

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования «Национальный исследовательский университет ИТМО»**

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Курсовая работа (часть 2)

По дискретной математике

Вариант №58

Выполнил:

Ступин Тимур Русланович

Группа № Р3108

Проверил:

Поляков Владимир
Иванович

Санкт-Петербург 2023

Оглавление

Исходный данные	3
Составление таблицы истинности.....	3
Минимизация булевых функций системы	4
Преобразование минимальных форм булевых функций системы.....	6
Синтез многовходной комбинационной схемы в булевом базисе	7
Анализ многовходной комбинационной схемы.....	7

Исходный данные

Выполняемые операции: $C = (A - 1)_{mod27}$

Число Входных\Выходных переменных: 5\5

Разрядность operandов: 5\-

Составление таблицы истинности

a₁	a₂	a₃	a₄	a₅	C₀	C₁	C₂	C₃	C₄
0	0	0	0	0	1	1	0	1	0
0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
0	0	0	1	1	0	0	0	1	0
0	0	1	0	0	0	0	0	1	1
0	0	1	0	1	0	0	1	0	0
0	0	1	1	0	0	0	1	0	1
0	0	1	1	1	0	0	1	1	0
0	1	0	0	0	0	0	1	1	1
0	1	0	0	1	0	1	0	0	0
0	1	0	1	0	0	1	0	0	1
0	1	0	1	1	0	1	0	1	0
0	1	1	0	0	0	1	0	1	1
0	1	1	0	1	0	1	1	0	0
0	1	1	1	0	0	1	1	0	1
0	1	1	1	1	0	1	1	1	0
1	0	0	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	0	0	0	0
1	0	0	1	0	1	0	0	0	1
1	0	1	0	0	1	0	0	1	1
1	0	1	0	1	1	0	1	0	0
1	0	1	1	0	1	0	1	0	1
1	0	1	1	1	1	0	1	1	0
1	1	0	0	0	1	0	1	1	1
1	1	0	0	1	1	1	0	0	0
1	1	0	1	0	1	1	0	0	1
1	1	0	1	1	d	d	d	d	d
1	1	1	0	0	d	d	d	d	d
1	1	1	0	1	d	d	d	d	d
1	1	1	1	0	d	d	d	d	d
1	1	1	1	1	d	d	d	d	d

Минимизация булевых функций системы

C_0

		a ₃ a ₄				
		00	01	11	10	
a ₁ a ₂		00	1			
		01				
a ₁ a ₂		11	1	1	d	d
		10		1	1	1
a ₅ = 0						

		a ₃ a ₄				
		00	01	11	10	
a ₁ a ₂		00				
		01				
a ₁ a ₂		11	1	d	d	d
		10	1	1	1	1
a ₅ = 1						

$$C_{min}(C_0) = \begin{Bmatrix} 00000 \\ 11XXX \\ 1X1XX \\ 1XX1X \\ 1XXX1 \end{Bmatrix} \quad S^a = 13, S^b = 18$$

$$C_0 = \bar{a}_1 \bar{a}_2 \bar{a}_3 \bar{a}_4 \bar{a}_5 \vee a_1 a_2 \vee a_1 a_3 \vee a_1 a_4 \vee a_1 a_5$$

C_1

		a ₃ a ₄				
		00	01	11	10	
a ₁ a ₂		00	1			
		01		1	1	1
a ₁ a ₂		11		1	d	d
		10	1			
a ₅ = 0						

		a ₃ a ₄				
		00	01	11	10	
a ₁ a ₂		00				
		01	1	1	1	1
a ₁ a ₂		11	1	d	d	d
		10				
a ₅ = 1						

$$C_{min}(C_1) = \begin{Bmatrix} X0000 \\ X11XX \\ X1X1X \\ X1XX1 \end{Bmatrix} \quad S^a = 10, S^b = 14$$

$$C_1 = \bar{a}_2 \bar{a}_3 \bar{a}_4 \bar{a}_5 \vee a_2 a_3 \vee a_2 a_4 \vee a_2 a_5$$

