee r_{10} = 111101111011101 \vee 000000001110000 = 111101111111101$$

Составляем список $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(4)(7)(8)(10)(14)} = M_{(4)(7)(8)(10)} \vee r_{14} = 111101111111101 \vee 001000000000011 = 111101111111111$$

В строке $M_{(4)(7)(8)(10)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(4)(7)(8)(14)} = M_{(4)(7)(8)} \vee r_{14} = 111101111011101 \vee 001000000000011 = 111101111011111$$

В строке $M_{(4)(7)(8)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(4)(7)(10)} = M_{(4)(7)} \vee r_{10} = 111101101011001 \vee 000000001110000 = 111101101111001$$

Составляем список $J'(j') = \{13, 14\}$

$$M_{(4)(7)(10)(13)} = M_{(4)(7)(10)} \vee r_{13} = 111101101111001 \vee 001000010000101 = 111101111111101$$

Составляем список $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(4)(7)(10)(13)(14)} = M_{(4)(7)(10)(13)} \vee r_{14} = 111101111111101 \vee 001000000000011 = 111101111111111$$

В строке $M_{(4)(7)(10)(13)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(4)(7)(10)(14)} = M_{(4)(7)(10)} \vee r_{14} = 111101101111001 \vee 001000000000011 = 111101101111011$$

В строке $M_{(4)(7)(10)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(4)(7)(13)} = M_{(4)(7)} \vee r_{13} = 111101101011001 \vee 001000010000101 = 111101111011101$$

Составляем список $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(4)(7)(13)(14)} = M_{(4)(7)(13)} \vee r_{14} = 111101111011101 \vee 001000000000011 = 111101111011111$$

В строке $M_{(4)(7)(13)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(4)(7)(14)} = M_{(4)(7)} \vee r_{14} = 111101101011001 \vee 001000000000011 = 111101101011011$$

В строке $M_{(4)(7)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(4)(8)} = r_3 \vee r_8 = 010101001011001 \vee 101000011011101 = 111101011011101$$

Составляем список $J'(j) = \{10, 14\}$

$$M_{(4)(8)(10)} = M_{(4)(8)} \vee r_{10} = 111101011011101 \vee 000000001110000 = 111101011111101$$

Составляем список $J'(j) = \{14\}$

$$M_{(4)(8)(10)(14)} = M_{(4)(8)(10)} \vee r_{14} = 111101011111101 \vee 001000000000011 = 111101011111111$$

В строке $M_{(4)(8)(10)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(4)(8)(14)} = M_{(4)(8)} \vee r_{14} = 111101011011101 \vee 001000000000011 = 111101011011111$$

В строке $M_{(4)(8)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(4)(10)} = r_3 \vee r_{10} = 010101001011001 \vee 000000001110000 = 010101001111001$$

Составляем список $J'(j) = \{13, 14\}$

$$M_{(4)(10)(13)} = M_{(4)(10)} \vee r_{13} = 010101001111001 \vee 001000010000101 = 011101011111101$$

Составляем список $J'(j) = \{14\}$

$$M_{(4)(10)(13)(14)} = M_{(4)(10)(13)} \vee r_{14} = 011101011111101 \vee 001000000000011 = 011101011111111$$

В строке $M_{(4)(10)(13)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(4)(10)(14)} = M_{(4)(10)} \vee r_{14} = 010101001111001 \vee 001000000000011 = 011101001111011$$

В строке $M_{(4)(10)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(4)(13)} = r_3 \vee r_{13} = 010101001011001 \vee 001000010000101 = 011101011011101$$

Составляем список $J'(j) = \{14\}$

$$M_{(4)(13)(14)} = M_{(4)(13)} \vee r_{14} = 011101011011101 \vee 001000000000011 = 011101011011111$$

В строке $M_{(4)(13)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(4)(14)} = r_3 \vee r_{14} = 010101001011001 \vee 001000000000011 = 011101001011011$$

В строке $M_{(4)(14)}$ остались незакрытые нули

Рассматриваем строку r_5

Составляем список $J(j) = \{6, 7, 8, 10, 13, 14\}$

$$M_{(5)(6)} = r_4 \vee r_6 = 010010001011001 \vee 101101001011001 = 111111001011001$$

Составляем список $J'(j) = \{7, 8, 10, 13, 14\}$

$$M_{(5)(6)(7)} = M_{(5)(6)} \vee r_7 = 111111001011001 \vee 101000101011001 = 111111101011001$$

Составляем список $J'(j) = \{8, 10, 13, 14\}$

$$M_{(5)(6)(7)(8)} = M_{(5)(6)(7)} \vee r_8 = 111111101011001 \vee 101000011011101 = 111111110111101$$

