

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования «Национальный исследовательский университет ИТМО»**

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Домашнее задание №6

По дискретной математике

Вариант №85

Выполнил:

Ступин Тимур Русланович

Группа № Р3108

Проверил:

Поляков Владимир Иванович

Санкт-Петербург 2023

Содержание

Исходный данные	3
1. Формат $\Phi 1$	3
2. Формат $\Phi 2$	5

Исходный данные

№	A	B
85	304,5	256,2

1. Формат Φ1

$$A = (304,5)_{10} = (130,8)_{16} = (0,1308)_{16} \times 16^3$$

$$X_A = P_A + 64 = 3 + 64 = (67)_{10} = (1000011)_2$$

0 1 0 0 0 0 1 1 0 0 0 1 0 0 1 1 0 0 0 1	1 округление к ближайшему
$B = (256,2)_{10} = (100,(3))_{16} = (0,100(3))_{16} \times 16^3$	

$$X_B = P_B + 64 = 3 + 64 = (67)_{10} = (1000011)_2$$

0 1 0 0 0 0 1 1 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0	0 округление к ближайшему
$(X_A - X_B)_{\text{пр.}} = 0$	

$$\begin{aligned} 1) \quad X_A &= \underline{1 0 0 0 1 1} \\ X_B &= \underline{1 0 0 0 1 1} \\ (X_A - X_B)_{\text{пр.}} &= \underline{0 0 0 0 0 0} \end{aligned}$$

$$(X_A - X_B)_{\text{пр.}} = 0; \quad X_C = X_B = 3.$$

a) Оба операнда положительные ($A > 0, B > 0$):

$$\begin{aligned} 3) \quad M_A &= \underline{0 0 0 1 0 0 1 1 0 0 0 1} \\ M_B &= \underline{+ 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0} \\ M_C &= \underline{0 0 1 0 0 0 1 1 0 0 0 1} \end{aligned}$$

Результат сложения нормализован

C	0 1 0 0 0 0 1 1 0 0 1 0 0 0 1 1 0 0 0 1
---	---

$$C^* = M_C \cdot 16^{pc} = (0,231)_{16} \cdot 16^3 = (231,0)_{16} = 561,0.$$

$$\Delta C = C_T - C^* = 560,7 - 561,0 = -0,3$$

где ΔC – абсолютная погрешность;

C_T – точное значение;

C^* – приближенное значение.

$$\delta C = \left| \frac{\Delta C}{C_T} \right| \cdot 100\% = \left| \frac{-0,3}{560,7} \right| * 100\% = 0,054\%,$$

где δC – относительная погрешность.

Погрешность полученного результата обусловлена неточностью представления операндов.

б) $A < 0, B > 0$.

Сложение мантисс будем проводить их прямым вычитанием. В качестве уменьшаемого используем мантиссу положительного операнда (B);

$$3) \begin{array}{r} M_B = \overbrace{.0}^{\text{знак}} \overbrace{0}^{\text{разряды}} \overbrace{0}^{\text{разряды}} \overbrace{1}^{\text{разряды}} \overbrace{0}^{\text{разряды}} \overbrace{0}^{\text{разряды}} \overbrace{0}^{\text{разряды}} \overbrace{0}^{\text{разряды}} \overbrace{0}^{\text{разряды}} \overbrace{0}^{\text{разряды}} \\ M_A = \overbrace{-0}^{\text{знак}} \overbrace{0}^{\text{разряды}} \overbrace{0}^{\text{разряды}} \overbrace{1}^{\text{разряды}} \overbrace{0}^{\text{разряды}} \overbrace{0}^{\text{разряды}} \overbrace{1}^{\text{разряды}} \overbrace{1}^{\text{разряды}} \overbrace{0}^{\text{разряды}} \overbrace{0}^{\text{разряды}} \overbrace{1}^{\text{разряды}} \\ M_C = \overbrace{.1}^{\text{знак}} \overbrace{1}^{\text{разряды}} \overbrace{1}^{\text{разряды}} \overbrace{1}^{\text{разряды}} \overbrace{1}^{\text{разряды}} \overbrace{1}^{\text{разряды}} \end{array}$$

Результат сложения мантисс отрицателен и представлен в дополнительном коде:

$$C_{\text{доп}} = .111111001111$$

$$\text{Переведем в прямой код: } C_{\text{пр}} = .000000110001$$

Результат сложения денормализован вправо.

$$4) \overleftarrow{M_C}^4 = .001100010000$$

Т.к. выполнен сдвиг мантиссы влево, то характеристику результата нужно уменьшить на 1 ($X_C = X_C - 1 = 2$).

C

1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

$$C^* = M_C \cdot 16^{P_c} = (-0,31)_{16} \cdot 16^2 = (-31,0)_{16} = -49,0.$$

$$\Delta C = C_T - C^* = -48,3 - (-49,0) = 0,7.$$

$$\delta C = \left| \frac{\Delta C}{C_T} \right| \cdot 100\% = \left| \frac{0,7}{-48,3} \right| \cdot 100\% = 1,45\%.$$

Погрешность полученного результата обусловлена неточностью представления операндов.

в) $A > 0, B < 0$.

