Арифметические алгоритмы и продвинутые структуры данных. Домашняя работа №1.

Часть 1. Разработать прикладное приложение для решения задач с применением многочленов.

1. Реализовать проверку принадлежности многочлена $f(x)$ линейной оболочке, которая порождена многочленами $g_1(x), g_2(x), \dots, g_k(x)$. Если ответ положительный, то получите представление вида:
$$f(x) = \sum_{l=1}^{k} A_l g_l(x).$$
2. Для заданного многочлена $f(x)$ и числа $a \in \mathbb{R}$ получить его представление в виде линейной комбинации степеней $(x-a)^k$.
3. Пусть многочлен $f(x) = f_0 + f_1(x-a) + \dots + f_k(x-a)^k$, где $f_j, a \in \mathbb{R}$. Получить его представление по степеням $(x-B)$, где $B \in \mathbb{R}$.
4. Рассмотрим рациональную функцию $R(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$, где $f(x), g(x) -$ многочлены известной степени. Реализуйте методы нахождения
$$\lim_{x\to A} R(x)\,, \lim_{x\to\pm\infty} R(x).$$
5. Рассмотрим рациональную функцию $T(x) = \frac{f_1{}^k(s_1(x))}{f_2{}^l(s_2(x))}$, где $f_1, s_1, f_2, s_2 \in \mathbb{R}[x]$, $k, l \in \mathbb{N}$. Реализуйте методы нахождения.
$$\lim_{x\to A} T(x)\,, \lim_{x\to\pm\infty} T(x).$$

Часть 2.

1. Найдите асимптотическое решение рекуррентного соотношения в зависимости от параметров α, β:
$$T(x) = \alpha T\left(\frac{x}{\beta}\right) + x, \qquad T(x) = 0, \qquad x \le 1.$$
2. Найдите асимптотическое решение рекуррентного соотношения в зависимости от параметров α, β:
$$T(x) = \alpha T\left(\frac{x}{\beta}\right) + 2^x, \qquad T(x) = 0, \qquad x \le 1.$$

Часть 3.

1. Von zur Gathen Modern Computer Algebra: 8 Fast multiplication 235 p.: № 8.2, 8.7.
2. (**Внимание!** Реализуйте демонстрационные приложения.) Д. Кнут. Искусство программирования. Т. 2. Раздел 4.3.1 упр. 16; Раздел 4.6.4 упр. 1, 2, 3, 4, 8