Составляем список $J'(j) = \{10, 14\}$

$$M_{(5)(6)(7)(8)(10)} = M_{(5)(6)(7)(8)} \vee r_{10} = 111111111011101 \vee 000000001110000 = 11111111111101$$

Составляем список $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(5)(6)(7)(8)(10)(14)} = M_{(5)(6)(7)(8)(10)} \vee r_{14} = 11111111111101 \vee 001000000000011 = 11111111111111$$

Все элементы равны 1. Построено $\psi_{13} = \{u_{19}, u_{29}, u_{28}, u_{27}, u_{24}, u_{47}\}$

$$M_{(5)(6)(7)(8)(14)} = M_{(5)(6)(7)(8)} \vee r_{14} = 111111111011101 \vee 001000000000011 = 11111111101111$$

В строке $M_{(5)(6)(7)(8)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(5)(6)(7)(10)} = M_{(5)(6)(7)} \vee r_{10} = 111111101011001 \vee 000000001110000 = 111111101111001$$

Составляем список $J'(j') = \{13, 14\}$

$$M_{(5)(6)(7)(10)(13)} = M_{(5)(6)(7)(10)} \vee r_{13} = 111111101111001 \vee 001000010000101 = 11111111111101$$

Составляем список $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(5)(6)(7)(10)(13)(14)} = M_{(5)(6)(7)(10)(13)} \vee r_{14} = 11111111111101 \vee 001000000000011 = 11111111111111$$

Все элементы равны 1. Построено $\psi_{14} = \{u_{19}, u_{29}, u_{28}, u_{24}, u_{48}, u_{47}\}$

$$M_{(5)(6)(7)(10)(14)} = M_{(5)(6)(7)(10)} \vee r_{14} = 111111101111001 \vee 001000000000011 = 111111101111011$$

В строке $M_{(5)(6)(7)(10)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(5)(6)(7)(13)} = M_{(5)(6)(7)} \vee r_{13} = 111111101011001 \vee 001000010000101 = 111111111011101$$

Составляем список $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(5)(6)(7)(13)(14)} = M_{(5)(6)(7)(13)} \vee r_{14} = 111111111011101 \vee 001000000000011 = 111111111011111$$

В строке $M_{(5)(6)(7)(13)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(5)(6)(7)(14)} = M_{(5)(6)(7)} \vee r_{14} = 111111101011001 \vee 001000000000011 = 111111101011011$$

В строке $M_{(5)(6)(7)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(5)(6)(8)} = M_{(5)(6)} \vee r_8 = 111111001011001 \vee 101000011011101 = 111111011011101$$

Составляем список $J'(j') = \{10, 14\}$

$$M_{(5)(6)(8)(10)} = M_{(5)(6)(8)} \vee r_{10} = 111111011011101 \vee 000000001110000 = 111111011111101$$

Составляем список $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(5)(6)(8)(10)(14)} = M_{(5)(6)(8)(10)} \vee r_{14} = 111111011111101 \vee 001000000000011 = 111111011111111$$

В строке $M_{(5)(6)(8)(10)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(5)(6)(8)(14)} = M_{(5)(6)(8)} \vee r_{14} = 111111011011101 \vee 001000000000011 = 111111011011111$$

В строке $M_{(5)(6)(8)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(5)(6)(10)} = M_{(5)(6)} \vee r_{10} = 111111001011001 \vee 000000001110000 = 111111001111001$$

Составляем список $J'(j') = \{13, 14\}$

$$M_{(5)(6)(10)(13)} = M_{(5)(6)(10)} \vee r_{13} = 111111001111001 \vee 001000010000101 = 111111011111101$$

Составляем список $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(5)(6)(10)(13)(14)} = M_{(5)(6)(10)(13)} \vee r_{14} = 111111011111101 \vee 001000000000011 = 111111011111111$$

В строке $M_{(5)(6)(10)(13)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(5)(6)(10)(14)} = M_{(5)(6)(10)} \vee r_{14} = 1111110011111001 \vee 001000000000011 = 1111110011111011$$

В строке $M_{(5)(6)(10)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(5)(6)(13)} = M_{(5)(6)} \vee r_{13} = 1111110010111001 \vee 001000010000101 = 111111011011101$$

Составляем список $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(5)(6)(13)(14)} = M_{(5)(6)(13)} \vee r_{14} = 1111110110111101 \vee 001000000000011 = 111111011011111$$

В строке $M_{(5)(6)(13)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(5)(6)(14)} = M_{(5)(6)} \vee r_{14} = 1111110010111001 \vee 001000000000011 = 1111110010111011$$

В строке $M_{(5)(6)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(5)(7)} = r_4 \vee r_7 = 0100100010111001 \vee 1010001010111001 = 1110101010111001$$

Составляем список $J'(j') = \{8, 10, 13, 14\}$

$$M_{(5)(7)(8)} = M_{(5)(7)} \vee r_8 = 1110101010111001 \vee 1010000110111101 = 1110101110111101$$

