

Группа М3209 К работе допущен 01.11.2020 07:18Студент Бабурин Тимур Работа выполнена 01.11.2020 19:04Преподаватель Ефремова Е. А. Отчет принят \_\_\_\_\_

## Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе №1.28V

Цель работы:

- Наблюдение режимов колебаний в простейшей системе двух связанных осцилляторов и сопоставление с элементарной теорией связанных осцилляторов.
- Измерение частоты синфазной колебательной моды системы.
- Измерение частоты при колебаниях системы в противофазе. Измерение константы связи и коэффициента жёсткости пружины.
- Измерение периода и частоты биений, возникающих при возбуждении двумодового колебательного процесса.

Объект исследования:

- Система двух связанных осцилляторов

Метод экспериментального исследования:

Изучение виртуальной лабораторной установки, проведение измерений в ней.

Рабочие формулы и исходные данные:

Уравнение моментов:

$$\vec{M} = \vec{N}. \quad (1)$$

Полный момент сил, под действием которого происходит вращательное движение:

$$J \frac{d\omega}{dt} = \vec{N}. \quad (2)$$

Уравнение (2) для одиночного математического маятника:

$$J\ddot{\varphi} = -mgL \sin \varphi, \quad (3)$$

Где  $J = mL^2$  - момент инерции маятника в случае когда можно считать, что вся масса маятника сосредоточена в точке на конце подвеса,  $m$  - масса груза,  $L$  - длина невесомой нити маятника,  $\varphi$  - угол отклонения от вертикали, учитывая, что для малых углов отклонения  $\varphi$  можно считать, что  $\sin \varphi \approx \varphi$ , получим:

$$mL^2\ddot{\varphi} + mgL\varphi = 0. \quad (4)$$

Каноническое уравнение для свободных незатухающих колебаний математического маятника:

$$\ddot{\varphi} + \omega_0^2 \varphi = 0, \quad (5)$$

Незатухающее гармоническое колебательное движение:

$$\varphi(t) = \Phi \cos(\omega_0 \cdot t + \varphi_0), \quad (6)$$

Система двух связанных математических маятников:

$$\begin{cases} mL^2 \ddot{\varphi}_1 = -F_{\text{тяж.}} \cdot L \sin \varphi_1 + F_{\text{упр.}} \cdot L_1 \cos \varphi_1 \\ mL^2 \ddot{\varphi}_2 = -F_{\text{тяж.}} \cdot L \sin \varphi_2 - F_{\text{упр.}} \cdot L_1 \cos \varphi_2. \end{cases} \quad (7)$$

Заметим, что  $F_{\text{упр}} = kL_1 (\text{tg}(\varphi_2) - \text{tg}(\varphi_1))$  и, в приближении малых отклонений маятников от их положения равновесия, выполняются приближительные соотношения  $\sin \phi \approx \text{tg} \phi \approx \phi$  и  $\cos \phi \approx (1 - \phi^2)/2 \approx 1$ , получим следующие уравнения:

$$\begin{cases} \ddot{\varphi}_1 + \frac{g}{L} \cdot \varphi_1 - \frac{kL_1^2}{mL^2} \cdot (\varphi_2 - \varphi_1) = 0 \\ \ddot{\varphi}_2 + \frac{g}{L} \cdot \varphi_2 + \frac{kL_1^2}{mL^2} \cdot (\varphi_2 - \varphi_1) = 0. \end{cases} \quad (8)$$

Константа связи:

$$\varkappa^2 = \frac{kL_1^2}{mL^2}. \quad (9)$$

Финальное уравнение:

$$\begin{cases} \ddot{\varphi}_1 + \omega_0^2 \varphi_1 - \varkappa^2 (\varphi_2 - \varphi_1) = 0 \\ \ddot{\varphi}_2 + \omega_0^2 \varphi_2 + \varkappa^2 (\varphi_2 - \varphi_1) = 0. \end{cases} \quad (10)$$

Решение полученных уравнений:

$$\begin{cases} \xi_1 = \Phi_{01} \cos(\Omega_{n1}t + \varphi_{01}) \\ \xi_2 = \Phi_{02} \cos(\Omega_{n2}t + \varphi_{02}), \end{cases} \quad (15)$$

Синфазный режим колебаний:

$$\begin{cases} \varphi_1 = \frac{1}{2} \Phi_{01} \cos(\Omega_{n1}t + \varphi_{01}) \\ \varphi_2 = \frac{1}{2} \Phi_{01} \cos(\Omega_{n1}t + \varphi_{01}). \end{cases} \quad (18)$$

Колебания в противофазе:

$$\begin{aligned} \Omega_{n2} &= \sqrt{\omega_0^2 + 2\varkappa^2} = \omega_0 \sqrt{1 + \frac{2\varkappa^2}{\omega_0^2}} \approx \\ &\approx \omega_0 \left(1 + 2\frac{\varkappa^2}{\omega_0^2}\right) = \sqrt{\frac{g}{L}} + 2\frac{kL_1^2}{mgL}. \end{aligned} \quad (21)$$

