

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего  
образования «Национальный исследовательский университет ИТМО»**

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

**Домашнее задание №4**

По дискретной математике

Вариант №12

Выполнил:

Ступин Тимур Русланович

Группа № Р3108

Проверил:

Поляков Владимир Иванович

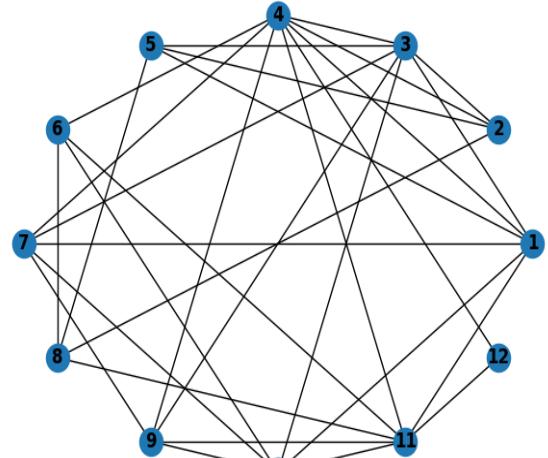
Санкт-Петербург 2024

## **Содержание**

Исходные данные.....	3
Нахождение гамильтонова цикла.....	3
Построение графа пересечений $G'$ .....	5
Построение семейства $\Psi G'$ .....	8
Выделение из $G'$ максимального двудольного подграфа $H'$ .....	24

## Исходные данные

V/V	e1	e2	e3	e4	e5	e6	e7	e8	e9	e10	e11	e12
e1	0	3	1	4		4			3	3		
e2		0	4	1	1			3				
e3	3	4	0	1	5		1		1	1		
e4	1	1	1	0		1	2		4		2	2
e5	4	1	5		0			3				
e6			1		0			3	1	4		
e7	4		1	2		0		1	4			
e8	3			3	3		0			4		
e9		1	4			1		0	1	4		
e10	3		1		1	4		1	0	5		
e11	3			2	4	4	4	5	0	4		
e12				2					4	0		



	e1	e2	e3	e4	e5	e6	e7	e8	e9	e10	e11	e12
e1	0		1	1	1		1			1	1	
e2		0		1	1	1			1			
e3	1	1	0	1	1		1		1	1		
e4	1	1	1	0		1	1		1		1	1
e5	1	1	1		0			1				
e6				1		0		1		1	1	
e7	1		1	1			0		1	1		
e8		1			1	1		0			1	
e9			1	1			1		0	1	1	
e10	1		1			1	1		1	0	1	
e11	1			1		1		1	1	1	0	1
e12					1				1	0		

## Нахождение гамильтонова цикла

1. Включаем в  $S$  начальную вершину  $S = \{e_1\}$
2. Будем последовательно включать “возможные” вершины:
  - a.  $e_3: S = \{e_1, e_3\}$
  - b.  $e_2: S = \{e_1, e_3, e_2\}$
  - c.  $e_4: S = \{e_1, e_3, e_2, e_4\}$
  - d.  $e_6: S = \{e_1, e_3, e_2, e_4, e_6\}$

- e.  $e_8: S = \{e_1, e_3, e_2, e_4, e_6, e_8\}$
- f.  $e_5: S = \{e_1, e_3, e_2, e_4, e_6, e_8, e_5\}$
3. У вершины  $e_5$  нет “возможных”, удалим её  $S = \{e_1, e_3, e_2, e_4, e_6, e_8\}$
4. Продолжим добавлять возможные вершины
- $e_{11}: S = \{e_1, e_3, e_2, e_4, e_6, e_8, e_{11}\}$
  - $e_9: S = \{e_1, e_3, e_2, e_4, e_6, e_8, e_{11}, e_9\}$
  - $e_7: S = \{e_1, e_3, e_2, e_4, e_6, e_8, e_{11}, e_9, e_7\}$
  - $e_{10}: S = \{e_1, e_3, e_2, e_4, e_6, e_8, e_{11}, e_9, e_7, e_{10}\}$
5. У вершины  $e_{10}$  нет “возможных”, удалим её  $S = \{e_1, e_3, e_2, e_4, e_6, e_8, e_{11}, e_9, e_7\}$
6. У вершины  $e_7$  нет “возможных”, удалим её  $S = \{e_1, e_3, e_2, e_4, e_6, e_8, e_{11}, e_9\}$
7. Продолжим добавлять возможные вершины
- $e_{10}: S = \{e_1, e_3, e_2, e_4, e_6, e_8, e_{11}, e_9, e_{10}\}$
  - $e_7: S = \{e_1, e_3, e_2, e_4, e_6, e_8, e_{11}, e_9, e_{10}, e_7\}$
8. У вершины  $e_7$  нет “возможных”, удалим её  $S = \{e_1, e_3, e_2, e_4, e_6, e_8, e_{11}, e_9, e_{10}\}$
9. У вершины  $e_{10}$  нет “возможных”, удалим её  $S = \{e_1, e_3, e_2, e_4, e_6, e_8, e_{11}, e_{10}\}$
10. У вершины  $e_9$  нет “возможных”, удалим её  $S = \{e_1, e_3, e_2, e_4, e_6, e_8, e_{11}\}$
11. Продолжим добавлять возможные вершины
- $e_{10}: S = \{e_1, e_3, e_2, e_4, e_6, e_8, e_{11}, e_{10}\}$
  - $e_7: S = \{e_1, e_3, e_2, e_4, e_6, e_8, e_{11}, e_{10}, e_7\}$
  - $e_9: S = \{e_1, e_3, e_2, e_4, e_6, e_8, e_{11}, e_{10}, e_7, e_9\}$
12. У вершины  $e_9$  нет “возможных”, удалим её  $S = \{e_1, e_3, e_2, e_4, e_6, e_8, e_{11}, e_{10}, e_7\}$
13. У вершины  $e_7$  нет “возможных”, удалим её  $S = \{e_1, e_3, e_2, e_4, e_6, e_8, e_{11}, e_{10}\}$
14. Продолжим добавлять возможные вершины
- $e_9: S = \{e_1, e_3, e_2, e_4, e_6, e_8, e_{11}, e_{10}, e_9\}$
  - $e_7: S = \{e_1, e_3, e_2, e_4, e_6, e_8, e_{11}, e_{10}, e_9, e_7\}$
15. У вершины  $e_7$  нет “возможных”, удалим её  $S = \{e_1, e_3, e_2, e_4, e_6, e_8, e_{11}, e_{10}, e_9\}$
16. У вершины  $e_9$  нет “возможных”, удалим её  $S = \{e_1, e_3, e_2, e_4, e_6, e_8, e_{11}, e_{10}\}$
17. У вершины  $e_{10}$  нет “возможных”, удалим её  $S = \{e_1, e_3, e_2, e_4, e_6, e_8, e_{11}\}$
18. Продолжим добавлять возможные вершины
- $e_{12}: S = \{e_1, e_3, e_2, e_4, e_6, e_8, e_{11}, e_{12}\}$
19. У вершины  $e_{12}$  нет “возможных”, удалим её  $S = \{e_1, e_3, e_2, e_4, e_6, e_8, e_{11}\}$
20. У вершины  $e_{11}$  нет “возможных”, удалим её  $S = \{e_1, e_3, e_2, e_4, e_6, e_8\}$

21. У вершины  $e_8$  нет “возможных”, удалим её  $S = \{e_1, e_3, e_2, e_4, e_6\}$

Продолжим последовательное добавление и удаление вершин пока последней не станет вершина  $e_5$ , которая образует цикл с вершиной  $e_1$ . Гамильтонов цикл будет:

$$S = \{e_1, e_3, e_2, e_4, e_{12}, e_{11}, e_9, e_7, e_{10}, e_6, e_8, e_5\}$$

### Построение графа пересечений $G'$

Перенумеруем вершины так, чтобы ребра гамильтонова цикла были внешними

до перенумерации	$e_1$	$e_3$	$e_2$	$e_4$	$e_{12}$	$e_{11}$	$e_9$	$e_7$	$e_{10}$	$e_6$	$e_8$	$e_5$
после перенумерации	$e_1$	$e_2$	$e_3$	$e_4$	$e_5$	$e_6$	$e_7$	$e_8$	$e_9$	$e_{10}$	$e_{11}$	$e_{12}$

Граф  $G(E, U)$  будет выглядеть так:

	$e_1$	$e_2$	$e_3$	$e_4$	$e_5$	$e_6$	$e_7$	$e_8$	$e_9$	$e_{10}$	$e_{11}$	$e_{12}$
$e_1$	0	$\times$	1		1	1	1					$\times$
$e_2$		0	$\times$	1		1	1	1				1
$e_3$			0	$\times$						1	1	
$e_4$				0	$\times$	1	1	1		1		
$e_5$					0	$\times$						
$e_6$						0	$\times$		1	1	1	
$e_7$							0	$\times$	1			
$e_8$								0	$\times$			
$e_9$									0	$\times$		
$e_{10}$									0	$\times$		
$e_{11}$										0	$\times$	
$e_{12}$											0	

Определим  $p_{212}$  для чего в матрице R выделим подматрицу  $R_{212}$

Ребро  $(e_2e_{12})$  пересекается с ребрами  $(e_1e_4), (e_1e_6), (e_1e_8), (e_1e_9)$

Определим  $p_{29}$  для чего в матрице R выделим подматрицу  $R_{29}$

Ребро  $(e_2e_9)$  пересекается с ребрами  $(e_1e_4), (e_1e_6), (e_1e_8)$

Определим  $p_{28}$  для чего в матрице R выделим подматрицу  $R_{28}$

Ребро  $(e_2e_8)$  пересекается с ребрами  $(e_1e_4), (e_1e_6)$

Определим  $p_{27}$  для чего в матрице R выделим подматрицу  $R_{27}$

Ребро  $(e_2e_7)$  пересекается с ребрами  $(e_1e_4), (e_1e_6)$

Определим  $p_{312}$  для чего в матрице R выделим подматрицу  $R_{312}$

Ребро  $(e_3e_{12})$  пересекается с ребрами  $(e_1e_4), (e_1e_6), (e_1e_8), (e_1e_9), (e_2e_4), (e_2e_7), (e_2e_8), (e_2e_9)$

Определим  $p_{311}$  для чего в матрице R выделим подматрицу  $R_{311}$

Ребро  $(e_3e_{11})$  пересекается с ребрами  $(e_1e_4), (e_1e_6), (e_1e_8), (e_1e_9), (e_2e_4), (e_2e_7), (e_2e_8), (e_2e_9)$

Определим  $p_{410}$  для чего в матрице R выделим подматрицу  $R_{410}$

Ребро  $(e_4e_{10})$  пересекается с ребрами  $(e_1e_6), (e_1e_8), (e_1e_9), (e_2e_7), (e_2e_8), (e_2e_9)$

