

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский университет ИТМО»

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Курсовая работа (часть 1)

По дискретной математике

Вариант №12

Выполнил:

Ступин Тимур Русланович

Группа № Р3108

Проверил:

Поляков Владимир

Иванович

Санкт-Петербург 2023

Оглавление

Исходный данные	3
Составление таблицы истинности.....	3
Представление булевой функции в аналитическом виде	4
Минимизация булевой функции методом Квайна-Мак-Класки	4
Нахождение простых импликант (максимальных кубов).....	4
Составление импликантной таблицы	4
Определение существенных импликант	5
Определение минимального покрытия.....	6
Метод Петрика.	6
Дальнейшее упрощение импликантной таблицы	7
Минимизация булевой функции на картах Карно.....	7
Определение МДНФ.....	7
Определение МКНФ.....	8
Преобразование минимальных форм булевой функции.....	8
Факторное преобразование для МДНФ.....	8
Факторное преобразование для МКНФ.....	9
Синтез комбинационных схем в булевом базисе	10
Синтез комбинационных схем в универсальных базисах	11
Базис (ИЛИ-НЕ)	11
Базис (И-НЕ).....	11
Синтез комбинационных схем в сокращенных булевых базисах	12
Базис (ИЛИ-НЕ)	12
Базис (И-НЕ).....	13
Синтез комбинационной схемы с учетом коэффициента объединения.....	14
Анализ комбинационных схем	15

Исходный данные

$$f = 1: -2 \leq (x_1x_2 - x_3x_4x_5) \leq 1$$

$$f = d: (x_1x_2 - x_3x_4x_5) = -3$$

Составление таблицы истинности

Таблица истинности заданной функции представлена в таблице 1

Таблица 1

N	X ₁ X ₂ X ₃ X ₄ X ₅	X ₁ X ₂	(X ₁ X ₂)	X ₃ X ₄ X ₅	(X ₃ X ₄ X ₅)	-	f
0	0 0 0 0 0	00	0	000	0	0	1
1	0 0 0 0 1	00	0	001	1	-1	1
2	0 0 0 1 0	00	0	010	2	-2	0
3	0 0 0 1 1	00	0	011	3	-3	d
4	0 0 1 0 0	00	0	100	4	-4	0
5	0 0 1 0 1	00	0	101	5	-5	0
6	0 0 1 1 0	00	0	110	6	-6	0
7	0 0 1 1 1	00	0	111	7	-7	0
8	0 1 0 0 0	01	1	000	0	1	1
9	0 1 0 0 1	01	1	001	1	0	1
10	0 1 0 1 0	01	1	010	2	-1	1
11	0 1 0 1 1	01	1	011	3	-2	0
12	0 1 1 0 0	01	1	100	4	-3	d
13	0 1 1 0 1	01	1	101	5	-4	0
14	0 1 1 1 0	01	1	110	6	-5	0
15	0 1 1 1 1	01	1	111	7	-6	0
16	1 0 0 0 0	10	2	000	0	2	0
17	1 0 0 0 1	10	2	001	1	1	1
18	1 0 0 1 0	10	2	010	2	0	1
19	1 0 0 1 1	10	2	011	3	-1	1
20	1 0 1 0 0	10	2	100	4	-2	0
21	1 0 1 0 1	10	2	101	5	-3	d
22	1 0 1 1 0	10	2	110	6	-4	0
23	1 0 1 1 1	10	2	111	7	-5	0
24	1 1 0 0 0	11	3	000	0	3	0
25	1 1 0 0 1	11	3	001	1	2	0
26	1 1 0 1 0	11	3	010	2	1	1
27	1 1 0 1 1	11	3	011	3	0	1
28	1 1 1 0 0	11	3	100	4	-1	1
29	1 1 1 0 1	11	3	101	5	-2	0
30	1 1 1 1 0	11	3	110	6	-3	d
31	1 1 1 1 1	11	3	111	7	-4	0

Представление булевой функции в аналитическом виде

$$\text{КДНФ: } f = \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4\bar{x}_5 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4x_5 \vee \bar{x}_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_4\bar{x}_5 \vee \bar{x}_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_4x_5 \vee \bar{x}_1x_2\bar{x}_3x_4\bar{x}_5 \vee \\ x_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4x_5 \vee x_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4\bar{x}_5 \vee x_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4x_5 \vee x_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_4\bar{x}_5 \vee x_1x_2\bar{x}_3x_4x_5 \vee x_1x_2x_3\bar{x}_4\bar{x}_5$$

$$\text{ККНФ: } f = (x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee \bar{x}_4 \vee x_5)(x_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3 \vee x_4 \vee x_5)(x_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3 \vee x_4 \vee \bar{x}_5)(x_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_4 \vee x_5)(x_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_4 \vee \bar{x}_5)(x_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_3 \vee \bar{x}_4 \vee \bar{x}_5)(x_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3 \vee x_4 \vee \bar{x}_5)(x_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_4 \vee x_5)(x_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_4 \vee \bar{x}_5)(\bar{x}_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5)(\bar{x}_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3 \vee x_4 \vee x_5)(\bar{x}_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_4 \vee x_5)(\bar{x}_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_4 \vee \bar{x}_5)(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5)(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee \bar{x}_5)(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3 \vee x_4 \vee x_5)(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_4 \vee x_5)(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_4 \vee \bar{x}_5)$$

Минимизация булевой функции методом Квайна-Мак-Класки

Нахождение простых импликант (максимальных кубов)

Получение кубов различной размерности кубического комплекса $K(f)$ и выделение из них простых импликант приведено в таблице 2