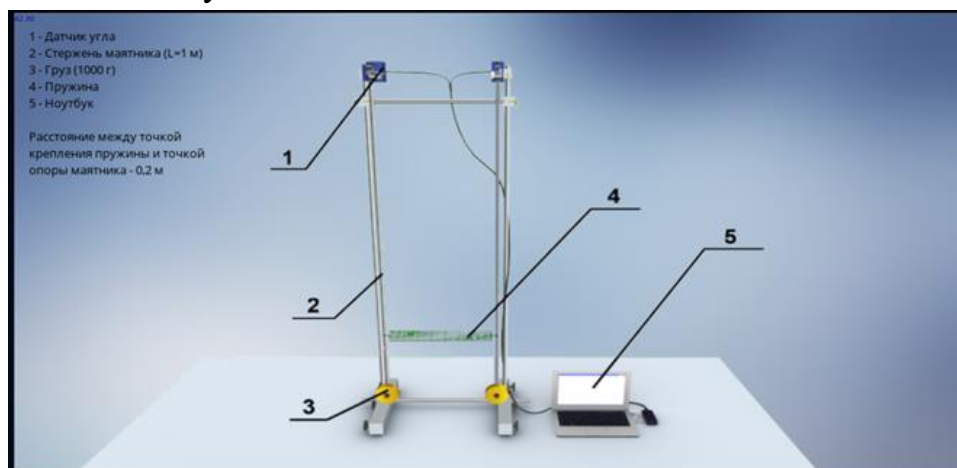
Суперпозиция нормальных колебаний:

$$\varphi(t) = -\frac{\varphi_1(0)}{2} \sin\left(\frac{(\Omega_{n1} + \Omega_{n2})t}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{(\Omega_{n2} - \Omega_{n1})t}{2}\right). \quad (26)$$

Измерительные приборы:

<i>№ п/п</i>	<i>Наименование</i>	<i>Тип прибора</i>	<i>Погрешность прибора</i>
1	Виртуальная установка, измеряющая угол отклонения	Электронный	-
2	Секундомер	Электронный	0.001с

### 1. Схема установки



Результаты прямых измерений и их обработки (таблицы, примеры расчетов).

### Задание №1 (приложение 1)

№	N	T, с	$\Omega_{n1}$ (прак), Гц	$\Omega_{n1}$ (прак) ср, Гц	$\Omega_{n1}$ (теор), Гц
1	8	11.40	4.41	4.26	3,13
2	8	12.01	4.19		
3	8	11.85	4.24		
4	8	12.20	4.12		
5	8	11.56	4.35		

### Задание №2 (приложение 2)

№	N	T, с	$\Omega_{n2}$ (прак), Гц	$\Omega_{n2}$ (прак) ср, Гц	Константа связи	Константа связи ср	K пружины, Н/м	K, пружины ср, Н/м
1	8	11,90	4,22		2,01		100,53	
2	8	12,16	4,13		1,91		91,09	
3	8	12,15	4,14		1,91		91,44	

4	8	11,45	4,39	4,23	2,18	2,01	118,40	101,54
5	8	11,75	4,28		2,06		106,26	

Задание №3 (приложение 3) синий график:

№	T, с	T <sub>ср</sub> , с	Ω, Гц	Ω, Гц
1	29,31	32,533 33	0,21	0,22
2	28,10		0,22	
3	27,20		0,23	

Задание №3 (приложение 3) красный график:

№	T, с	T <sub>ср</sub> , с	Ω, Гц	Ω, Гц
1	28,43	30,49	0,22	0,22
2	30,30		0,21	
3	32,75		0,19	

**Результаты расчетов:**

Задание 1:

Ω <sub>n1</sub> (пра к) ср, Гц	Ω <sub>n1</sub> (теор), Гц
4.26	3,13

Задание 2:

**Ω<sub>n2</sub>(прак) ср = 4,23 Гц**

**Константа связи(прак) ср = 2,01**

**Константа связи(теор) ср = 2,01**

**ΔСвязи = 0,14**

Константа связи = (2,01 ± 0,14)

**Δk = 14,26**

k = ( 101,54 ± 14,26) Н/м

Задание 3:

$$T(\text{теор}) = 30,35 \text{ с}$$

$$\Omega(\text{теор}) = 0,21 \text{ Гц}$$

$$\Delta T(\text{красный}) = 0,02 \text{ с}$$

$$\Delta \Omega(\text{красный}) = 0,02 \text{ Гц}$$

$$\Delta T(\text{синий}) = 1,44 \text{ с}$$

$$\Delta \Omega(\text{синий}) = 0,01 \text{ Гц}$$

$$\Omega(\text{синий}) = (0,22 \pm 0,01) \text{ Гц}$$

$$\Omega(\text{красный}) = (0,22 \pm 0,02) \text{ Гц}$$

$$T(\text{синий}) = (28,203 \pm 1,44) \text{ с}$$

$$T(\text{красный}) = (30,493 \pm 0,02) \text{ с}$$

Вывод:

Мы пронаблюдали наблюдение режимов колебаний в простейшей системе двух связанных осцилляторов и сопоставление с элементарной теорией связанных осцилляторов. Измерили частоты синфазной колебательной моды системы. Измерили частоты при колебаниях системы в противофазе. Измерение константы связи и коэффициента жёсткости пружины. Измерили периода и частоты биений, возникающих при возбуждении двумодового колебательного процесса.