Определим  $p_{48}$  для чего в матрице R выделим подматрицу  $R_{48}$

Ребро  $(e_4e_8)$  пересекается с ребрами  $(e_1e_6), (e_2e_7)$

Определим  $p_{47}$  для чего в матрице R выделим подматрицу  $R_{47}$

Ребро  $(e_4e_7)$  пересекается с ребрами  $(e_1e_6)$

Определим  $p_{611}$  для чего в матрице R выделим подматрицу  $R_{611}$

Ребро  $(e_6e_{11})$  пересекается с

ребрами  $(e_1e_8), (e_1e_9), (e_2e_7), (e_2e_8), (e_2e_9), (e_4e_7), (e_4e_8), (e_4e_{10})$

Ограничимся 15 ребрами и закончим поиск

Получаем следующий граф пересечений  $G'$  :

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
		u <sub>14</sub>	u <sub>212</sub>	u <sub>16</sub>	u <sub>18</sub>	u <sub>19</sub>	u <sub>29</sub>	u <sub>28</sub>	u <sub>27</sub>	u <sub>312</sub>	u <sub>24</sub>	u <sub>311</sub>	u <sub>410</sub>	u <sub>48</sub>	u <sub>47</sub>	u <sub>611</sub>
1	u <sub>14</sub>	1	1				1	1	1	1		1				
2	u <sub>212</sub>	1	1	1	1	1										
3	u <sub>16</sub>		1	1			1	1	1		1	1	1	1		
4	u <sub>18</sub>		1		1		1			1		1	1		1	
5	u <sub>19</sub>		1			1				1		1	1		1	
6	u <sub>29</sub>	1		1	1		1			1		1	1		1	
7	u <sub>28</sub>	1		1				1		1		1	1		1	
8	u <sub>27</sub>	1		1					1	1		1	1	1		
9	u <sub>312</sub>	1		1	1	1	1	1	1	1						
10	u <sub>24</sub>									1	1	1				
11	u <sub>311</sub>	1		1	1	1	1	1			1	1				
12	u <sub>410</sub>			1	1	1	1	1	1				1		1	
13	u <sub>48</sub>			1					1				1		1	
14	u <sub>47</sub>			1										1	1	
15	u <sub>611</sub>				1	1	1	1	1				1	1	1	

## **Построение семейства $\Psi_G$**

Рассматриваем строку  $r_1$

Составляем список  $J(j) = \{3, 4, 5, 10, 12, 13, 14, 15\}$

$M_{(1)(3)} = r_0 \vee r_3 = 110001111010000 \vee 011001111011110 = 111001111011110$

Составляем список  $J'(j') = \{4, 5, 10, 15\}$

$M_{(1)(3)(4)} = M_{(1)(3)} \vee r_4 = 111001111011110 \vee 010101001011001 = 111101111011111$

Составляем список  $J'(j') = \{5, 10\}$

$M_{(1)(3)(4)(5)} = M_{(1)(3)(4)} \vee r_5 = 111101111011111 \vee 010010001011001 = 111111110111111$

Составляем список  $J'(j') = \{10\}$

$M_{(1)(3)(4)(5)(10)} = M_{(1)(3)(4)(5)} \vee r_{10} = 11111111011111 \vee 000000001110000 = 111111111111111$

Все элементы равны 1. Построено  $\psi_1 = \{u_{14}, u_{16}, u_{18}, u_{19}, u_{24}\}$

$M_{(1)(3)(4)(10)} = M_{(1)(3)(4)} \vee r_{10} = 111101111011111 \vee 000000001110000 = 111101111111111$

В строке  $M_{(1)(3)(4)(10)}$  остались незакрытые нули

$M_{(1)(3)(5)} = M_{(1)(3)} \vee r_5 = 111001111011110 \vee 010010001011001 = 111011111011111$

Составляем список  $J'(j') = \{10\}$

$M_{(1)(3)(5)(10)} = M_{(1)(3)(5)} \vee r_{10} = 111011111011111 \vee 000000001110000 = 111011111111111$

В строке  $M_{(1)(3)(5)(10)}$  остались незакрытые нули

$M_{(1)(3)(10)} = M_{(1)(3)} \vee r_{10} = 111001111011110 \vee 000000001110000 = 111001111111110$

Составляем список  $J'(j') = \{15\}$

$M_{(1)(3)(10)(15)} = M_{(1)(3)(10)} \vee r_{15} = 11100111111110 \vee 00011110001111 = 111111111111111$

Все элементы равны 1. Построено  $\psi_2 = \{u_{14}, u_{16}, u_{24}, u_{611}\}$

$M_{(1)(3)(15)} = M_{(1)(3)} \vee r_{15} = 111001111011110 \vee 00011110001111 = 11111111011111$

В строке  $M_{(1)(3)(15)}$  остались незакрытые нули

$M_{(1)(4)} = r_0 \vee r_4 = 110001111010000 \vee 010101001011001 = 110101111011001$

Составляем список  $J'(j') = \{5, 10, 13, 14\}$

$M_{(1)(4)(5)} = M_{(1)(4)} \vee r_5 = 110101111011001 \vee 010010001011001 = 110111111011001$

Составляем список  $J'(j') = \{10, 13, 14\}$

$M_{(1)(4)(5)(10)} = M_{(1)(4)(5)} \vee r_{10} = 110111111011001 \vee 000000001110000 = 110111111111001$

Составляем список  $J'(j') = \{13, 14\}$

$M_{(1)(4)(5)(10)(13)} = M_{(1)(4)(5)(10)} \vee r_{13} = 110111111111001 \vee 001000010000101 = 111111111111101$

Составляем список  $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(1)(4)(5)(10)(13)(14)} = M_{(1)(4)(5)(10)(13)} \vee r_{14} = 11111111111101 \vee 00100000000011 = 11111111111111$$

Все элементы равны 1. Построено  $\psi_3 = \{u_{14}, u_{18}, u_{19}, u_{24}, u_{48}, u_{47}\}$

$$M_{(1)(4)(5)(10)(14)} = M_{(1)(4)(5)(10)} \vee r_{14} = 1101111111001 \vee 00100000000011 = 111111111111011$$

В строке  $M_{(1)(4)(5)(10)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(1)(4)(5)(13)} = M_{(1)(4)(5)} \vee r_{13} = 11011111011001 \vee 001000010000101 = 11111111011101$$

Составляем список  $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(1)(4)(5)(13)(14)} = M_{(1)(4)(5)(13)} \vee r_{14} = 11111111011101 \vee 00100000000011 = 11111111011111$$

В строке  $M_{(1)(4)(5)(13)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(1)(4)(5)(14)} = M_{(1)(4)(5)} \vee r_{14} = 11011111011001 \vee 00100000000011 = 11111111011011$$

В строке  $M_{(1)(4)(5)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(1)(4)(10)} = M_{(1)(4)} \vee r_{10} = 110101111011001 \vee 000000001110000 = 11010111111001$$

Составляем список  $J'(j') = \{13, 14\}$

$$M_{(1)(4)(10)(13)} = M_{(1)(4)(10)} \vee r_{13} = 11010111111001 \vee 001000010000101 = 11101111111101$$

Составляем список  $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(1)(4)(10)(13)(14)} = M_{(1)(4)(10)(13)} \vee r_{14} = 11101111111101 \vee 00100000000011 = 11101111111111$$

В строке  $M_{(1)(4)(10)(13)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(1)(4)(10)(14)} = M_{(1)(4)(10)} \vee r_{14} = 11010111111001 \vee 00100000000011 = 11101111111011$$

В строке  $M_{(1)(4)(10)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(1)(4)(13)} = M_{(1)(4)} \vee r_{13} = 110101111011001 \vee 001000010000101 = 11101111011101$$

Составляем список  $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(1)(4)(13)(14)} = M_{(1)(4)(13)} \vee r_{14} = 11101111011101 \vee 00100000000011 = 11101111011111$$

В строке  $M_{(1)(4)(13)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(1)(4)(14)} = M_{(1)(4)} \vee r_{14} = 110101111011001 \vee 00100000000011 = 11101111011011$$

В строке  $M_{(1)(4)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(1)(5)} = r_5 \vee r_5 = 110001111010000 \vee 010010001011001 = 110011111011001$$

Составляем список  $J'(j') = \{10, 13, 14\}$

$$M_{(1)(5)(10)} = M_{(1)(5)} \vee r_{10} = 110011111011001 \vee 000000001110000 = 11001111111001$$

Составляем список  $J'(j') = \{13, 14\}$

$$M_{(1)(5)(10)(13)} = M_{(1)(5)(10)} \vee r_{13} = 11001111111001 \vee 001000010000101 = 11101111111101$$

Составляем список  $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(1)(5)(10)(13)(14)} = M_{(1)(5)(10)(13)} \vee r_{14} = 11101111111101 \vee 00100000000011 = 11101111111111$$

В строке  $M_{(1)(5)(10)(13)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(1)(5)(10)(14)} = M_{(1)(5)(10)} \vee r_{14} = 1100111111001 \vee 001000000000011 = 11101111111011$$

В строке  $M_{(1)(5)(10)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(1)(5)(13)} = M_{(1)(5)} \vee r_{13} = 110011111011001 \vee 001000010000101 = 111011111011101$$

Составляем список  $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(1)(5)(13)(14)} = M_{(1)(5)(13)} \vee r_{14} = 111011111011101 \vee 001000000000011 = 111011111011111$$

В строке  $M_{(1)(5)(13)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(1)(5)(14)} = M_{(1)(5)} \vee r_{14} = 110011111011001 \vee 001000000000011 = 111011111011011$$

В строке  $M_{(1)(5)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(1)(10)} = r_0 \vee r_{10} = 110001111010000 \vee 000000001110000 = 11000111110000$$

Составляем список  $J'(j') = \{12, 13, 14, 15\}$

$$M_{(1)(10)(12)} = M_{(1)(10)} \vee r_{12} = 11000111110000 \vee 00111110001001 = 11111111111001$$

Составляем список  $J'(j') = \{13, 14\}$

$$M_{(1)(10)(12)(13)} = M_{(1)(10)(12)} \vee r_{13} = 11111111111001 \vee 001000010000101 = 111111111111101$$

Составляем список  $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(1)(10)(12)(13)(14)} = M_{(1)(10)(12)(13)} \vee r_{14} = 11111111111101 \vee 001000000000011 = 1111111111111111$$

Все элементы равны 1. Построено  $\psi_4 = \{u_{14}, u_{24}, u_{410}, u_{48}, u_{47}\}$

$$M_{(1)(10)(12)(14)} = M_{(1)(10)(12)} \vee r_{14} = 11111111111001 \vee 001000000000011 = 111111111111011$$