Таблица 2

$K^0(f) \cup N(f)$	$K^1(f)$	$K^2(f)$	$Z(f)$
1. 00000 v	1. 0000X v 1-2 2. 0X000 v 1-3	0X00X 1-6 2-4	010X0 01X00
2. 00001 v 3. 01000 v	3. 000X1 v 2-4 4. 0X001 v 2-5 5. X0001 v 2-8 6. 0100X v 3-5 7. 010X0 3-6 8. 01X00 3-7	X00X1 3-12 5-9 1X01X 14-17 15-16	X1010 X1100 10X01 11X10 111X0 0X00X X00X1 1X01X
4. 00011 v 5. 01001 v 6. 01010 v 7. 01100 v 8. 10001 v 9. 10010 v	9. X0011 v 4-10 10. X1010 6-12 11. X1100 7-13 12. 100X1 v 8-10 13. 10X01 8-11 14. 1001X v 9-10 15. 1X010 v 9-12	$K^3(f) = \emptyset$	
10. 10011 v 11. 10101 v 12. 11010 v 13. 11100 v	16. 1X011 v 10-14 17. 1101X v 11-14 18. 11X10 12-15 19. 111X0 13-15		
14. 11011 v 15. 11110 v			

Составление импликантной таблицы

Импликантная таблица (Таблица 3) в первоначальном виде содержит 10 строк (по числу простых импликант) и 11 столбцов (по числу существенных вершин).

Таблица 3

Простые импликанты (максималь- ные кубы)	0-кубы										
	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	1
	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1. 010X0			*		*						
2. 01X00			*								
3. X1010					*				*		
4. X1100										*	
5. 10X01						*					
6. 11X10									*		
7. 111X0										*	
8. 0X00X	⊗	*	*	*							
9. X00X1		*				*		*			
10. 1X01X								*	*		⊗

Определение существенных импликант

Импликанты 8 и 10 – существенные, так как они покрывают вершины 1 и 11 соответственно, не покрытые другими импликантами. Вычеркнем из таблицы строки, соответствующие этим импликантам, а также столбцы, соответствующие вершинам, покрываемым существенными импликантами. Это вершины 1, 2, 3, 4, 8, 9 и 11. Удалим также импликанты 2 и 6, который после удаления вышеуказанных существенных вершин не будут покрывать ни одну вершину. В результате получаем упрощенную импликантную таблицу (Таблица 4)

Таблица 4

Простые импликанты (максимальные кубы)		0-кубы			
		0	1	1	1
		1	0	0	1
		0	0	0	1
		1	0	1	0
		0	1	0	0
		a	b	c	d
010X0	A	*			
X1010	B	*			
X1100	C				*
10X01	D		*		
111X0	E				*
X00X1	F		*		

Множество существенных импликант (максимальных кубов) образует ядро покрытия как его обязательную часть:

$$T = \begin{Bmatrix} 0X00X \\ 1X01X \end{Bmatrix}$$

Определение минимального покрытия

Метод Петрика. Выпишем булево выражение Y , определяющее условие покрытия всех 0-кубов (существенных вершин), не покрываемых существенными импликантами, в соответствии с таблицей 4.

$$Y = (A \vee B)(D \vee F)(C \vee E)$$

Выполняя операции попарного логического умножения применительно к термам, содержащим одинаковые буквы, с последующим применением закона поглощения, приведем исходную конъюнктивную форму Y к дизъюнктивной.

$$Y = ACD \vee ADE \vee ACF \vee AEF \vee BCD \vee BDE \vee BCF \vee BEF$$

Возможны следующие варианты покрытия:

$$C^1 = \begin{Bmatrix} T \\ A \\ C \\ D \end{Bmatrix}; C^2 = \begin{Bmatrix} T \\ A \\ D \\ E \end{Bmatrix}; C^3 = \begin{Bmatrix} T \\ A \\ C \\ F \end{Bmatrix}; C^4 = \begin{Bmatrix} T \\ A \\ E \\ F \end{Bmatrix}; C^5 = \begin{Bmatrix} T \\ B \\ C \\ D \end{Bmatrix}; C^6 = \begin{Bmatrix} T \\ B \\ D \\ E \end{Bmatrix}; C^7 = \begin{Bmatrix} T \\ B \\ C \\ F \end{Bmatrix}; C^8 = \begin{Bmatrix} T \\ B \\ E \\ F \end{Bmatrix};$$

$$S_1^a = 18, \quad S_2^a = 18, \quad S_3^a = 17, \quad S_4^a = 17, \quad S_5^a = 18, \quad S_6^a = 18, \quad S_7^a = 17, \quad S_8^a = 17,$$

$$S_1^b = 23, \quad S_2^b = 23, \quad S_3^b = 22, \quad S_4^b = 22, \quad S_5^b = 23, \quad S_6^b = 23, \quad S_7^b = 22, \quad S_8^b = 22$$

Минимальными являются покрытия C^3, C^4, C^7, C^8

$$C_{min}^3(f) = \begin{Bmatrix} 0X00X \\ 1X01X \\ 010X0 \\ X1100 \\ X00X1 \end{Bmatrix}; \quad \text{МДНФ: } f = \bar{x}_1\bar{x}_3\bar{x}_4 \vee x_1\bar{x}_3x_4 \vee \bar{x}_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_5 \vee x_2x_3\bar{x}_4\bar{x}_5 \vee \bar{x}_2\bar{x}_3x_5$$

$$C_{min}^4(f) = \begin{Bmatrix} 0X00X \\ 1X01X \\ 010X0 \\ 111X0 \\ X00X1 \end{Bmatrix}; \quad \text{МДНФ: } f = \bar{x}_1\bar{x}_3\bar{x}_4 \vee x_1\bar{x}_3x_4 \vee \bar{x}_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_5 \vee x_1x_2x_3\bar{x}_5 \vee \bar{x}_2\bar{x}_3x_5$$