Сложение мантисс будем проводить их прямым вычитанием. В качестве уменьшаемого используем мантиссу положительного операнда (A);

$$3) \begin{array}{r} M_A = \overbrace{.0}^{\text{знак}} \overbrace{0}^{\text{разряды}} \overbrace{0}^{\text{разряды}} \overbrace{1}^{\text{разряды}} \overbrace{0}^{\text{разряды}} \overbrace{0}^{\text{разряды}} \overbrace{1}^{\text{разряды}} \overbrace{1}^{\text{разряды}} \overbrace{0}^{\text{разряды}} \overbrace{0}^{\text{разряды}} \overbrace{0}^{\text{разряды}} \\ M_B = \overbrace{-0}^{\text{знак}} \overbrace{0}^{\text{разряды}} \overbrace{0}^{\text{разряды}} \overbrace{1}^{\text{разряды}} \overbrace{0}^{\text{разряды}} \overbrace{0}^{\text{разряды}} \overbrace{0}^{\text{разряды}} \overbrace{0}^{\text{разряды}} \overbrace{0}^{\text{разряды}} \overbrace{0}^{\text{разряды}} \\ M_C = \overbrace{.0}^{\text{знак}} \overbrace{0}^{\text{разряды}} \overbrace{0}^{\text{разряды}} \overbrace{0}^{\text{разряды}} \overbrace{0}^{\text{разряды}} \end{array}$$

Результат сложения денормализован вправо.

$$4) \overleftarrow{M_C}^4 = .001100010000$$

Т.к. выполнен сдвиг мантиссы влево, то характеристику результата нужно уменьшить на 1 ($X_C = X_C - 1 = 2$).

<i>C</i>	<table border="1"> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> </table>	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0		

$$C^* = M_C \cdot 16^{P_C} = (0,31)_{16} \cdot 16^2 = (31,0)_{16} = 49,0.$$

$$\Delta C = C_T - C^* = 48,3 - 49,0 = -0,7.$$

$$\delta C = \left| \frac{\Delta C}{C_T} \right| \cdot 100\% = \left| \frac{-0,7}{-48,3} \right| * 100\% = 1,45\%.$$

Погрешность полученного результата обусловлена неточностью представления операндов.

2. Формат **Ф2.**

$$A = (304,5)_{10} = (130,8)_{16} = (100110000.1)_2 = (0.1001100001) \times 2^9$$

$$X_A = P_A + 128 = 9 + 128 = (137)_{10} = (10001001)_2$$

0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

$$B = (256,2)_{10} = (100,(3))_{16} = (0.100000000001) \times 2^9$$

$$X_B = P_B + 128 = 9 + 128 = (137)_{10} = (10001001)_2$$

0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

$$1) \quad X_A = \begin{array}{r} -1 \\ X_B = \begin{array}{r} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{array} \end{array}$$

$$(X_A - X_B)_{\text{пр.}} = \begin{array}{r} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array}$$

$$(X_A - X_B)_{\text{.}} = 0; \quad X_C = X_B = 9.$$

a) Оба операнда положительные ($A > 0, B > 0$):

$$3) \quad M_A = \begin{array}{r} \curvearrowleft 1 \\ M_B = \begin{array}{r} + \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{array} \end{array}$$

$$M_C = 1.00001100001$$

Результат сложения денормализован влево.

$$4) \quad \overrightarrow{M_C} = .100011000010$$

Т.к. выполнен сдвиг мантиссы вправо, то характеристику результата нужно увеличить на 1 ($X_C = X_C + 1 = 10$).

C

0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

$$C^* = M_C \cdot 2^{P_C} = (0,10001100001)_2 \cdot 2^{10} = (1000110000,1)_2 = 560,5.$$

$$\Delta C = C_T - C^* = 560,7 - 560,5 = 0,2.$$

$$\delta C = \left| \frac{\Delta C}{C_T} \right| \cdot 100\% = \left| \frac{0,2}{560,7} \right| \cdot 100\% = 0,036\%.$$

Погрешность полученного результата обусловлена неточностью представления операндов и потерей значащих разрядов при нормализации мантиссы.

6) $A < 0, B > 0.$

Сложение мантисс будем проводить их прямым вычитанием. В качестве уменьшаемого используем мантиссу положительного операнда (B);

$$3) \quad M_B = \begin{array}{cccccccccc} . & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline M_A = & - & . & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ M_C = & & . & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{array}$$

Результат сложения мантисс отрицателен и представлен в дополнительном коде:

$$C_{\text{доп}} = .1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0\ 1$$

Переведем в прямой код: $C_{\text{пр}} = .0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1$

Результат сложения денормализован вправо.

$$4) \quad \overleftarrow{M_C}^3 = .1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0$$

Т.к. выполнен сдвиг мантиссы влево, то характеристику результата нужно уменьшить на 3 ($X_C = X_C - 3 = 6$).

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\delta C = \left| \frac{\Delta C}{C} \right| \cdot 100\% = \left| \frac{0,075}{-48,3} \right| * 100\% = 0,16\%.$$

Погрешность полученного результата обусловлена неточностью представления операндов.

B) $A \geq 0, B \leq 0$

Сложение мантисс будем проводить их прямым вычитанием. В качестве уменьшаемого используем мантиссу положительного операнда (A):

$$3) M_A = \begin{matrix} & . & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ M_B = & - & . & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ M_C = & & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{matrix}$$

Результат сложения денормализован вправо

$$4) \overleftarrow{M}_5 = 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0$$

Т.к. выполнен сдвиг мантиссы влево, то характеристику результата нужно уменьшить на 3 ($X_C = X_C - 3 = 6$).

C	1	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
-----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

$$C^* = M_C \cdot 2^{P_c} = (0,110000011)_2 \cdot 2^6 = (110000,011)_2 = 48,375.$$

$$\Delta C = C_T - C^* = 48,3 - 48,375 = -0,075.$$

$$\delta C = \left| \frac{\Delta C}{C_T} \right| \cdot 100\% = \left| \frac{-0,075}{48,3} \right| * 100\% = 0,16\%.$$

Погрешность полученного результата обусловлена неточностью представления операндов

В формате $\Phi 2$ результаты получились точнее из-за того, что операнды представлены точнее и при нормализации результата сдвиг производился на один двоичный разряд, а не на четыре.