В строке  $M_{(1)(10)(12)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(1)(10)(13)} = M_{(1)(10)} \vee r_{13} = 11000111110000 \vee 001000010000101 = 11100111110101$$

Составляем список  $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(1)(10)(13)(14)} = M_{(1)(10)(13)} \vee r_{14} = 11100111110101 \vee 001000000000011 = 11100111110111$$

В строке  $M_{(1)(10)(13)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(1)(10)(14)} = M_{(1)(10)} \vee r_{14} = 11000111110000 \vee 001000000000011 = 11100111110011$$

В строке  $M_{(1)(10)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(1)(10)(15)} = M_{(1)(10)} \vee r_{15} = 11000111110000 \vee 00011110001111 = 11011111111111$$

В строке  $M_{(1)(10)(15)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(1)(12)} = r_0 \vee r_{12} = 110001111010000 \vee 00111110001001 = 111111111011001$$

Составляем список  $J'(j') = \{13, 14\}$

$$M_{(1)(12)(13)} = M_{(1)(12)} \vee r_{13} = 111111111011001 \vee 001000010000101 = 111111111011101$$

Составляем список  $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(1)(12)(13)(14)} = M_{(1)(12)(13)} \vee r_{14} = 11111111011101 \vee 00100000000011 = 11111111011111$$

В строке  $M_{(1)(12)(13)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(1)(12)(14)} = M_{(1)(12)} \vee r_{14} = 11111111011001 \vee 00100000000011 = 11111111011011$$

В строке  $M_{(1)(12)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(1)(13)} = r_0 \vee r_{13} = 11000111010000 \vee 001000010000101 = 11100111010101$$

Составляем список  $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(1)(13)(14)} = M_{(1)(13)} \vee r_{14} = 11100111010101 \vee 00100000000011 = 11100111010111$$

В строке  $M_{(1)(13)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(1)(14)} = r_0 \vee r_{14} = 11000111010000 \vee 00100000000011 = 11100111010011$$

В строке  $M_{(1)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(1)(15)} = r_0 \vee r_{15} = 11000111010000 \vee 00011110001111 = 11011111011111$$

В строке  $M_{(1)(15)}$  остались незакрытые нули

Рассматриваем строку  $r_2$

Составляем список  $J(j) = \{6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$

$$M_{(2)(6)} = r_1 \vee r_6 = 1111100000000000 \vee 101101001011001 = 111111001011001$$

Составляем список  $J'(j') = \{7, 8, 10, 13, 14\}$

$$M_{(2)(6)(7)} = M_{(2)(6)} \vee r_7 = 111111001011001 \vee 101000101011001 = 111111101011001$$

Составляем список  $J'(j') = \{8, 10, 13, 14\}$

$$M_{(2)(6)(7)(8)} = M_{(2)(6)(7)} \vee r_8 = 111111101011001 \vee 101000011011101 = 11111111011101$$

Составляем список  $J'(j') = \{10, 14\}$

$$M_{(2)(6)(7)(8)(10)} = M_{(2)(6)(7)(8)} \vee r_{10} = 11111111011101 \vee 00000001110000 = 11111111111101$$

Составляем список  $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(2)(6)(7)(8)(10)(14)} = M_{(2)(6)(7)(8)(10)} \vee r_{14} = 11111111111101 \vee 00100000000011 = 11111111111111$$

Все элементы равны 1. Построено  $\psi_5 = \{u_{212}, u_{29}, u_{28}, u_{27}, u_{24}, u_{47}\}$

$$M_{(2)(6)(7)(8)(14)} = M_{(2)(6)(7)(8)} \vee r_{14} = 11111111011101 \vee 00100000000011 = 11111111011111$$

В строке  $M_{(2)(6)(7)(8)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(2)(6)(7)(10)} = M_{(2)(6)(7)} \vee r_{10} = 111111101011001 \vee 00000001110000 = 111111101111001$$

Составляем список  $J'(j') = \{13, 14\}$

$$M_{(2)(6)(7)(10)(13)} = M_{(2)(6)(7)(10)} \vee r_{13} = 111111101111001 \vee 001000010000101 = 11111111111101$$

Составляем список  $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(2)(6)(7)(10)(13)(14)} = M_{(2)(6)(7)(10)(13)} \vee r_{14} = 11111111111101 \vee 00100000000011 = 11111111111111$$

Все элементы равны 1. Построено  $\psi_6 = \{u_{212}, u_{29}, u_{28}, u_{24}, u_{48}, u_{47}\}$

$$M_{(2)(6)(7)(10)(14)} = M_{(2)(6)(7)(10)} \vee r_{14} = 11111101111001 \vee 00100000000011 = 11111101111011$$

В строке  $M_{(2)(6)(7)(10)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(2)(6)(7)(13)} = M_{(2)(6)(7)} \vee r_{13} = 11111101011001 \vee 001000010000101 = 11111111011101$$

Составляем список  $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(2)(6)(7)(13)(14)} = M_{(2)(6)(7)(13)} \vee r_{14} = 11111111011101 \vee 00100000000011 = 11111111011111$$

В строке  $M_{(2)(6)(7)(13)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(2)(6)(7)(14)} = M_{(2)(6)(7)} \vee r_{14} = 111111101011001 \vee 00100000000011 = 111111101011011$$

В строке  $M_{(2)(6)(7)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(2)(6)(8)} = M_{(2)(6)} \vee r_8 = 111111001011001 \vee 101000011011101 = 111111011011101$$

Составляем список  $J'(j') = \{10, 14\}$

$$M_{(2)(6)(8)(10)} = M_{(2)(6)(8)} \vee r_{10} = 111111011011101 \vee 000000001110000 = 11111101111101$$

Составляем список  $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(2)(6)(8)(10)(14)} = M_{(2)(6)(8)(10)} \vee r_{14} = 111111011111101 \vee 00100000000011 = 111111011111111$$

В строке  $M_{(2)(6)(8)(10)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(2)(6)(8)(14)} = M_{(2)(6)(8)} \vee r_{14} = 111111011011101 \vee 00100000000011 = 111111011011111$$

В строке  $M_{(2)(6)(8)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(2)(6)(10)} = M_{(2)(6)} \vee r_{10} = 111111001011001 \vee 000000001110000 = 111111001111001$$

Составляем список  $J'(j') = \{13, 14\}$

$$M_{(2)(6)(10)(13)} = M_{(2)(6)(10)} \vee r_{13} = 111111001111001 \vee 001000010000101 = 111111011111101$$

Составляем список  $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(2)(6)(10)(13)(14)} = M_{(2)(6)(10)(13)} \vee r_{14} = 111111011111101 \vee 00100000000011 = 111111011111111$$

В строке  $M_{(2)(6)(10)(13)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(2)(6)(10)(14)} = M_{(2)(6)(10)} \vee r_{14} = 111111001111001 \vee 00100000000011 = 111111001111011$$

В строке  $M_{(2)(6)(10)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(2)(6)(13)} = M_{(2)(6)} \vee r_{13} = 111111001011001 \vee 001000010000101 = 111111011011101$$

Составляем список  $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(2)(6)(13)(14)} = M_{(2)(6)(13)} \vee r_{14} = 111111011011101 \vee 00100000000011 = 111111011011111$$

В строке  $M_{(2)(6)(13)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(2)(6)(14)} = M_{(2)(6)} \vee r_{14} = 111111001011001 \vee 00100000000011 = 111111001011011$$

В строке  $M_{(2)(6)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(2)(7)} = r_1 \vee r_7 = 1111100000000000 \vee 101000101011001 = 111110101011001$$

Составляем список  $J'(j') = \{8, 10, 13, 14\}$

$$M_{(2)(7)(8)} = M_{(2)(7)} \vee r_8 = 111110101011001 \vee 10100011011101 = 111110111011101$$

Составляем список  $J'(j') = \{10, 14\}$

$$M_{(2)(7)(8)(10)} = M_{(2)(7)(8)} \vee r_{10} = 111110111011101 \vee 00000001110000 = 11111011111101$$

Составляем список  $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(2)(7)(8)(10)(14)} = M_{(2)(7)(8)(10)} \vee r_{14} = 11111011111101 \vee 00100000000011 = 11111011111111$$

В строке  $M_{(2)(7)(8)(10)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(2)(7)(8)(14)} = M_{(2)(7)(8)} \vee r_{14} = 111110111011101 \vee 00100000000011 = 1111101111011111$$

В строке  $M_{(2)(7)(8)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(2)(7)(10)} = M_{(2)(7)} \vee r_{10} = 111110101011001 \vee 00000001110000 = 111110101111001$$

Составляем список  $J'(j') = \{13, 14\}$

$$M_{(2)(7)(10)(13)} = M_{(2)(7)(10)} \vee r_{13} = 111110101111001 \vee 001000010000101 = 11111011111101$$

Составляем список  $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(2)(7)(10)(13)(14)} = M_{(2)(7)(10)(13)} \vee r_{14} = 11111011111101 \vee 00100000000011 = 11111011111111$$

В строке  $M_{(2)(7)(10)(13)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(2)(7)(10)(14)} = M_{(2)(7)(10)} \vee r_{14} = 111110101111001 \vee 00100000000011 = 111110101111011$$

В строке  $M_{(2)(7)(10)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(2)(7)(13)} = M_{(2)(7)} \vee r_{13} = 111110101011001 \vee 001000010000101 = 111110111011101$$

Составляем список  $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(2)(7)(13)(14)} = M_{(2)(7)(13)} \vee r_{14} = 111110111011101 \vee 00100000000011 = 11111011101111$$

В строке  $M_{(2)(7)(13)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(2)(7)(14)} = M_{(2)(7)} \vee r_{14} = 111110101011001 \vee 00100000000011 = 111110101011011$$

В строке  $M_{(2)(7)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(2)(8)} = r_1 \vee r_8 = 1111100000000000 \vee 10100011011101 = 111110011011101$$

Составляем список  $J'(j') = \{10, 14\}$

$$M_{(2)(8)(10)} = M_{(2)(8)} \vee r_{10} = 111110011011101 \vee 00000001110000 = 111110011111101$$

Составляем список  $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(2)(8)(10)(14)} = M_{(2)(8)(10)} \vee r_{14} = 111110011111101 \vee 00100000000011 = 111110011111111$$

В строке  $M_{(2)(8)(10)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(2)(8)(14)} = M_{(2)(8)} \vee r_{14} = 111110011011101 \vee 00100000000011 = 11111001101111$$

В строке  $M_{(2)(8)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(2)(9)} = r_1 \vee r_9 = 1111100000000000 \vee 10111111100000 = 11111111100000$$

Составляем список  $J'(j') = \{11, 12, 13, 14, 15\}$

$$M_{(2)(9)(11)} = M_{(2)(9)} \vee r_{11} = 11111111100000 \vee 101111110110000 = 11111111110000$$