$$C_{min}^7(f) = \left\{ \begin{array}{l} 0X00X \\ 1X01X \\ X1010 \\ X1100 \\ X00X1 \end{array} \right\}; \quad \text{МДНФ: } f = \bar{x}_1\bar{x}_3\bar{x}_4 \vee x_1\bar{x}_3x_4 \vee x_2\bar{x}_3x_4\bar{x}_5 \vee x_2x_3\bar{x}_4\bar{x}_5 \vee \bar{x}_2\bar{x}_3x_5$$

$$C_{min}^8(f) = \left\{ \begin{array}{l} 0X00X \\ 1X01X \\ X1010 \\ 111X0 \\ X00X1 \end{array} \right\}; \quad \text{МДНФ: } f = \bar{x}_1\bar{x}_3\bar{x}_4 \vee x_1\bar{x}_3x_4 \vee x_2\bar{x}_3x_4\bar{x}_5 \vee x_1x_2x_3\bar{x}_5 \vee \bar{x}_2\bar{x}_3x_5$$

Каждое из этих покрытий имеет цену $S^a = 17$, $S^b = 22$

Дальнейшее упрощение импликатной таблицы

Дальнейшее упрощение таблицы 4 невозможно, поэтому для получения минимального покрытия можно использовать метод Петрика, что и было проделано в предыдущем пункте.

Минимизация булевой функции на картах Карно

Определение МДНФ

		X ₃ X ₄			
		00	01	11	10
X ₁ X ₂	00	1			
	01	1	1		d
	11		1	d	1
	10		1		

X₅ = 0

		X ₃ X ₄			
		00	01	11	10
X ₁ X ₂	00	1	d		
	01	1			
	11		1		
	10	1	1		d

X₅ = 1

Получаем следующие минимальные покрытия:

$$C_{min}^1(f) = \left\{ \begin{array}{l} 0X00X \\ 1X01X \\ 010X0 \\ X1100 \\ X00X1 \end{array} \right\}; \quad \text{МДНФ: } f = \bar{x}_1\bar{x}_3\bar{x}_4 \vee x_1\bar{x}_3x_4 \vee \bar{x}_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_5 \vee x_2x_3\bar{x}_4\bar{x}_5 \vee \bar{x}_2\bar{x}_3x_5$$

$$C_{min}^2(f) = \left\{ \begin{array}{l} 0X00X \\ 1X01X \\ 010X0 \\ 111X0 \\ X00X1 \end{array} \right\}; \quad \text{МДНФ: } f = \bar{x}_1\bar{x}_3\bar{x}_4 \vee x_1\bar{x}_3x_4 \vee \bar{x}_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_5 \vee x_1x_2x_3\bar{x}_5 \vee \bar{x}_2\bar{x}_3x_5$$

$$C_{min}^3(f) = \begin{Bmatrix} 0X00X \\ 1X01X \\ X1010 \\ X1100 \\ X00X1 \end{Bmatrix}; \quad \text{МДНФ: } f = \bar{x}_1\bar{x}_3\bar{x}_4 \vee x_1\bar{x}_3x_4 \vee x_2\bar{x}_3x_4\bar{x}_5 \vee x_2x_3\bar{x}_4\bar{x}_5 \vee \bar{x}_2\bar{x}_3x_5$$

$$C_{min}^4(f) = \begin{Bmatrix} 0X00X \\ 1X01X \\ X1010 \\ 111X0 \\ X00X1 \end{Bmatrix}; \quad \text{МДНФ: } f = \bar{x}_1\bar{x}_3\bar{x}_4 \vee x_1\bar{x}_3x_4 \vee x_2\bar{x}_3x_4\bar{x}_5 \vee x_1x_2x_3\bar{x}_5 \vee \bar{x}_2\bar{x}_3x_5$$

Каждое из этих покрытий имеет цену $S^a = 17$, $S^b = 22$

Данные покрытия совпадают с полученными ранее.

Определение МКНФ

		X ₃ X ₄						X ₃ X ₄			
		00	01	11	10			00	01	11	10
X ₁ X ₂	00		0	0	0	X ₁ X ₂			d	0	0
	01			0	d				0	0	0
	11	0		d				0		0	0
	10	0		0	0					0	d
		X ₅ = 0						X ₅ = 1			

$$C_{min}^1(\overline{f}) = \begin{Bmatrix} XX1X1 \\ 0X1XX \\ X01XX \\ 1100X \\ 1X000 \\ 00X1X \\ 0XX11 \end{Bmatrix}; \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \end{pmatrix} S^a = 20 \quad S^b = 27$$

$$\text{МКНФ: } f = (\bar{x}_3 \vee \bar{x}_5)(x_1 \vee \bar{x}_3)(x_2 \vee \bar{x}_3)(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_3 \vee x_4)(\bar{x}_1 \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5)(x_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_4)(x_1 \vee \bar{x}_4 \vee \bar{x}_5)$$

Преобразование минимальных форм булевой функции

Факторное преобразование для МДНФ

$$f = \bar{x}_1\bar{x}_3\bar{x}_4 \vee x_1\bar{x}_3x_4 \vee \bar{x}_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_5 \vee x_2x_3\bar{x}_4\bar{x}_5 \vee \bar{x}_2\bar{x}_3x_5 = (S_Q = 22)$$

$$f = \bar{x}_3(\bar{x}_1\bar{x}_4 \vee x_1x_4 \vee \bar{x}_2x_5) \vee x_2\bar{x}_5(\bar{x}_1\bar{x}_3 \vee x_3\bar{x}_4) = (S_Q = 21)$$

$$f = \bar{x}_3(\bar{x}_1\bar{x}_4 \vee \bar{x}_1x_2\bar{x}_5 \vee x_1x_4 \vee \bar{x}_2x_5) \vee x_2x_3\bar{x}_4\bar{x}_5 = (S_Q = 21)$$

$$f = \bar{x}_3(\bar{x}_1(\bar{x}_4 \vee x_2\bar{x}_5) \vee x_1x_4 \vee \bar{x}_2x_5) \vee x_2x_3\bar{x}_4\bar{x}_5 \quad (S_Q = 20) \quad (1)$$

