Modelska analiza 1

8. naloga

Tina Klobas

13. december 2018

1 Opis problema

Pri tej nalogi opazujemo različne algoritme za generacijo naključnih števil. Za preverjanje teh algoritmov se bomo uporabili test Kolmogorov-Smirnova in χ^2 test.

Kolmogorov-Smirnova test

Zvezno kumulativno funkcijo izračunamo kot integral verjetnostne gostote

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)\,\mathrm{d}t. \tag{1}$$

Definiramo še empirično kumulativno funkcijo zapišemo kot

$$F_n(x) = \frac{z}{N} \tag{2}$$

kjer je z število vseh točk, ki so manjše od x, N pa število vseh točk. Tako za testiranje točnosti funkcije izračunamo maksimalno odstopanje od izmerkov

$$D_n = sup\left|F(x) - F_n(x)\right|. \tag{3}$$

Za slučanja števila, ki so porazdeljena po porazdelitvenem zakonu velja za odmike

$$P(D \geq x) = 2\sum_{j=1}^{\infty}(-1)^{j-1}\mathrm{e}^{-2j^2D_n^2}. \tag{4}$$

χ^2 **test:**

2 Slučajna gaussovska števila

Za generacijo slučajnih gaussovskih števil lahko uporabimo dva algoritma.

Box-Muller:

Naključni števili x_1, x_2 zberemo z enotskega intervala $U = [0, 1]$. Potem sta števili

$$y_1 = \sqrt{-2\log x_1}\cos 2\pi x_2 \quad \text{in} \tag{5}$$

$$y_2 = \sqrt{-2\log x_1}\sin 2\pi x_2 \tag{6}$$

naključni števili, ki sledita gaussovski porazdelitvi.

Konvolucijski generator:

Ta metoda temelji na centralnem limitnem izreku, ki pravi, da vsaka vsota ali povprečje, če je število členov dovolj veliko, je približno normalno porazdeljena. Ta izek velja za slučajne neodvisne spremenljivke, porazdeljene po enakem matematičnem zakonu s končno disperzijo. Konvolucijski generator tako jemlje enakomerno porazdeljena števila x_i z intervala $[0, 6]$ in jih sešteva med sabo

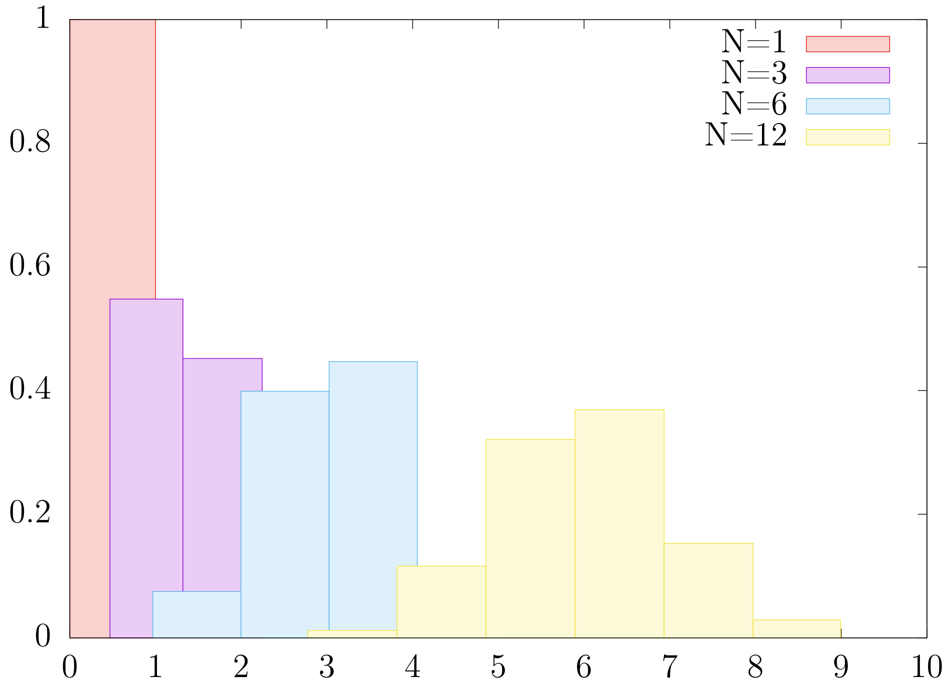
$$\sum_{i=1}^{N} x_i - 6. \tag{7}$$

Izkaže se, da je dovolj, če vzamemo $N = 12$ členov vsote, kar vidimo tudi na grafu 2.1.