Составляем список  $J'(j') = \{12, 13, 14, 15\}$

$$M_{(2)(9)(11)(12)} = M_{(2)(9)(11)} \vee r_{12} = 11111111110000 \vee 00111110001001 = 11111111111001$$

Составляем список  $J'(j') = \{13, 14\}$

$$M_{(2)(9)(11)(12)(13)} = M_{(2)(9)(11)(12)} \vee r_{13} = 11111111111001 \vee 001000010000101 = 11111111111101$$

Составляем список  $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(2)(9)(11)(12)(13)(14)} = M_{(2)(9)(11)(12)(13)} \vee r_{14} = 11111111111101 \vee 00100000000011 = 11111111111111$$

Все элементы равны 1. Построено  $\psi_7 = \{u_{212}, u_{312}, u_{311}, u_{410}, u_{48}, u_{47}\}$

$$M_{(2)(9)(11)(12)(14)} = M_{(2)(9)(11)(12)} \vee r_{14} = 11111111111001 \vee 00100000000011 = 11111111111011$$

В строке  $M_{(2)(9)(11)(12)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(2)(9)(11)(13)} = M_{(2)(9)(11)} \vee r_{13} = 11111111110000 \vee 001000010000101 = 11111111110101$$

Составляем список  $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(2)(9)(11)(13)(14)} = M_{(2)(9)(11)(13)} \vee r_{14} = 11111111110101 \vee 00100000000011 = 11111111110111$$

В строке  $M_{(2)(9)(11)(13)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(2)(9)(11)(14)} = M_{(2)(9)(11)} \vee r_{14} = 11111111110000 \vee 00100000000011 = 11111111110011$$

В строке  $M_{(2)(9)(11)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(2)(9)(11)(15)} = M_{(2)(9)(11)} \vee r_{15} = 11111111110000 \vee 00011110001111 = 11111111111111$$

Все элементы равны 1. Построено  $\psi_8 = \{u_{212}, u_{312}, u_{311}, u_{611}\}$

$$M_{(2)(9)(12)} = M_{(2)(9)} \vee r_{12} = 111111111100000 \vee 00111110001001 = 111111111101001$$

Составляем список  $J'(j') = \{13, 14\}$

$$M_{(2)(9)(12)(13)} = M_{(2)(9)(12)} \vee r_{13} = 111111111101001 \vee 001000010000101 = 111111111101101$$

Составляем список  $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(2)(9)(12)(13)(14)} = M_{(2)(9)(12)(13)} \vee r_{14} = 111111111101101 \vee 00100000000011 = 111111111101111$$

В строке  $M_{(2)(9)(12)(13)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(2)(9)(12)(14)} = M_{(2)(9)(12)} \vee r_{14} = 111111111101001 \vee 00100000000011 = 111111111101011$$

В строке  $M_{(2)(9)(12)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(2)(9)(13)} = M_{(2)(9)} \vee r_{13} = 11111111110000 \vee 001000010000101 = 111111111100101$$

Составляем список  $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(2)(9)(13)(14)} = M_{(2)(9)(13)} \vee r_{14} = 111111111100101 \vee 001000000000011 = 111111111100111$$

В строке  $M_{(2)(9)(13)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(2)(9)(14)} = M_{(2)(9)} \vee r_{14} = 111111111100000 \vee 001000000000011 = 111111111100011$$

В строке  $M_{(2)(9)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(2)(9)(15)} = M_{(2)(9)} \vee r_{15} = 111111111100000 \vee 00011110001111 = 111111111101111$$

В строке  $M_{(2)(9)(15)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(2)(10)} = r_1 \vee r_{10} = 111110000000000 \vee 00000001110000 = 111110001110000$$

Составляем список  $J'(j') = \{12, 13, 14, 15\}$

$$M_{(2)(10)(12)} = M_{(2)(10)} \vee r_{12} = 111110001110000 \vee 00111110001001 = 111111111111001$$

Составляем список  $J'(j') = \{13, 14\}$

$$M_{(2)(10)(12)(13)} = M_{(2)(10)(12)} \vee r_{13} = 11111111111001 \vee 001000010000101 = 111111111111101$$

Составляем список  $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(2)(10)(12)(13)(14)} = M_{(2)(10)(12)(13)} \vee r_{14} = 11111111111101 \vee 00100000000011 = 111111111111111$$

Все элементы равны 1. Построено  $\psi_9 = \{u_{212}, u_{24}, u_{410}, u_{48}, u_{47}\}$

$$M_{(2)(10)(12)(14)} = M_{(2)(10)(12)} \vee r_{14} = 11111111111001 \vee 00100000000011 = 111111111111011$$

В строке  $M_{(2)(10)(12)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(2)(10)(13)} = M_{(2)(10)} \vee r_{13} = 111110001110000 \vee 001000010000101 = 111110011110101$$

Составляем список  $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(2)(10)(13)(14)} = M_{(2)(10)(13)} \vee r_{14} = 111110011110101 \vee 00100000000011 = 111110011110111$$

В строке  $M_{(2)(10)(13)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(2)(10)(14)} = M_{(2)(10)} \vee r_{14} = 111110001110000 \vee 00100000000011 = 111110001110011$$

В строке  $M_{(2)(10)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(2)(10)(15)} = M_{(2)(10)} \vee r_{15} = 111110001110000 \vee 00011110001111 = 111111111111111$$

Все элементы равны 1. Построено  $\psi_{10} = \{u_{212}, u_{24}, u_{611}\}$

$$M_{(2)(11)} = r_1 \vee r_{11} = 111110000000000 \vee 10111110110000 = 111111110110000$$

Составляем список  $J'(j') = \{12, 13, 14, 15\}$

$$M_{(2)(11)(12)} = M_{(2)(11)} \vee r_{12} = 11111110110000 \vee 00111110001001 = 11111110111001$$

Составляем список  $J'(j') = \{13, 14\}$

$$M_{(2)(11)(12)(13)} = M_{(2)(11)(12)} \vee r_{13} = 11111110111001 \vee 001000010000101 = 11111110111101$$

Составляем список  $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(2)(11)(12)(13)(14)} = M_{(2)(11)(12)(13)} \vee r_{14} = 1111111011101 \vee 00100000000011 = 1111111011111$$

В строке  $M_{(2)(11)(12)(13)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(2)(11)(12)(14)} = M_{(2)(11)(12)} \vee r_{14} = 11111110111001 \vee 00100000000011 = 11111110111011$$

В строке  $M_{(2)(11)(12)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(2)(11)(13)} = M_{(2)(11)} \vee r_{13} = 11111110110000 \vee 001000010000101 = 11111110110101$$

Составляем список  $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(2)(11)(13)(14)} = M_{(2)(11)(13)} \vee r_{14} = 11111110110101 \vee 00100000000011 = 11111110110111$$

В строке  $M_{(2)(11)(13)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(2)(11)(14)} = M_{(2)(11)} \vee r_{14} = 11111110110000 \vee 00100000000011 = 11111110110011$$

В строке  $M_{(2)(11)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(2)(11)(15)} = M_{(2)(11)} \vee r_{15} = 11111110110000 \vee 00011110001111 = 11111110111111$$

В строке  $M_{(2)(11)(15)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(2)(12)} = r_1 \vee r_{12} = 11110000000000 \vee 00111110001001 = 11111110001001$$

Составляем список  $J'(j') = \{13, 14\}$

$$M_{(2)(12)(13)} = M_{(2)(12)} \vee r_{13} = 11111110001001 \vee 001000010000101 = 11111110001101$$

Составляем список  $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(2)(12)(13)(14)} = M_{(2)(12)(13)} \vee r_{14} = 11111110001101 \vee 00100000000011 = 11111110001111$$

В строке  $M_{(2)(12)(13)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(2)(12)(14)} = M_{(2)(12)} \vee r_{14} = 11111110001001 \vee 00100000000011 = 11111110001011$$

В строке  $M_{(2)(12)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(2)(13)} = r_1 \vee r_{13} = 11110000000000 \vee 001000010000101 = 11110010000101$$

Составляем список  $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(2)(13)(14)} = M_{(2)(13)} \vee r_{14} = 11110010000101 \vee 00100000000011 = 11110010000111$$

В строке  $M_{(2)(13)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(2)(14)} = r_1 \vee r_{14} = 11110000000000 \vee 00100000000011 = 11110000000011$$

В строке  $M_{(2)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(2)(15)} = r_1 \vee r_{15} = 11110000000000 \vee 00011110001111 = 11111110001111$$

В строке  $M_{(2)(15)}$  остались незакрытые нули

Рассматриваем строку  $r_3$

Составляем список  $J(j) = \{4, 5, 10, 15\}$

$$M_{(3)(4)} = r_2 \vee r_4 = 011001111011110 \vee 010101001011001 = 011101111011111$$

Составляем список  $J'(j') = \{5, 10\}$

$$M_{(3)(4)(5)} = M_{(3)(4)} \vee r_5 = 011101111011111 \vee 010010001011001 = 011111111011111$$

Составляем список  $J'(j') = \{10\}$

$$M_{(3)(4)(5)(10)} = M_{(3)(4)(5)} \vee r_{10} = 011111110111111 \vee 000000001110000 = 011111111111111$$

В строке  $M_{(3)(4)(5)(10)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(3)(4)(10)} = M_{(3)(4)} \vee r_{10} = 011101111011111 \vee 000000001110000 = 011101111111111$$

В строке  $M_{(3)(4)(10)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(3)(5)} = r_2 \vee r_5 = 011001111011110 \vee 010010001011001 = 011011111011111$$

Составляем список  $J'(j') = \{10\}$

$$M_{(3)(5)(10)} = M_{(3)(5)} \vee r_{10} = 011011111011111 \vee 000000001110000 = 011011111111111$$

В строке  $M_{(3)(5)(10)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(3)(10)} = r_2 \vee r_{10} = 011001111011110 \vee 000000001110000 = 011001111111110$$

Составляем список  $J'(j') = \{15\}$

$$M_{(3)(10)(15)} = M_{(3)(10)} \vee r_{15} = 011001111111110 \vee 000111110001111 = 011111111111111$$

В строке  $M_{(3)(10)(15)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(3)(15)} = r_2 \vee r_{15} = 011001111011110 \vee 000111110001111 = 011111111011111$$

В строке  $M_{(3)(15)}$  остались незакрытые нули

Рассматриваем строку  $r_4$

Составляем список  $J(j) = \{5, 7, 8, 10, 13, 14\}$

$$M_{(4)(5)} = r_3 \vee r_5 = 010101001011001 \vee 010010001011001 = 010111001011001$$

Составляем список  $J'(j') = \{7, 8, 10, 13, 14\}$

$$M_{(4)(5)(7)} = M_{(4)(5)} \vee r_7 = 010111001011001 \vee 101000101011001 = 111111101011001$$