Решим задачу декомпозиции применительно к полученной форме. Для этого введем вспомогательную функцию

$$\varphi = \varphi(x_2, x_5) = x_2\bar{x}_5$$

С учетом функции получаем:

$$f = \bar{x}_3(\bar{x}_1(\bar{x}_4 \vee \varphi) \vee x_1x_4 \vee \bar{x}_2x_5) \vee x_3\bar{x}_4\varphi \quad (2)$$

$$\varphi = x_2\bar{x}_5 \quad S_Q^\varphi = 2, S_Q^f = 18$$

Цена схемы по выражению (2) с учетом цены введенной функции аналогично цене схемы по выражению (1)

Факторное преобразование для МКНФ

$$f = (\bar{x}_3 \vee \bar{x}_5)(x_1 \vee \bar{x}_3)(x_2 \vee \bar{x}_3)(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_3 \vee x_4)(\bar{x}_1 \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5)(x_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_4)(x_1 \vee \bar{x}_4 \vee \bar{x}_5) = S_Q = 27$$

$$f = (\bar{x}_3 \vee x_1x_2\bar{x}_5)(\bar{x}_1 \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5\bar{x}_2)(x_1 \vee \bar{x}_4 \vee x_2\bar{x}_5) \quad S_Q = 19 \quad (3)$$

Решим задачу декомпозиции применительно к полученной форме. Для этого введем вспомогательную функцию

$$\varphi = \varphi(x_2, x_5) = x_2\bar{x}_5$$

С учетом функции получаем:

$$f = (\bar{x}_3 \vee x_1\varphi)(\bar{x}_1 \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5\bar{x}_2)(x_1 \vee \bar{x}_4 \vee \varphi) \quad (4)$$

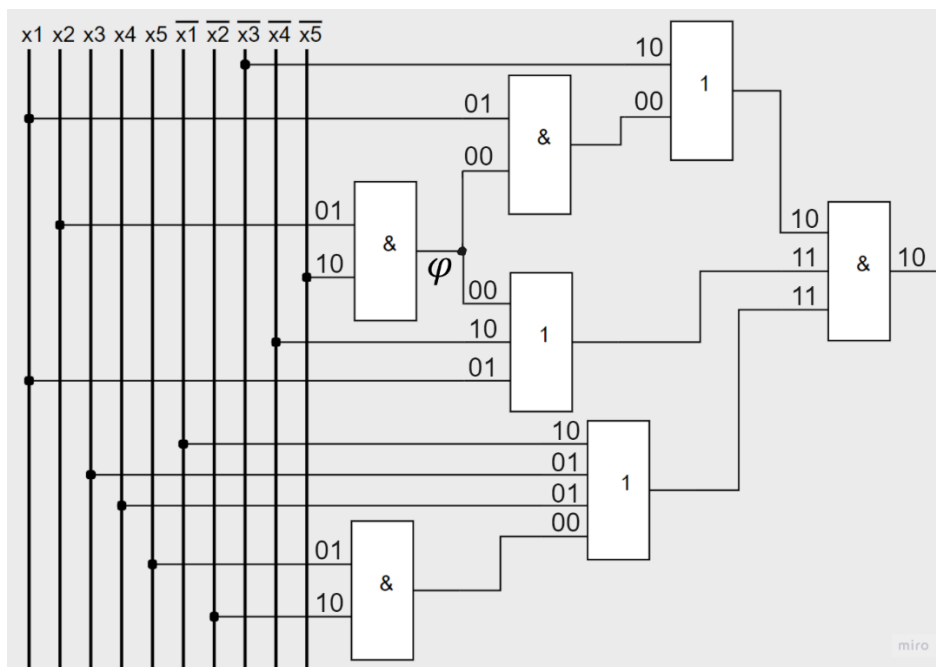
$$\varphi = x_2\bar{x}_5 \quad S_Q^\varphi = 2, \quad S_Q^f = 16$$

Цена схемы по выражению (4) с учетом цены введенной функции получилась меньше, чем цена схемы по выражению (3)

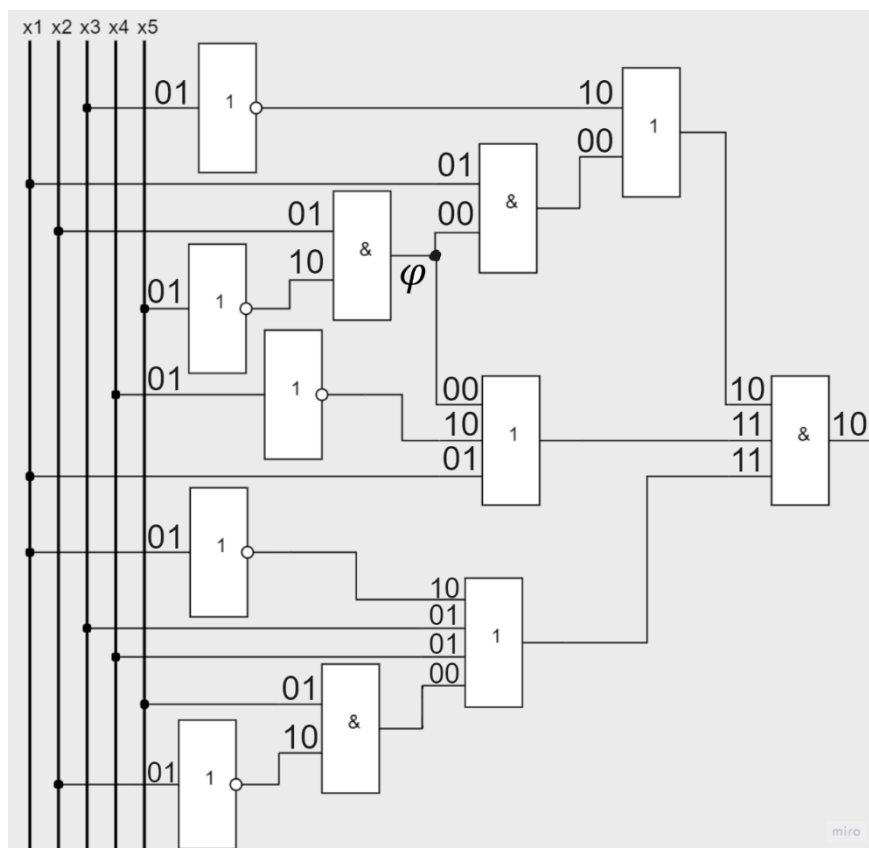
Значит минимальная цена схемы: $S_Q = 18$