Составляем список $J'(j') = \{10, 14\}$

$$M_{(5)(7)(8)(10)} = M_{(5)(7)(8)} \vee r_{10} = 1110101110111101 \vee 000000001110000 = 1110101111111101$$

Составляем список $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(5)(7)(8)(10)(14)} = M_{(5)(7)(8)(10)} \vee r_{14} = 1110101111111101 \vee 001000000000011 = 111010111111111$$

В строке $M_{(5)(7)(8)(10)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(5)(7)(8)(14)} = M_{(5)(7)(8)} \vee r_{14} = 1110101110111101 \vee 001000000000011 = 111010111011111$$

В строке $M_{(5)(7)(8)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(5)(7)(10)} = M_{(5)(7)} \vee r_{10} = 1110101010111001 \vee 000000001110000 = 1110101011111001$$

Составляем список $J'(j') = \{13, 14\}$

$$M_{(5)(7)(10)(13)} = M_{(5)(7)(10)} \vee r_{13} = 1110101011111001 \vee 001000010000101 = 111010111111101$$

Составляем список $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(5)(7)(10)(13)(14)} = M_{(5)(7)(10)(13)} \vee r_{14} = 1110101111111101 \vee 001000000000011 = 111010111111111$$

В строке $M_{(5)(7)(10)(13)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(5)(7)(10)(14)} = M_{(5)(7)(10)} \vee r_{14} = 1110101011111001 \vee 001000000000011 = 1110101011111011$$

В строке $M_{(5)(7)(10)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(5)(7)(13)} = M_{(5)(7)} \vee r_{13} = 1110101010111001 \vee 001000010000101 = 1110101110111101$$

Составляем список $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(5)(7)(13)(14)} = M_{(5)(7)(13)} \vee r_{14} = 111010111011101 \vee 001000000000011 = 111010111011111$$

В строке $M_{(5)(7)(13)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(5)(7)(14)} = M_{(5)(7)} \vee r_{14} = 111010101011001 \vee 001000000000011 = 111010101011011$$

В строке $M_{(5)(7)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(5)(8)} = r_4 \vee r_8 = 010010001011001 \vee 101000011011101 = 111010011011101$$

Составляем список $J'(j') = \{10, 14\}$

$$M_{(5)(8)(10)} = M_{(5)(8)} \vee r_{10} = 111010011011101 \vee 000000001110000 = 111010011111101$$

Составляем список $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(5)(8)(10)(14)} = M_{(5)(8)(10)} \vee r_{14} = 111010011111101 \vee 001000000000011 = 111010011111111$$

В строке $M_{(5)(8)(10)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(5)(8)(14)} = M_{(5)(8)} \vee r_{14} = 111010011011101 \vee 001000000000011 = 111010011011111$$

В строке $M_{(5)(8)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(5)(10)} = r_4 \vee r_{10} = 010010001011001 \vee 000000001110000 = 010010001111001$$

Составляем список $J'(j') = \{13, 14\}$

$$M_{(5)(10)(13)} = M_{(5)(10)} \vee r_{13} = 010010001111001 \vee 001000010000101 = 011010011111101$$

Составляем список $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(5)(10)(13)(14)} = M_{(5)(10)(13)} \vee r_{14} = 011010011111101 \vee 001000000000011 = 011010011111111$$

В строке $M_{(5)(10)(13)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(5)(10)(14)} = M_{(5)(10)} \vee r_{14} = 010010001111001 \vee 001000000000011 = 011010001111011$$

В строке $M_{(5)(10)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(5)(13)} = r_4 \vee r_{13} = 010010001011001 \vee 001000010000101 = 011010011011101$$

Составляем список $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(5)(13)(14)} = M_{(5)(13)} \vee r_{14} = 011010011011101 \vee 001000000000011 = 011010011011111$$

В строке $M_{(5)(13)(14)}$ остались незакрытые нули

$$M_{(5)(14)} = r_4 \vee r_{14} = 010010001011001 \vee 001000000000011 = 011010001011011$$

В строке $M_{(5)(14)}$ остались незакрытые нули. Из матрицы $R(G')$ видно, что строки с номерами $j > 5$ «0» во второй позиции закрыть не смогут.