C_2

		a ₃ a ₄						a ₃ a ₄			
		00	01	11	10			00	01	11	10
a ₁ a ₂		00			1		00		1	1	
		01	1		1		01		1	1	
		11	1	d	d		11	d	d	d	
		10	1		1		10		1	1	
				a ₅ = 0					a ₅ = 1		

$$C_{min}(C_2) = \begin{cases} XX11X \\ XX1X1 \\ 1X000 \\ X1000 \end{cases} \quad S^a = 12, S^b = 16$$

$$C_2 = a_3a_4 \vee a_3a_5 \vee a_1\bar{a}_3\bar{a}_4\bar{a}_5 \vee a_2\bar{a}_3\bar{a}_4\bar{a}_5$$

C_3

		a ₃ a ₄						a ₃ a ₄			
		00	01	11	10			00	01	11	10
a ₁ a ₂		00	1			1	00	1	1		
		01	1		1		01	1	1		
		11	1	d	d		11	d	d	d	
		10	1		1		10	1	1		
				a ₅ = 0					a ₅ = 1		

$$C_{min}(C_3) = \begin{cases} XXX00 \\ XXX11 \end{cases} \quad S^a = 4, S^b = 6$$

$$C_3 = \bar{a}_4\bar{a}_5 \vee a_4a_5$$

C₄

		a ₃ a ₄						a ₃ a ₄			
		00	01	11	10			00	01	11	10
a ₁ a ₂	00	1	1	1	1						
	01	1	1	1	1						
	11	1	1	d	d			d	d	d	d
	10	1	1	1	1						
		a ₅ = 0						a ₅ = 1			

$$C_{min}(C_4) = \begin{cases} 1XXX0 \\ X1XX0 \\ XX1X0 \\ XXX10 \end{cases} \quad S^a = 8, S^b = 12$$

$$C_4 = a_1\bar{a}_5 \vee a_2\bar{a}_5 \vee a_3\bar{a}_5 \vee a_4\bar{a}_5$$

$$\left\{ \begin{array}{l} C_0 = \bar{a}_1\bar{a}_2\bar{a}_3\bar{a}_4\bar{a}_5 \vee a_1a_2 \vee a_1a_3 \vee a_1a_4 \vee a_1a_5 \quad S_Q^{C_0} = 18 \\ C_1 = \bar{a}_2\bar{a}_3\bar{a}_4\bar{a}_5 \vee a_2a_3 \vee a_2a_4 \vee a_2a_5 \quad S_Q^{C_1} = 14 \\ C_2 = a_3a_4 \vee a_3a_5 \vee a_1\bar{a}_3\bar{a}_4\bar{a}_5 \vee a_2\bar{a}_3\bar{a}_4\bar{a}_5 \quad S_Q^{C_2} = 16 \\ C_3 = \bar{a}_4\bar{a}_5 \vee a_4a_5 \quad S_Q^{C_3} = 6 \\ C_4 = a_1\bar{a}_5 \vee a_2\bar{a}_5 \vee a_3\bar{a}_5 \vee a_4\bar{a}_5 \quad S_Q^{C_4} = 12 \end{array} \right.$$