Синтез комбинационных схем в булевом базисе

$$S_Q = 18 \quad T = 4\tau$$



$$S_Q = 23 \quad T = 5\tau$$



Синтез комбинационных схем в универсальных базисах

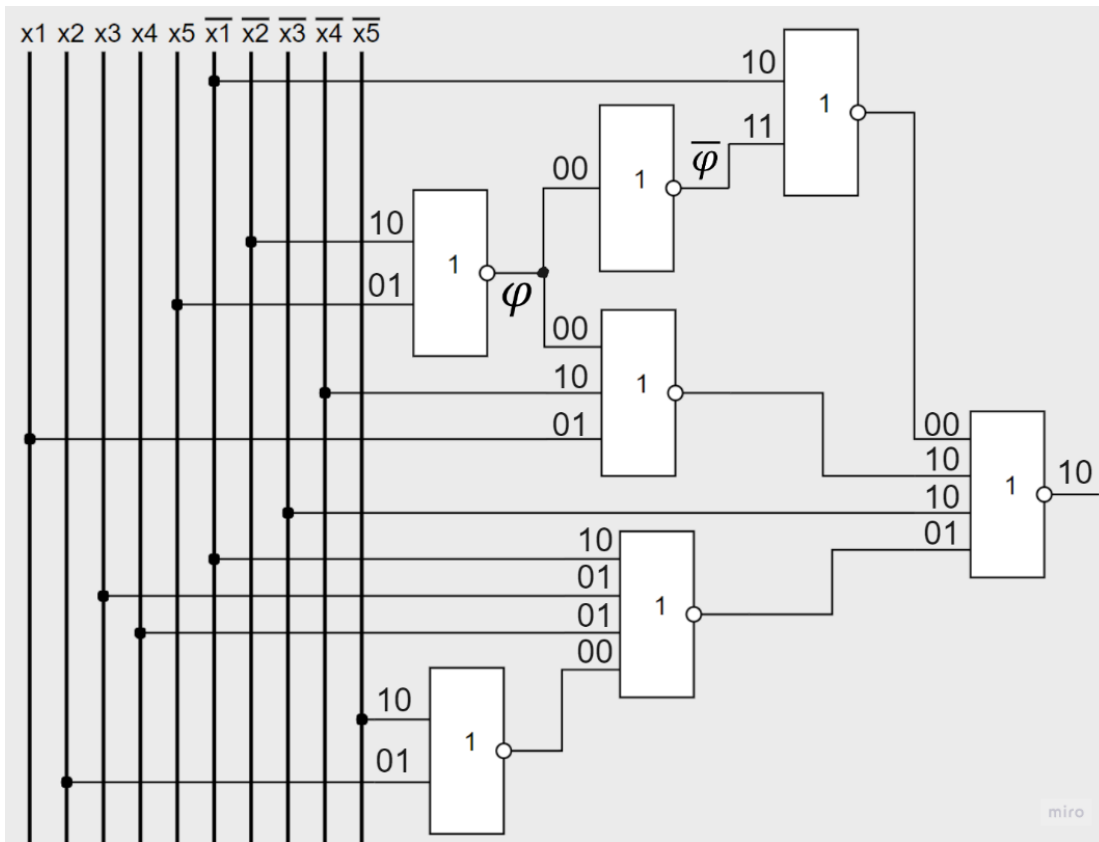
Базис (ИЛИ-НЕ)

$$\varphi = x_2 \bar{x}_5 = \overline{\bar{x}_2 \vee x_5} = \bar{x}_2 \downarrow x_5$$

$$\begin{aligned} f &= (\bar{x}_3 \vee x_1 \varphi)(\bar{x}_1 \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5 \bar{x}_2)(x_1 \vee \bar{x}_4 \vee \varphi) = \\ &= \overline{\bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{\varphi}} \vee \overline{\bar{x}_1 \vee x_3 \vee x_4 \vee \bar{x}_5 \vee x_2} \vee \overline{x_1 \vee \bar{x}_4 \vee \varphi} = (5) \end{aligned}$$

$$= (\bar{x}_3 \downarrow (\bar{x}_1 \downarrow \bar{\varphi})) \downarrow (\bar{x}_1 \downarrow x_3 \downarrow x_4 \downarrow (\bar{x}_5 \downarrow x_2)) \downarrow (x_1 \downarrow \bar{x}_4 \downarrow \varphi)$$

$$S_Q = 18 \quad T = 4\tau$$



Базис (И-НЕ)

$$\varphi = x_2 \bar{x}_5 = \overline{\bar{x}_2 \bar{x}_5} = \overline{\bar{x}_2 | \bar{x}_5}$$

$$f = (\bar{x}_3 \vee x_1 \varphi)(\bar{x}_1 \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5 \bar{x}_2)(x_1 \vee \bar{x}_4 \vee \varphi) =$$

$$= \overline{x_3 \bar{x}_1 \bar{\varphi}} \cdot \overline{x_1 \bar{x}_3 \bar{x}_4 x_5 \bar{x}_2} \cdot \overline{\bar{x}_1 x_4 \bar{\varphi}} = (6)$$

$$= (x_3 | (x_1 | \varphi)) | (x_1 | \bar{x}_3 | \bar{x}_4 | (x_5 | \bar{x}_2)) | (\bar{x}_1 | x_4 | \bar{\varphi})$$