Семейство максимальных внутренне устойчивых множеств $\Psi_{G'}$ построено. Это:

$$\psi_1 = \{u_{14}, u_{16}, u_{18}, u_{19}, u_{24}\}$$

$$\psi_2 = \{u_{14}, u_{16}, u_{24}, u_{611}\}$$

$$\psi_3 = \{u_{14}, u_{18}, u_{19}, u_{24}, u_{48}, u_{47}\}$$

$$\psi_4 = \{u_{14}, u_{24}, u_{410}, u_{48}, u_{47}\}$$

$$\psi_5 = \{u_{212}, u_{29}, u_{28}, u_{27}, u_{24}, u_{47}\}$$

$$\psi_6 = \{u_{212}, u_{29}, u_{28}, u_{24}, u_{48}, u_{47}\}$$

$$\psi_7 = \{u_{212}, u_{312}, u_{311}, u_{410}, u_{48}, u_{47}\}$$

$$\psi_8 = \{u_{212}, u_{312}, u_{311}, u_{611}\}$$

$$\psi_9 = \{u_{212}, u_{24}, u_{410}, u_{48}, u_{47}\}$$

$$\psi_{10} = \{u_{212}, u_{24}, u_{611}\}$$

$$\psi_{11} = \{u_{18}, u_{19}, u_{28}, u_{27}, u_{24}, u_{47}\}$$

$$\psi_{12} = \{u_{18}, u_{19}, u_{28}, u_{24}, u_{48}, u_{47}\}$$

$$\psi_{13} = \{u_{19}, u_{29}, u_{28}, u_{27}, u_{24}, u_{47}\}$$

$$\psi_{14} = \{u_{19}, u_{29}, u_{28}, u_{24}, u_{48}, u_{47}\}$$

Выделение из G' максимального двудольного подграфа H'

Для каждой пары множеств вычислим значение критерия $\alpha_{\gamma\delta} = |\psi_\gamma| + |\psi_\delta| - |\psi_\gamma \cap \psi_\delta|$

$$\alpha_{(1)(2)} = |\psi_1| + |\psi_2| - |\psi_1 \cap \psi_2| = 5 + 4 - 3 = 6$$

$$\alpha_{(1)(3)} = |\psi_1| + |\psi_3| - |\psi_1 \cap \psi_3| = 5 + 6 - 4 = 7$$

$$\alpha_{(1)(4)} = |\psi_1| + |\psi_4| - |\psi_1 \cap \psi_4| = 5 + 5 - 2 = 8$$

$$\alpha_{(1)(5)} = |\psi_1| + |\psi_5| - |\psi_1 \cap \psi_5| = 5 + 6 - 1 = 10$$

$$\alpha_{(1)(6)} = |\psi_1| + |\psi_6| - |\psi_1 \cap \psi_6| = 5 + 6 - 1 = 10$$

$$\alpha_{(1)(7)} = |\psi_1| + |\psi_7| - |\psi_1 \cap \psi_7| = 5 + 6 - 0 = 11$$

$$\alpha_{(1)(8)} = |\psi_1| + |\psi_8| - |\psi_1 \cap \psi_8| = 5 + 4 - 0 = 9$$

$$\alpha_{(1)(9)} = |\psi_1| + |\psi_9| - |\psi_1 \cap \psi_9| = 5 + 5 - 1 = 9$$

$$\alpha_{(1)(10)} = |\psi_1| + |\psi_{10}| - |\psi_1 \cap \psi_{10}| = 5 + 3 - 1 = 7$$

$$\alpha_{(1)(11)} = |\psi_1| + |\psi_{11}| - |\psi_1 \cap \psi_{11}| = 5 + 6 - 3 = 8$$

$$\alpha_{(1)(12)} = |\psi_1| + |\psi_{12}| - |\psi_1 \cap \psi_{12}| = 5 + 6 - 3 = 8$$

$$\alpha_{(1)(13)} = |\psi_1| + |\psi_{13}| - |\psi_1 \cap \psi_{13}| = 5 + 6 - 2 = 9$$

$$\alpha_{(1)(14)} = |\psi_1| + |\psi_{14}| - |\psi_1 \cap \psi_{14}| = 5 + 6 - 2 = 9$$

$$\alpha_{(2)(3)} = |\psi_2| + |\psi_3| - |\psi_2 \cap \psi_3| = 4 + 6 - 2 = 8$$

$$\alpha_{(2)(4)} = |\psi_2| + |\psi_4| - |\psi_2 \cap \psi_4| = 4 + 5 - 2 = 7$$

$$\alpha_{(2)(5)} = |\psi_2| + |\psi_5| - |\psi_2 \cap \psi_5| = 4 + 6 - 1 = 9$$

$$\alpha_{(2)(6)} = |\psi_2| + |\psi_6| - |\psi_2 \cap \psi_6| = 4 + 6 - 1 = 9$$

$$\alpha_{(2)(7)} = |\psi_2| + |\psi_7| - |\psi_2 \cap \psi_7| = 4 + 6 - 0 = 10$$