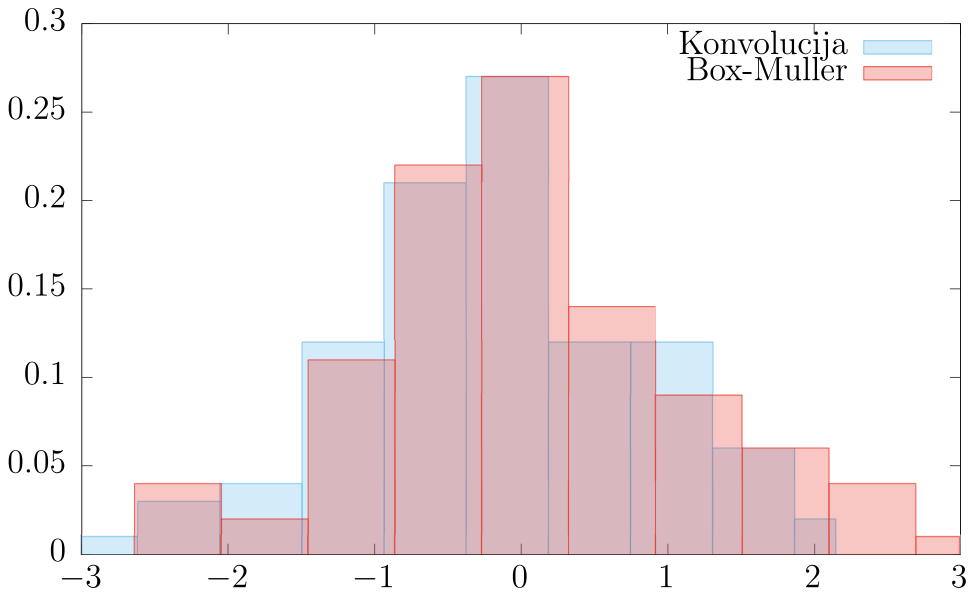
3 Prostorska porazdelitev

Radi bi sestavili generator števil, enakomerno porazdeljenih po enotski sferi;

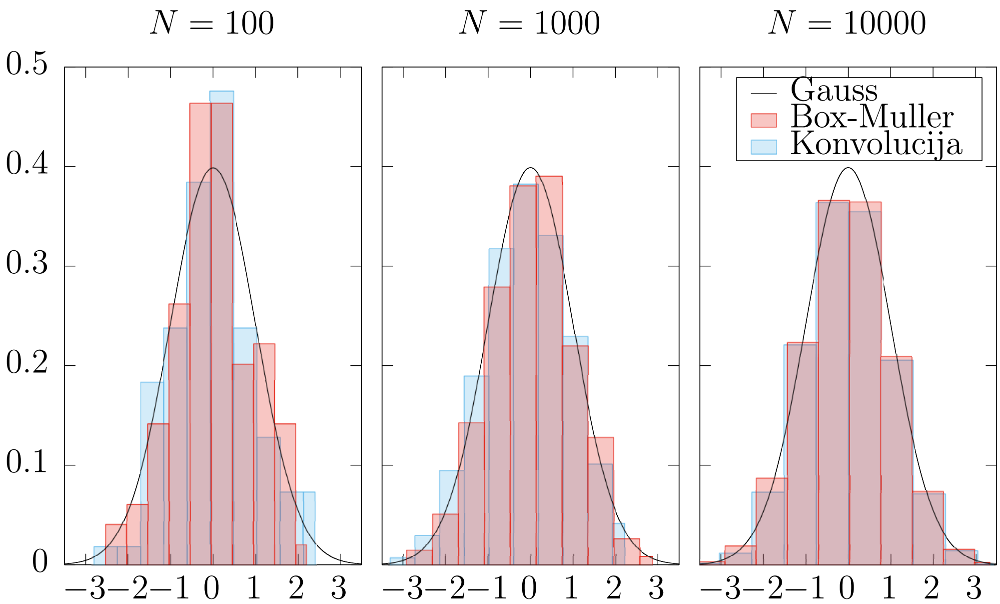
$$\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}V} = \frac{\mathrm{d}^3P}{r^2\mathrm{d}r\mathrm{d}(cos\theta)\mathrm{d}\phi} \tag{8}$$



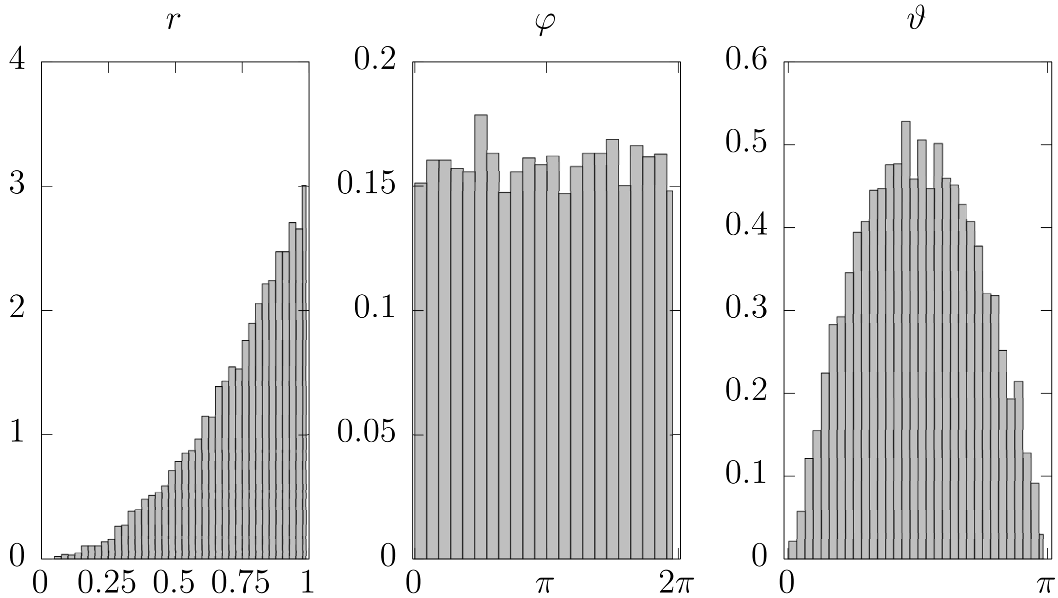
Slika 2.1: Primer konvolucije za različno število členov v vsoti in 1000 naključnimi števili.



Slika 2.2: Gaussovi porazdelitvi za oba algoritma s 1000 naključnimi števili.



Slika 2.3: Gaussovi porazdelitvi za oba algoritma za različne količine števil. Zraven je narisana še Gaussovka.



Slika 3.1: Porazdelitev vseh treh prostorskih koordinat.