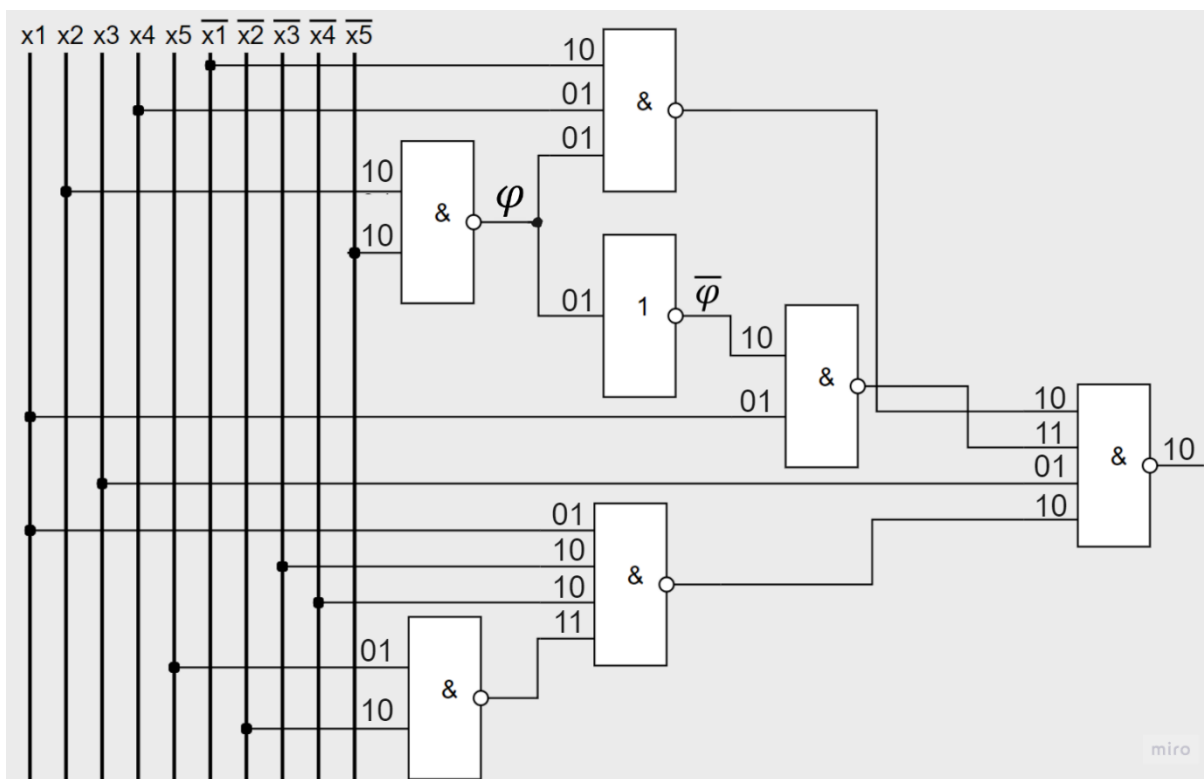
В данной схеме будет лишний инвертор для введенной вспомогательной функции φ что увеличит цену схему. Поэтому определим функцию φ следующим образом:

$$\varphi = \overline{x_2 \bar{x}_5} = x_2 | \bar{x}_5$$

Тогда исходная функция примет вид:

$$f = (x_3 | (x_1 | \bar{\varphi})) | (x_1 | \bar{x}_3 | \bar{x}_4 | (x_5 | \bar{x}_2)) | (\bar{x}_1 | x_4 | \varphi)$$

$$S_Q = 18 \quad T = 4\tau$$



Синтез комбинационных схем в сокращенных булевых базисах

Базис (ИЛИ-НЕ)

Используем выражение (5), полученное в процессе построения схемы в универсальном базисе ИЛИ-НЕ

$$f = \overline{\overline{\bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{\varphi}} \vee \bar{x}_1 \vee x_3 \vee x_4 \vee \overline{\bar{x}_5 \vee x_2 \vee x_1 \vee \bar{x}_4 \vee \varphi}}$$