$$\begin{aligned}
\alpha_{(2)(8)} &= |\psi_2| + |\psi_8| - |\psi_2 \cap \psi_8| = 4 + 4 - 1 = 7 \\
\alpha_{(2)(9)} &= |\psi_2| + |\psi_9| - |\psi_2 \cap \psi_9| = 4 + 5 - 1 = 8 \\
\alpha_{(2)(10)} &= |\psi_2| + |\psi_{10}| - |\psi_2 \cap \psi_{10}| = 4 + 3 - 2 = 5 \\
\alpha_{(2)(11)} &= |\psi_2| + |\psi_{11}| - |\psi_2 \cap \psi_{11}| = 4 + 6 - 1 = 9 \\
\alpha_{(2)(12)} &= |\psi_2| + |\psi_{12}| - |\psi_2 \cap \psi_{12}| = 4 + 6 - 1 = 9 \\
\alpha_{(2)(13)} &= |\psi_2| + |\psi_{13}| - |\psi_2 \cap \psi_{13}| = 4 + 6 - 1 = 9 \\
\alpha_{(2)(14)} &= |\psi_2| + |\psi_{14}| - |\psi_2 \cap \psi_{14}| = 4 + 6 - 1 = 9 \\
\alpha_{(3)(4)} &= |\psi_3| + |\psi_4| - |\psi_3 \cap \psi_4| = 6 + 5 - 4 = 7 \\
\alpha_{(3)(5)} &= |\psi_3| + |\psi_5| - |\psi_3 \cap \psi_5| = 6 + 6 - 2 = 10 \\
\alpha_{(3)(6)} &= |\psi_3| + |\psi_6| - |\psi_3 \cap \psi_6| = 6 + 6 - 3 = 9 \\
\alpha_{(3)(7)} &= |\psi_3| + |\psi_7| - |\psi_3 \cap \psi_7| = 6 + 6 - 2 = 10 \\
\alpha_{(3)(8)} &= |\psi_3| + |\psi_8| - |\psi_3 \cap \psi_8| = 6 + 4 - 0 = 10 \\
\alpha_{(3)(9)} &= |\psi_3| + |\psi_9| - |\psi_3 \cap \psi_9| = 6 + 5 - 3 = 8 \\
\alpha_{(3)(10)} &= |\psi_3| + |\psi_{10}| - |\psi_3 \cap \psi_{10}| = 6 + 3 - 1 = 8 \\
\alpha_{(3)(11)} &= |\psi_3| + |\psi_{11}| - |\psi_3 \cap \psi_{11}| = 6 + 6 - 4 = 8 \\
\alpha_{(3)(12)} &= |\psi_3| + |\psi_{12}| - |\psi_3 \cap \psi_{12}| = 6 + 6 - 5 = 7 \\
\alpha_{(3)(13)} &= |\psi_3| + |\psi_{13}| - |\psi_3 \cap \psi_{13}| = 6 + 6 - 3 = 9 \\
\alpha_{(3)(14)} &= |\psi_3| + |\psi_{14}| - |\psi_3 \cap \psi_{14}| = 6 + 6 - 4 = 8 \\
\alpha_{(4)(5)} &= |\psi_4| + |\psi_5| - |\psi_4 \cap \psi_5| = 5 + 6 - 2 = 9 \\
\alpha_{(4)(6)} &= |\psi_4| + |\psi_6| - |\psi_4 \cap \psi_6| = 5 + 6 - 3 = 8 \\
\alpha_{(4)(7)} &= |\psi_4| + |\psi_7| - |\psi_4 \cap \psi_7| = 5 + 6 - 3 = 8 \\
\alpha_{(4)(8)} &= |\psi_4| + |\psi_8| - |\psi_4 \cap \psi_8| = 5 + 4 - 0 = 9 \\
\alpha_{(4)(9)} &= |\psi_4| + |\psi_9| - |\psi_4 \cap \psi_9| = 5 + 5 - 4 = 6 \\
\alpha_{(4)(10)} &= |\psi_4| + |\psi_{10}| - |\psi_4 \cap \psi_{10}| = 5 + 3 - 1 = 7 \\
\alpha_{(4)(11)} &= |\psi_4| + |\psi_{11}| - |\psi_4 \cap \psi_{11}| = 5 + 6 - 2 = 9 \\
\alpha_{(4)(12)} &= |\psi_4| + |\psi_{12}| - |\psi_4 \cap \psi_{12}| = 5 + 6 - 3 = 8 \\
\alpha_{(4)(13)} &= |\psi_4| + |\psi_{13}| - |\psi_4 \cap \psi_{13}| = 5 + 6 - 2 = 9 \\
\alpha_{(4)(14)} &= |\psi_4| + |\psi_{14}| - |\psi_4 \cap \psi_{14}| = 5 + 6 - 3 = 8 \\
\alpha_{(5)(6)} &= |\psi_5| + |\psi_6| - |\psi_5 \cap \psi_6| = 6 + 6 - 5 = 7 \\
\alpha_{(5)(7)} &= |\psi_5| + |\psi_7| - |\psi_5 \cap \psi_7| = 6 + 6 - 2 = 10 \\
\alpha_{(5)(8)} &= |\psi_5| + |\psi_8| - |\psi_5 \cap \psi_8| = 6 + 4 - 1 = 9
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\alpha_{(5)(9)} &= |\psi_5| + |\psi_9| - |\psi_5 \cap \psi_9| = 6 + 5 - 3 = 8 \\
\alpha_{(5)(10)} &= |\psi_5| + |\psi_{10}| - |\psi_5 \cap \psi_{10}| = 6 + 3 - 2 = 7 \\
\alpha_{(5)(11)} &= |\psi_5| + |\psi_{11}| - |\psi_5 \cap \psi_{11}| = 6 + 6 - 4 = 8 \\
\alpha_{(5)(12)} &= |\psi_5| + |\psi_{12}| - |\psi_5 \cap \psi_{12}| = 6 + 6 - 3 = 9 \\
\alpha_{(5)(13)} &= |\psi_5| + |\psi_{13}| - |\psi_5 \cap \psi_{13}| = 6 + 6 - 5 = 7 \\
\alpha_{(5)(14)} &= |\psi_5| + |\psi_{14}| - |\psi_5 \cap \psi_{14}| = 6 + 6 - 4 = 8 \\