Составляем список  $J'(j') = \{8, 10, 13, 14\}$

$$M_{(4)(5)(7)(8)} = M_{(4)(5)(7)} \vee r_8 = 111111101011001 \vee 101000011011101 = 11111111011101$$

Составляем список  $J'(j') = \{10, 14\}$

$$M_{(4)(5)(7)(8)(10)} = M_{(4)(5)(7)(8)} \vee r_{10} = 11111111011101 \vee 000000001110000 = 111111111111101$$

Составляем список  $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(4)(5)(7)(8)(10)(14)} = M_{(4)(5)(7)(8)(10)} \vee r_{14} = 111111111111101 \vee 001000000000011 = 111111111111111$$

Все элементы равны 1. Построено  $\psi_{11} = \{u_{18}, u_{19}, u_{28}, u_{27}, u_{24}, u_{47}\}$

$$M_{(4)(5)(7)(8)(14)} = M_{(4)(5)(7)(8)} \vee r_{14} = 11111111011101 \vee 00100000000011 = 11111111011111$$

В строке  $M_{(4)(5)(7)(8)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(4)(5)(7)(10)} = M_{(4)(5)(7)} \vee r_{10} = 111111101011001 \vee 000000001110000 = 111111101111001$$

Составляем список  $J'(j') = \{13, 14\}$

$$M_{(4)(5)(7)(10)(13)} = M_{(4)(5)(7)(10)} \vee r_{13} = 111111101111001 \vee 001000010000101 = 11111111111101$$

Составляем список  $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(4)(5)(7)(10)(13)(14)} = M_{(4)(5)(7)(10)(13)} \vee r_{14} = 11111111111101 \vee 00100000000011 = 11111111111111$$

Все элементы равны 1. Построено  $\psi_{12} = \{u_{18}, u_{19}, u_{28}, u_{24}, u_{48}, u_{47}\}$

$$M_{(4)(5)(7)(10)(14)} = M_{(4)(5)(7)(10)} \vee r_{14} = 111111101111001 \vee 00100000000011 = 111111101111011$$

В строке  $M_{(4)(5)(7)(10)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(4)(5)(7)(13)} = M_{(4)(5)(7)} \vee r_{13} = 111111101011001 \vee 001000010000101 = 11111111011101$$

Составляем список  $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(4)(5)(7)(13)(14)} = M_{(4)(5)(7)(13)} \vee r_{14} = 11111111011101 \vee 00100000000011 = 11111111011111$$

В строке  $M_{(4)(5)(7)(13)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(4)(5)(7)(14)} = M_{(4)(5)(7)} \vee r_{14} = 111111101011001 \vee 00100000000011 = 111111101011011$$

В строке  $M_{(4)(5)(7)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(4)(5)(8)} = M_{(4)(5)} \vee r_8 = 010111001011001 \vee 101000011011101 = 111111011011101$$

Составляем список  $J'(j') = \{10, 14\}$

$$M_{(4)(5)(8)(10)} = M_{(4)(5)(8)} \vee r_{10} = 111111011011101 \vee 000000001110000 = 111111011111101$$

Составляем список  $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(4)(5)(8)(10)(14)} = M_{(4)(5)(8)(10)} \vee r_{14} = 111111011111101 \vee 00100000000011 = 111111011111111$$

В строке  $M_{(4)(5)(8)(10)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(4)(5)(8)(14)} = M_{(4)(5)(8)} \vee r_{14} = 111111011011101 \vee 00100000000011 = 111111011011111$$

В строке  $M_{(4)(5)(8)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(4)(5)(10)} = M_{(4)(5)} \vee r_{10} = 010111001011001 \vee 000000001110000 = 010111001111001$$

Составляем список  $J'(j') = \{13, 14\}$

$$M_{(4)(5)(10)(13)} = M_{(4)(5)(10)} \vee r_{13} = 010111001111001 \vee 001000010000101 = 011111011111101$$

Составляем список  $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(4)(5)(10)(13)(14)} = M_{(4)(5)(10)(13)} \vee r_{14} = 011111011111101 \vee 00100000000011 = 011111011111111$$

В строке  $M_{(4)(5)(10)(13)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(4)(5)(10)(14)} = M_{(4)(5)(10)} \vee r_{14} = 010111001111001 \vee 00100000000011 = 011111001111011$$

В строке  $M_{(4)(5)(10)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(4)(5)(13)} = M_{(4)(5)} \vee r_{13} = 010111001011001 \vee 001000010000101 = 011111011011101$$

Составляем список  $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(4)(5)(13)(14)} = M_{(4)(5)(13)} \vee r_{14} = 011111011011101 \vee 001000000000011 = 011111011011111$$

В строке  $M_{(4)(5)(13)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(4)(5)(14)} = M_{(4)(5)} \vee r_{14} = 010111001011001 \vee 001000000000011 = 011111001011011$$

В строке  $M_{(4)(5)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(4)(7)} = r_3 \vee r_7 = 010101001011001 \vee 101000101011001 = 11101101011001$$

Составляем список  $J'(j') = \{8, 10, 13, 14\}$

$$M_{(4)(7)(8)} = M_{(4)(7)} \vee r_8 = 11101101011001 \vee 101000011011101 = 11101111011101$$

Составляем список  $J'(j') = \{10, 14\}$

$$M_{(4)(7)(8)(10)} = M_{(4)(7)(8)} \vee r_{10} = 11101111011101 \vee 000000001110000 = 1110111111101$$

Составляем список  $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(4)(7)(8)(10)(14)} = M_{(4)(7)(8)(10)} \vee r_{14} = 1110111111101 \vee 001000000000011 = 1110111111111$$

В строке  $M_{(4)(7)(8)(10)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(4)(7)(8)(14)} = M_{(4)(7)(8)} \vee r_{14} = 11101111011101 \vee 001000000000011 = 11101111101111$$

В строке  $M_{(4)(7)(8)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(4)(7)(10)} = M_{(4)(7)} \vee r_{10} = 11101101011001 \vee 000000001110000 = 11101101111001$$

Составляем список  $J'(j') = \{13, 14\}$

$$M_{(4)(7)(10)(13)} = M_{(4)(7)(10)} \vee r_{13} = 11101101111001 \vee 001000010000101 = 1110111111101$$

Составляем список  $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(4)(7)(10)(13)(14)} = M_{(4)(7)(10)(13)} \vee r_{14} = 1110111111101 \vee 001000000000011 = 1110111111111$$

В строке  $M_{(4)(7)(10)(13)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(4)(7)(10)(14)} = M_{(4)(7)(10)} \vee r_{14} = 11101101111001 \vee 001000000000011 = 11101101111011$$

В строке  $M_{(4)(7)(10)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(4)(7)(13)} = M_{(4)(7)} \vee r_{13} = 11101101011001 \vee 001000010000101 = 11101111011101$$

Составляем список  $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(4)(7)(13)(14)} = M_{(4)(7)(13)} \vee r_{14} = 11101111011101 \vee 001000000000011 = 11101111011111$$

В строке  $M_{(4)(7)(13)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(4)(7)(14)} = M_{(4)(7)} \vee r_{14} = 11101101011001 \vee 001000000000011 = 11101101011011$$

В строке  $M_{(4)(7)(14)}$  остались незакрытые нули

$M_{(4)(8)} = r_3 \vee r_8 = 010101001011001 \vee 10100011011101 = 111101011011101$

Составляем список  $J'(j') = \{10, 14\}$

$M_{(4)(8)(10)} = M_{(4)(8)} \vee r_{10} = 111101011011101 \vee 000000001110000 = 111101011111101$

Составляем список  $J'(j') = \{14\}$

$M_{(4)(8)(10)(14)} = M_{(4)(8)(10)} \vee r_{14} = 11110101111101 \vee 00100000000011 = 111101011111111$

В строке  $M_{(4)(8)(10)(14)}$  остались незакрытые нули

$M_{(4)(8)(14)} = M_{(4)(8)} \vee r_{14} = 111101011011101 \vee 00100000000011 = 111101011011111$

В строке  $M_{(4)(8)(14)}$  остались незакрытые нули

$M_{(4)(10)} = r_3 \vee r_{10} = 010101001011001 \vee 000000001110000 = 010101001111001$

Составляем список  $J'(j') = \{13, 14\}$

$M_{(4)(10)(13)} = M_{(4)(10)} \vee r_{13} = 010101001111001 \vee 001000010000101 = 011101011111101$

Составляем список  $J'(j') = \{14\}$

$M_{(4)(10)(13)(14)} = M_{(4)(10)(13)} \vee r_{14} = 011101011111101 \vee 00100000000011 = 011101011111111$

В строке  $M_{(4)(10)(13)(14)}$  остались незакрытые нули

$M_{(4)(10)(14)} = M_{(4)(10)} \vee r_{14} = 010101001111001 \vee 00100000000011 = 011101001111011$

В строке  $M_{(4)(10)(14)}$  остались незакрытые нули

$M_{(4)(13)} = r_3 \vee r_{13} = 010101001011001 \vee 001000010000101 = 011101011011101$

Составляем список  $J'(j') = \{14\}$

$M_{(4)(13)(14)} = M_{(4)(13)} \vee r_{14} = 011101011011101 \vee 00100000000011 = 011101011011111$

В строке  $M_{(4)(13)(14)}$  остались незакрытые нули

$M_{(4)(14)} = r_3 \vee r_{14} = 010101001011001 \vee 00100000000011 = 011101001011011$

В строке  $M_{(4)(14)}$  остались незакрытые нули

Рассматриваем строку  $r_5$

Составляем список  $J(j) = \{6, 7, 8, 10, 13, 14\}$

$M_{(5)(6)} = r_4 \vee r_6 = 010010001011001 \vee 101101001011001 = 11111001011001$

Составляем список  $J'(j') = \{7, 8, 10, 13, 14\}$

$M_{(5)(6)(7)} = M_{(5)(6)} \vee r_7 = 11111001011001 \vee 101000101011001 = 11111101011001$

Составляем список  $J'(j') = \{8, 10, 13, 14\}$

$M_{(5)(6)(7)(8)} = M_{(5)(6)(7)} \vee r_8 = 11111101011001 \vee 10100011011101 = 11111111011101$

Составляем список  $J'(j') = \{10, 14\}$

$$M_{(5)(6)(7)(8)(10)} = M_{(5)(6)(7)(8)} \vee r_{10} = 11111111011101 \vee 000000001110000 = 11111111111101$$

Составляем список  $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(5)(6)(7)(8)(10)(14)} = M_{(5)(6)(7)(8)(10)} \vee r_{14} = 11111111111101 \vee 001000000000011 = 111111111111111$$

Все элементы равны 1. Построено  $\psi_{13} = \{u_{19}, u_{29}, u_{28}, u_{27}, u_{24}, u_{47}\}$

$$M_{(5)(6)(7)(8)(14)} = M_{(5)(6)(7)(8)} \vee r_{14} = 11111111011101 \vee 001000000000011 = 111111110111111$$