$$\varphi = \overline{\bar{x}_2 \vee x_5}$$

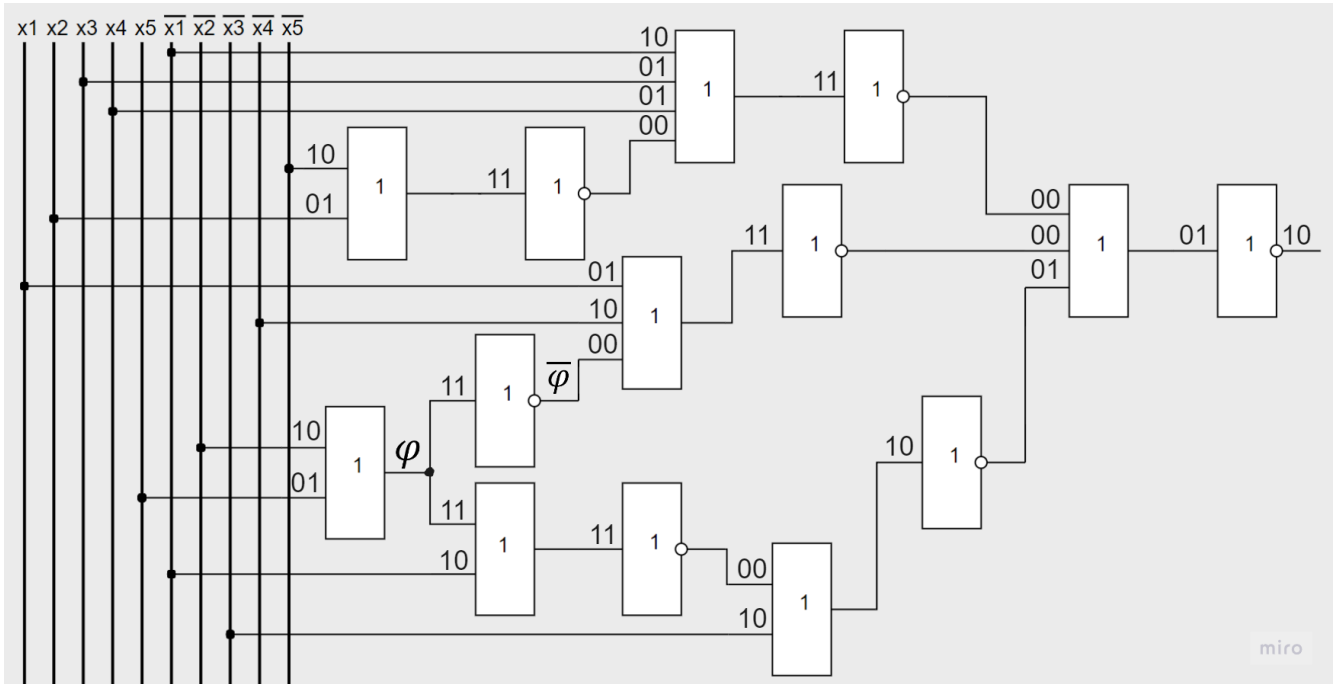
Для избежания использования дополнительного инвертора определим φ как:

$$\varphi = \bar{x}_2 \vee x_5$$

Тогда исходная функция примет вид:

$$f = \overline{\bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 \vee \varphi \vee \bar{x}_1 \vee x_3 \vee x_4 \vee \bar{x}_5 \vee x_2 \vee x_1 \vee \bar{x}_4 \vee \bar{\varphi}}$$

$$S_Q = 25 \quad T = 7\tau$$



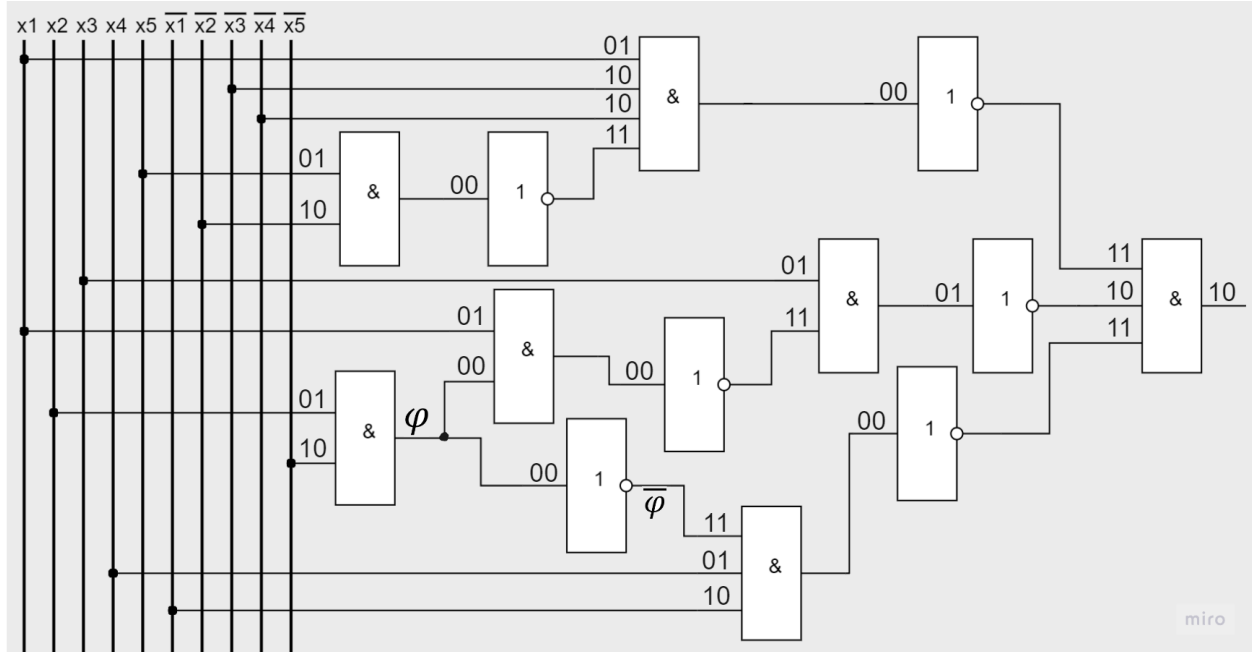
Базис (И-НЕ)