\alpha_{(6)(7)} &= |\psi_6| + |\psi_7| - |\psi_6 \cap \psi_7| = 6 + 6 - 3 = 9 \\
\alpha_{(6)(8)} &= |\psi_6| + |\psi_8| - |\psi_6 \cap \psi_8| = 6 + 4 - 1 = 9 \\
\alpha_{(6)(9)} &= |\psi_6| + |\psi_9| - |\psi_6 \cap \psi_9| = 6 + 5 - 4 = 7 \\
\alpha_{(6)(10)} &= |\psi_6| + |\psi_{10}| - |\psi_6 \cap \psi_{10}| = 6 + 3 - 2 = 7 \\
\alpha_{(6)(11)} &= |\psi_6| + |\psi_{11}| - |\psi_6 \cap \psi_{11}| = 6 + 6 - 3 = 9 \\
\alpha_{(6)(12)} &= |\psi_6| + |\psi_{12}| - |\psi_6 \cap \psi_{12}| = 6 + 6 - 4 = 8 \\
\alpha_{(6)(13)} &= |\psi_6| + |\psi_{13}| - |\psi_6 \cap \psi_{13}| = 6 + 6 - 4 = 8 \\
\alpha_{(6)(14)} &= |\psi_6| + |\psi_{14}| - |\psi_6 \cap \psi_{14}| = 6 + 6 - 5 = 7 \\
\alpha_{(7)(8)} &= |\psi_7| + |\psi_8| - |\psi_7 \cap \psi_8| = 6 + 4 - 3 = 7 \\
\alpha_{(7)(9)} &= |\psi_7| + |\psi_9| - |\psi_7 \cap \psi_9| = 6 + 5 - 4 = 7 \\
\alpha_{(7)(10)} &= |\psi_7| + |\psi_{10}| - |\psi_7 \cap \psi_{10}| = 6 + 3 - 1 = 8 \\
\alpha_{(7)(11)} &= |\psi_7| + |\psi_{11}| - |\psi_7 \cap \psi_{11}| = 6 + 6 - 1 = 11 \\
\alpha_{(7)(12)} &= |\psi_7| + |\psi_{12}| - |\psi_7 \cap \psi_{12}| = 6 + 6 - 2 = 10 \\
\alpha_{(7)(13)} &= |\psi_7| + |\psi_{13}| - |\psi_7 \cap \psi_{13}| = 6 + 6 - 1 = 11 \\
\alpha_{(7)(14)} &= |\psi_7| + |\psi_{14}| - |\psi_7 \cap \psi_{14}| = 6 + 6 - 2 = 10 \\
\alpha_{(8)(9)} &= |\psi_8| + |\psi_9| - |\psi_8 \cap \psi_9| = 4 + 5 - 1 = 8 \\
\alpha_{(8)(10)} &= |\psi_8| + |\psi_{10}| - |\psi_8 \cap \psi_{10}| = 4 + 3 - 2 = 5 \\
\alpha_{(8)(11)} &= |\psi_8| + |\psi_{11}| - |\psi_8 \cap \psi_{11}| = 4 + 6 - 0 = 10 \\
\alpha_{(8)(12)} &= |\psi_8| + |\psi_{12}| - |\psi_8 \cap \psi_{12}| = 4 + 6 - 0 = 10 \\
\alpha_{(8)(13)} &= |\psi_8| + |\psi_{13}| - |\psi_8 \cap \psi_{13}| = 4 + 6 - 0 = 10 \\
\alpha_{(8)(14)} &= |\psi_8| + |\psi_{14}| - |\psi_8 \cap \psi_{14}| = 4 + 6 - 0 = 10 \\
\alpha_{(9)(10)} &= |\psi_9| + |\psi_{10}| - |\psi_9 \cap \psi_{10}| = 5 + 3 - 2 = 6 \\
\alpha_{(9)(11)} &= |\psi_9| + |\psi_{11}| - |\psi_9 \cap \psi_{11}| = 5 + 6 - 2 = 9 \\
\alpha_{(9)(12)} &= |\psi_9| + |\psi_{12}| - |\psi_9 \cap \psi_{12}| = 5 + 6 - 3 = 8 \\
\alpha_{(9)(13)} &= |\psi_9| + |\psi_{13}| - |\psi_9 \cap \psi_{13}| = 5 + 6 - 2 = 9
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\alpha_{(9)(14)} &= |\psi_9| + |\psi_{14}| - |\psi_9 \cap \psi_{14}| = 5 + 6 - 3 = 8 \\ \alpha_{(10)(11)} &= |\psi_{10}| + |\psi_{11}| - |\psi_{10} \cap \psi_{11}| = 3 + 6 - 1 = 8 \\ \alpha_{(10)(12)} &= |\psi_{10}| + |\psi_{12}| - |\psi_{10} \cap \psi_{12}| = 3 + 6 - 1 = 8 \\ \alpha_{(10)(13)} &= |\psi_{10}| + |\psi_{13}| - |\psi_{10} \cap \psi_{13}| = 3 + 6 - 1 = 8 \\ \alpha_{(10)(14)} &= |\psi_{10}| + |\psi_{14}| - |\psi_{10} \cap \psi_{14}| = 3 + 6 - 1 = 8 \\ \alpha_{(11)(12)} &= |\psi_{11}| + |\psi_{12}| - |\psi_{11} \cap \psi_{12}| = 6 + 6 - 5 = 7 \\ \alpha_{(11)(13)} &= |\psi_{11}| + |\psi_{13}| - |\psi_{11} \cap \psi_{13}| = 6 + 6 - 5 = 7 \\ \alpha_{(11)(14)} &= |\psi_{11}| + |\psi_{14}| - |\psi_{11} \cap \psi_{14}| = 6 + 6 - 4 = 8 \\ \alpha_{(12)(13)} &= |\psi_{12}| + |\psi_{13}| - |\psi_{12} \cap \psi_{13}| = 6 + 6 - 4 = 8 \\ \alpha_{(12)(14)} &= |\psi_{12}| + |\psi_{14}| - |\psi_{12} \cap \psi_{14}| = 6 + 6 - 5 = 7 \\ \alpha_{(13)(14)} &= |\psi_{13}| + |\psi_{14}| - |\psi_{13} \cap \psi_{14}| = 6 + 6 - 5 = 7\end{aligned}$$