В строке  $M_{(5)(6)(7)(8)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(5)(6)(7)(10)} = M_{(5)(6)(7)} \vee r_{10} = 11111101011001 \vee 000000001110000 = 11111101111001$$

Составляем список  $J'(j') = \{13, 14\}$

$$M_{(5)(6)(7)(10)(13)} = M_{(5)(6)(7)(10)} \vee r_{13} = 11111101111001 \vee 001000010000101 = 11111111111101$$

Составляем список  $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(5)(6)(7)(10)(13)(14)} = M_{(5)(6)(7)(10)(13)} \vee r_{14} = 11111111111101 \vee 001000000000011 = 111111111111111$$

Все элементы равны 1. Построено  $\psi_{14} = \{u_{19}, u_{29}, u_{28}, u_{24}, u_{48}, u_{47}\}$

$$M_{(5)(6)(7)(10)(14)} = M_{(5)(6)(7)(10)} \vee r_{14} = 11111101111001 \vee 001000000000011 = 11111101111011$$

В строке  $M_{(5)(6)(7)(10)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(5)(6)(7)(13)} = M_{(5)(6)(7)} \vee r_{13} = 11111101011001 \vee 001000010000101 = 11111111011101$$

Составляем список  $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(5)(6)(7)(13)(14)} = M_{(5)(6)(7)(13)} \vee r_{14} = 11111111011101 \vee 001000000000011 = 111111110111111$$

В строке  $M_{(5)(6)(7)(13)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(5)(6)(7)(14)} = M_{(5)(6)(7)} \vee r_{14} = 11111101011001 \vee 001000000000011 = 11111101011011$$

В строке  $M_{(5)(6)(7)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(5)(6)(8)} = M_{(5)(6)} \vee r_8 = 111111001011001 \vee 101000011011101 = 111111011011101$$

Составляем список  $J'(j') = \{10, 14\}$

$$M_{(5)(6)(8)(10)} = M_{(5)(6)(8)} \vee r_{10} = 111111011011101 \vee 000000001110000 = 111111011111101$$

Составляем список  $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(5)(6)(8)(10)(14)} = M_{(5)(6)(8)(10)} \vee r_{14} = 111111011111101 \vee 001000000000011 = 111111011111111$$

В строке  $M_{(5)(6)(8)(10)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(5)(6)(8)(14)} = M_{(5)(6)(8)} \vee r_{14} = 111111011011101 \vee 001000000000011 = 111111011011111$$

В строке  $M_{(5)(6)(8)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(5)(6)(10)} = M_{(5)(6)} \vee r_{10} = 111111001011001 \vee 000000001110000 = 111111001111001$$

Составляем список  $J'(j') = \{13, 14\}$

$$M_{(5)(6)(10)(13)} = M_{(5)(6)(10)} \vee r_{13} = 111111001111001 \vee 001000010000101 = 111111011111101$$

Составляем список  $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(5)(6)(10)(13)(14)} = M_{(5)(6)(10)(13)} \vee r_{14} = 11111101111101 \vee 00100000000011 = 11111101111111$$

В строке  $M_{(5)(6)(10)(13)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(5)(6)(10)(14)} = M_{(5)(6)(10)} \vee r_{14} = 111111001111001 \vee 00100000000011 = 111111001111011$$

В строке  $M_{(5)(6)(10)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(5)(6)(13)} = M_{(5)(6)} \vee r_{13} = 111111001011001 \vee 001000010000101 = 111111011011101$$

Составляем список  $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(5)(6)(13)(14)} = M_{(5)(6)(13)} \vee r_{14} = 111111011011101 \vee 00100000000011 = 111111011011111$$

В строке  $M_{(5)(6)(13)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(5)(6)(14)} = M_{(5)(6)} \vee r_{14} = 111111001011001 \vee 00100000000011 = 111111001011011$$

В строке  $M_{(5)(6)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(5)(7)} = r_4 \vee r_7 = 010010001011001 \vee 101000101011001 = 11010101011001$$

Составляем список  $J'(j') = \{8, 10, 13, 14\}$

$$M_{(5)(7)(8)} = M_{(5)(7)} \vee r_8 = 11010101011001 \vee 10100011011101 = 11010111011101$$

Составляем список  $J'(j') = \{10, 14\}$

$$M_{(5)(7)(8)(10)} = M_{(5)(7)(8)} \vee r_{10} = 11010111011101 \vee 000000001110000 = 11010111111101$$

Составляем список  $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(5)(7)(8)(10)(14)} = M_{(5)(7)(8)(10)} \vee r_{14} = 11010111111101 \vee 00100000000011 = 11010111111111$$

В строке  $M_{(5)(7)(8)(10)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(5)(7)(8)(14)} = M_{(5)(7)(8)} \vee r_{14} = 11010111011101 \vee 00100000000011 = 11010111011111$$

В строке  $M_{(5)(7)(8)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(5)(7)(10)} = M_{(5)(7)} \vee r_{10} = 11010101011001 \vee 000000001110000 = 11010101111001$$

Составляем список  $J'(j') = \{13, 14\}$

$$M_{(5)(7)(10)(13)} = M_{(5)(7)(10)} \vee r_{13} = 11010101111001 \vee 001000010000101 = 11010111111101$$

Составляем список  $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(5)(7)(10)(13)(14)} = M_{(5)(7)(10)(13)} \vee r_{14} = 11010111111101 \vee 00100000000011 = 11010111111111$$

В строке  $M_{(5)(7)(10)(13)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(5)(7)(10)(14)} = M_{(5)(7)(10)} \vee r_{14} = 11010101111001 \vee 00100000000011 = 11010101111011$$

В строке  $M_{(5)(7)(10)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(5)(7)(13)} = M_{(5)(7)} \vee r_{13} = 11010101011001 \vee 001000010000101 = 11010111011101$$

Составляем список  $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(5)(7)(13)(14)} = M_{(5)(7)(13)} \vee r_{14} = 111010111011101 \vee 00100000000011 = 11101011101111$$

В строке  $M_{(5)(7)(13)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(5)(7)(14)} = M_{(5)(7)} \vee r_{14} = 111010101011001 \vee 00100000000011 = 111010101011011$$

В строке  $M_{(5)(7)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(5)(8)} = r_4 \vee r_8 = 010010001011001 \vee 101000011011101 = 111010011011101$$

Составляем список  $J'(j') = \{10, 14\}$

$$M_{(5)(8)(10)} = M_{(5)(8)} \vee r_{10} = 111010011011101 \vee 00000000110000 = 111010011111101$$

Составляем список  $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(5)(8)(10)(14)} = M_{(5)(8)(10)} \vee r_{14} = 111010011111101 \vee 00100000000011 = 111010011111111$$

В строке  $M_{(5)(8)(10)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(5)(8)(14)} = M_{(5)(8)} \vee r_{14} = 111010011011101 \vee 00100000000011 = 111010011011111$$

В строке  $M_{(5)(8)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(5)(10)} = r_4 \vee r_{10} = 010010001011001 \vee 00000000110000 = 01001000111001$$

Составляем список  $J'(j') = \{13, 14\}$

$$M_{(5)(10)(13)} = M_{(5)(10)} \vee r_{13} = 01001000111001 \vee 001000010000101 = 011010011111101$$

Составляем список  $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(5)(10)(13)(14)} = M_{(5)(10)(13)} \vee r_{14} = 011010011111101 \vee 00100000000011 = 011010011111111$$

В строке  $M_{(5)(10)(13)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(5)(10)(14)} = M_{(5)(10)} \vee r_{14} = 01001000111001 \vee 00100000000011 = 01101001111011$$

В строке  $M_{(5)(10)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(5)(13)} = r_4 \vee r_{13} = 010010001011001 \vee 001000010000101 = 011010011011101$$

Составляем список  $J'(j') = \{14\}$

$$M_{(5)(13)(14)} = M_{(5)(13)} \vee r_{14} = 011010011011101 \vee 00100000000011 = 011010011011111$$

В строке  $M_{(5)(13)(14)}$  остались незакрытые нули

$$M_{(5)(14)} = r_4 \vee r_{14} = 010010001011001 \vee 00100000000011 = 011010001011011$$

В строке  $M_{(5)(14)}$  остались незакрытые нули Из матрицы  $R(G')$  видно, что строки с номерами  $j > 5$  «0» во второй позиции закрыть не смогут.

Семейство максимальных внутренне устойчивых множеств  $\Psi_G$ , построено. Это:

$$\Psi_1 = \{u_{14}, u_{16}, u_{18}, u_{19}, u_{24}\}$$

$$\Psi_2 = \{u_{14}, u_{16}, u_{24}, u_{611}\}$$

$$\Psi_3 = \{u_{14}, u_{18}, u_{19}, u_{24}, u_{48}, u_{47}\}$$

$$\psi_4 = \{u_{14}, u_{24}, u_{410}, u_{48}, u_{47}\}$$

$$\psi_5 = \{u_{212}, u_{29}, u_{28}, u_{27}, u_{24}, u_{47}\}$$

$$\psi_6 = \{u_{212}, u_{29}, u_{28}, u_{24}, u_{48}, u_{47}\}$$

$$\psi_7 = \{u_{212}, u_{312}, u_{311}, u_{410}, u_{48}, u_{47}\}$$

$$\psi_8 = \{u_{212}, u_{312}, u_{311}, u_{611}\}$$

$$\psi_9 = \{u_{212}, u_{24}, u_{410}, u_{48}, u_{47}\}$$

$$\psi_{10} = \{u_{212}, u_{24}, u_{611}\}$$

$$\psi_{11} = \{u_{18}, u_{19}, u_{28}, u_{27}, u_{24}, u_{47}\}$$

$$\psi_{12} = \{u_{18}, u_{19}, u_{28}, u_{24}, u_{48}, u_{47}\}$$

$$\psi_{13} = \{u_{19}, u_{29}, u_{28}, u_{27}, u_{24}, u_{47}\}$$

$$\psi_{14} = \{u_{19}, u_{29}, u_{28}, u_{24}, u_{48}, u_{47}\}$$

### **Выделение из G' максимального двудольного подграфа H'**

Для каждой пары множеств вычислим значение критерия  $\alpha_{\gamma\delta} = |\psi_\gamma| + |\psi_\delta| - |\psi_\delta \cap \psi_\gamma|$

$$\alpha_{(1)(2)} = |\psi_1| + |\psi_2| - |\psi_1 \cap \psi_2| = 5 + 4 - 3 = 6$$

$$\alpha_{(1)(3)} = |\psi_1| + |\psi_3| - |\psi_1 \cap \psi_3| = 5 + 6 - 4 = 7$$

$$\alpha_{(1)(4)} = |\psi_1| + |\psi_4| - |\psi_1 \cap \psi_4| = 5 + 5 - 2 = 8$$

$$\alpha_{(1)(5)} = |\psi_1| + |\psi_5| - |\psi_1 \cap \psi_5| = 5 + 6 - 1 = 10$$