Используем выражение (6), полученное в процессе построения схемы в универсальном базисе И-НЕ

$$f = \overline{x_3 \bar{x}_1 \varphi} \cdot \overline{x_1 \bar{x}_3 \bar{x}_4 x_5 \bar{x}_2} \cdot \overline{\bar{x}_1 x_4 \bar{\varphi}}$$

$$\varphi = x_2 \bar{x}_5$$

$$S_Q = 24 \quad T = 6\tau$$



Синтез комбинационной схемы с учетом коэффициента объединения

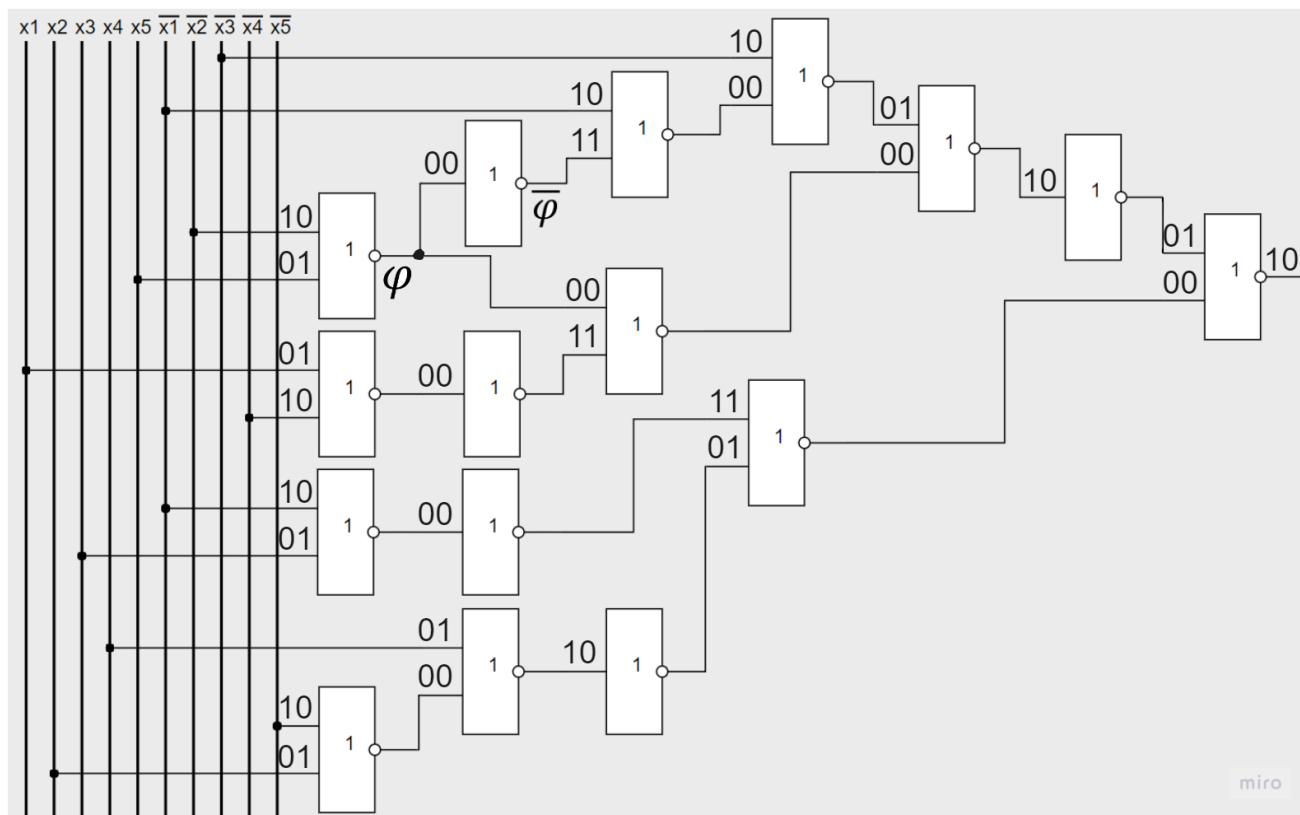
Используем ранее полученное выражение (4)

$$\begin{aligned}
 \varphi &= x_2 \bar{x}_5 \\
 f &= (\bar{x}_3 \vee x_1 \varphi)(\bar{x}_1 \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5 \bar{x}_2)(x_1 \vee \bar{x}_4 \vee \varphi) = \\
 &= (\bar{x}_3 \vee x_1 \varphi)((\bar{x}_1 \vee x_3) \vee (x_4 \vee x_5 \bar{x}_2))((x_1 \vee \bar{x}_4) \vee \varphi) = \\
 &= ((\bar{x}_3 \vee x_1 \varphi)((x_1 \vee \bar{x}_4) \vee \varphi))((\bar{x}_1 \vee x_3) \vee (x_4 \vee x_5 \bar{x}_2))
 \end{aligned}$$

Преобразуем полученное выражение в универсальный базис ИЛИ-НЕ:

$$\begin{aligned}
 \varphi &= x_2 \bar{x}_5 = \overline{\bar{x}_2 \vee x_5} = \bar{x}_2 \downarrow x_5 \\
 f &= \overline{\overline{(\bar{x}_3 \vee x_1 \varphi)((x_1 \vee \bar{x}_4) \vee \varphi)} \vee \overline{(\bar{x}_1 \vee x_3) \vee (x_4 \vee x_5 \bar{x}_2)}} = \\
 &= \overline{\overline{(\bar{x}_3 \vee x_1 \varphi)} \vee \overline{((x_1 \vee \bar{x}_4) \vee \varphi)}} \vee \overline{(\bar{x}_1 \vee x_3) \vee (x_4 \vee x_5 \bar{x}_2)} = \\
 &= \overline{\overline{(\bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{\varphi})} \vee \overline{((x_1 \vee \bar{x}_4) \vee \varphi)}} \vee \overline{(\bar{x}_1 \vee x_3) \vee (x_4 \vee \bar{x}_5 \vee x_2)} = \\
 &= \overline{((\bar{x}_3 \downarrow (\bar{x}_1 \downarrow \bar{\varphi})) \downarrow ((x_1 \downarrow \bar{x}_4) \downarrow \varphi)) \downarrow ((\bar{x}_1 \downarrow x_3) \downarrow (x_4 \downarrow (\bar{x}_5 \downarrow x_2)))}
 \end{aligned}$$

$$S_Q = 27 \quad T = 7\tau$$



Анализ комбинационных схем

Из таблицы истинности я выбрал наборы 00000 и 11111 на которых значения функции равны 1 и 0 соответственно.