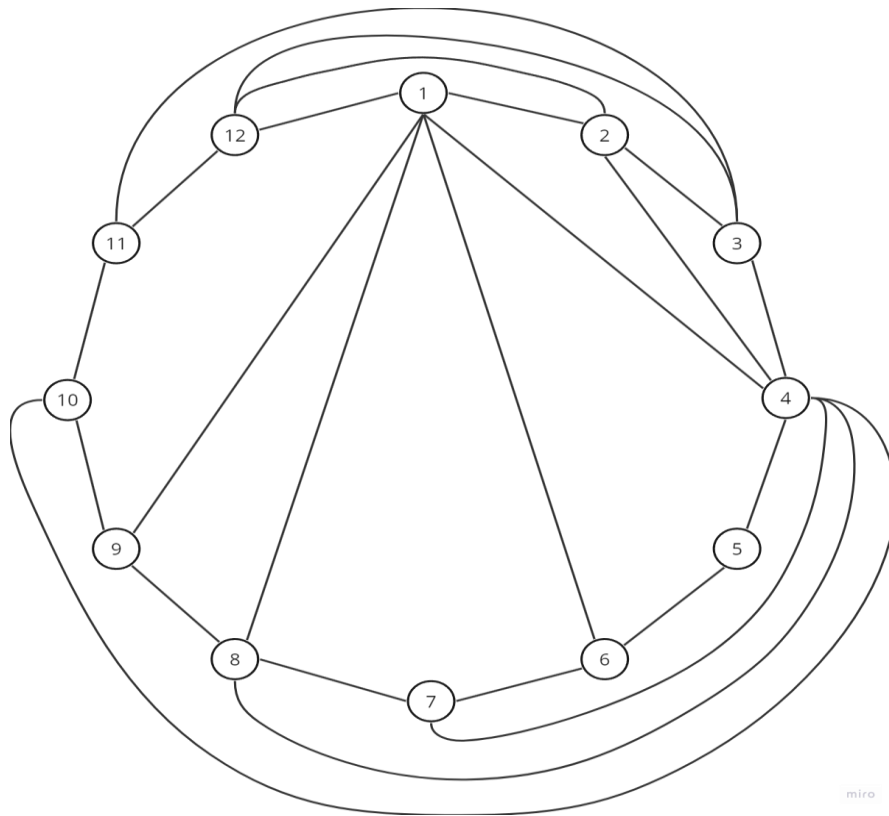
Получаем матрицу $A = \|\alpha_{\gamma\delta}\|$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	0	6	7	8	10	10	11	9	9	7	8	8	9	9
2		0	8	7	9	9	10	7	8	5	9	9	9	9
3			0	7	10	9	10	10	8	8	8	7	9	8
4				0	9	8	8	9	6	7	9	8	9	8
5					0	7	10	9	8	7	8	9	7	8
6						0	9	9	7	7	9	8	8	7
7							0	7	7	8	11	10	11	10
8								0	8	5	10	10	10	10
9									0	6	9	8	9	8
10										0	8	8	8	8
11											0	7	7	8
12												0	8	7
13													0	7
14														0