$$\alpha_{(1)(6)} = |\psi_1| + |\psi_6| - |\psi_1 \cap \psi_6| = 5 + 6 - 1 = 10$$

$$\alpha_{(1)(7)} = |\psi_1| + |\psi_7| - |\psi_1 \cap \psi_7| = 5 + 6 - 0 = 11$$

$$\alpha_{(1)(8)} = |\psi_1| + |\psi_8| - |\psi_1 \cap \psi_8| = 5 + 4 - 0 = 9$$

$$\alpha_{(1)(9)} = |\psi_1| + |\psi_9| - |\psi_1 \cap \psi_9| = 5 + 5 - 1 = 9$$

$$\alpha_{(1)(10)} = |\psi_1| + |\psi_{10}| - |\psi_1 \cap \psi_{10}| = 5 + 3 - 1 = 7$$

$$\alpha_{(1)(11)} = |\psi_1| + |\psi_{11}| - |\psi_1 \cap \psi_{11}| = 5 + 6 - 3 = 8$$

$$\alpha_{(1)(12)} = |\psi_1| + |\psi_{12}| - |\psi_1 \cap \psi_{12}| = 5 + 6 - 3 = 8$$

$$\alpha_{(1)(13)} = |\psi_1| + |\psi_{13}| - |\psi_1 \cap \psi_{13}| = 5 + 6 - 2 = 9$$

$$\alpha_{(1)(14)} = |\psi_1| + |\psi_{14}| - |\psi_1 \cap \psi_{14}| = 5 + 6 - 2 = 9$$

$$\alpha_{(2)(3)} = |\psi_2| + |\psi_3| - |\psi_2 \cap \psi_3| = 4 + 6 - 2 = 8$$

$$\alpha_{(2)(4)} = |\psi_2| + |\psi_4| - |\psi_2 \cap \psi_4| = 4 + 5 - 2 = 7$$

$$\alpha_{(2)(5)} = |\psi_2| + |\psi_5| - |\psi_2 \cap \psi_5| = 4 + 6 - 1 = 9$$

$$\alpha_{(2)(6)} = |\psi_2| + |\psi_6| - |\psi_2 \cap \psi_6| = 4 + 6 - 1 = 9$$

$$\alpha_{(2)(7)} = |\psi_2| + |\psi_7| - |\psi_2 \cap \psi_7| = 4 + 6 - 0 = 10$$

$$\alpha_{(2)(8)} = |\psi_2| + |\psi_8| - |\psi_2 \cap \psi_8| = 4 + 4 - 1 = 7$$

$$\alpha_{(2)(9)} = |\psi_2| + |\psi_9| - |\psi_2 \cap \psi_9| = 4 + 5 - 1 = 8$$

$$\alpha_{(2)(10)} = |\psi_2| + |\psi_{10}| - |\psi_2 \cap \psi_{10}| = 4 + 3 - 2 = 5$$

$$\alpha_{(2)(11)} = |\psi_2| + |\psi_{11}| - |\psi_2 \cap \psi_{11}| = 4 + 6 - 1 = 9$$

$$\alpha_{(2)(12)} = |\psi_2| + |\psi_{12}| - |\psi_2 \cap \psi_{12}| = 4 + 6 - 1 = 9$$

$$\alpha_{(2)(13)} = |\psi_2| + |\psi_{13}| - |\psi_2 \cap \psi_{13}| = 4 + 6 - 1 = 9$$

$$\alpha_{(2)(14)} = |\psi_2| + |\psi_{14}| - |\psi_2 \cap \psi_{14}| = 4 + 6 - 1 = 9$$

$$\alpha_{(3)(4)} = |\psi_3| + |\psi_4| - |\psi_3 \cap \psi_4| = 6 + 5 - 4 = 7$$

$$\alpha_{(3)(5)} = |\psi_3| + |\psi_5| - |\psi_3 \cap \psi_5| = 6 + 6 - 2 = 10$$

$$\alpha_{(3)(6)} = |\psi_3| + |\psi_6| - |\psi_3 \cap \psi_6| = 6 + 6 - 3 = 9$$

$$\alpha_{(3)(7)} = |\psi_3| + |\psi_7| - |\psi_3 \cap \psi_7| = 6 + 6 - 2 = 10$$

$$\alpha_{(3)(8)} = |\psi_3| + |\psi_8| - |\psi_3 \cap \psi_8| = 6 + 4 - 0 = 10$$

$$\alpha_{(3)(9)} = |\psi_3| + |\psi_9| - |\psi_3 \cap \psi_9| = 6 + 5 - 3 = 8$$

$$\alpha_{(3)(10)} = |\psi_3| + |\psi_{10}| - |\psi_3 \cap \psi_{10}| = 6 + 3 - 1 = 8$$

$$\alpha_{(3)(11)} = |\psi_3| + |\psi_{11}| - |\psi_3 \cap \psi_{11}| = 6 + 6 - 4 = 8$$

$$\alpha_{(3)(12)} = |\psi_3| + |\psi_{12}| - |\psi_3 \cap \psi_{12}| = 6 + 6 - 5 = 7$$

$$\alpha_{(3)(13)} = |\psi_3| + |\psi_{13}| - |\psi_3 \cap \psi_{13}| = 6 + 6 - 3 = 9$$

$$\alpha_{(3)(14)} = |\psi_3| + |\psi_{14}| - |\psi_3 \cap \psi_{14}| = 6 + 6 - 4 = 8$$

$$\alpha_{(4)(5)} = |\psi_4| + |\psi_5| - |\psi_4 \cap \psi_5| = 5 + 6 - 2 = 9$$

$$\alpha_{(4)(6)} = |\psi_4| + |\psi_6| - |\psi_4 \cap \psi_6| = 5 + 6 - 3 = 8$$

$$\alpha_{(4)(7)} = |\psi_4| + |\psi_7| - |\psi_4 \cap \psi_7| = 5 + 6 - 3 = 8$$

$$\alpha_{(4)(8)} = |\psi_4| + |\psi_8| - |\psi_4 \cap \psi_8| = 5 + 4 - 0 = 9$$

$$\alpha_{(4)(9)} = |\psi_4| + |\psi_9| - |\psi_4 \cap \psi_9| = 5 + 5 - 4 = 6$$

$$\alpha_{(4)(10)} = |\psi_4| + |\psi_{10}| - |\psi_4 \cap \psi_{10}| = 5 + 3 - 1 = 7$$

$$\alpha_{(4)(11)} = |\psi_4| + |\psi_{11}| - |\psi_4 \cap \psi_{11}| = 5 + 6 - 2 = 9$$

$$\alpha_{(4)(12)} = |\psi_4| + |\psi_{12}| - |\psi_4 \cap \psi_{12}| = 5 + 6 - 3 = 8$$

$$\alpha_{(4)(13)} = |\psi_4| + |\psi_{13}| - |\psi_4 \cap \psi_{13}| = 5 + 6 - 2 = 9$$

$$\alpha_{(4)(14)} = |\psi_4| + |\psi_{14}| - |\psi_4 \cap \psi_{14}| = 5 + 6 - 3 = 8$$

$$\alpha_{(5)(6)} = |\psi_5| + |\psi_6| - |\psi_5 \cap \psi_6| = 6 + 6 - 5 = 7$$

$$\alpha_{(5)(7)} = |\psi_5| + |\psi_7| - |\psi_5 \cap \psi_7| = 6 + 6 - 2 = 10$$

$$\alpha_{(5)(8)} = |\psi_5| + |\psi_8| - |\psi_5 \cap \psi_8| = 6 + 4 - 1 = 9$$

$$\alpha_{(5)(9)} = |\psi_5| + |\psi_9| - |\psi_5 \cap \psi_9| = 6 + 5 - 3 = 8$$

$$\alpha_{(5)(10)} = |\psi_5| + |\psi_{10}| - |\psi_5 \cap \psi_{10}| = 6 + 3 - 2 = 7$$

$$\alpha_{(5)(11)} = |\psi_5| + |\psi_{11}| - |\psi_5 \cap \psi_{11}| = 6 + 6 - 4 = 8$$

$$\alpha_{(5)(12)} = |\psi_5| + |\psi_{12}| - |\psi_5 \cap \psi_{12}| = 6 + 6 - 3 = 9$$

$$\alpha_{(5)(13)} = |\psi_5| + |\psi_{13}| - |\psi_5 \cap \psi_{13}| = 6 + 6 - 5 = 7$$

$$\alpha_{(5)(14)} = |\psi_5| + |\psi_{14}| - |\psi_5 \cap \psi_{14}| = 6 + 6 - 4 = 8$$

$$\alpha_{(6)(7)} = |\psi_6| + |\psi_7| - |\psi_6 \cap \psi_7| = 6 + 6 - 3 = 9$$

$$\alpha_{(6)(8)} = |\psi_6| + |\psi_8| - |\psi_6 \cap \psi_8| = 6 + 4 - 1 = 9$$

$$\alpha_{(6)(9)} = |\psi_6| + |\psi_9| - |\psi_6 \cap \psi_9| = 6 + 5 - 4 = 7$$

$$\alpha_{(6)(10)} = |\psi_6| + |\psi_{10}| - |\psi_6 \cap \psi_{10}| = 6 + 3 - 2 = 7$$

$$\alpha_{(6)(11)} = |\psi_6| + |\psi_{11}| - |\psi_6 \cap \psi_{11}| = 6 + 6 - 3 = 9$$

$$\alpha_{(6)(12)} = |\psi_6| + |\psi_{12}| - |\psi_6 \cap \psi_{12}| = 6 + 6 - 4 = 8$$

$$\alpha_{(6)(13)} = |\psi_6| + |\psi_{13}| - |\psi_6 \cap \psi_{13}| = 6 + 6 - 4 = 8$$

$$\alpha_{(6)(14)} = |\psi_6| + |\psi_{14}| - |\psi_6 \cap \psi_{14}| = 6 + 6 - 5 = 7$$

$$\alpha_{(7)(8)} = |\psi_7| + |\psi_8| - |\psi_7 \cap \psi_8| = 6 + 4 - 3 = 7$$

$$\alpha_{(7)(9)} = |\psi_7| + |\psi_9| - |\psi_7 \cap \psi_9| = 6 + 5 - 4 = 7$$

$$\alpha_{(7)(10)} = |\psi_7| + |\psi_{10}| - |\psi_7 \cap \psi_{10}| = 6 + 3 - 1 = 8$$

$$\alpha_{(7)(11)} = |\psi_7| + |\psi_{11}| - |\psi_7 \cap \psi_{11}| = 6 + 6 - 1 = 11$$