При реализации схемы в виде пяти независимых подсхем ее цена $S_Q = 66$

Преобразование минимальных форм булевых функций системы

$$\left\{ \begin{array}{l} C_0 = \bar{a}_1\bar{a}_2\bar{a}_3\bar{a}_4\bar{a}_5 \vee a_1a_2 \vee a_1a_3 \vee a_1a_4 \vee a_1a_5 = \\ = \bar{a}_1\bar{a}_2\bar{a}_3\bar{a}_4\bar{a}_5 \vee a_1(a_2 \vee a_3 \vee a_4 \vee a_5) \quad S_Q^{C_0} = 13 \\ C_1 = \bar{a}_2\bar{a}_3\bar{a}_4\bar{a}_5 \vee a_2a_3 \vee a_2a_4 \vee a_2a_5 = \\ = \bar{a}_2\bar{a}_3\bar{a}_4\bar{a}_5 \vee a_2(a_3 \vee a_4 \vee a_5) \quad S_Q^{C_1} = 11 \\ C_2 = a_3a_4 \vee a_3a_5 \vee a_1\bar{a}_3\bar{a}_4\bar{a}_5 \vee a_2\bar{a}_3\bar{a}_4\bar{a}_5 = \\ = a_3(a_4 \vee a_5) \vee \bar{a}_3\bar{a}_4\bar{a}_5(a_1 \vee a_2) \quad S_Q^{C_2} = 12 \\ C_3 = \bar{a}_4\bar{a}_5 \vee a_4a_5 \quad S_Q^{C_3} = 6 \\ C_4 = a_1\bar{a}_5 \vee a_2\bar{a}_5 \vee a_3\bar{a}_5 \vee a_4\bar{a}_5 = \\ = \bar{a}_5(a_1 \vee a_2 \vee a_3 \vee a_4) \quad S_Q^{C_4} = 6 \end{array} \right.$$

За счет приведения функций к скобочным формам цена схемы стала $S_Q = 48$

Система функций приняла вид:

$$\left\{ \begin{array}{ll} C_0 = \bar{a}_1 \bar{a}_2 \bar{a}_3 \bar{a}_4 \bar{a}_5 \vee a_1(a_2 \vee a_3 \vee a_4 \vee a_5) & S_Q^{C_0} = 13 \\ C_1 = \bar{a}_2 \bar{a}_3 \bar{a}_4 \bar{a}_5 \vee a_2(a_3 \vee a_4 \vee a_5) & S_Q^{C_1} = 11 \\ C_2 = a_3(a_4 \vee a_5) \vee \bar{a}_3 \bar{a}_4 \bar{a}_5(a_1 \vee a_2) & S_Q^{C_2} = 12 \\ C_3 = \bar{a}_4 \bar{a}_5 \vee a_4 a_5 & S_Q^{C_3} = 6 \\ C_4 = \bar{a}_5(a_1 \vee a_2 \vee a_3 \vee a_4) & S_Q^{C_4} = 6 \end{array} \right.$$

Решим задачу факторизации применительно ко всем функциям системы, выделяя общие части и обозначая их как дополнительные функции:

$$\left\{ \begin{array}{ll} Z_1 = a_4 \vee a_5 & S_Q^{Z_1} = 2 \\ Z_2 = a_3 \vee Z_1 & S_Q^{Z_2} = 2 \\ Z_3 = a_2 \vee Z_2 & S_Q^{Z_3} = 2 \\ C_0 = \bar{a}_1 \bar{Z}_3 \vee a_1 Z_3 & S_Q^{C_0} = 6 \\ C_1 = \bar{Z}_3 \vee a_2 Z_2 & S_Q^{C_1} = 4 \\ C_2 = a_3 Z_1 \vee \bar{Z}_2(a_1 \vee a_2) & S_Q^{C_2} = 8 \\ C_3 = \bar{Z}_1 \vee a_4 a_5 & S_Q^{C_3} = 4 \\ C_4 = \bar{a}_5(a_1 \vee a_2 \vee a_3 \vee a_4) & S_Q^{C_4} = 6 \end{array} \right.$$

В результате преобразований цена схемы уменьшилась до $S_Q = 34$, но с учетом затрат на инверторы для введенных функций получаем итоговую цену схемы $S_Q = 37$

Синтез многовходной комбинационной схемы в булевом базисе

Цена схемы совпадает с определенной по аналитическим выражениям: $S_Q = 37$

Задержка схемы для отдельных функций составляет: $T_{C_0} = 6\tau, T_{C_1} = 5\tau, T_{C_2} = 5\tau, T_{C_3} = 3\tau, T_{C_4} = 2\tau$, и всей схемы в целом: $T = 6\tau$

Анализ многовходной комбинационной схемы

Проведем анализ на аргументах 00000 и 01000 на которых значения выходных сигналов равны: 11010 и 00111 соответственно.