$\max \alpha_{\gamma\delta} = \alpha_{(1)(7)} = \alpha_{(7)(11)} = \alpha_{(7)(13)} = 11$ дают следующие пары множеств: $\{\psi_1, \psi_7\}$, $\{\psi_7, \psi_{11}\}$, $\{\psi_7, \psi_{13}\}$

Возьмем множества $\psi_1 = \{u_{14}, u_{16}, u_{18}, u_{19}, u_{24}\}$ и $\psi_7 = \{u_{212}, u_{312}, u_{311}, u_{410}, u_{48}, u_{47}\}$

В суграфе H , ребра, вошедшие в ψ_1 проведем внутри гамильтонова цикла, а в ψ_7 - вне его



Удалим из Ψ_G , все ребра вошедшие в ψ_1 и $\psi_7 \Rightarrow$ получим:

$$\psi_2 = \{u_{611}\}$$

$$\psi_5 = \{u_{29}, u_{28}, u_{27}\}$$

$$\psi_6 = \{u_{29}, u_{28}\}$$

$$\psi_8 = \{u_{611}\}$$

$$\psi_{10} = \{u_{611}\}$$

$$\psi_{11} = \{u_{28}, u_{27}\}$$

$$\psi_{12} = \{u_{28}\}$$

$$\psi_{13} = \{u_{29}, u_{28}, u_{27}\}$$

$$\psi_{14} = \{u_{29}, u_{28}\}$$

Объединив одинаковые множества получим:

$$\psi_2 = \{u_{611}\}$$

$$\psi_5 = \{u_{29}, u_{28}, u_{27}\}$$

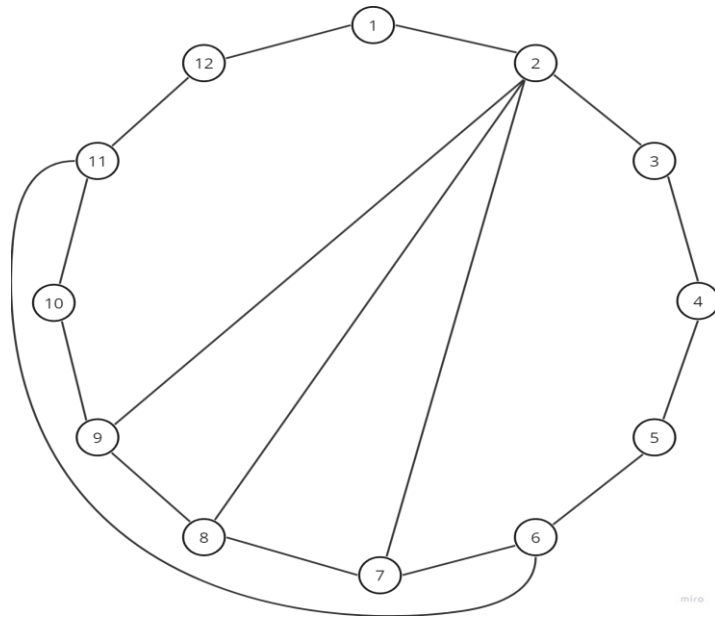
$$\psi_6 = \{u_{29}, u_{28}\}$$

$$\psi_{11} = \{u_{28}, u_{27}\}$$

$$\psi_{12} = \{u_{28}\}$$

Нереализованными остались ребра u_{611} , u_{29} , u_{28} , u_{27}

Проведем их.



Все выбранные 15 ребер графа реализованы. Толщина графа при введенных ограничениях:

$$m = 2$$