$$\alpha_{(7)(12)} = |\psi_7| + |\psi_{12}| - |\psi_7 \cap \psi_{12}| = 6 + 6 - 2 = 10$$

$$\alpha_{(7)(13)} = |\psi_7| + |\psi_{13}| - |\psi_7 \cap \psi_{13}| = 6 + 6 - 1 = 11$$

$$\alpha_{(7)(14)} = |\psi_7| + |\psi_{14}| - |\psi_7 \cap \psi_{14}| = 6 + 6 - 2 = 10$$

$$\alpha_{(8)(9)} = |\psi_8| + |\psi_9| - |\psi_8 \cap \psi_9| = 4 + 5 - 1 = 8$$

$$\alpha_{(8)(10)} = |\psi_8| + |\psi_{10}| - |\psi_8 \cap \psi_{10}| = 4 + 3 - 2 = 5$$

$$\alpha_{(8)(11)} = |\psi_8| + |\psi_{11}| - |\psi_8 \cap \psi_{11}| = 4 + 6 - 0 = 10$$

$$\alpha_{(8)(12)} = |\psi_8| + |\psi_{12}| - |\psi_8 \cap \psi_{12}| = 4 + 6 - 0 = 10$$

$$\alpha_{(8)(13)} = |\psi_8| + |\psi_{13}| - |\psi_8 \cap \psi_{13}| = 4 + 6 - 0 = 10$$

$$\alpha_{(8)(14)} = |\psi_8| + |\psi_{14}| - |\psi_8 \cap \psi_{14}| = 4 + 6 - 0 = 10$$

$$\alpha_{(9)(10)} = |\psi_9| + |\psi_{10}| - |\psi_9 \cap \psi_{10}| = 5 + 3 - 2 = 6$$

$$\alpha_{(9)(11)} = |\psi_9| + |\psi_{11}| - |\psi_9 \cap \psi_{11}| = 5 + 6 - 2 = 9$$

$$\alpha_{(9)(12)} = |\psi_9| + |\psi_{12}| - |\psi_9 \cap \psi_{12}| = 5 + 6 - 3 = 8$$

$$\alpha_{(9)(13)} = |\psi_9| + |\psi_{13}| - |\psi_9 \cap \psi_{13}| = 5 + 6 - 2 = 9$$

$$\alpha_{(9)(14)} = |\psi_9| + |\psi_{14}| - |\psi_9 \cap \psi_{14}| = 5 + 6 - 3 = 8$$

$$\alpha_{(10)(11)} = |\psi_{10}| + |\psi_{11}| - |\psi_{10} \cap \psi_{11}| = 3 + 6 - 1 = 8$$

$$\alpha_{(10)(12)} = |\psi_{10}| + |\psi_{12}| - |\psi_{10} \cap \psi_{12}| = 3 + 6 - 1 = 8$$

$$\alpha_{(10)(13)} = |\psi_{10}| + |\psi_{13}| - |\psi_{10} \cap \psi_{13}| = 3 + 6 - 1 = 8$$

$$\alpha_{(10)(14)} = |\psi_{10}| + |\psi_{14}| - |\psi_{10} \cap \psi_{14}| = 3 + 6 - 1 = 8$$

$$\alpha_{(11)(12)} = |\psi_{11}| + |\psi_{12}| - |\psi_{11} \cap \psi_{12}| = 6 + 6 - 5 = 7$$

$$\alpha_{(11)(13)} = |\psi_{11}| + |\psi_{13}| - |\psi_{11} \cap \psi_{13}| = 6 + 6 - 5 = 7$$

$$\alpha_{(11)(14)} = |\psi_{11}| + |\psi_{14}| - |\psi_{11} \cap \psi_{14}| = 6 + 6 - 4 = 8$$

$$\alpha_{(12)(13)} = |\psi_{12}| + |\psi_{13}| - |\psi_{12} \cap \psi_{13}| = 6 + 6 - 4 = 8$$

$$\alpha_{(12)(14)} = |\psi_{12}| + |\psi_{14}| - |\psi_{12} \cap \psi_{14}| = 6 + 6 - 5 = 7$$

$$\alpha_{(13)(14)} = |\psi_{13}| + |\psi_{14}| - |\psi_{13} \cap \psi_{14}| = 6 + 6 - 5 = 7$$

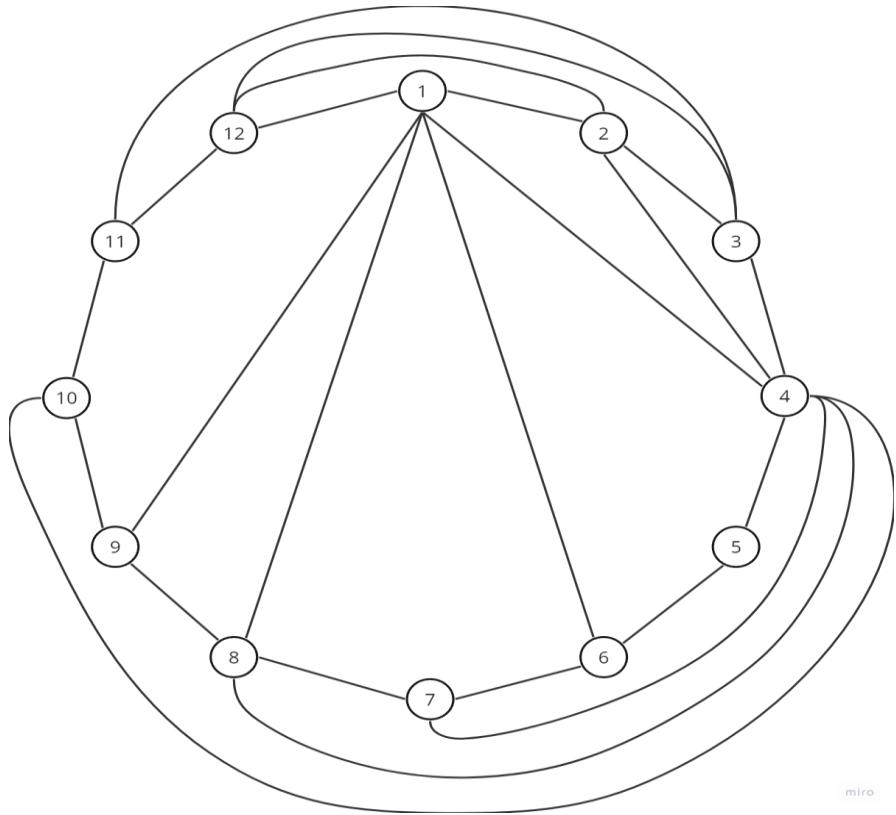
Получаем матрицу  $A = \|\alpha_{\gamma\delta}\|$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	0	6	7	8	10	10	11	9	9	7	8	8	9	9
2		0	8	7	9	9	10	7	8	5	9	9	9	9
3			0	7	10	9	10	10	8	8	8	7	9	8
4				0	9	8	8	9	6	7	9	8	9	8
5					0	7	10	9	8	7	8	9	7	8
6						0	9	9	7	7	9	8	8	7
7							0	7	7	8	11	10	11	10
8								0	8	5	10	10	10	10
9									0	6	9	8	9	8
10										0	8	8	8	8
11											0	7	7	8
12												0	8	7
13													0	7
14														0

$\max \alpha_{\gamma\delta} = \alpha_{(1)(7)} = \alpha_{(7)(11)} = \alpha_{(7)(13)} = 11$  дают следующие пары множеств:  $\{\psi_1, \psi_7\}$ ,  $\{\psi_7, \psi_{11}\}$ ,  $\{\psi_7, \psi_{13}\}$

Возьмем множества  $\psi_1 = \{u_{14}, u_{16}, u_{18}, u_{19}, u_{24}\}$  и  $\psi_7 = \{u_{212}, u_{312}, u_{311}, u_{410}, u_{48}, u_{47}\}$

В суграфе  $H$ , ребра, вошедшие в  $\psi_1$  проведем внутри гамильтонова цикла, а в  $\psi_7$  - вне его



Удалим из  $\Psi_G$ , все ребра вошедшие в  $\psi_1$  и  $\psi_7 \Rightarrow$  получим:

$$\psi_2 = \{u_{611}\}$$

$$\psi_5 = \{u_{29}, u_{28}, u_{27}\}$$

$$\psi_6 = \{u_{29}, u_{28}\}$$

$$\psi_8 = \{u_{611}\}$$

$$\psi_{10} = \{u_{611}\}$$

$$\psi_{11} = \{u_{28}, u_{27}\}$$

$$\psi_{12} = \{u_{28}\}$$

$$\psi_{13} = \{u_{29}, u_{28}, u_{27}\}$$

$$\psi_{14} = \{u_{29}, u_{28}\}$$

Объединив одинаковые множества получим:

$$\psi_2 = \{u_{611}\}$$

$$\psi_5 = \{u_{29}, u_{28}, u_{27}\}$$

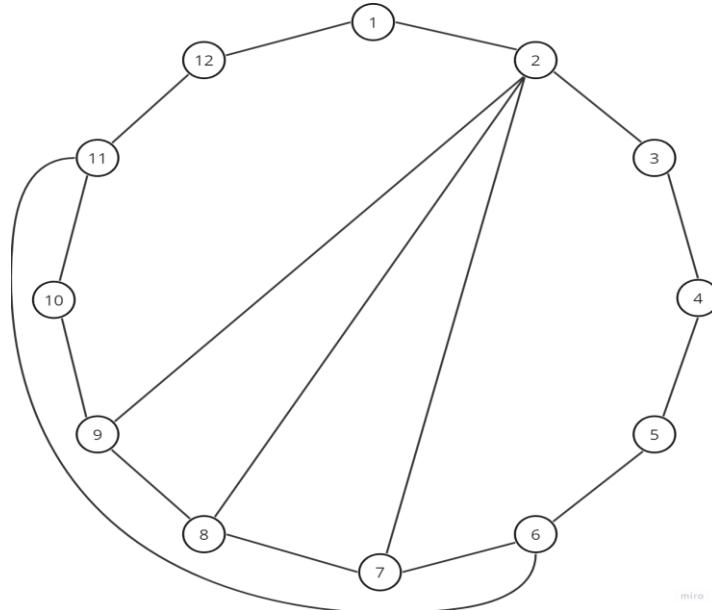
$$\psi_6 = \{u_{29}, u_{28}\}$$

$$\psi_{11} = \{u_{28}, u_{27}\}$$

$$\psi_{12} = \{u_{28}\}$$

Нереализованными остались ребра  $u_{611}, u_{29}, u_{28}, u_{27}$

Проведем их.



Все выбранные 15 ребер графа реализованы. Толщина графа при введенных ограничениях:

$$m = 2$$